



## Multi-Objective Optimal Design and Natural Frequency Analysis of Shape Memory Alloy Composite Beams Using Genetic Algorithm

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Nazari F.<sup>1</sup> MSc,  
Abolbashari M.H.\*<sup>1</sup> PhD,  
Hosseini S.M.<sup>2</sup> PhD

#### How to cite this article

Nazari F, Abolbashari M.H, Hosseini S.M. Multi-Objective Optimal Design and Natural Frequency Analysis of Shape Memory Alloy Composite Beams Using Genetic Algorithm. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(10):2499-2509.

### ABSTRACT

Shape memory alloys (SMAs) are a new generation of smart materials which was the subject of researches in recent years. In this study, SMAs are employed to improve the vibrational and structural behavior of composite beams. A numerical solution was presented for natural frequency analysis of the clamped-clamped beam and the obtained results were validated with results of available references. Two main goals were followed in this study: first, analysis the influences of effective design parameters of embedded SMA wires on natural frequencies of composite beams and second, optimal design of SMAs to improve the vibrational and structural behavior of composite beam. In the first step, the effect of design parameters of shape memory alloy wires including the number and the diameter of wires on natural frequencies and total mass of structure was studied. In the second step, maximization of the first natural frequency of the structure and minimization of the total weight of the structure was the objective function of multi-objective optimization process which was performed by employing the genetic algorithm and weighted sum optimization approach. The obtained results of optimization processes confirmed the high efficiency of the proposed approach to improve the vibrational and structural properties of Shape memory alloys composite beam.

**Keywords** Shape Memory Alloy Composites; Optimal Design; Genetic Algorithm; Natural Frequency

<sup>1</sup>Mechanical Department, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

<sup>2</sup>Industrial Department, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

#### \*Correspondence

Address: Mechanical Department, Engineering Faculty, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran  
Phone: +98 (51) 38805004  
Fax: +98 (51) 38807185  
abolbash@um.ac.ir

#### Article History

Received: April 5, 2018  
Accepted: February 23, 2019  
ePublished: October 22, 2019

### CITATION LINKS

[1] Structural modification of simply-supported laminated plates using embedded shape memory alloy fibers [2] Dynamics of multilayered composite plates with shape memory alloy wires [3] Control of natural frequencies of a clamped-clamped composite beam with embedded shape memory alloy wires [4] Dynamic stability of a shape memory alloy wire reinforced composite beam [5] Control of the natural frequencies of nitinol-reinforced composite beams [6] Active vibration control of elastic beam by means of shape memory alloy layers [7] Stress analysis of laminated composite plates with embedded shape memory alloy using finite element method [Internet] [8] Buckling analysis of shape memory alloy reinforced composite laminates [9] Effect of shape memory alloy wires on natural frequency of plates [10] Free vibration of laminated composite plate with shape memory alloy fibers [11] Frequency analysis of sandwich plate with active SMA hybrid composite face-sheets and temperature dependent flexible core [12] Enhancing the post-buckling response of a composite panel structure utilising shape memory alloy actuators - a smart structural concept [13] Genetic algorithms in search, optimization and machine learning [14] MATLAB 2014a [15] Pareto optimization or cascaded weighted sum: A comparison of concepts [16] Analysis of controlled beam deflections using SMA wires [17] One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials

## طراحی بهینه چند هدفی و تحلیل فرکانس طبیعی تیرهای کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار با استفاده از الگوریتم ژنتیک

فؤاد نظری MSc

گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

محمدحسین ابوالبشری \* PhD

گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

سید محمود حسینی PhD

گروه صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

### چکیده

آلیاژهای حافظه‌دار نسل جدیدی از مواد هوشمند هستند که موضوع بسیاری از پژوهش‌ها در سال‌های اخیر بوده‌اند. در این پژوهش از سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار برای بهبود رفتار ارتعاشی و ساختاری تیرهای کامپوزیتی استفاده شده است. یک حل عددی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی تیر دوسرگیردار ارائه شد و نتایج به‌دست‌آمده در این پژوهش با نتایج مراجع موجود صحت‌گذاری شد. دو هدف اساسی که در این پژوهش دنبال شد، نخست تحلیل اثر پارامترهای طراحی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار تعبیه‌شده بر فرکانس‌های طبیعی تیرهای کامپوزیتی و دوم طراحی بهینه آلیاژهای حافظه‌دار برای بهبود رفتار ساختاری و ارتعاشاتی تیر کامپوزیتی است. در مرحله نخست اثر پارامترهای طراحی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار شامل تعداد و قطر نسبی سیم‌ها بر فرکانس‌های طبیعی و جرم کل سازه مورد بررسی قرار گرفت. در مرحله دوم، بیشینه‌سازی فرکانس طبیعی نخست سازه و کمینه‌سازی وزن کلی سازه به عنوان توابع هدف فرآیند بهینه‌سازی چند هدفی در دستور کار قرار گرفت و با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک و روش بهینه‌سازی مجموع وزنی انجام پذیرفت. نتایج به‌دست‌آمده از فرآیند بهینه‌سازی این پژوهش کارایی بالای روش پیشنهادی را در بهبود رفتار ارتعاشی و ساختاری تیر کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار مورد تایید قرار داد.

**کلیدواژه‌ها:** کامپوزیت آلیاژی حافظه‌دار، طراحی بهینه، الگوریتم ژنتیک، فرکانس طبیعی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۱۱/۱۶

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۲/۴

\* نویسنده مسئول: abolbash@um.ac.ir

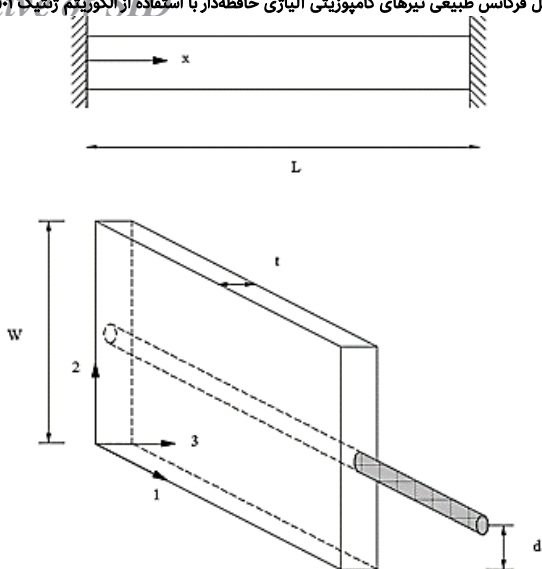
### ۱- مقدمه

مواد هوشمند دسته‌ای از مواد هستند که مجهز به هوشمندی ذاتی برای واکنش متناسب به محرک‌های خارجی همچون دما، میدان الکتریکی یا الکترومغناطیسی می‌باشند. آلیاژهای حافظه‌دار نوع جدیدی از مواد هوشمند هستند که موضوع بسیاری از پژوهش‌ها در یک دهه اخیر بوده‌اند. این به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد آن‌ها از جمله اثر حافظه‌ای یک و دورا، اثر شبه الاستیسیته و ظرفیت دمپینگ بالا است. این ویژگی‌ها به آلیاژهای حافظه‌دار اجازه می‌دهد که قابل‌یت ویژه‌ای از جمله بازیابی تنش و کرنش بالایی داشته باشند که مواد معمولی از داشتن آن‌ها بی‌بهره‌اند.

