



Investigating the Static Deformation and Instability Voltage of Viscoelastic Curved Microbeam

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Akrami Nia E.¹ MSc,
Ekhteraei Toussi H.^{*1} PhD

How to cite this article

Akrami Nia E, Ekhteraei Toussi H. Investigating the Static Deformation and Instability Voltage of Viscoelastic Curved Microbeam. Modares Mechanical Engineering. 2019; 19(10): 2375-2385.

¹Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran
Phone: +98 (51) 38805007
Fax: +98 (51) 38807185
ekhteraee@um.ac.ir

Article History

Received: September 10, 2018
Accepted: February 22, 2019
ePublished: October 22, 2019

ABSTRACT

Microbeams are one of the most important members of microelectromechanical systems (MEMS) which contrast of electrical and mechanical forces in them cause pull-in instability. One of the proposed mechanisms for controlling this instability and enlarging the stable range of system are initially curved microbeams. Despite studying various pull-in instability in straight elastic or viscoelastic microbeams, the instability of curved microbeams has been investigated only within the range of elastic behavior. Therefore in the present study, assuming a clamped-clamped viscoelastic initially curved microbeam, the effect of viscoelastic behavior on the instabilities called snap-through and pull-in, was investigated. The viscoelastic behavior was simulated by the standard anelastic linear solid model. The governing differential equation was obtained based on the modified couple stress theory and by use of Hamilton's pull-in instability principle. By using the Galerkin method, the governing equation was converted to a nonlinear ordinary differential equation and solved by MATLAB software. The structure behaviors are compared in two extreme situations before and after the viscoelastic relaxation by drawing diagrams. The results show when the time of structure relaxation increases, viscoelastic behavior causes more decreasing in instabilities voltage, but its effect on the position of instability will depend on the axial load. In this way, in the presence of tensile load, viscoelastic behavior increases the snap-through position and decreases the pull-in position, but in the presence of compressive load, snap-through occurs at smaller deflections and pull-in occurs at larger deflections.

Keywords Microelectromechanical Systems (MEMS); Pull-In Instability; Curved Microbeam; Snap-Through; Viscoelastic

CITATION LINKS

[1] The coalescence of closely spaced drops when they are at different electric potentials [2] The resonant gate transistor [3] A centrally-clamped parallel-beam bistable MEMS mechanism [4] Snap-through and pull-in instabilities of an arch-shaped beam under an electrostatic loading [5] Analytical method of predicting the instabilities of a micro arch-shaped beam under electrostatic loading [6] The dynamic behavior of MEMS arch resonators actuated electrically [7] The dynamic pull-in instability and snap-through behavior of initially curved microbeams [8] Non-linear vibration of curved microbeam under electrostatic actuation by using reduced order model and finite element simulation [9] Creep of sensor's elastic elements: Metals versus non-metals [10] Silicon micromachining [11] Electrostatically actuated nonconductive polymer microresonators in gaseous and aqueous environment [12] Anelastic stress relaxation in gold films and its impact on restoring forces in MEMS devices [13] A study of creep in polysilicon MEMS devices [14] MEMS device for bending test: Measurements of fatigue and creep of electroplated nickel [15] Stress relaxation in free-standing aluminum beams [16] Nonlinear static and dynamic responses of an electrically actuated viscoelastic microbeam [17] Viscoelastically coupled size-dependent dynamics of microbeams [18] Nonlinear modeling and analysis of electrically actuated viscoelastic microbeams based on the modified couple stress theory [19] Dynamic analysis and design of electrically actuated viscoelastic microbeams considering the scale effect [20] A study on the nonlinear vibrations of electrostatically actuated micro beams with anelastic stress-strain behavior [21] Theoretical and experimental investigation of the nonlinear behavior of an electrostatically actuated in-plane MEMS arch [22] Analytical approximations to nonlinear vibration of an electrostatically actuated microbeam [23] Application of the energy balance method to a nonlinear oscillator arising in the microelectromechanical system (MEMS) [24] Vibrations of narrow microbeams predeformed by an electric field

بررسی تغییر شکل استاتیکی و ولتاژ ناپایداری میکرو تیر منحنی ویسکوالاستیک

احسان اگرمی‌نیا MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

حمید اختراعی‌طوسی PhD*

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده

میکروتیرها از مهم‌ترین اعضای سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS) هستند که تقابل نیروهای الکتریکی و مکانیکی باعث بروز پدیده ناپایداری کشیدگی در آنها می‌شود. یکی از مکانیزم‌های پیشنهادی برای کنترل این ناپایداری و افزایش محدوده کاری سیستم، میکروتیرهای دارای انحنای اولیه هستند. با وجود مطالعه اقسام ناپایداری کشیدگی در میکروتیرهای صاف الاستیک یا ویسکوالاستیک، ناپایداری میکروتیرهای منحنی تنها در محدوده رفتار الاستیک بررسی شده است. بنابراین در پژوهش حاضر با فرض میکروتیر ویسکوالاستیک دارای انحنای اولیه و دو سر گیردار به بررسی اثر رفتار ویسکوالاستیک بر ناپایداری‌های موسوم به اسنپ-ترو و کشیدگی پرداخته شده است. به این منظور رفتار ویسکوالاستیک توسط مدل جامد استاندارد غیرالاستیک خطی شبیه‌سازی شده و براساس تئوری تنش-کوپل بهبود یافته و با استفاده از اصل همپلتون، معادله دیفرانسیل حاکم به دست آمده است. با استفاده از روش تجزیه گالرکین، معادله حاکم به یک معادله دیفرانسیل معمولی غیرخطی تبدیل و به کمک نرم‌افزار متلب حل شده است. برای بررسی اثر خاصیت ویسکوالاستیک، با رسم نمودارهایی رفتار سازه در دو حالت حدی قبل و بعد از وارهی ویسکوالاستیک، مقایسه شده‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهد هر چه فرصت وارهی سازه بیشتر شود، رفتار ویسکوالاستیک سبب افت بیشتر ولتاژ ناپایداری‌ها می‌شود، اما اثر آن بر موقعیت ناپایداری وابسته به نیروی محوری خواهد بود. به این ترتیب که در حضور نیروی محوری کششی، رفتار ویسکوالاستیک موجب افزایش موقعیت اسنپ-ترو و کاهش موقعیت ناپایداری کشیدگی می‌شود. برعکس در حضور نیروی محوری فشاری، اسنپ-ترو در خیز کمتر و ناپایداری کشیدگی در خیز بزرگتر رخ خواهد داد.

کلیدواژه‌ها: سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، ناپایداری کشیدگی، میکروتیر منحنی، اسنپ-ترو، ویسکوالاستیک

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۶/۱۹

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۲/۳

* نویسنده مسئول: ekhteraee@um.ac.ir

۱- مقدمه

امروزه با پیشرفت تکنولوژی و دستیابی به فن تلفیق و استفاده از رشته‌های مختلف در کنار یکدیگر، زمینه‌های جدیدی پیش روی محققین گشوده شده است. سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (Micro- Electro- Mechanical Systems) یکی از این زمینه‌های پرکاربرد هستند که با ترکیب بخش‌های الکترونیکی و مکانیکی در ابعاد میکرو ساخته می‌شوند. استفاده از این سیستم‌ها به واسطه داشتن ویژگی‌های منحصربفردی مانند اتلاف انرژی کم‌تر، اندازه و وزن کم‌تر نسبت به سیستم‌های مکانیکی معمولی و نسبت بالای سطح به حجم، موجب افزایش سرعت و کاهش حجم محصولات در بخش‌های مختلف صنعت خواهد شد. طبق گزارشات شرکت مشاوره استراتژی و تحقیقات بازار (Yole Development)، پیش‌بینی شده است حجم سرمایه‌گذاری تجاری در این سیستم‌ها تا پایان سال ۲۰۲۰ به بیش از ۲۰ میلیارد دلار برسد.

میکروتیرها بخاطر هندسه ساده، قابلیت کاربردهای متفاوت و اجرای ساده، پیکره طیف گسترده‌ای از دستگاه‌ها از جمله

تشدیدکننده‌ها، فیلترها، میکروسکوپ نیرو اتمی، سنسورهای رزونانس و سوئیچ‌های رادیو فرکانسی را تشکیل می‌دهند. این دستگاه‌ها به طور معمول توسط روش‌های حرارتی، پیزوالکتریک و الکترواستاتیک تحریک می‌شوند که تحریک الکترواستاتیک به خاطر پاسخ سریع، مکانیزم تحریک ساده، فضای کم و قابلیت دسترسی به فرکانس بالا، بیش‌تر استفاده می‌شود. لذا مطالعه رفتار و چگونگی کنترل حرکت میکروتیرهای الکتریکی از اهمیت خاصی برخوردار خواهد بود. وجود اختلاف پتانسیل در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی باعث ایجاد نیروی الکترواستاتیک بین میکروتیر و الکتروود می‌شود. اندازه این نیرو با افزایش ولتاژ و همچنین کم شدن فاصله بین میکروتیر و الکتروود بیش‌تر شده و به حدی می‌رسد که نیروی مکانیکی میکروتیر توان مقابله با آن را ندارد و این نابرابری نیروها سبب می‌شود که میکروتیر پایداری خود را از دست داده و به طور ناگهانی به الکتروود بچسبد. این ناپایداری اولین بار توسط تیلور^[1] و ناتانسون و همکاران^[2] به طور تجربی تحت عنوان ناپایداری کشیدگی (Pull-in) نشان داده شد. بنابراین این سیستم‌ها به عنوان سازه‌های آسیب‌پذیر از نظر پایداری شناخته می‌شوند و به همین منظور تحقیقات گسترده‌ای پیرامون پیش‌بینی و کنترل رفتار میکروتیرهای الکتریکی صورت گرفته است.

به منظور کنترل و بهبود عملکرد سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، راه‌کارها و مکانیزم‌های مختلفی ارائه شده است. یکی از پرکاربردترین مکانیزم‌ها، سازه‌های منحنی شکل هستند. مطالعات انجام‌شده روی میکروتیرهای منحنی شکل تحت بار الکتریکی نشان می‌دهد که این سازه‌ها وابسته به فعل و انفعال بین نیروهای الکتریکی و مکانیکی، ممکن است رفتارهای متفاوتی از خود نشان دهند. یکی از این رفتارها، انتقال با دامنه بزرگ بین دو حالت پایدار است که آن را اسنپ-ترو (Snap-Through) می‌نامند. کیو و همکاران^[3] از اولین کسانی بودند که به این پدیده پی بردند و این سازه‌ها را به عنوان سیستم‌های دو پایا (Bistable) معرفی نمودند. آنها برای کنترل راحت‌تر و بهتر پدیده اسنپ-ترو یک سازه منحنی شکل بدون تنش پس‌ماند اولیه ساختند. مکانیزم آنها از دو تیر کسینوسی شکل ساخته شده بود که در وسط به هم متصل شده بودند.

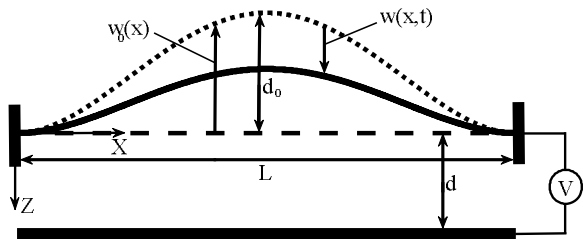
در ادامه رفتار مکانیکی میکروآرک‌ها، بخصوص ناپایداری کشیدگی و اسنپ-ترو به منظور کشف ویژگی‌های استاتیکی و دینامیکی به طور گسترده مطالعه شده است. به عنوان مثال ژانگ و همکاران^[4] ناپایداری کشیدگی و اسنپ-ترو را در میکروآرک‌های تحت تحریک الکتریکی بررسی کردند. آنها نشان دادند نتایج مختلف امکان رخ‌دادن ناپایداری کشیدگی یا اسنپ-ترو را وابسته به اندازه‌های انحنای میکروتیر و بار الکترواستاتیک پیش‌بینی می‌کنند. شبیه‌سازی مدل آنها بر اساس تئوری تیر اولر-برنولی کم‌عمق و با استفاده از روش گالرکین بود که مطابقت خوبی بین نتایج تئوری آنها و نتایج تجربی موجود برقرار بود. اوکاد و یونس^[6] رفتار استاتیکی و دینامیکی میکروآرک‌های دو سر گیردار را تحت تحریک الکتریکی بررسی کردند. آنها فرکانس طبیعی و مود شیپ‌ها را برای اندازه‌های مختلف ولتاژهای DC و قوس اولیه میکروتیر به‌دست آوردند و برای تجزیه معادلات از روش گالرکین استفاده کردند.

مقیمی‌زند^[7] رفتار دینامیکی میکروتیرهای دارای انحنای اولیه را تحت اثر کشش صفحه‌ای و تحریک الکترواستاتیک پله، با استفاده از روش المان محدود، بررسی کرد. او نشان داد که اندازه بزرگ

انحنای اولیه ممکن است سبب رخ دادن ناپایداری کشیدگی بلافاصله پس از اسنپ- ترو شود. نتایج او نشان داد که اینرسی میکروتیر بر اسنپ- ترو بیش تر از ناپایداری کشیدگی اثر خواهد گذاشت. *صالحی کلاهی* و *معین خواه*^[8] نیز رفتار دینامیکی و ارتعاشات غیرخطی میکروتیر منحنی الاستیک را تحت تحریک الکترواستاتیک پله بررسی کردند. آنها نشان دادند که افزایش میرایی ویسکوز محیط تاثیر قابل توجهی بر رفتار دینامیکی میکروتیر منحنی دارد، به طوری که می تواند از انتقال میکروتیر به دومین حالت پایدار یا حتی از وقوع ناپایداری کشیدگی جلوگیری کند.

تحقیقات انجام شده نشان می دهد که رفتار ویسکوالاستیک در بسیاری از مواد به کار رفته در سیستم های میکروالکترومکانیکی مانند سیلیکون^[9, 10]، پلی سیلیکون^[11- 13] و فلزات^[14, 15] وجود دارد. بنابراین در نظر گرفتن سهم ویسکوز برای رفتار میکروتیرها امری لازم و ضروری به نظر می رسد. در این راستا، *فو و ژانگ*^[16] پاسخ استاتیکی و دینامیکی غیرخطی میکروتیر ویسکوالاستیک دو سر گیردار را تحت ولتاژ ترکیبی AC و DC بررسی کردند. این محققین نشان دادند سازه ویسکوالاستیک دو نوع ولتاژ ناپایداری خواهد داشت. با توجه به تعریف آنها ولتاژ ناپایداری آنی (Instantaneous) اندازه اختلاف پتانسیلی را نشان می دهد که اگر به سازه اعمال شود بلافاصله ناپایداری رخ می دهد؛ اما اگر فقط با گذشت زمان و رسیدن میکروتیر ویسکوالاستیک به موقعیت پایای خود سیستم ناپایدار شود، اندازه اختلاف پتانسیل تحریک، ولتاژ ناپایداری پایا (Durable) نامیده خواهد شد. شبیه سازی رفتار ویسکوالاستیک میکروتیرها توسط مدل های مختلف انجام شده که استفاده از مدل کلونین- ویت (Kelvin- Voigt) توسط *قایش و همکاران*^[17] و مدل ماکسول (Maxwell) توسط *عطی و محمد*^[18] نمونه ای از آنها هستند.

۲- معادلات تعادل
سیستم مورد بررسی در این پژوهش مطابق شکل ۱ با میکروتیر دارای انحنای اولیه و شرایط تکیه گاهی دو سر گیردار ساخته شده است و تحت تحریک الکتریکی قرار دارد.



شکل ۱ شماتیک میکروتیر منحنی دو سر گیردار با تحریک الکتریکی

در شکل ۱ انحنای اولیه میکروتیر به سمت بیرون فضای گپ می باشد و با $w_0(x)$ نشان داده شده است. در صورتی که عمق انحنای در مقایسه با طول تیر خیلی کوچک باشد (یعنی $dw_0(x)/dx \ll 1$)، قانون صفحات موازی همچنان برای محاسبه نیروی الکتریکی کاربرد خواهد داشت. بنابراین با توجه به جهت های انتخاب شده برای انحنای و محور Z در شکل ۱، انحنای اولیه مطابق مرجع^[21] به شکل رابطه (۱) تعریف شده است.

$$w_0(x) = -\frac{d_0}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right) \quad (1)$$

که d_0 حداکثر انحنای اولیه و L طول میکروتیر می باشد. همان طور که توسط نتایج آزمایشگاهی مختلف پیشنهاد شده و در اکثر تحقیقات^[16, 19] به کار رفته است، در این پژوهش نیز رفتار ویسکوالاستیک ماده توسط مدل جامد استاندارد غیرالاستیک خطی شبیه سازی شده است. بنابراین مدول یانگ وابسته به زمان برابر است با:

$$E(t) = Z + Be^{-\lambda t} \quad (2)$$

در این رابطه Z و B به ترتیب مدول پایا و خزش میکروتیر

بررسی تحقیقات انجام شده نشان می دهد که برخلاف مواد الاستیک، در مواد ویسکوالاستیک دو نوع ناپایداری آنی و پایا وجود دارد. یعنی اندازه مشخصه های ناپایداری وابسته به مهلت سازه برای تغییر شکل در برابر اعمال تحریک متفاوت خواهد بود. اما تحقیقات قبلی یا به مطالعه سیستم های صاف ویسکوالاستیک پرداخته اند و یا با انتخاب سازه های منحنی الاستیک انجام شده اند. یعنی مدل های تیر استفاده شده در سیستم های منحنی، بر تئوری

تحقیقات انجام شده نشان می دهد که رفتار ویسکوالاستیک در بسیاری از مواد به کار رفته در سیستم های میکروالکترومکانیکی مانند سیلیکون^[9, 10]، پلی سیلیکون^[11- 13] و فلزات^[14, 15] وجود دارد. بنابراین در نظر گرفتن سهم ویسکوز برای رفتار میکروتیرها امری لازم و ضروری به نظر می رسد. در این راستا، *فو و ژانگ*^[16] پاسخ استاتیکی و دینامیکی غیرخطی میکروتیر ویسکوالاستیک دو سر گیردار را تحت ولتاژ ترکیبی AC و DC بررسی کردند. این محققین نشان دادند سازه ویسکوالاستیک دو نوع ولتاژ ناپایداری خواهد داشت. با توجه به تعریف آنها ولتاژ ناپایداری آنی (Instantaneous) اندازه اختلاف پتانسیلی را نشان می دهد که اگر به سازه اعمال شود بلافاصله ناپایداری رخ می دهد؛ اما اگر فقط با گذشت زمان و رسیدن میکروتیر ویسکوالاستیک به موقعیت پایای خود سیستم ناپایدار شود، اندازه اختلاف پتانسیل تحریک، ولتاژ ناپایداری پایا (Durable) نامیده خواهد شد. شبیه سازی رفتار ویسکوالاستیک میکروتیرها توسط مدل های مختلف انجام شده که استفاده از مدل کلونین- ویت (Kelvin- Voigt) توسط *قایش و همکاران*^[17] و مدل ماکسول (Maxwell) توسط *عطی و محمد*^[18] نمونه ای از آنها هستند.

با ادامه مطالعه سازه های ویسکوالاستیک، *لی و همکاران*^[19] با در نظر گرفتن مدل جامد استاندارد غیرالاستیک (Anelastic) خطی، موقعیت رخ دادن ناپایداری کشیدگی و ولتاژ آن را برای میکروتیر ویسکوالاستیک به دست آوردند. مشابه *فو و ژانگ*^[16]، این محققین نیز دو نوع ولتاژ ناپایداری آنی و پایا را برای سازه ویسکوالاستیک پیش بینی کردند. آنها همچنین اثر پارامتر مقیاس طول ماده و رفتار ویسکوالاستیک را بر اندازه مدول الاستیک موثر بررسی کردند. *ویسی گرگ آباد* و *همکاران*^[20] نیز اثر رفتارهای مختلف مواد شامل الاستیک، ویسکوالاستیک و غیرالاستیک به عنوان مدل های تغییر شکل ماده و اثر پارامترهای شدت غیرالاستیک و زمان رهاسازی (Relaxation Time) را بر ارتعاشات غیرخطی میکروتیرها مطالعه کردند. نتایج آنها نشان می دهد که شناسایی رفتار تنش- کرنش مواد استفاده شده در میکروسازه ها به منظور شناسایی مدل تغییر شکل ماده بسیار مهم خواهد بود. همچنین حل عددی آنها نشان داد که مودهای مرتبه بالا تاثیر بسیار کمی بر جوابها داشته و مود مرتبه اول می تواند به عنوان مود غالب در نظر گرفته شود.