روگرز و همکاران [1] یکی از اولین پژوهشگرانی بودند که نظریه بهبود ساختاری صفحات کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار را مطرح کردند. در این پژوهش آن‌ها مفاهیم مربوط به آلیاژهای حافظه‌دار را مورد بحث قرار دادند و فرم‌های هندسی صفحات کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار را پیشنهاد دادند. آن‌ها از ارائه روابط تشکیل‌دهنده این صفحات، مدل دینامیکی کلی و فرمول‌بندی صفحات کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار را توسعه دادند. آن‌ها سپس مسائلی همچون ارتعاشات آزاد خطی و تغییر شکل خمشی این صفحات را با استفاده از روش ریلی-ریتز مورد بررسی قرار دادند و نتایج به‌دست‌آمده قدرت بالای آلیاژهای حافظه‌دار در بهبود خواص

صفحات کامپوزیتی را نشان داد. ترک و همکاران [2] اثر پارامترهای مختلفی همچون زاویه قرارگیری و محل سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار، زاویه و نسبت ضخامت به طول و نسبت طول به عرض و نیز اثر شرایط مرزی مختلف را بر ارتعاشات آزاد صفحات کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دو مفهوم تنظیم ویژگی مؤثر و تنظیم انرژی کرنشی مؤثر را مورد مطالعه قرار دادند. نتایج بررسی پژوهشگران مختلف (لائو و همکاران [3] و تسای و چن [4]) نیز نشان می‌دهد که در سازه‌های کامپوزیتی حافظه‌دار، این آلیاژها باعث افزایش فرکانس‌های طبیعی می‌شوند. باز و همکاران [5] توانایی کنترلی فرکانس‌های طبیعی تیرهای کامپوزیتی گیردار-گیردار توسط آلیاژهای حافظه‌دار نیتینول را مورد مطالعه قرار دادند. سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار در این پژوهش از طریق یک روش لاستیکی جوش‌خورده در سازه تعبیه‌شده و دو سری از آلیاژهای حافظه‌دار به‌کار گرفته شده است. تحلیل المان محدود روی مدل انجام پذیرفت و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج تجربی مقایسه گردید. نهایتاً نتیجه گرفته شد که فرکانس‌های طبیعی با فعال‌سازی سیم‌های نیتینول به مقادیر بالاتری افزایش خواهند یافت. لائو و همکاران [3] در پژوهشی دیگر فرکانس‌های طبیعی تیر گیردار-گیردار کامپوزیتی هوشمند را به‌طور تجربی و تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند که نتایج به‌دست‌آمده هم‌خوانی بالایی این دو روش را نشان داد. همچنین نشان داده شد که با افزایش کسر حجمی آلیاژهای حافظه‌دار فرکانس‌های طبیعی افزایش یافتند.

چن و لوی [6] اثر تغییرات مدول الاستیسیته تیرهای ایزوتروپ که با لایه‌های آلیاژی حافظه‌دار پوشانده شده‌اند را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که با این روش می‌توان فرکانس‌های طبیعی سازه را تغییر داد و تحریک تیرها را تنظیم کرد. این روش را می‌توان برای سازه‌های تکمیل‌شده‌ای به‌کار برد که اعمال تغییر دیگری در آن‌ها بسیار سخت است. سریپ و همکاران [7] نیز در پژوهشی دیگر با استفاده از روش المان محدود اثر سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار تعبیه‌شده بر کامپوزیت‌های لمینتی را بر بهبود خواص ارتعاشی آن‌ها مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دو روش تنظیم انرژی کرنشی مؤثر و تنظیم ویژگی مؤثر را مورد مطالعه قرار دادند و اثر پارامترهای مختلف هندسی، مکانیکی و اثرات دگرگونی آلیاژهای حافظه‌دار را بر فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار دادند. نتایج به‌دست‌آمده افزایش قابل توجه فرکانس‌های طبیعی بنیادی سازه در اثر فعال‌سازی آلیاژهای حافظه‌دار را به نمایش گذاشت. کائو و همکاران [8] نیز به بررسی اثر آلیاژهای حافظه‌دار بر ارتعاشات آزاد لمینت‌ها پرداختند و اثر فاصله بین سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار را با استفاده از روش المان محدود مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دریافتند که فرکانس‌های طبیعی صفحات می‌تواند تا حد قابل توجهی با استفاده از آلیاژهای حافظه‌دار افزایش یابد. همچنین نتایج آن‌ها نشان داد که اثر این آلیاژها زمانی که در مرکز سازه تعبیه می‌شود بر فرکانس‌های طبیعی بیشتر خواهد بود. برزگری و همکاران [9] نیز از آلیاژهای حافظه‌دار به‌عنوان ابزاری مناسب برای کنترل سازه‌های کامپوزیتی هوشمند بهره جستند. آن‌ها صفحات کامپوزیت را براساس تئوری کلاسیک صفحه و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول مورد استفاده قرار دادند و اثر پارامترهای مؤثر بر فرکانس‌های طبیعی را بررسی کردند. در پژوهشی دیگر کریمی مهابادی و همکاران [10] یک حل تحلیلی برای پاسخ ارتعاشات آزاد کامپوزیت‌های تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار ارائه دادند. ویژگی‌های مکانیکی سازه در تحلیل آن‌ها



شکل ۱) طرح‌واره تیر کامپوزیت دوسرگیردار تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار

سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار در جهت یک قرار داده شده‌اند و رفتار مواد در دو راستای ۲ و ۳ یکسان در نظر گرفته شده است. در نتیجه می‌توان نوشت:

$$E_2 = E_3; G_{12} = G_{13}; \nu_{12} = \nu_{13}; \quad (1)$$

که در آن پارامترهای  $E$ ،  $G$  و  $\nu$  به ترتیب نشانگر مدول کششی، نسبت پواسان و مدول برشی ماده هستند. الیاف شیشه تقویت‌کننده سازه کامپوزیت می‌توانند در جهتی متفاوت با محور خشی تیر قرار گیرند. اما در این پژوهش فرض بر این است که سیم‌های آلیاژی و الیاف تقویت‌کننده به صورت موازی با یکدیگر و موازی با محور خشی در کل طول تیر در ماتریس قرار گرفته‌اند. در این پژوهش تعداد سیم‌های آلیاژی تعبیه‌شده در تیر متغیر است و اثر آن به عنوان یک پارامتر طراحی بر رفتار سازه مورد بررسی قرار گرفته است.

رابطه تنش- کرنش تیر در راستای طولی تیر عبارت است از [3]:

$$(\varepsilon - \varepsilon_0) = \frac{\sigma_R N \pi d^2}{4 A_c E_1} + \alpha_1 (T - T_{Ref}) \quad (2)$$

در این رابطه  $\sigma_R$ ،  $N$ ،  $\alpha_1$ ،  $T_{Ref}$ ،  $A_c$ ،  $\varepsilon$  و  $\varepsilon_0$  به ترتیب نمایش‌دهنده تنش بازیابی شکل، تعداد سیم‌ها، ضریب انبساط حرارتی، دما، دمای مرجع محیط، سطح مقطع کامپوزیت، کرنش و کرنش اولیه سیم‌های آلیاژی می‌باشد. زیر نویس 0 (صفر) هم در کلیه پارامترها نشان‌دهنده شرایط اولیه سیم‌های آلیاژی است. براساس قانون ترکیب، چگالی سازه کامپوزیت تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار از رابطه (۳) به دست می‌آید.

$$\rho_B = \rho_c + (\rho_{sma} - \rho_c) \mu = \rho_c + (\rho_{sma} - \rho_c) \frac{A_{sma}}{A_{total}} \quad (3)$$

که در آن  $A$  نمایشگر سطح مقطع می‌باشد و داریم:

$$A_{sma} = N \pi d^2 / 4 \quad (4)$$

$$A_{total} = t \times h \quad (5)$$

پارامترهای  $N$ ،  $\mu$ ،  $d$ ،  $t$  و  $h$  به ترتیب نمایشگر کسر حجمی آلیاژهای حافظه‌دار، تعداد سیم‌های آلیاژی، قطر سیم‌ها، ضخامت

تابعی از دما در نظر گرفته شد. آن‌ها از مدل تنظیم انرژی کرنشی مؤثر برای فعال‌سازی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار استفاده کردند. معادلات حاکم را از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و اصل همیلتون به دست آوردند و از روش ریتز برای به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی استفاده کردند. اثر پارامترهایی همچون کسر حجمی، زاویه و محل قرارگیری سیم‌های آلیاژی و نیز نسبت منظری صفحه را بر فرکانس‌های طبیعی سازه بررسی کردند. بت‌شکنان و خلیلی [11] در پژوهشی دیگر یک مدل المان محدود برای تحلیل فرکانسی یک صفحه ساندویچی با رویه‌های کامپوزیت تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار تحت شرایط حرارتی ارائه کردند. آن‌ها نتیجه گرفتند که با افزایش دما فرکانس‌های طبیعی سازه ساندویچی بدون سیم‌های آلیاژی کاهش خواهد یافت. اما در صورت تعبیه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار افزایش دما منجر به افزایش فرکانس‌های طبیعی خواهد شد.