بررسی تحقیقات انجام شده نشان می دهد که برخلاف مواد الاستیک، در مواد ویسکوالاستیک دو نوع ناپایداری آنی و پایا وجود دارد. یعنی اندازه مشخصه های ناپایداری وابسته به مهلت سازه برای تغییر شکل در برابر اعمال تحریک متفاوت خواهد بود. اما تحقیقات قبلی یا به مطالعه سیستم های صاف ویسکوالاستیک پرداخته اند و یا با انتخاب سازه های منحنی الاستیک انجام شده اند. یعنی مدل های تیر استفاده شده در سیستم های منحنی، بر تئوری

ویسکوالاستیک هستند و λ ضریب رهایی ماده می‌باشد. با لحاظ کردن اثر کشش صفحه میانی و صرف نظر کردن از نیروهای کزیمیر و واندروالس با توجه به ابعاد سازه، معادله حرکت حاکم بر انحراف عرضی $w(x, t)$ میکروتیر صاف ویسکوالاستیک مطابق مرجع [19] عبارت است از:

$$= \left\{ P_r + \frac{E_0 A}{2L} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \frac{dw_0(x)}{dx} \right] dx + \frac{A}{2L} \int_0^t \left(\frac{\partial E(t-t_0)}{\partial(t-t_0)} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial w(x, t_0)}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial w(x, t_0)}{\partial x} \frac{dw_0(x)}{dx} \right] dx \right) dt_0 \right\} \left\{ \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \frac{d^2 w_0(x)}{dx^2} \right\} + \frac{2(d - w_0(x) - w(x, t))^2}{\varepsilon b V^2(t)} \quad (۴)$$

به دلیل مرتبه بالای غیرخطی بودن معادله (۴)، حل دقیق آن میسر نمی‌باشد، لذا با استفاده از روش باقیمانده وزنی گالرکین پاسخ تقریبی آن به‌دست خواهد آمد. از آنجا که در تحلیل اکثر سیستم‌های دینامیکی مود ارتعاشی اول، مود غالب است، استفاده از تقریب تک‌مودی در بیش‌تر پژوهش‌ها (به عنوان مثال مراجع [22-24]) مورد استفاده قرار گرفته است. بنابراین در پژوهش حاضر نیز با استفاده از روش تجزیه گالرکین و تقریب تک‌مودی خواهیم داشت:

$$w(x, t) = f(t)\varphi(x) \quad (۵)$$

در این رابطه $f(t)$ یک تابع وابسته به زمان و مجهول است و $\varphi(x)$ بخش وابسته به موقعیت مکانی میکروتیر می‌باشد که در تطابق با شرایط مرزی و مشابه اغلب منابع نظیر [6, 19] برای آن از شکل مود ارتعاش آزاد تیر صاف دو سر گیردار مطابق رابطه (۶) استفاده می‌شود.

$$\varphi(x) = \cosh(4.73x) - \cos(4.73x) - 0.98\{\sinh(4.73x) - \sin(4.73x)\} \quad (۶)$$

برای دستیابی به نتایج جامع و امکان تفسیر آنها در شرایط کلی‌تر و همچنین به منظور داشتن محاسبات راحت در حل معادله حرکت، مشابه مراجع [13, 19] ابتدا آن را با استفاده از پارامترهای تعریف‌شده در جدول ۱ به شکل بی‌بعد تبدیل می‌کنیم.

جدول ۱) کمیت‌های بدون بعد

پارامتر	مقدار
مختصه طول	$\xi = \frac{x}{L}$
مختصه زمان	$\tau = t \sqrt{\frac{E_0 I}{\rho A L^4}}$
انحنای اولیه	$W_0 = \frac{w_0}{d + d_0}$
انحنای لحظه‌ای	$W = \frac{w}{d + d_0}$
نیروی محوری	$\bar{P}_r = \frac{P_r L^2}{E_0 I}$
ضریب ویسکوالاستیک	$\bar{B} = \frac{B}{E_0}$
پارامتر کشیدگی	$\alpha = 6 \left(\frac{d}{h} \right)^2$
پارامتر مقیاس طول	$\eta = \frac{\mu_0 A L^2}{E_0 I}$

با در نظر گرفتن مدل جامد استاندارد غیرالاستیک خطی مطابق رابطه (۲) برای نشان دادن رفتار ویسکوالاستیک و پس از بی‌بعدسازی معادله حرکت خواهیم داشت:

$$(1 + \eta) \left\{ f(\tau) \frac{\partial^4 \varphi(\xi)}{\partial \xi^4} - \bar{B} \bar{\lambda} \int_0^\tau e^{-\bar{\lambda}(\tau-\tau_0)} f(\tau_0) \frac{\partial^4 \varphi(\xi)}{\partial \xi^4} d\tau_0 \right\} + \varphi(\xi) \frac{\partial^2 f(\tau)}{\partial \tau^2} = \left[\bar{P}_r + \alpha \int_0^1 \left\{ \left(\frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi} \right)^2 f^2(\tau) + 2f(\tau) \frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi} \frac{dW_0(\xi)}{d\xi} \right\} d\xi \right]$$

$$(E_0 I + \mu_0 A L^2) \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \int_0^t \left(\frac{\partial E(t-t_0)}{\partial(t-t_0)} I + \frac{\partial \mu(t-t_0)}{\partial(t-t_0)} A L^2 \right) \frac{\partial^4 w(x, t_0)}{\partial x^4} dt_0 = \left\{ P_r + \frac{E_0 A}{2L} \int_0^L \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{A}{2L} \int_0^t \left(\frac{\partial E(t-t_0)}{\partial(t-t_0)} \int_0^L \left(\frac{\partial w(x, t_0)}{\partial x} \right)^2 dx \right) dt_0 \right\} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon b V^2(t)}{2(d - w(x, t))^2} \quad (۳)$$

در این رابطه E_0 مدول یانگ اولیه، I ممان اینرسی، μ_0 ضریب لامه اولیه، A سطح مقطع، l پارامتر اثر اندازه، ρ چگالی، $E(t)$ مدول یانگ وابسته به زمان، $\mu(t)$ ضریب لامه وابسته به زمان، P_r نیروی پسماند محوری، ε ثابت دی‌الکتریک محیط، b پهنای میکروتیر، $V(t)$ اختلاف پتانسیل و d فاصله بین راستای تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکتروود می‌باشد که برای میکروتیر صاف با اندازه گپ در تمام نقاط یکسان است. ذکر این نکته نیز ضروری است که برای میکروتیرهای نسبتاً پهن ($b > 5h$)، مدول الاستیسیته موثر با $E/(1 - \nu^2)$ جایگزین می‌شود که h ضخامت میکروتیر و ν ضریب پواسون می‌باشد. آخرین عبارت رابطه (۳) که اندازه نیروی الکتریکی را نشان می‌دهد، هم به ولتاژ و هم به خیز میکروتیر وابسته است. بنابراین در تقابل با نیروی مکانیکی و تعیین پایداری سیستم، ترکیب هر دو پارامتر با هم تعیین‌کننده خواهد بود.

در صورتی که مطابق شکل ۱، میکروتیر منحنی جایگزین میکروتیر صاف گردد، فاصله هر نقطه از تیر تا راستای تکیه‌گاه‌ها (اندازه تعیین‌کننده انحنای میکروتیر که از وضعیت اولیه میکروتیر صاف سنجیده می‌شود) و همچنین فاصله هر نقطه از میکروتیر منحنی تا الکتروود، نسبت به میکروتیر صاف به اندازه انحنای اولیه $W_0(x)$ تغییر خواهد کرد. از طرفی با دقت در رابطه (۳) می‌توان دریافت که جمله‌های طرف اول که مربوط به تغییرات انرژی پتانسیل و جنبشی هستند، به اندازه خیز (جابجایی) میکروتیر بستگی دارند ولی جملات طرف دوم آن به اندازه انحنای اولیه یا فاصله میکروتیر تا الکتروود وابسته می‌باشند. بنابراین در صورت استفاده از میکروتیر منحنی فقط جملات طرف دوم تغییر خواهند کرد. با توجه به رابطه (۱) که در آن انحنای اولیه با علامت منفی تعریف شده است، موقعیت هر نقطه از میکروتیر تا راستای تکیه‌گاه‌ها با $w(x, t) + W_0(x)$ جایگزین شده با این مقدار در رابطه (۳)، با توجه به فرض میکروتیر منحنی کم‌عمق، می‌توان عبارت $(dw_0(x)/dx)^2$ را ناچیز فرض کرده و از آن صرف نظر کرد. در این صورت معادله حرکت عرضی میکروتیر منحنی ویسکوالاستیک مطابق رابطه (۴) به‌دست خواهد آمد.

$$(E_0 I + \mu_0 A L^2) \frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \int_0^t \left(\frac{\partial E(t-t_0)}{\partial(t-t_0)} I + \frac{\partial \mu(t-t_0)}{\partial(t-t_0)} A L^2 \right) \frac{\partial^4 w(x, t_0)}{\partial x^4} dt_0$$

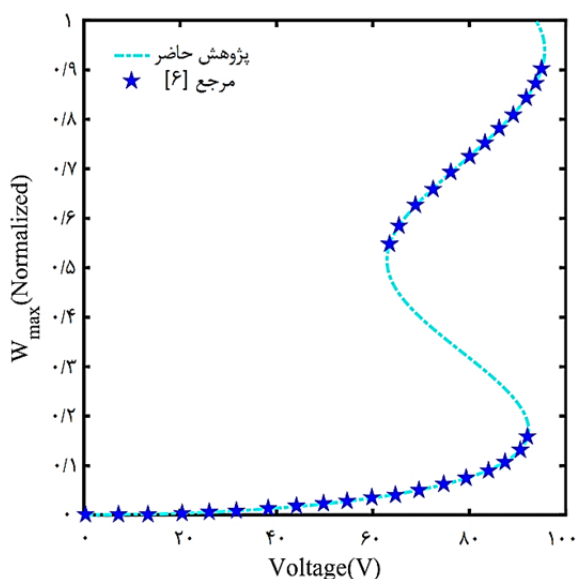
منحنی ویسکوالاستیک توسط نرم افزار متلب به دست آمده است. به منظور راستی آزمائی رویکرد حل مساله در پژوهش حاضر، پاسخ پیش بینی شده برای یک مساله نمونه با نتایج پژوهش های قبلی مقایسه شده است. اما با توجه به این که انحنا میکروتیر و رفتار ویسکوالاستیک دو ویژگی مهم تحقیق پیش رو می باشد و در تحقیقات قبلی مطالعه ای به طور هم زمان با در نظر گرفتن این دو انجام نشده است، صحت شبیه سازی هر یک از این دو ویژگی به طور جداگانه در مقایسه با موارد مشابه بررسی شده است.

برای بررسی صحت مدل سازی انحنا میکروتیر و دقت حل معادله آن، مطابق /وکاد و یونس^[6] رفتار میکروتیر الاستیکی با مشخصات جدول ۲ در برابر افزایش ولتاژ بررسی شده است. به این منظور تغییرات حداکثر خیز در برابر اختلاف پتانسیل به دست آمده و با نتایج آنها مقایسه شده است. نمودار ۱ مقایسه نتایج به دست آمده را نشان می دهد.

مطابقت عالی بین نمودارهای ترسیم شده در نمودار ۱ نشان می دهد که شبیه سازی انحنا میکروتیر و استخراج معادله حاکم بر آن به خوبی انجام شده و محاسبات و روش حل به کار رفته نیز تا رسیدن به پاسخ مساله با دقت کافی انجام شده است.

به طور مشابه به منظور صحت سنجی رفتار ویسکوالاستیک، مشابه *لی* و همکاران^[19] تغییرات حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای میکروتیری با ابعاد $L = 150 \mu m$, $b = 10 \mu m$, $h = 2 \mu m$ و $d = 2 \mu m$ و پارامترهای مکانیکی $E_0 = 166 GPa$, $\rho = 2300 kgm^{-3}$ و $\bar{B} = 0.16$ و $\nu = 0.22$ در دو حالت حدی آنی و پایا به دست آمده است. نمودار ۲ مقایسه نتایج به دست آمده با مرجع^[19] را نشان می دهد.

با توجه به نمودار ۲ نمودارهای به دست آمده در هر دو حالت آنی و پایا تا رسیدن به ناپایداری کاملاً بر هم منطبق هستند. یعنی رفتار پایداری سازه ویسکوالاستیک با رویکرد اتخاذ شده در پژوهش حاضر مطابقت خوبی با نتایج مرجع^[19] دارد و لذا شبیه سازی رفتار ویسکوالاستیک، حل معادله آن و پیش بینی مشخصه های ناپایداری سیستم دقت مناسبی داشته است و از اعتبار کافی برخوردار خواهد بود.



نمودار ۱) تغییرات حداکثر خیز میکروتیر منحنی الاستیک در برابر اختلاف پتانسیل برای پژوهش حاضر و مرجع^[6]

$$- \alpha \bar{B} \bar{\lambda} \int_0^{\tau} \left(e^{-\bar{\lambda}(\tau-\tau_0)} \int_0^1 \left(\frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi} \right)^2 f^2(\tau_0) + 2f(\tau) \frac{\partial \varphi(\xi)}{\partial \xi} \frac{dW_0(\xi)}{d\xi} \right) d\xi \Bigg|_{\tau_0} \left\{ f(\tau) \frac{\partial^2 \varphi(\xi)}{\partial \xi^2} + \frac{d^2 W_0(\xi)}{d\xi^2} \right\} + \beta \frac{V^2(\tau)}{(1-W_0(\xi) - f(\tau)\varphi(\xi))^2} \quad (7)$$

مقدار پارامترهای $\bar{\lambda}$ و β نیز مطابق رابطه (۸) می باشد.

$$\bar{\lambda} = \lambda \sqrt{\frac{\rho A L^4}{E_0 I}}, \beta = \frac{6 \varepsilon L^4}{E_0 h^3 d^3} \quad (8)$$

به منظور ساده سازی محاسبات و صفر کردن خطای حل تقریبی، طرفین رابطه (۷) را در $\varphi(\xi)[1-W_0(\xi) - f(\tau)\varphi(\xi)]^2$ ضرب کرده و از طرفین آن روی بازه صفر تا یک انتگرال می گیریم. با حل معادله حاصل، رابطه بین ولتاژ و پاسخ زمانی تابع خیز مشخص می گردد و با توجه به مشخص بودن شکل مود در هر فاصله از طول میکروتیر، رابطه زمانی- مکانی مابین ولتاژ و خیز در طول میکروتیر به دست می آید. از آنجا که ناپایداری از نقطه ای شروع می شود که بیشترین جابجایی را دارد، با توجه به رابطه بین ماکزیمم خیز به دست آمده و اختلاف پتانسیل می توان درباره رخ دادن ناپایداری اظهار نظر کرد. به این ترتیب که هرگاه در نمودار حداکثر خیز- ولتاژ، شیب خیز نسبت به اختلاف پتانسیل بی نهایت شود (مماس بر نمودار خیز- ولتاژ قائم باشد)، ناپایداری رخ خواهد داد.

معادله حاکم بر حرکت میکروتیر در رابطه (۷) نشان می دهد که عبارت اضافه شده به دلیل اثر رفتار ویسکوالاستیک بر کشش صفحه میانی، هم تراز با نیروی محوری خواهد بود. لذا به نظر می رسد که اثرگذاری این ویژگی بر رفتار سازه وابسته به حضور این نیرو و همچنین با توجه به نوع کششی یا فشاری آن متفاوت باشد. بنابراین ضروری به نظر می رسد که رفتار سیستم در حالت های گوناگون نیروی محوری بررسی گردد. به این منظور در پژوهش حاضر به بررسی اثر رفتار ویسکوالاستیک بر مشخصه های ناپایداری کشیدگی و اسنپ- تروی سیستم های میکروالکترومکانیکی منحنی در غیاب نیروی محوری و یا در حضور نیروهای پس ماند کششی و فشاری پرداخته خواهد شد. مطالعات صورت گرفته در این تحقیق روی سیستمی با مشخصات هندسی و مکانیکی داده شده در جدول ۲ انجام شده است.

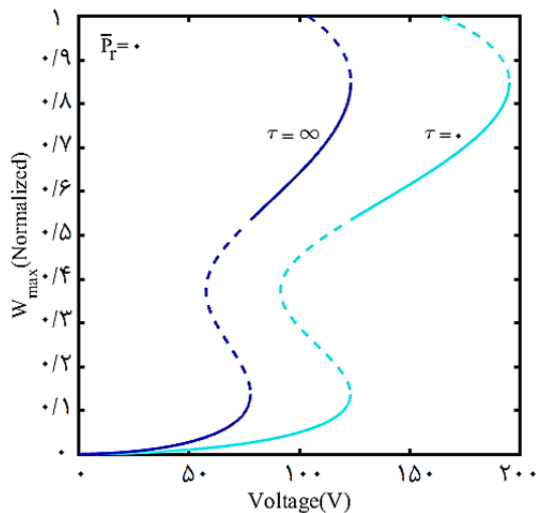
جدول ۲) مشخصات هندسی و مکانیکی میکروتیر منحنی ویسکوالاستیک

پارامتر	اندازه
طول (L)	1000 μm
پهنا (b)	30 μm
ضخامت (h)	2/4 μm
گپ (d)	10/1 μm
انحنای اولیه نقطه میانی (d ₀)	3/5 μm
مدول یانگ اولیه (E ₀)	166 GPa
ضریب واهلش (λ)	6000
ضریب پواسون (ν)	0/22
ضریب ویسکوالاستیک (B̄)	0/16
مقیاس طول (I)	0/15 μm
چگالی (ρ)	2322 kgm ⁻³

۳- اعتبارسنجی

حل عددی معادله نهایی به دست آمده برای حرکت عرضی میکروتیر

می‌شود و در نتیجه نسبت به میکروتیر صاف در موقعیتی نزدیک الکتروود دارای اختلاف پتانسیل کم‌تری خواهد بود. این ویژگی کمک می‌کند تا میکروتیر منحنی نسبت به میکروتیر صاف تا موقعیتی نزدیک‌تر به الکتروود همچنان پایدار بماند. یعنی اسنپ-ترو کمک می‌کند تا سیستم از درصد بیشتری از فضای گپ بین میکروتیر و الکتروود استفاده کند. دلیل ایجاد این مزیت آن است که اندازه نیروی الکتریکی هم به ولتاژ و هم به موقعیت میکروتیر بستگی دارد. پس ناپایداری که بخاطر غلبه‌کردن نیروی الکتریکی بر نیروی مکانیکی رخ می‌دهد نیز به اندازه هر دو مشخصه موقعیت میکروتیر و ولتاژ اعمالی بستگی خواهد داشت. یعنی اگر مقدار یکی از آنها خیلی کوچک باشد، دیگری می‌تواند مقادیر بزرگ‌تری را تحمل کند.



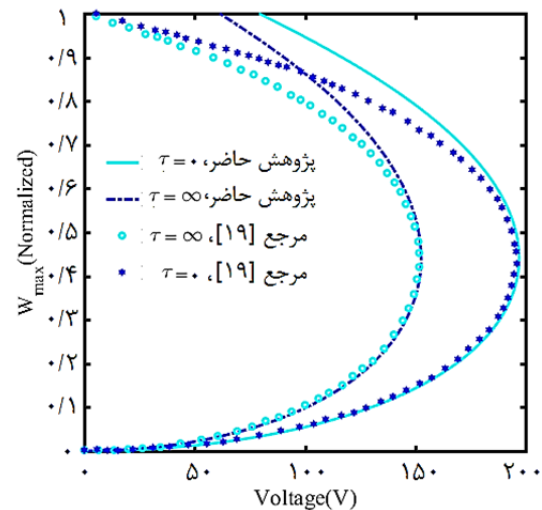
نمودار ۳) رابطه بین حداکثر جابجایی عرضی و اختلاف پتانسیل برای دو حالت آنی و پایا در غیاب نیروی محوری

مقایسه نمودارهای ۳ با یکدیگر نشان می‌دهد که با اندازه ولتاژ کوچک‌تری نسبت به حالت آنی، در حالت پایا پدیده‌های اسنپ-ترو و ناپایداری کشیدگی در نهایت رخ خواهند داد. بنابراین در حالت پایا که نماینده رفتار ویسکوالاستیک است، دو پدیده با اختلاف پتانسیل کم‌تری از حالت آنی که همان پاسخ الاستیک کامل می‌باشد، آغاز می‌شوند. یعنی هر چه سازه ویسکوالاستیک پس از اعمال تحریک زمان بیش‌تری داشته باشد، با ولتاژ تحریک کوچک‌تری دچار ناپایداری کشیدگی یا اسنپ-ترو خواهد شد. با توجه به روند تغییرات در نمودارها، اندازه موقعیت و ولتاژ شروع هر یک از این دو پدیده در حالت آنی و پایا به‌دست خواهد آمد. برای نمونه مورد بررسی که بدون نیروی محوری در نظر گرفته شده است، اندازه مشخصه‌های آغاز دو پدیده در حالت آنی و پایا مطابق جدول ۳ می‌باشد.