در این پژوهش از سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار برای بهبود رفتار ارتعاشی و ساختاری تیرهای کامپوزیتی استفاده شده است. هدف نخست این پژوهش ارائه روشی برای بهینه‌سازی هم‌زمان رفتار ارتعاشی و ویژگی‌های ساختاری سازه‌های کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار می‌باشد. بسیاری از ویژگی‌های مهم در طراحی این سازه‌ها همچون دو ویژگی فرکانس‌های طبیعی و جرم کل، بعضاً به طوری معکوس از پارامترهای طراحی سازه همچون قطر و تعداد سیم‌های آلیاژی اثر می‌پذیرند. نوآوری این پژوهش در درجه نخست ارائه روشی برای بهینه‌سازی چند هدفی سازه‌های کامپوزیتی حافظه‌دار در راستای دستیابی به طراحی بهینه می‌باشد که برای این منظور الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک و روش بهینه‌سازی مجموع وزنی به کار گرفته شده است. به علاوه تحلیل پارامتری اثرات پارامترهای طراحی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار بر فرکانس‌های طبیعی تیرهای کامپوزیتی در این پژوهش ارائه شده است.

## ۲- بیان مسئله و معادلات حاکم

سازه مورد بررسی در این پژوهش یک تیر دوسرگیردار کامپوزیتی تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار می‌باشد که یک طرح‌واره از آن در شکل ۱ نمایش داده شده است.

نحوه تعبیه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار در کامپوزیت‌ها به استراتژی کنترلی مورد نظر بستگی دارد. سه استراتژی کنترلی اصلی آلیاژهای حافظه‌دار شامل استراتژی‌های کنترلی ۱- تنظیم خواص مؤثر، ۲- تنظیم انرژی کرنشی مؤثر و ۳- کنترل شکل مؤثر می‌باشد [7]. در استراتژی تنظیم انرژی کرنشی مؤثر که در این پژوهش به کار گرفته شده است سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار می‌توانند به صورت مستقیم در ماتریس تعبیه شوند یا در یک اسیلو قرار داده شده و اسیلو به تیر کامپوزیتی متصل گردد. در این پژوهش از روش تعبیه مستقیم استفاده شده است. در این روش ابتدا سیم‌های آلیاژی به صورت پیش کرنش درآمده و سپس در دمایی کمتر از دمای پایان مارتنزیت در تیر تعبیه می‌شوند. پس از آن سیم‌های آلیاژی فعال می‌گردند. در این روش امکان آسیب دیدگی ماتریس در صورت گرمایش بیش از حد سیم‌های آلیاژی در فرآیند فعال‌سازی وجود دارد، در صورتی که اسیلو از انتقال مستقیم گرما به تیر کامپوزیتی جلوگیری می‌کند. اما در تعبیه از طریق اسیلو سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار برای دستیابی به هر اندازه از تنش بازیابی نیاز به شرایط خاص تکیه‌گاهی در دو سر سیم دارند که در عمل این روش را غیرعملیاتی و غیرکاربردی کرده است [12].

## ۳- بهینه‌سازی

## ۳-۱- الگوریتم ژنتیک

الگوریتم‌های ژنتیک یکی از گسترده‌ترین انواع شناخته‌شده الگوریتم‌های تکاملی می‌باشد. الگوریتم‌های تکاملی شبیه‌سازی روند تکامل طبیعی موجودات زنده می‌باشند که روش‌های بهینه‌سازی تصادفی نتیجه این الگوریتم‌ها می‌باشند. که به علت پتانسیل بالای خود، به عنوان یک روش بهینه‌سازی برای مسائل پیچیده، مورد توجه قرار گرفته‌اند. شکل کلی این الگوریتم توسط گلدبرگ تشریح شده است [13]. الگوریتم‌های ژنتیک با یک مجموعه اولیه از جواب‌های تصادفی که جمعیت نامیده می‌شود، آغاز می‌شوند. هر شخص از این مجموعه کروموزوم نامیده می‌شود که نمایانگر یک جواب برای مسئله است. کروموزوم‌ها در طول تکرارهای متوالی که نسل نام دارد تکامل می‌یابند. در طی هر نسل کروموزوم‌ها به کمک اندازه‌گیری برازندگی‌شان ارزیابی می‌شوند. منظور از برازندگی، آن است که این کروموزوم تا چه اندازه هدف کاربر را که به کمک تابع هدف بیان می‌شود، برآورده می‌کند. به منظور تشکیل نسل بعد، کروموزوم‌های جدید، که فرزند نامیده می‌شوند، به دو صورت تولید می‌شوند:

۱- ادغام کردن دو کروموزوم از نسل جاری به کمک عملگر تقاطع.

۲- بهبودبخشیدن یک کروموزوم به کمک عملگر جهش.

نسل جدید نیز به دو صورت شکل می‌گیرد:

۱- انتخاب براساس مقادیر برازندگی برای برخی والدین و فرزندان.

۲- بیرون انداختن بقیه کروموزوم‌ها به منظور ثابت ماندن اندازه جمعیت.

کروموزوم‌هایی که برازندگی بیشتری دارند احتمال بیشتری برای انتخاب شدن دارند. بعد از چندین نسل الگوریتم به سمت بهترین کروموزوم همگرا می‌شود که به صورت رضایت‌بخشی جواب بهینه برای مسئله را ارائه می‌دهد. معمولاً مقاردهی اولیه، به صورت تصادفی انجام می‌شود و ترکیب‌هایی که منجر به فرزندان می‌شود نوعاً شامل تقاطع و جهش هستند. در حقیقت فقط دو نوع عملگر برای الگوریتم‌های ژنتیکی وجود دارد:

۱- عملگرهای ژنتیکی: تقاطع و جهش، ۲- عملگر تکامل: انتخاب.

عملگرهای ژنتیکی فرآیند وراثت ژن‌ها را تقلید می‌کنند تا فرزند جدید در هر نسل تولید کنند. عملگر تکامل نیز روند تکاملی داروین را به منظور ایجاد جمعیت‌هایی از یک نسل به نسل دیگر، تقلید می‌کند. تقاطع، عملگر اصلی ژنتیکی است. تقاطع روی دو کروموزوم در یک زمان عمل می‌کند و با ترکیب کردن خصوصیات هر دو کروموزوم، یک فرزند تولید می‌کند. جهش یک عملگر زمینه‌ای است که تغییرات تصادفی در کروموزوم‌های مختلف ایجاد می‌کند. گفتنی است الگوریتم‌های ژنتیک می‌توانند هر نوع تابع هدف و هر نوع فضای جستجوی قیدی خطی و غیرخطی را کنترل کنند که به صورت پیوسته، ناپیوسته یا ترکیبی تعریف شده باشند. برای به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک در این پژوهش از نرم‌افزار متلب استفاده شده است [14].

## ۳-۲- روش مجموع وزنی

یکی از پرکاربردترین روش‌های بهینه‌سازی چند هدفی روش مجموع وزنی می‌باشد. از آنجایی که توابع هدف معمولاً در بازه‌های متفاوتی هستند معمولاً قبل از بهینه‌سازی نرمالایز می‌شوند. نرمالایز کردن تابع هدف برای توابعی که می‌بایست کمینه و بیشینه شوند می‌تواند به ترتیب توسط روابط (۱۵) و (۱۶) انجام پذیرد.

$$f_i^{\text{normal}} = \frac{\max(f_i) - f_i}{\max(f_i) - \min(f_i)} \quad (15)$$

و عرض تیر می‌باشند.

رفتار ترمومکانیکی مواد آلیاژی حافظه‌دار بستگی به دما و شرایط فاز آن‌ها (ساختارهای فاز آستنیت و مارتنزیت) دارد و فرآیند تغییر فاز تنها با تغییرات دما رخ می‌دهد. فرآیند تغییر فاز از آستنیت به مارتنزیت تغییر فاز رو به جلو نامیده می‌شود. فرآیند تغییر فاز از مارتنزیت به آستنیت نیز که در این پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد تغییر فاز معکوس نامیده می‌شود. در این پژوهش کرنش برگشت‌ناپذیر مواد که مرتبط با رفتار پلاستیسیته مواد است، نادیده گرفته می‌شود. معادلات حاکم مربوطه در پیوست ۱ ارائه گردیده است.