جدول ۳) مختصات ناپایداری آنی و پایا در غیاب نیروی محوری

	ناپایداری کشیدگی		اسنپ-ترو	
	ولتاژ (V)	خیز (Normalized)	ولتاژ (V)	خیز (Normalized)
آنی	۱۹۵/۴۳۱۰	۰/۸۴۷۵	۱۲۳/۴۷۳۳	۰/۱۳۶۵
پایا	۱۲۳/۶۰۱۴	۰/۸۴۷۵	۷۸/۰۹۱۴	۰/۱۳۶۵

همان طور که مقادیر جدول نشان می‌دهد در غیاب نیروی محوری فقط اندازه ولتاژ در دو حالت آنی و پایا با یکدیگر متفاوت بوده و موقعیت آغاز دو پدیده با یکدیگر یکسان است. این نتایج بیان



نمودار ۴) تغییرات حداکثر خیز میکروتیر صاف ویسکوالاستیک در برابر اختلاف پتانسیل برای پژوهش حاضر و مرجع [۱۹]

۴- وابستگی ناپایداری به فرصت زمانی

برخلاف ماده الاستیک که رفتار مکانیکی آن فقط توسط فنرها شکل می‌گیرد، اندازه جابجایی سازه ویسکوالاستیک توسط فنر و دمپر تعیین می‌شود. از طرفی عکس‌العمل دمپر به زمان موجود برای تغییر شکل بستگی دارد و در صورت ثابت بودن نیرو، جابجایی با گذشت زمان تغییر خواهد کرد. بنابراین همان طور که رابطه (۷) نشان می‌دهد، اندازه خیز ایجادشده در میکروتیر ویسکوالاستیک نیز به زمان موجود برای تغییر شکل آن (پارامتر τ) بستگی دارد. به همین دلیل در تحقیقات انجام‌شده دو نوع ولتاژ ناپایداری آنی و پایا برای میکروتیرهای ویسکوالاستیک پیش‌بینی شده است. حالت آنی که پاسخ سازه بلافاصله پس از اعمال نیرو است و با در نظر گرفتن $\tau = 0$ در معادله تعادل به‌دست خواهد آمد. این پاسخ در واقع نشان‌دهنده همان رفتار کاملاً الاستیک سازه می‌باشد و لذا تغییر شکل در یک لحظه رخ می‌دهد. اما پاسخ پایا به معنی حداکثر جابجایی ممکن سازه بدون داشتن محدودیت زمانی است که پس از رسیدن به این موقعیت، خیز آن با گذشت زمان تغییری نخواهد کرد. لذا پاسخ پایا با عکس‌العمل سازه در زمان بی‌نهایت یکسان خواهد بود و در روابط ریاضی با در نظر گرفتن $\tau = \infty$ در معادله تعادل به‌دست می‌آید. بنابراین به منظور بررسی اثر مهلت زمانی بر پایداری میکروتیر منحنی ویسکوالاستیک، می‌توان رفتار سازه را در این دو حالت حدی با یکدیگر مقایسه نمود. در این راستا ما کزیمم جابجایی عرضی میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل برای سیستمی با مشخصات انتخاب‌شده در جدول ۲، در دو حالت آنی و پایا محاسبه شده است. نمودار ۳ شماتیک تغییرات حداکثر خیز به ازای ولتاژ را در این دو حالت حدی و در غیاب نیروی محوری نشان می‌دهد.

در نمودار ۳ بخش‌های خط پیوسته نشان‌دهنده پایداری و خط چین‌ها معرف ناپایداری سیستم می‌باشند. بنابراین در میکروتیر منحنی با افزایش اختلاف پتانسیل ابتدا پدیده اسنپ-ترو رخ داده و با از دست رفتن موقتی پایداری سیستم، میکروتیر با یک جابجایی دامنه بزرگ به حالت پایدار دوم خود منتقل می‌شود. سپس با افزایش مجدد ولتاژ، در موقعیتی نزدیک‌تر به الکتروود پایداری سازه از دست می‌رود و به الکتروود زیرین خواهد چسبید. با رخ دادن اسنپ-ترو میکروتیر با تغییر موقعیت بین دو حالت پایدار خود، بدون افزایش ولتاژ به اندازه زیادی نزدیک الکتروود

نیروهای محوری کششی و فشاری محاسبه شده است. نتایج اندازه گیری این مشخصه ها در جدول های ۴ و ۵ آمده است.

جدول ۴) مختصات ناپایداری آنی و پایا در حضور نیروی محوری کششی

	ناپایداری کشیدگی		اسنپ- ترو	
	ولتاژ (V)	خیز (Normalized)	ولتاژ (V)	خیز (Normalized)
انی	۱۹۸/۱۷۹۲	۰/۸۴۳۱	۱۱۷/۲۳۱۶	۰/۱۵۴۵
پایا	۱۲۷/۹۵۱۰	۰/۸۳۶۵	۶۹/۴۶۲۱	۰/۱۸۸۰

جدول ۵) مختصات ناپایداری آنی و پایا در حضور نیروی محوری فشاری

	ناپایداری کشیدگی		اسنپ- ترو	
	ولتاژ (V)	خیز (Normalized)	ولتاژ (V)	خیز (Normalized)
انی	۱۹۲/۶۸۷۳	۰/۸۵۱۹	۱۳۰/۴۷۶۲	۰/۱۲۰۵
پایا	۱۱۹/۲۶۹۴	۰/۸۵۸۶	۸۹/۸۳۷۷	۰/۰۹۹۱

بنابراین حضور نیروی کششی سبب شده است تا در هر دو حالت آنی و پایا، اسنپ- ترو نسبت به وضعیت بدون نیروی محوری در موقعیت بزرگ تر و ولتاژ کوچک تر آغاز شود. اما برای مختصات ناپایداری کشیدگی نحوه تغییرات برعکس می باشد. یعنی در هر دو حالت آنی و پایا، ناپایداری در موقعیت کوچک تر و ولتاژ بزرگ تر شروع می شود. همچنین واضح است که مطابق انتظار و مشابه قبل، آستانه ولتاژ برای حالت آنی بیش تر از پایا می باشد ولی تاثیر داشتن مهلت زمانی بر موقعیت شروع ناپایداری با حالت بدون بار محوری متفاوت است. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که در حضور نیروی کششی برخلاف حالت قبل دیگر موقعیت آغاز ناپایداری آنی و پایا با یکدیگر برابر نیست. در این شرایط پدیده اسنپ- ترو در حالت پایا با خیزی بزرگ تر نسبت به حالت آنی و برعکس ناپایداری کشیدگی پایا در موقعیتی کوچک تر از آن آغاز می شود. بنابراین می توان گفت که در حضور نیروی کششی، هر چه مهلت زمانی سازه ویسکوالاستیک بیش تر باشد، موقعیت آغاز اسنپ- ترو بیش تر و برعکس موقعیت آغاز ناپایداری کشیدگی کم تر خواهد بود. یعنی همان طور که نمودار ۴ نیز نشان می دهد، بیش تر مهلت دادن به میکروتیر ویسکوالاستیک در حضور نیروی محوری کششی سبب می شود که فاصله بین آغاز دو پدیده از نظر جابجایی و اختلاف پتانسیل کاهش یابد.

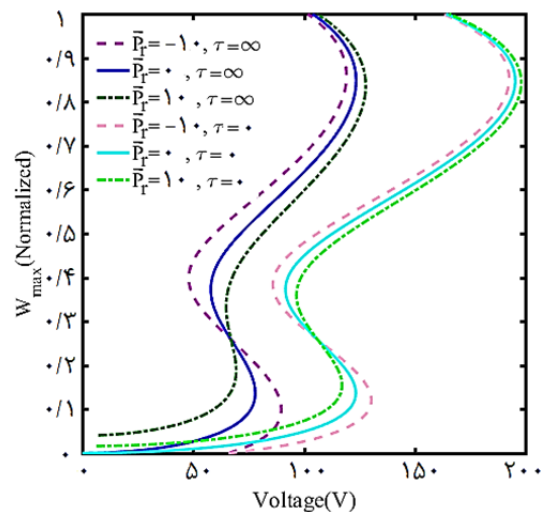
به طور مشابه در حضور نیروی محوری فشاری نیز اندازه موقعیت و اختلاف پتانسیل آغاز پدیده های اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی محاسبه شده است. اندازه این مختصات مطابق جدول ۵ می باشد. مقایسه داده های جداول ۳ و ۵ نشان می دهد که نیروی کششی باعث کاهش موقعیت و افزایش ولتاژ شروع اسنپ- ترو و افزایش موقعیت و کاهش ولتاژ ناپایداری کشیدگی شده است. نتایج حالت پایا و آنی در حضور نیروی محوری فشاری نشان می دهد که هر چه بعد از اعمال تحریک مهلت سازه برای تغییر شکل بیش تر باشد، اسنپ- ترو در موقعیت کوچک تر و ولتاژ پایین تر و ناپایداری کشیدگی در موقعیت بزرگ تر و اختلاف پتانسیل کوچک تر رخ خواهد داد. لذا در حضور نیروی محوری فشاری و در صورت دادن فرصت تغییر شکل بیش تر، فاصله مکانی بین موقعیت رخ دادن اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی بیش تر و برعکس اندازه اختلاف ولتاژی آغاز این دو پدیده کم تر خواهد شد.