برای ارتعاشات جانبی تیر دوسرگیردار تقویت شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار معادله دیفرانسیل درجه ۴ زیر مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$E_B I_B \frac{d^4(y(x))}{dx^4} + \sigma_R(\xi) \frac{N \pi d^2}{4} \frac{d^2(y(x))}{dx^2} - \rho_B \omega^2 y(x) = 0 \quad (6)$$

که زیرنویس  $B$  نمایشگر ویژگی‌های تیر و  $\omega$  و  $\rho$  نمایشگر فرکانس طبیعی سازه و چگالی بر واحد طول آن می‌باشد. حل عمومی این معادله و مشتق نخست آن نسبت به  $x$  عبارت است از:

$$y(x) = A \cosh(\beta_1 x) + B \sinh(\beta_1 x) + C \cos(\beta_2 x) + D \sin(\beta_2 x) \quad (7)$$

$$\frac{dy(x)}{dx} = \beta_1 (A \sinh(\beta_1 x) + B \cosh(\beta_1 x)) - \beta_2 (C \sin(\beta_2 x) + D \cos(\beta_2 x)) \quad (8)$$

که پارامترهای  $\beta_1, \beta_2, a$  و  $b$  عبارت‌اند از:

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 - 4b}}{2} + \frac{a}{2}} \quad (9)$$

$$\beta_2 = \sqrt{\beta_1 - a} \quad (10)$$

$$a = \frac{\sigma_R(\xi) N \pi d^2}{4 E_B I_B} \quad (11)$$

$$b = -\frac{\rho \omega^2}{E_B I_B} \quad (12)$$

شرایط مرزی سازه مورد استفاده شامل شیب و جابجایی صفر در دو سر تیر دوسرگیردار می‌باشد که عبارت‌اند از:

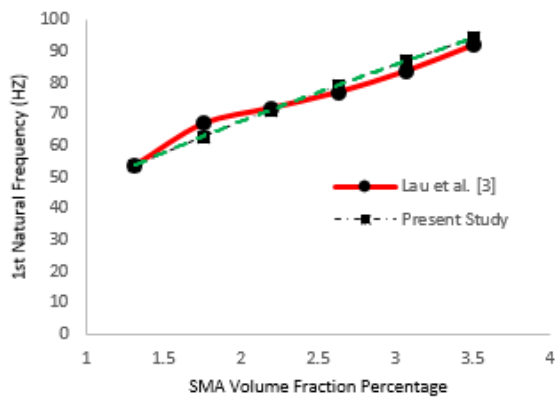
$$(y)_{\text{at } x=0, L} = (\partial y / \partial x)_{\text{at } x=0, L} = 0 \quad (13)$$

با اعمال این شرایط مرزی معادله غیرخطی زیر به دست می‌آید.

$$2\beta_1 \left( 1 - \cosh(\beta_1 L) \cos(\beta_2 L) + \left( \frac{\beta_1^2 - \beta_2^2}{\beta_2} \right) (\sinh(\beta_1 L) \sin(\beta_2 L)) \right) = 0 \quad (14)$$

در ادامه با جای‌گذاری  $\beta_2$  برحسب  $\beta_1$  براساس معادله (۱۰) در معادله (۱۴) و حل معادله (۱۴) مقدار پارامتر  $\beta_1$  به دست می‌آید. سپس با به‌کارگیری معادله (۹) و (۱۱) مقدار پارامتر  $b$  به دست می‌آید و در نتیجه براساس معادله (۱۲) مقدار فرکانس طبیعی محاسبه می‌گردد. در این پژوهش روش نیوتن برای حل معادله دیفرانسیل ارتعاشات تیر به‌کار گرفته می‌شود (پیوست ۲).

پژوهش و مرجع [3] هم‌خوانی بالایی را نشان می‌دهد که بیانگر صحت و دقت روش به‌کار گرفته‌شده در حل معادلات غیرخطی تیر کامپوزیتی تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار جهت محاسبه فرکانس‌های طبیعی می‌باشد.



نمودار ۱) مقایسه فرکانس‌های طبیعی به‌دست‌آمده از این پژوهش و نتایج مرجع [3] برای تیر کامپوزیتی آلیاژی حافظه‌دار

#### ۲-۴- تحلیل پارامتری

در این بخش اثر پارامترهای طراحی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار بر فرکانس طبیعی و وزن کل تیر کامپوزیتی تقویت‌شده مورد بررسی قرار گرفته است. قطر نسبی سیم‌ها در این پژوهش به‌صورت نسبت قطر سیم آلیاژی به ضخامت تیر تعریف می‌شود. در نمودار ۲ اثر قطر نسبی سیم‌های آلیاژی بر فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی نمایش داده شده است. جهت محاسبه نتایج این نمودار از معادلات (۴) و (۵) و سپس معادله (۱۴) استفاده شده است. همان‌طور که در این نمودار مشاهده می‌شود افزایش قطر سیم‌های آلیاژی اثری افزایشی بر فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی دارد. بالاتر بودن سختی سیم‌های آلیاژی بسیار بر این امر تأثیرگذار می‌باشد. همچنین در این نمودار مشاهده می‌شود که فرکانس‌های طبیعی تیر با افزایش تعداد سیم‌های آلیاژی افزایش می‌یابد.

در نمودار ۳ اثر قطر نسبی سیم‌های آلیاژی بر جرم کل تیر کامپوزیتی نمایش داده شده است. برای محاسبه نتایج ارائه شده در این نمودار، از معادلات (۳)، (۴) و (۵) استفاده شده است. همان‌طور که به‌دلیل بالاتر بودن چگالی سیم‌های آلیاژی نسبت به چگالی تیر کامپوزیتی انتظار می‌رود افزایش قطر سیم‌ها اثری افزایشی بر جرم کل تیر کامپوزیتی دارد. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش تعداد سیم‌ها، مقادیر جرم کل و نیز شیب منحنی‌ها افزایش می‌یابد و مقدار افزایش شیب منحنی با افزایش تعداد سیم‌های آلیاژی بیشتر می‌شود.

در نمودار ۴ نیز اثر تعداد سیم‌های آلیاژی تعبیه‌شده در تیر کامپوزیتی بر فرکانس‌های طبیعی آن ارائه شده است. جهت محاسبه نتایج نمودار ۴ معادلات (۴) و (۱۴) مورد استفاده واقع شده‌اند. در این نمودار نیز مشاهده می‌شود که با ثابت در نظر گرفتن تعداد سیم‌ها در هر مقداری بین ۳ تا ۷، با افزایش نسبت قطر سیم به ضخامت تیر، فرکانس‌های طبیعی افزایش می‌یابد و تقعر کلیه منحنی‌ها به سمت پایین است. همچنین کاهش شیب منحنی‌ها در مقادیر ثابت تعداد سیم‌های آلیاژی، برای مقادیر بالاتر قطر سیم، بیشتر است. این بدان معناست که با افزایش قطر و تعداد سیم‌ها، اثر سیم‌های آلیاژی بر افزایش فرکانس‌های طبیعی تیر کمتر می‌شود.

$$f_i^{\text{normal}} = \frac{f_i - \min(f_i)}{\max(f_i) - \min(f_i)} \quad (16)$$

برای محاسبه مجموع وزنی همان‌طور که در رابطه (۱۷) نشان داده شده است، یک پارامتر وزن  $W_i$  برای هر تابع هدفی تعریف می‌شود و مجموع وزن‌های توابع برابر واحد است.

$$\text{Objective Function} = \sum_{i=1}^k w_i f_i \quad (17)$$

با تغییر وزن‌ها نقاط مختلف پیشانی تحذب پارتو توسط روش مجموع وزنی به‌دست می‌آید. اگر مسئله بهینه‌سازی کمینه‌سازی باشد با ضرب یک منفی در تابع هدف رابطه (۱۷)، الگوریتم بهینه‌سازی بیشینه‌ساز، می‌تواند تابع هدف را کمینه کرد. گفتنی است روش مجموع وزنی به‌دلیل سادگی در استفاده و اعمال محدودیت‌ها برای بهینه‌سازی مسائل واقعی بسیار پرکاربرد است [15].

#### ۴- نتایج و بحث

##### ۴-۱- صحه‌گذاری

در مرحله نخست برای اینکه امکان صحه‌گذاری نتایج وجود داشته باشد مشخصات مادی و هندسی سازه مطابق با مرجع [3] در نظر گرفته شد که در جدول ۱ ارائه شده است. سیم‌های آلیاژی از نوع  $Ni_{49}Ti_{45}Cu_6$  و تیر کامپوزیتی با الیاف شیشه و رزین اپوکسی در نظر گرفته شد. پیش‌کرنش سیم‌های آلیاژی برابر ۴٪ و در دمایی کمتر از دمایی دگرگونی پایان فاز مارتنزیت انجام پذیرفت. حد کرنش قابل بازیابی نیز در این پژوهش ۴/۵٪ می‌باشد.