۵- اثر ضریب ویسکوالاستیک

یکی از پارامترهای رفتار ویسکوالاستیک، ضریب \bar{B} در رابطه (۷) است که نشان دهنده سهم ویسکوز رفتار ماده در برابر سهم الاستیک آن

می کند که آستانه تحمل ولتاژ میکروتیر ویسکوالاستیک در حالت حدی پایا کم تر از حالت آنی است. بنابراین انتظار می رود که اگر مهلت سازه برای تغییر شکل بین این دو مقدار حدی باشد (یعنی زمانی بین صفر و بی نهایت)، ولتاژ آغاز اسنپ- ترو بین دو مقدار ۷۸/۰۹۱۴ و ۱۲۳/۴۷۳۳ ولت تغییر کند و آغاز ناپایداری کشیدگی نیز در مقداری بین ۱۲۳/۶۰۱۴ تا ۱۹۵/۴۳۱۰ ولت واقع شود. بنابراین هر چه فرصت سازه کم تر باشد، تغییر شکل ایجاد شده تا رسیدن به یک ولتاژ مشخص، کوچک تر خواهد بود. یعنی میکروتیر با یک ولتاژ تحریک مشخص در فاصله دورتری از الکتروود قرار خواهد گرفت. در این صورت اندازه نیروی الکتریکی نیز کوچک تر بوده و برای غلبه بر نیروی مکانیکی و ناپایداری سازه کافی نخواهد بود و در نتیجه تا اختلاف پتانسیل بالاتری سازه همچنان پایدار باقی خواهد ماند. بنابراین هر چه فرصت سازه برای تغییر شکل کم تر باشد، آستانه تحمل ولتاژ سیستم گسترده تر خواهد شد.

به طور مشابه برای بررسی اثر رفتار ویسکوالاستیک بر مختصات پایداری سیستم در حضور نیروی محوری، رفتار میکروتیر در حضور نیروهای محوری کششی و فشاری به ترتیب با در نظر گرفتن نیروهای محوری بی بعد شده $\bar{P}_r = 10$ و $\bar{P}_r = -10$ مطالعه شده است. مشابه قبل در این دو حالت نیز اندازه حداکثر خیز به ازای ولتاژهای مختلف به دست آمده است. به منظور مقایسه بهتر نتایج و تعیین مشخصه های ناپایداری، نمودارهای تغییرات حداکثر خیز در برابر اختلاف پتانسیل برای سه حالت مختلف نیروی محوری در نمودار ۴ رسم شده اند.

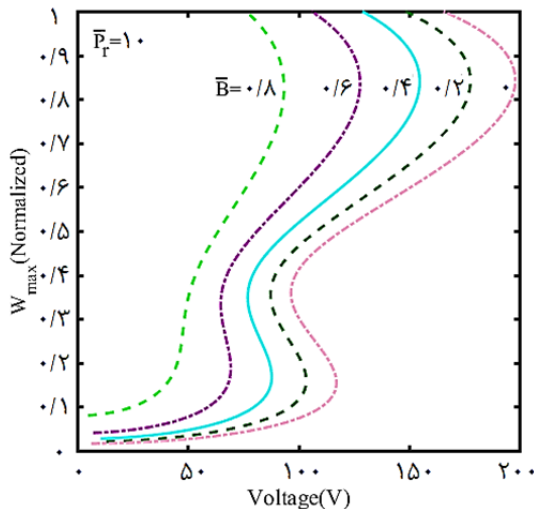


نمودار ۴) رابطه بین حداکثر جابجایی عرضی و اختلاف پتانسیل برای دو حالت آنی و پایا، در سه حالت مختلف بارگذاری محوری

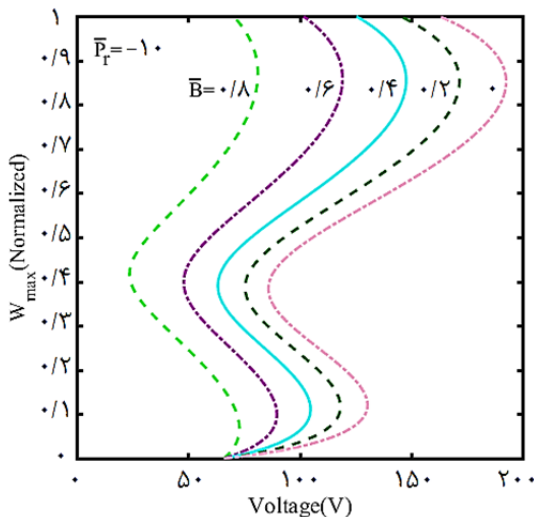
همان طور که پیش بینی می شد، نمودار ۴ نیز نشان می دهد که حضور یا عدم حضور نیروی محوری و همچنین کششی یا فشاری بودن آن بر چگونگی جابجایی سازه تاثیرگذار است. در هر یک از سه حالت مختلف نیروی محوری در نمودار ۴، مقایسه پاسخ آنی و پایا نشان می دهد که دادن فرصت تغییر شکل به سازه ویسکوالاستیک باعث تغییر اندازه مشخصه های آغاز اسنپ- ترو و ناپایداری شده است. به این صورت که در هر سه حالت، اندازه ولتاژ شروع ناپایداری ها کاهش یافته اما چگونگی تاثیر مهلت زمانی تغییر شکل بر موقعیت ناپایداری ها در این سه حالت متفاوت است. مشابه قبل برای بررسی دقیق تر موضوع، مشخصات آغاز هر یک از دو پدیده اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی در حضور

شد. این شکل همچنین نشان می‌دهد که با بیش‌تر شدن سهم ویسکوز، اندازه ولتاژ آغاز اسنپ-ترو و ناپایداری کشیدگی کم‌تر خواهد شد. از طرفی با بزرگ‌تر شدن ضریب ویسکوالاستیک، ظرفیت افزایش ولتاژ سازه پس از رخ‌دادن اسنپ-ترو کاهش خواهد یافت. مقایسه نمودارهای ۶ با یکدیگر همچنین نشان می‌دهد که بر خلاف حالت بدون بار محوری، در این حالت موقعیت شروع ناپایداری‌ها با تغییر اندازه خاصیت ویسکوالاستیک جابجا خواهد شد.

به طور مشابه در حضور نیروی محوری فشاری بی‌بعد شده $\bar{P}_r = -10$ نیز اندازه حداکثر خیز پایا به ازای اختلاف پتانسیل در شدت‌های مختلف رفتار ویسکوالاستیک به دست آمده است. برای تعیین اندازه موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری‌ها در هر حالت، نمودارهای تغییرات حداکثر خیز در برابر ولتاژ مطابق نمودار ۷ رسم شده است.



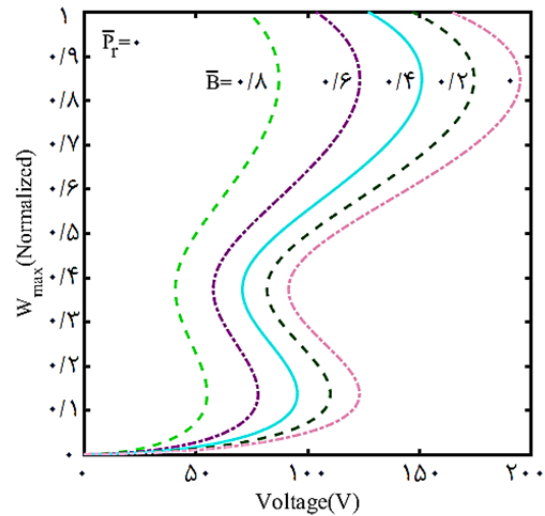
نمودار ۶) اثر ضریب ویسکوالاستیک بر رابطه بین حداکثر جابجایی پایا و اختلاف پتانسیل در حضور نیروی محوری کششی



نمودار ۷) اثر ضریب ویسکوالاستیک بر رابطه بین حداکثر جابجایی پایا و اختلاف پتانسیل در حضور نیروی محوری فشاری

نمودار ۷ نشان می‌دهد بر خلاف دو حالت قبلی، در حضور نیروی محوری فشاری با شروع تحریک از مقدار صفر، حرکت میکروتیر به سمت الکتروود آغاز نشده است. در واقع تغییر شکل میکروتیر پس از صرف مقداری از تحریک برای غلبه بر نیروی فشاری شروع شده

می‌باشد. در این قسمت به منظور نشان‌دادن اثر این پارامتر بر پایداری سازه، اندازه حداکثر خیز پایا در برابر ولتاژ به ازای اندازه‌های مختلف این ضریب در سه حالت مختلف نیروی محوری محاسبه شده است. در غیاب نیروی محوری، روند تغییرات حداکثر خیز در برابر ولتاژ مطابق نمودار ۵ به دست آمده است.

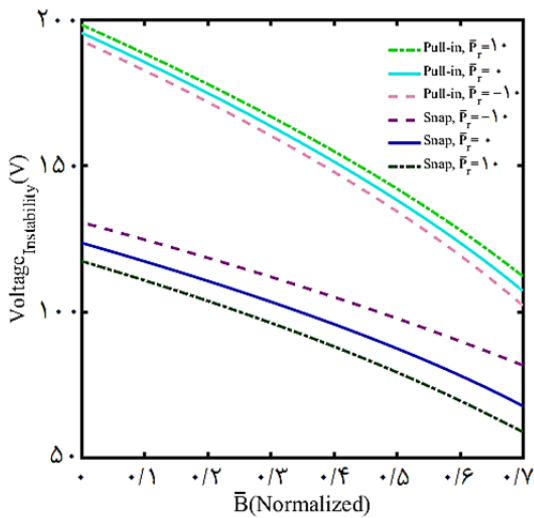


نمودار ۵) اثر ضریب ویسکوالاستیک بر رابطه بین حداکثر جابجایی پایا و اختلاف پتانسیل در غیاب نیروی محوری