جدول ۱) ویژگی‌های مادی و هندسی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار و کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف شیشه‌ای

آلیاژ حافظه‌دار	
۲۵	مدول کششی فاز مارتنزیت (GPa)
۵۰	مدول کششی فاز آستنیت (GPa)
۰/۵۵	ضریب حرارتی (MPa/C)
۶۴۵۰	چگالی ( $kg/m^3$ )
۲۵	دمای دگرگونی پایان مارتنزیت (C)
۴۰	دمای دگرگونی آغاز مارتنزیت (C)
۵۵	دمای دگرگونی پایان آستنیت (C)
۴۸	دمای دگرگونی آغاز آستنیت (C)
کامپوزیت تقویت‌شده با الیاف شیشه‌ای	
۱۲	مدول کششی $E_1$ (GPa)
$0.34 \times 10^6$	ضریب انبساط حرارتی (m/m/C)
۱۸۰۰	چگالی ( $kg/m^3$ )
ابعاد هندسی تیر	
۳۲	عرض (mm)
۱/۴	ضخامت (mm)
۲۰۰	طول (mm)
ابعاد هندسی سیم‌های آلیاژی	
۰/۵	قطر (mm)
۲۰۰	طول (mm)

در نمودار ۱، فرکانس‌های طبیعی به‌دست‌آمده در این پژوهش با نتایج مرجع [3] مقایسه گردید. برای محاسبه نتایج ارائه شده در این نمودار، معادله (۱۴) با به‌کارگیری معادله (۳) و به کمک روش نیوتن (معادلات ارائه‌شده در پیوست ۲) حل شده است. نتایج این

تابع هدف وزن و فرکانس طبیعی سازه می‌تواند از نظر طراحان مختلف متفاوت باشد. به همین دلیل در این پژوهش برای ارائه امکان تصمیم‌گیری جهت انتخاب حالت بهینه سازه، از روش بهینه‌سازی مجموع وزنی استفاده شده است. الگوریتم ژنتیک نیز برای بهینه‌سازی تابع هدف روش مجموع وزنی به‌کار گرفته شده است. تابع هدف روش مجموع وزنی در این پژوهش به‌صورت رابطه (۱۸) در نظر گرفته شد:

$$\text{Objective Function} = -(w_f f_f + w_m f_m) \quad (18)$$

که در آن  $w_f$  و  $w_m$  ضریب تأثیر فرکانس طبیعی نخست بی‌بعد و جرم بی‌بعد تیر مورد بررسی در تابع هدف الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک می‌باشد که مجموع آن‌ها برابر با واحد است. بیشینه و کمینه مقادیر فرکانس طبیعی و جرم تیر برای استفاده در نرمالیزه کردن توابع در جدول ۲ ارائه شده است. با به‌کارگیری روابط (۱۵) و (۱۶) به ترتیب برای نرمال‌سازی توابع جرم کل تیر و فرکانس طبیعی توابع  $f_f$  و  $f_m$  به دست آمدند.

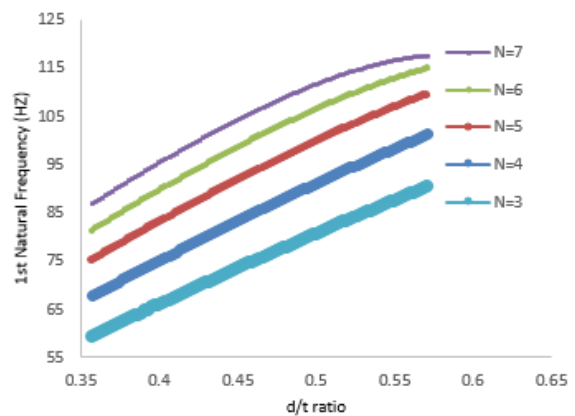
همان‌طور که بیان شد جمع ضرایب تأثیر فرکانس طبیعی و وزن در تابع هدف برابر واحد می‌باشد که در نتیجه می‌توان نوشت:

$$w_f + w_m = 1 \quad (19)$$

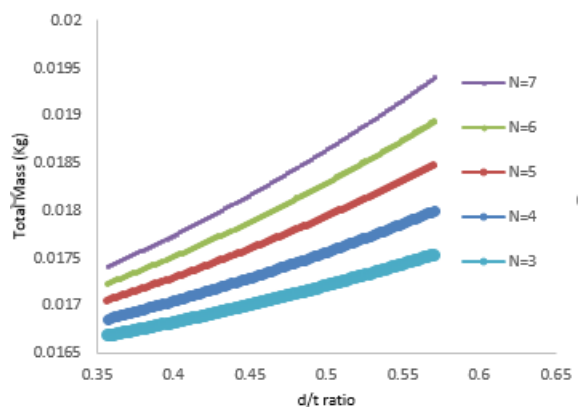
جدول ۲) بیشینه و کمینه مقادیر فرکانس طبیعی و جرم کل تیر

عنوان	واحد	مقدار
بیشینه فرکانس طبیعی	Hz	۱۱۷/۴۷۱
کمینه فرکانس طبیعی	Hz	۵۹/۲۶۷
بیشینه مقدار جرم کل	gr	۱۶/۶۸
کمینه مقدار جرم کل	gr	۱۹/۴۰

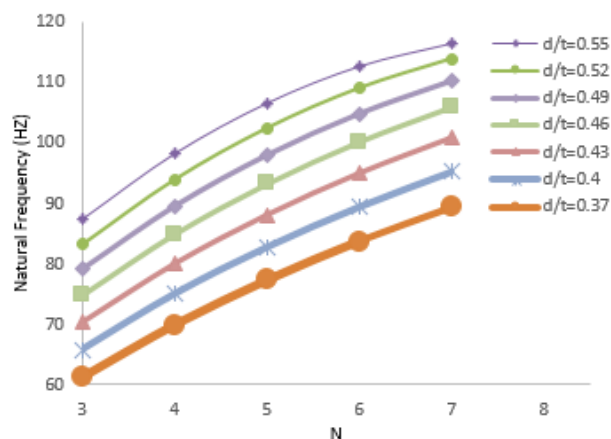
برای اینکه پیش از ارائه فرآیند بهینه‌سازی و انجام آن دید درستی از اثر متغیرهای بهینه‌سازی در حالت‌های مختلف بر تابع هدف وجود داشته باشد و نیز بتوان در ادامه درستی روند و روند نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم ژنتیک را بررسی نمود، نخست برای ۵  $w_m$  مختلف، اثر تعداد و قطر نسبی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار بر تابع هدف فرآیند بهینه‌سازی چند هدفی مورد مطالعه قرار گرفت که نتایج آن در نمودار ۵ ارائه شده است. همان‌طور که در این نمودار مشاهده می‌شود برای مقادیر کمتر  $w_m$  که به معنای اثر بیشتر پارامتر فرکانس طبیعی و اثر کمتر پارامتر جرم کلی می‌باشد، تعداد سیم‌های آلیاژی و مقادیر قطر نسبی بیشتر منجر به مقادیر کمتر تابع هدف می‌شود که مطلوب است. اما با افزایش  $w_m$  اثر پارامتر جرم کل بیشتر و اثر فرکانس طبیعی کمتر می‌شود که این امر باعث می‌شود مقادیر کمینه تابع هدف به تیر کامپوزیتی دارای کمترین تعداد سیم‌های آلیاژی و کمترین مقدار نسبت قطر سیم به عرض تیر منتقل شود. این گذار در اثر توابع جرم و فرکانس طبیعی بر تابع هدف به‌خوبی در نمودار ۵-ج قابل مشاهده است. به‌علاوه در این نمودار مشاهده می‌شود که هرچه تعداد سیم‌های آلیاژی بیشتر باشد این گذار زودتر رخ می‌دهد. همچنین در نمودار ۵-د می‌توان کامل‌شدن این گذار را مشاهده کرد و دید که اثر جرم کل بر تابع هدف کاملاً از اثر فرکانس طبیعی بیشتر شده است. برای طراحی بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار در تیر کامپوزیتی مورد بررسی در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. در فرآیند بهینه‌سازی تعداد سیم‌های آلیاژی در بازه ۳ تا ۷ و اندازه قطر سیم در بازه ۰/۵ تا ۰/۸ میلی‌متر در نظر گرفته شده است.



نمودار ۲) اثر قطر نسبی سیم‌های آلیاژی بر فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی



نمودار ۳) اثر نسبت قطر سیم‌های آلیاژی به ضخامت تیر بر وزن کل تیر کامپوزیتی



نمودار ۴) اثر تعداد سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار تعبیه‌شده بر فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی

### ۳-۴- بهینه‌سازی

همان‌طور که در بخش قبل مشاهده شد افزایش قطر و تعداد سیم‌های آلیاژی بر هر دو پارامتر فرکانس طبیعی و وزن سازه اثری افزایشی دارد که اولی مطلوب و دومی نامطلوب است و این امر لزوم بهینه‌سازی تیر کامپوزیتی را نمایان می‌کند. نظر به اثر معکوس افزایش متغیرهای بهینه‌سازی بر کمینه‌سازی وزن و بیشینه‌سازی فرکانس طبیعی، برای رسیدن به حالت بهینه تیر کامپوزیتی به یک بهینه‌سازی چند هدفی نیاز است. اهمیت دو

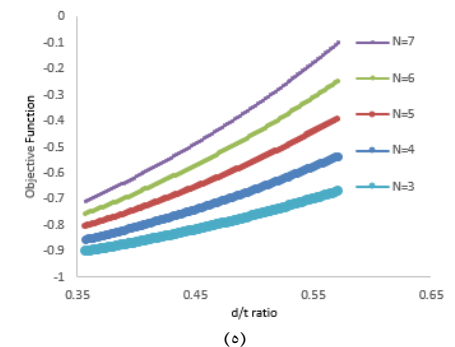
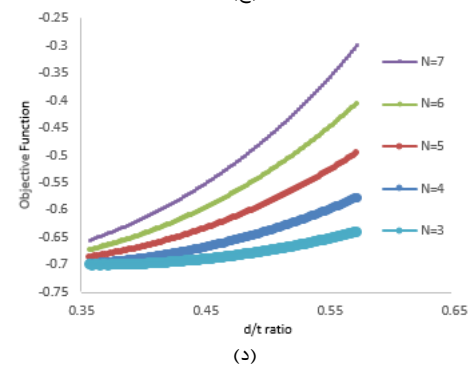
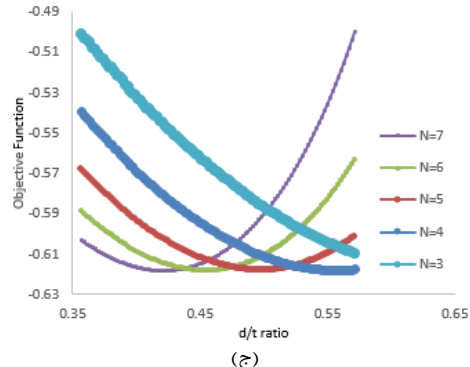
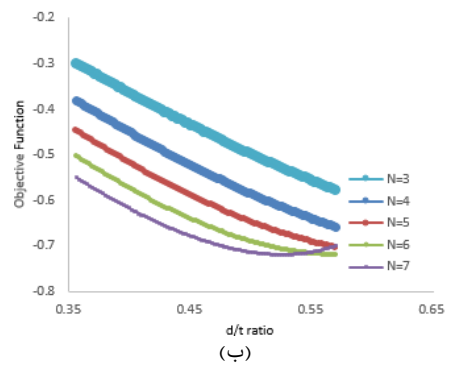
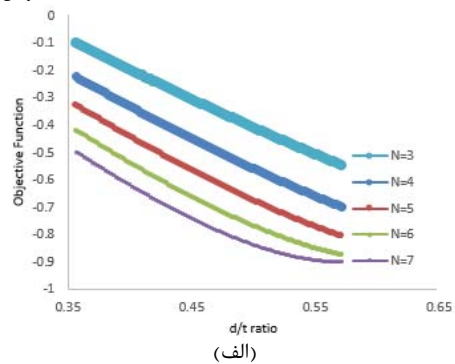
مقادیر پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک در این پژوهش به صورت: تعداد نسل‌ها = ۴۰، اندازه جمعیت = ۱۰۰، تعداد متغیرهای بهینه‌سازی = ۲ و مقدار ضریب آمیزش = ۰/۸ در نظر گرفته شد.

در نمودار ۶، متوسط، بدترین و بهترین مقادیر تابع هدف در فرآیند بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک در نسل‌های مختلف برای مقادیر مختلف  $w_m$  ارائه شده است. مشاهده می‌شود که در تمامی منحنی‌های نمودار ۶ حداکثر بعد از ۲۵ نسل مقادیر تابع هدف به مقدار نهایی همگرا می‌شوند و این نشان‌دهنده این امر است که پاسخ نهایی بهینه‌سازی حداکثر در نسل ۲۵ پیدا شده است.

نمودار ۶- الف مربوط به حالت  $w_m = 0$  می‌باشد که در آن تنها اثر فرکانس طبیعی در فرآیند بهینه‌سازی دیده شده و اثر جرم صفر است. همچنین نمودار ۶- ب مربوطه به حالت  $w_m = 1$  است که در آن اثر فرکانس طبیعی صفر بوده و تنها اثر جرم در فرآیند بهینه‌سازی وجود دارد. این بدان معناست که اگر طراحان تنها اثر کمینه‌سازی فرکانس طبیعی را در طراحی سازه کامپوزیتی تقویت‌شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار مد نظر داشته باشند و افزایش وزن سازه در اثر تعبیه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار برای آن‌ها اهمیتی نداشته باشد یا بالعکس، در عمل یک مسئله بهینه‌سازی با یک تابع هدف وجود دارد که متوسط، بدترین و بهترین مقادیر تابع هدف در این فرآیند در این دو نمودار (۶- الف و ۶- ب) ارائه شده است.

نتایج نهایی بهینه‌سازی سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار در تیر کامپوزیتی توسط الگوریتم ژنتیک در نمودار ۷ نمایش داده شده است. در نمودار ۷- الف مقدار تابع هدف بهینه و در نمودارهای ۷- ب و ۷- ج، به ترتیب تعداد بهینه و قطر بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار ارائه شده است. همان‌طور که در نمودار ۷- الف مشاهده می‌شود مقادیر تابع هدف بهینه برای  $w_m$  های صفر و ۱ برابر ۱- است. دلیل این امر حاکم بودن مطلق یکی از دو تابع فرکانس طبیعی و جرم بر تابع هدف کلی و صفری بودن اثر دیگری است. هرچقدر مقدار  $w_m$  از ابتدا و انتهای بازه فاصله می‌گیرد اثر معکوس دو تابع هدف بیشتر می‌شود و در نتیجه مقدار قدر مطلق تابع هدف کاهش می‌یابد، به شکلی که در  $w_m = 0.5$  اثر معکوس توابع جرم و فرکانس طبیعی به بیشترین مقدار خود می‌رسد و قدر مطلق تابع هدف کلی کمترین مقدار خود را تجربه می‌کند.

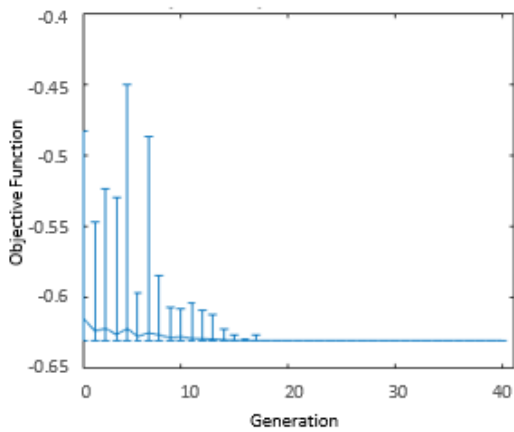
آنچه به‌طور کلی به‌وضوح در نمودار ۷ مشاهده می‌شود این است که هرچه مقدار  $w_m$  از ابتدای صفر بازه به سمت انتهای یک آن افزایش می‌یابد رفته‌رفته از اثر بیشینه‌سازی فرکانس طبیعی بر تابع هدف کلی کاسته می‌شود و اثر کمینه‌سازی جرم کل بیشتر می‌شود. در نمودار ۷- ب نیز مشاهده می‌شود که تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار از  $w_m = 0$  تا  $w_m = 0.3$  برابر بیشترین مقدار ممکن در بازه در نظر گرفته شده یعنی ۷ می‌باشد. اما براساس نتایج نمودار ۷- ج قطر بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار تنها در  $w_m = 0$  برابر بیشترین مقدار ممکن در بازه در نظر گرفته شده یعنی ۰/۸ میلی‌متر است و با افزایش  $w_m$  بلافاصله شروع به کاهش می‌کند. با افزایش مقدار  $w_m$  از  $w_m = 0.3$  به  $w_m = 0.4$  علاوه بر کاهش تدریجی قطر بهینه اولین کاهش در تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار نیز مشاهده می‌شود. کاهش تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار با افزایش مقدار  $w_f$  از  $w_m = 0.4$  به  $w_m = 0.5$  مجدداً رخ می‌دهد اما تا  $w_m = 0.6$  در عدد ۵ ثابت می‌ماند. ثابت بودن تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی در افزایش مقدار  $w_m$  از  $w_m = 0.5$  به  $w_m = 0.6$  با کاهش شدید مقدار قطر بهینه سیم‌های آلیاژی همراه است.