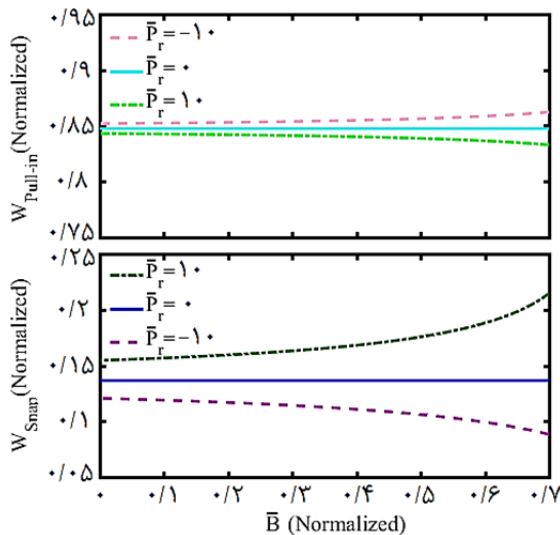
با مقایسه نمودارهای رسم شده در نمودار ۵ می‌توان دریافت که در غیاب نیروی محوری هر چه ضریب ویسکوالاستیک کوچک‌تر و به صفر نزدیک‌تر باشد، اسنپ-ترو و ناپایداری پایای سازه در ولتاژ بزرگ‌تری رخ می‌دهد و برعکس هر چه این ضریب بزرگ‌تر و به یک نزدیک‌تر باشد، سازه با ولتاژ خیلی کم‌تری در نهایت و با گذشت زمان پایداری خود را از دست خواهد داد. ضریب ویسکوالاستیک در واقع نشان‌دهنده سهم رفتار ویسکوز ماده در برابر رفتار الاستیک می‌باشد. بنابراین هر چه این ضریب به یک نزدیک‌تر باشد رفتار ماده به ویسکوز شبیه‌تر می‌شود و بخش اصلی تغییر شکل در ازامدت رخ خواهد داد و در نتیجه با اندازه ولتاژ کم‌تری سازه ناپایدار شده و به الکتروود زیرین خواهد چسبید. نمودارهای رسم‌شده در اندازه‌های مختلف ضریب ویسکوالاستیک نیز نشان می‌دهد که مشابه قبل این ویژگی ماده در غیاب نیروی محوری هیچ تاثیری بر موقعیت آغاز ناپایداری‌ها ندارد. با توجه به نمودار ۵ همچنین می‌توان نتیجه گرفت که هر چه خاصیت ویسکوالاستیک شدیدتر باشد، اندازه ولتاژهای آغاز پدیده‌های اسنپ-ترو و ناپایداری کشیدگی به هم نزدیک‌تر خواهند شد. یعنی نسبت به مدل الاستیک، در میکروتیر ویسکوالاستیک فاصله ولتاژی بین این دو پدیده کم شده و پس از رخ‌دادن اسنپ-ترو، قابلیت افزایش ولتاژ کم‌تری تا قبل از ناپایدار شدن وجود خواهد داشت. در راستای بررسی جامع‌تر اثر ضریب ویسکوالاستیک بر مولفه‌های تعیین‌کننده ناپایداری، رفتار پایای سازه در حضور نیروهای محوری کششی و فشاری نیز به ازای ضرایب ویسکوالاستیک مختلف مشخص شده است. نمودار ۶ روند تغییرات حداکثر خیز پایا در برابر اختلاف پتانسیل را در حضور نیروی محوری کششی بی‌بعد شده $\bar{P}_r = 10$ نشان می‌دهد.

با توجه به نمودار ۶ می‌توان گفت که در حضور نیروی محوری کششی اگر سهم ویسکوز ماده از حد مشخصی بیش‌تر شود، علی‌رغم داشتن میکروتیر منحنی پدیده اسنپ-ترو حذف خواهد

فاصله رخ دادن دو پدیده، نمودار تغییرات موقعیت دو پدیده در کنار یکدیگر رسم شده است.



نمودار ۸) اثر ضریب ویسکوالاستیک بر اندازه ولتاژ اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی در سه حالت مختلف بارگذاری محوری



نمودار ۹) اثر ضریب ویسکوالاستیک بر اندازه موقعیت اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی در سه حالت مختلف بارگذاری محوری

مقایسه نمودارهای ۹ نشان می‌دهد که بر خلاف حالت بدون بار محوری که علی‌رغم بیش‌تر شدن سهم ویسکوز رفتار ماده، موقعیت شروع اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی ثابت است، اندازه این موقعیت‌ها در حضور بار محوری به اندازه ضریب ویسکوالاستیک وابسته خواهد بود. به این ترتیب که با بزرگ‌تر شدن اندازه این ضریب، اسنپ- ترو در حضور بار محوری کششی و ناپایداری کشیدگی در حضور بار محوری فشاری در موقعیت‌های بزرگ‌تر رخ می‌دهند و برعکس از اندازه موقعیت اسنپ- ترو در حضور بار محوری فشاری و ناپایداری کشیدگی در حضور بار محوری کششی کاسته می‌شود. بنابراین با توجه به نتایج به‌دست آمده می‌توان گفت در حضور بار محوری کششی قابلیت جابجایی توام با پایداری میکروتیر پس از آغاز اسنپ- ترو با افزایش خاصیت ویسکوالاستیک کم می‌شود و برعکس در حضور نیروی فشاری، هر چه سهم ویسکوز رفتار ماده بیش‌تر شود، میکروتیر با جابجایی

است. مطابق انتظار در حضور این نیرو نیز با بیش‌تر شدن سهم ویسکوز ماده، اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی با اندازه ولتاژهای کوچک‌تری رخ خواهند داد. همچنین مشابه حالت‌های قبلی با شدیدتر شدن سهم ویسکوز ماده، ظرفیت افزایش ولتاژ پس از رخ دادن اسنپ- ترو تا رسیدن به ناپایداری کشیدگی کم‌تر خواهد شد. نمودار ۷ نشان می‌دهد حضور نیروی محوری فشاری سبب شده است که حتی در ضرایب ویسکوالاستیک بزرگ نیز بر خلاف دو حالت قبلی پس از رخ دادن اسنپ- ترو روند تغییر حداکثر خیز در برابر ولتاژ چندان تفاوتی با حالت الاستیک کامل نداشته باشد. یعنی پس از رخ دادن اسنپ- ترو با کاهش زیاد ولتاژ همچنان خیز ماکزیمم بیش‌تر می‌شود و افزایش خاصیت ویسکوالاستیک باعث از بین رفتن تمایل سازه برای داشتن هر دو پدیده اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی به طور جداگانه نشده است.

با توجه به نمودارهای ۵ تا ۷ می‌توان دریافت که در حالت‌های مختلف بار محوری، با شدیدتر شدن خاصیت ویسکوالاستیک ماده، اندازه اختلاف پتانسیل آغاز پدیده‌های اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی کاهش می‌یابد. اما اثر این ویژگی بر موقعیت و فاصله این دو پدیده از نظر ولتاژ به وضوح مشخص نیست. بنابراین به منظور بررسی کمی و دقیق‌تر چگونگی تاثیر رفتار ویسکوالاستیک بر اندازه اختلاف پتانسیل و موقعیت این دو پدیده و همچنین بر قابلیت افزایش ولتاژ سیستم بین آنها، ولتاژ و موقعیت آغاز دو پدیده در حالت پایا و برای شدت‌های مختلف رفتار ویسکوالاستیک اندازه‌گیری شده است. شماتیک این تغییرات در نمودارهای ۸ و ۹ ترسیم شده است.

اندازه ولتاژ آغاز اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی با توجه به رفتار پایای سازه در مقادیر مختلف ضریب ویسکوالاستیک و برای سه حالت مختلف بار محوری در نمودار ۸ نشان داده شده است. مطابق این شکل نیز هر چه سهم ویسکوز رفتار ماده بیش‌تر باشد، در اختلاف پتانسیل کوچک‌تری پدیده‌های اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی در رفتار پایای سیستم مشاهده خواهند شد. همچنین با مقایسه نمودارهای ولتاژ اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی در هر یک از سه حالت نیروی محوری می‌توان دریافت که با بزرگ‌تر شدن ضریب ویسکوالاستیک، اختلاف بین اندازه ولتاژ دو پدیده شدیداً کاهش می‌یابد. یعنی در هر سه حالت نیروی محوری هر چه سهم ویسکوز رفتار ماده بیش‌تر باشد، سیستم با افزایش ولتاژ کم‌تری پس از اسنپ- ترو نسبت به حالت الاستیک دچار ناپایداری کشیدگی شده و به الکتروود ثابت خواهد چسبید. مقایسه اندازه ولتاژ آغاز دو پدیده برای سه حالت نیروی محوری نیز نشان می‌دهد که در یک ضریب ویسکوالاستیک مشخص، مقدار ولتاژهای ناپایداری کشیدگی به هم نزدیک هستند ولی ولتاژهای اسنپ- ترو اختلاف بیش‌تری با یکدیگر دارند. بنابراین می‌توان گفت اثر نیروی محوری بر ولتاژ اسنپ- ترو بیش‌تر از ناپایداری کشیدگی می‌باشد. این شکل همچنین نشان می‌دهد که اختلاف ولتاژ بین رخ دادن دو پدیده در حضور نیروی فشاری از همه کم‌تر و برای نیروی کششی از همه بیش‌تر خواهد بود.

به طور مشابه به منظور بررسی دقیق‌تر اثر رفتار ویسکوالاستیک بر موقعیت شروع ناپایداری، به ازای مقادیر متفاوت ضریب ویسکوالاستیک اندازه موقعیت شروع هر یک از پدیده‌های اسنپ- ترو و ناپایداری کشیدگی در شرایط مختلف بار محوری به کمک نمودارهای رسم شده ۵ تا ۷ تعیین شده است. شماتیک نمودار ترسیم‌شده با استفاده از نتایج به‌دست آمده مطابق نمودار ۹ خواهد بود. در این شکل به منظور مقایسه بهتر و نشان دادن تغییرات

بیش‌تر و تا نقطه‌ای نزدیک‌تر به الکتروود همچنان پایدار خواهد ماند.