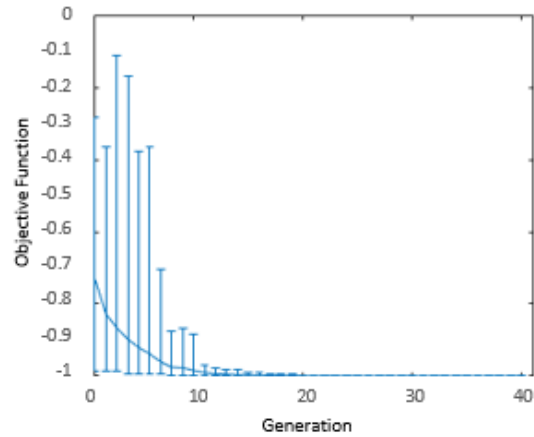
نمودار ۵) اثر نسبت قطر سیم‌های آلیاژی به ضخامت تیر بر تابع هدف مسئله بهینه‌سازی؛ الف)  $w_m = 0.1$ ، ب)  $w_m = 0.3$ ، ج)  $w_m = 0.5$ ، د)  $w_m = 0.7$ ، ه)  $w_m = 0.9$

ارائه شده بیان می‌کند که با افزایش  $w_m$  از  $w_m = 0.7$  به بعد تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی در پایین‌ترین مقدار تعریف شده خود یعنی ۳ سیم آلیاژی قرار می‌گیرد، اما کاهش قطر بهینه تا  $w_m = 0.8$  ادامه دارد. در بازه  $w_m = 0.8$  تا  $w_m = 1$  نیز مشاهده می‌شود که تأثیر پارامتر جرم بر تابع هدف کل به شکل چشم‌گیری بیشتر از پارامتر فرکانس طبیعی می‌شود و در نتیجه هر دو پارامتر تعداد و قطر بهینه سیم‌های آلیاژی در کمترین مقدار ممکن در بازه تعریف شده یعنی به ترتیب ۳ و ۰/۵ میلی‌متر قرار می‌گیرند.

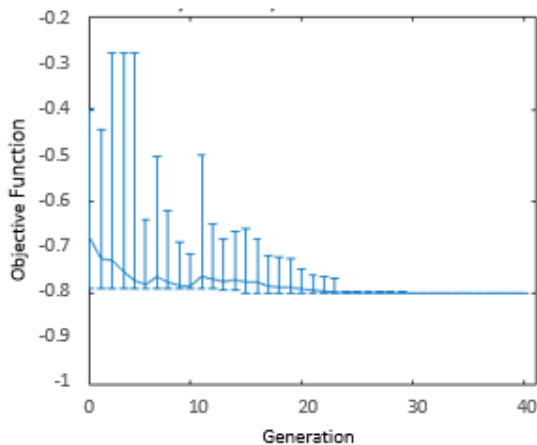
با ارزیابی نتایج نمودار ۷ این نتیجه جالب توجه را می‌توان دریافت که در بازه  $w_m = 0.3$  تا  $w_m = 0.7$  که هر دو پارامتر فرکانس طبیعی و جرم کل اثر قابل توجهی بر تابع هدف کل دارند، افزایش  $w_m$  هرگاه منجر به کاهش تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی شده است، کاهش مقدار قطر بهینه کم بوده است. اما زمانی که تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی ثابت مانده است، مقدار قطر بهینه کاهش شدیدی را تجربه کرده است. مهم‌ترین دلیل این امر را می‌توان در گسسته و پله‌ای بودن پارامتر تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی و پیوسته بودن پارامتر قطر بهینه دانست. همچنین نتایج



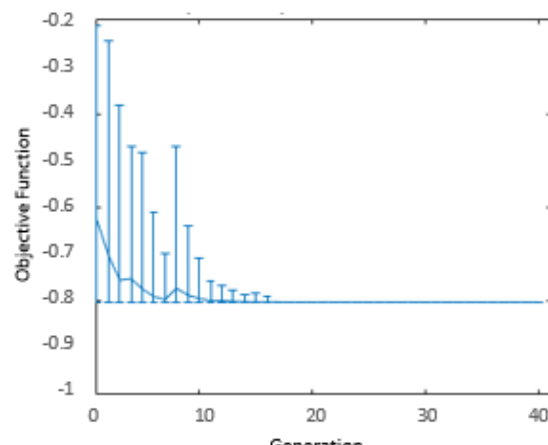
(د)



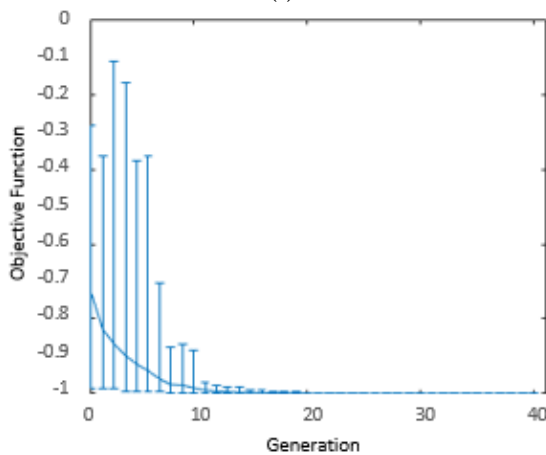
(الف)



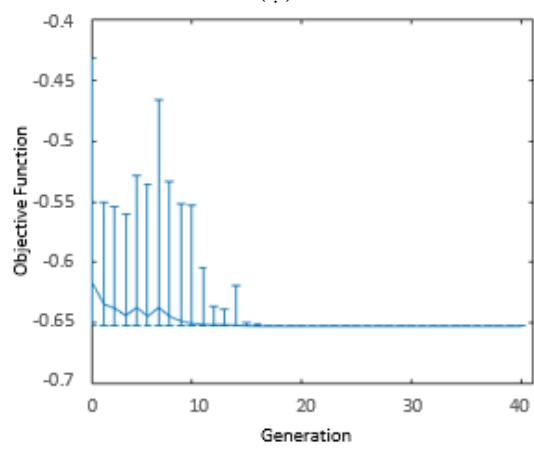
(ه)



(ب)



(و)



(ج)

نمودار ۶) متوسط، بدترین و بهترین مقادیر تابع هدف در فرآیند بهینه‌سازی؛ الف)  $w_m = 0$ ، ب)  $w_m = 0.2$ ، ج)  $w_m = 0.4$ ، د)  $w_m = 0.6$ ، ه)  $w_m = 0.8$ ، و)  $w_m = 1$

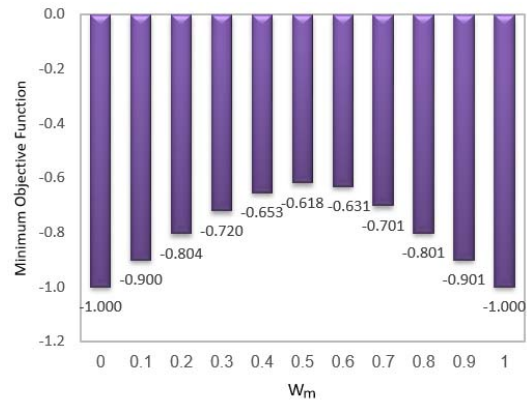


کامپوزیتی به یک بهینه‌سازی چند هدفی نیاز بود که الگوریتم بهینه‌سازی ژنتیک و روش بهینه‌سازی مجموع وزنی برای این منظور مورد استفاده قرار گرفت. در فرآیند بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک مقادیر متوسط، بدترین و بهترین مقدار تابع هدف در نسل‌های مختلف ارائه شد و مشاهده شد که در تمامی حالات منحنی‌های فرآیند بهینه‌سازی حداکثر بعد از ۲۵ نسل به مقدار نهایی همگرا شدند.