۶- بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به وجود کم و بیش خاصیت ویسکوالاستیک در تمام مواد و بخصوص در سیلیکون‌ها که به عنوان ماده پایه برای ساخت سیستم‌های میکروالکترومکانیکی استفاده می‌شوند، لازمه دست‌یابی به طرح‌های دقیق، لحاظ کردن رفتار ویسکوالاستیک در آنها خواهد بود. با توجه به ماهیت رفتار ویسکوالاستیک انتظار می‌رود که در صورت اعمال اختلاف پتانسیل، سازه ساخته شده با این ویژگی دارای یک انحراف آبی اولیه و همچنین مقداری انحراف پایا وابسته به زمانی که به آن داده می‌شود، باشد. این پژوهش نیز مشابه تحقیقات قبلی در سیستم‌های ویسکوالاستیک دو نوع ناپایداری آبی و پایا را پیش‌بینی می‌کند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که رفتار ویسکوالاستیک شدیدتر باعث می‌شود که پدیده‌های اسنپ-ترو و ناپایداری کشیدگی در اختلاف پتانسیل کوچک‌تری نسبت به سازه الاستیک آغاز شوند. این نتایج همچنین نشان می‌دهند هر چه ماده ضریب ویسکوالاستیک بزرگ‌تری داشته باشد، پس از رخ دادن اسنپ-ترو اجازه افزایش ولتاژ کم‌تری برای همچنان پایدارماندن سیستم خواهیم داشت. از آنجا که در تعیین اندازه نیروی الکتریکی به عنوان عامل اصلی شروع ناپایداری، اندازه خیز و اختلاف پتانسیل هر دو مهم هستند، اگر سبب کاهش نرخ افزایش یکی از آنها شویم، آستانه تحمل دیگری افزایش خواهد یافت و یا برعکس اگر یکی از آنها با نرخ بیش‌تر از معمول افزایش یابد، آستانه تحمل دیگری کم‌تر خواهد شد. بنابراین در سازه ویسکوالاستیک که خیز بیش‌تری از سازه الاستیک خواهد داشت، در یک ولتاژ مشخص، اندازه نیروی الکتریکی بزرگ‌تر خواهد بود و در نتیجه سیستم با اختلاف پتانسیل کوچک‌تری ناپایدار خواهد شد.

مشخصه دیگر در تعیین آغاز ناپایداری‌ها، موقعیت میکروتیر می‌باشد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که تاثیر رفتار ویسکوالاستیک بر موقعیت ناپایداری در غیاب نیروی محوری و یا در حضور بارهای محوری کششی و فشاری متفاوت خواهد بود. به این ترتیب که در غیاب نیروی محوری، موقعیت ناپایداری سازه الاستیک و ویسکوالاستیک با یکدیگر یکسان هستند. اما در حضور نیروی محوری کششی با افزایش سهم ویسکوز رفتار ماده، موقعیت اسنپ-ترو افزایش و موقعیت ناپایداری کشیدگی کاهش می‌یابد. یعنی با افزایش این ویژگی، قابلیت جابجایی میکروتیر پس از اسنپ-ترو کاهش می‌یابد. نحوه اثرگذاری این ضریب در حضور نیروی محوری فشاری برعکس حالت کششی می‌باشد و با افزایش سهم ویسکوز رفتار ماده، موقعیت اسنپ-ترو کاهش و موقعیت ناپایداری کشیدگی افزایش می‌یابد. بنابراین در این حالت با شدیدتر شدن خاصیت ویسکوالاستیک، میکروتیر پس از آغاز اسنپ-ترو تا رسیدن به نقطه ناپایداری کشیدگی اجازه تغییر شکل بیش‌تری خواهد داشت.

نتایج به دست آمده در پژوهش حاضر نشان می‌دهد که اندازه مشخصه‌های آغاز پدیده‌های اسنپ-ترو و ناپایداری کشیدگی در دو حالت آبی (بدون مهلت زمانی) و پایا (مهلت زمانی بی‌نهایت) با یکدیگر متفاوت می‌باشد. بنابراین اگر مهلت تغییر شکل سازه بین این دو مقدار حدی تغییر کند، اندازه مشخصه‌های ناپایداری نیز بین دو مقدار آبی و پایای خود تغییر خواهند کرد. بنابراین نرخ افزایش ولتاژ که تعیین‌کننده سرعت تغییر شکل (یا به عبارت دیگر همان مهلت سازه برای تغییر شکل) می‌باشد نیز می‌تواند بر مشخصات تعیین‌کننده ناپایداری تاثیرگذار باشد. زیرا هر چه به سازه مهلت

بیش‌تری داده شود، در یک ولتاژ مشخص به خیز بیش‌تری دست خواهد یافت و در نتیجه آستانه تحمل ولتاژ آن کم‌تر خواهد شد. در این راستا برای ادامه کار و تحقیقات بیش‌تر پیشنهاد می‌شود که با در نظر گرفتن ولتاژ متناوب مناسب، تاثیر نرخ افزایش ولتاژ و یا حتی اثر دامنه و فرکانس ولتاژ متناوب بر رفتار دینامیکی میکروتیر منحنی با در نظر گرفتن رفتار ویسکوالاستیک بررسی شود.

- تشکر و قدردانی:** موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.
تاییدیه اخلاقی: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.
تعارض منافع: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.
سهم نویسندگان: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.
منابع مالی: موردی توسط نویسندگان گزارش نشده است.

۷- فهرست علائم

A	سطح مقطع (m^2)
b	پهنای میکروتیر (μm)
B	مدول خزش (GPa)
d	اندازه گپ میکروتیر صاف (μm)
d_0	حداکثر انحنای اولیه میکروتیر (μm)
$E(t)$	مدول یانگ وابسته به زمان
E_0	مدول یانگ اولیه (GPa)
f	بخش زمانی تابع خیز
h	ضخامت میکروتیر (μm)
I	ممان اینرسی
l	مقیاس طول (μm)
L	طول میکروتیر (μm)
\bar{P}_r	تنش پسماند بی‌بعد
V	اختلاف پتانسیل (V)
W	خیز بی‌بعد میکروتیر
W_0	انحنای اولیه بی‌بعد میکروتیر
Z	مدول پایا (GPa)

علائم یونانی

α	پارامتر کشیدگی
β	پارامتر ولتاژ
ϵ	ثابت دی الکتریک محیط ($C^2 N^{-1} m^{-2}$)
η	پارامتر بی‌بعد مقیاس اندازه
λ	مدول رهائی
$\mu(t)$	ضریب لامه وابسته به زمان
μ_0	ضریب لامه اولیه
ν	ضریب پواسون
ξ	مختصه طول بی‌بعد
ρ	چگالی (kgm^{-3})
τ	زمان بی‌بعد
φ	بخش مکانی تابع خیز

منابع

- 1- Taylor GI. The coalescence of closely spaced drops when they are at different electric potentials. Proceedings of the Royal Society A. 1968;306(1487):19680159.
- 2- Nathanson HC, Newell WE, Wickstrom RA, Davis JR. The resonant gate transistor. IEEE Transactions on Electron Devices. 1967;14(3):117-133.
- 3- Qiu J, Lang JH, Slocum AH. A centrally-clamped parallel-beam bistable MEMS mechanism. 14th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No.01CH37090), 25-25 Jan 2001,

of fatigue and creep of electroplated nickel. *Sensors and Actuators A Physical*. 2003;103(1-2):156-164.

15- Lee HJ, Zhang P, Bravman JC. Stress relaxation in free-standing aluminum beams. *Thin Solid Films*. 2005;476(1):118-124.

16- Fu YM, Zhang J. Nonlinear static and dynamic responses of an electrically actuated viscoelastic microbeam. *Acta Mechanica Sinica*. 2009;25(2):211-218.

17- Ghayesh MH, Farokhi H, Hussain Sh. Viscoelastically coupled size-dependent dynamics of microbeams. *International Journal of Engineering Science*. 2016;109:243-255.

18- Attia MA, Mohamed SA. Nonlinear modeling and analysis of electrically actuated viscoelastic microbeams based on the modified couple stress theory. *Applied Mathematical Modelling*. 2017;41:195-222.

19- Li L, Zhang Q, Wang W, Han J. Dynamic analysis and design of electrically actuated viscoelastic microbeams considering the scale effect. *International Journal of Non Linear Mechanics*. 2017;90:21-31.

20- Veysi Gorgabad A, Rezazadeh Gh, Shabani R. A study on the nonlinear vibrations of electrostatically actuated micro beams with anelastic stress-strain behavior. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(7):197-206. [Persian]

21- Ramini AH, Hennawi QM, Younis MI. Theoretical and experimental investigation of the nonlinear behavior of an electrostatically actuated in-plane MEMS arch. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2016;25(3):570-578.

22- Qian YH, Ren DX, Lai SK, Chen SM. Analytical approximations to nonlinear vibration of an electrostatically actuated microbeam. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2012;17(4):1947-1955.

23- Fu Y, Zhang J, Wan L. Application of the energy balance method to a nonlinear oscillator arising in the microelectromechanical system (MEMS). *Current Applied Physics*. 2011;11(3):482-485.

24- Batra RC, Porfiri M, Spinello D. Vibrations of narrow microbeams predeformed by an electric field. *Journal of Sound and Vibration*. 2008;309(3-5):600-612.

Interlaken, Switzerland. Piscataway: IEEE; 2001.

4- Zhang Y, Wang Y, Li Z, Huang Y, Li D. Snap-through and pull-in instabilities of an arch-shaped beam under an electrostatic loading. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2007;16(3):684-693.

5- Zhang Y, Wang Y, Li Z. Analytical method of predicting the instabilities of a micro arch-shaped beam under electrostatic loading. *Microsystem Technologies*. 2010;16(6):909-918.

6- Ouakad HM, Younis MI. The dynamic behavior of MEMS arch resonators actuated electrically. *International Journal of Non Linear Mechanics*. 2010;45(7):704-713.

7- Moghimi Zand M. The dynamic pull-in instability and snap-through behavior of initially curved microbeams. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. 2012;19(6):485-491.

8- Salehi Kolahi MR, Moeinkhah H. Non-linear vibration of curved microbeam under electrostatic actuation by using reduced order model and finite element simulation. *Modares Mechanical Engineering*. 2018;17(12):514-522. [Persian]

9- Bethe K, Baumgarten D, Frank J. Creep of sensor's elastic elements: Metals versus non-metals. *Sensors and Actuators A Physical*. 1990;23(1-3):844-849.

10- Elwenspoek M, Jansen HV. *Silicon micromachining*. Cambridge UK: Cambridge University Press; 2004.

11- Schmid S, Senn P, Hierold C. Electrostatically actuated nonconductive polymer microresonators in gaseous and aqueous environment. *Sensors and Actuators A Physical*. 2008;145-146:442-448.

12- Yan X, Brown WL, Li Y, Papapolymerou J, Palego C, Hwang JCM, et al. Anelastic stress relaxation in gold films and its impact on restoring forces in MEMS devices. *Journal of Microelectromechanical Systems*. 2009;18(3):570-576.

13- Tuck K, Jungen A, Geisberger A, Ellis M, Skidmore G. A study of creep in polysilicon MEMS devices. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 2005;127(1):90-96.

14- Larsen KP, Rasmussen AA, Ravnkilde JT, Ginnerup M, Hansen O. MEMS device for bending test: Measurements