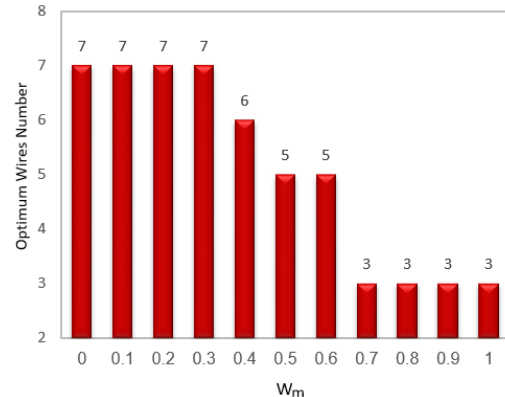
در ادامه نتایج بهینه طراحی سیم‌های آلیاژی به کمک الگوریتم ژنتیک برای ضرایب وزن مختلف  $w_m$  در تابع هدف از  $w_m = 0$  (بهینه‌سازی تیر تنها براساس بیشینه‌سازی فرکانس طبیعی) تا  $w_m = 1$  (بهینه‌سازی تیر تنها براساس کمینه‌سازی جرم) برای ۱۱ حالت مختلف انجام پذیرفت و نتایج آن ارائه گردید. این نتایج شامل تعداد و قطر بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار و مقدار تابع هدف بهینه روش مجموع وزنی بود. آنچه به طور کلی به وضوح در نتایج مشاهده شد این بود که هرچه مقدار  $w_m$  از ابتدای بازه به سمت انتهای آن افزایش می‌یابد، رفته‌رفته از اثر بیشینه‌سازی فرکانس طبیعی بر تابع هدف کلی کاسته می‌شود و اثر کمینه‌سازی جرم کل بیشتر می‌شود. همچنین منحنی‌های به دست آمده از نتایج الگوریتم ژنتیک نشان داد که با فاصله گرفتن  $w_m$  از دو انتهای بازه، اثر معکوس دو تابع هدف بیشتر می‌شود و در نتیجه مقدار قدر مطلق تابع هدف کاهش می‌یابد به شکلی که در  $w_m = 0.5$  (میان‌بازه) اثر معکوس توابع جرم و فرکانس طبیعی به بیشترین مقدار خود می‌رسد و قدر مطلق تابع هدف کلی کمترین مقدار خود را تجربه می‌کند. به علاوه مشاهده شد که تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار از  $w_m = 0$  تا  $w_m = 0.3$  برابر بیشترین مقدار ممکن در بازه در نظر گرفته شده می‌باشد. اما قطر بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار تنها در  $w_m = 0$  برابر بیشترین مقدار ممکن در بازه در نظر گرفته شده است و با افزایش  $w_m$  بلافاصله شروع به کاهش می‌کند. به علاوه ارزیابی نتایج بهینه‌سازی این نکته جالب توجه را نشان داد که در بازه  $w_m = 0.3$  تا  $w_m = 0.7$  که هر دو پارامتر فرکانس طبیعی و جرم کل اثر قابل توجهی بر تابع هدف کل دارند، افزایش  $w_m$  هرگاه منجر به کاهش تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی شده است، کاهش مقدار قطر بهینه کم بوده است. اما زمانی که تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی ثابت مانده است، مقدار قطر بهینه کاهش شدیدی را تجربه کرده است. مهم‌ترین دلیل این امر را می‌توان در گسسته‌بودن پارامتر تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی و پیوسته‌بودن پارامتر قطر بهینه دانست. در انتهای بازه  $w_m$ ، تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی از  $w_m = 0.7$  در پایین‌ترین مقدار تعریف شده خود قرار گرفت اما کاهش قطر بهینه تا  $w_m = 0.8$  ادامه یافت. در نهایت مشاهده شد که در بازه  $w_m = 0.8$  تا  $w_m = 1$  که تأثیر پارامتر جرم بر تابع هدف کل به شکل چشم‌گیری بیشتر از پارامتر فرکانس طبیعی می‌شود، هر دو پارامتر تعداد و قطر بهینه سیم‌های آلیاژی در کمترین مقدار ممکن در بازه تعریف شده می‌شود.

هم‌خوانی کامل نتایج به دست آمده از بهینه‌سازی ژنتیک با نتایج به دست آمده از تحلیل پارامتری نشان داد که فرآیند به کار گرفته شده و نتایج به دست آمده از این پژوهش می‌تواند به خوبی برای تحلیل و بهینه‌سازی سازه‌های تقویت شده با آلیاژهای حافظه‌دار به کار گرفته شود.

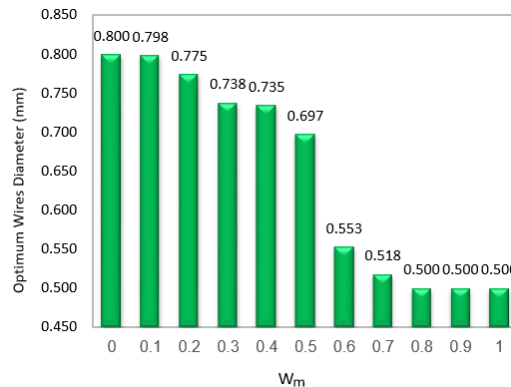
در راستای ادامه پژوهش انجام شده پیشنهادات زیر ارائه می‌گردد:  
 ۱- انجام آنالیز مودال تجربی بر تیر کامپوزیتی تقویت شده با سیم های آلیاژی حافظه‌دار در حالت‌های بهینه به دست آمده در این



(الف)



(ب)



(ج)

**نمودار ۷** نتایج فرآیند بهینه‌سازی؛ الف) کمترین مقدار تابع هدف، ب) تعداد بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار، ج) قطر بهینه سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار

## ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، نخست یک حل عددی برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژی حافظه‌دار ارائه گردید. نتایج به دست آمده در این بخش با نتایج مراجع موجود صحت‌گذاری گردید. سپس اثرات پارامترهای طراحی آلیاژهای حافظه‌دار تعبیه شده بر فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که افزایش قطر و تعداد سیم‌های آلیاژی اثری افزایشی بر فرکانس‌های طبیعی و نیز جرم کل تیر کامپوزیتی دارد و چگونگی این افزایش مورد مطالعه قرار گرفت.

در ادامه طراحی بهینه آلیاژهای حافظه‌دار برای بهینه‌سازی رفتار ارتعاشی و ساختاری سازه انجام پذیرفت. از آنجایی که تحلیل پارامتری مشاهده شد که توابع هدف وزن کمینه و فرکانس طبیعی بیشینه به طور معکوس یکدیگر از پارامترهای طراحی قطر و تعداد سیم‌های آلیاژی تأثیر می‌پذیرند برای دستیابی به حالت بهینه تیر

پژوهش و مقایسه آن با نتایج عددی ارائه شده.

۲- به کارگیری روش ارائه شده در این پژوهش در طراحی کاربردی آلیاژهای حافظه دار در بدن انسان همچون زانو و لگن و نیز کاربردهای صنعتی مختلف از جمله جاذب‌های ارتعاشی.

۳- به کارگیری روش ارائه شده در این پژوهش برای تحلیل و بهبود خواص ارتعاشی سازه‌های هوشمند متخلخل.

**تشکر و قدردانی:** نویسندگان مقاله مراتب تشکر و قدردانی خود را از سردبیر، داوران و ویراستاران محترم مجله مکانیک مدرس اعلام می‌نمایند.

**تأییدیه اخلاقی:** نویسندگان در نگارش این مقاله رعایت کامل اصول اخلاقی را مد نظر قرار داده‌اند و به منابع علمی استفاده شده در متن ارجاع داده شده است.

**تعارض منافع:** تمامی مطالب ارائه شده در این مقاله توسط نویسندگان آن انجام پذیرفته و هیچ فرد دیگری در تهیه آن نقش نداشته است.

**سهم نویسندگان:** فؤاد نظری (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی (۳۴٪)؛ محمدحسین ابوالبشری (نویسنده دوم)، روش‌شناس (۳۳٪)؛ سید محمود حسینی (نویسنده سوم)، روش‌شناس (۳۳٪)

**منابع مالی:** تمامی منابع مالی این تحقیق توسط نویسندگان مقاله تأمین شده است.

#### پیوست ۱:

در این بخش معادلات حاکم بر تیرهای کامپوزیتی حافظه دار ارائه شده است.

معمول‌ترین رابطه یک‌بعدی مواد آلیاژی حافظه دار در طی تغییر فاز مارتنزیتی در بازه کرنش‌های کوچک به صورت رابطه (۲۰) می‌باشد<sup>[16]</sup>:

$$(\sigma - \sigma_0) = D(\xi)(\varepsilon - \varepsilon_0) + \theta(T - T_{Ref}) + \Omega(\xi)(\xi - \xi_M) \quad (20)$$

رابطه کسر مارتنزیتی  $\xi$  و دمای اعمالی  $T$  به ترتیب برای تغییر فاز مارتنزیتی معکوس و رو به جلو در روابط (۲۱) و (۲۲) آمده است<sup>[17]</sup>.

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \left[ \cos \left( \frac{\pi}{A_f - A_s} (T - A_s) \right) + 1 \right] \quad (21)$$

$$\xi = \frac{1 - \xi_A}{2} \left[ \cos \left( \frac{\pi}{M_s - M_f} (T - M_s) \right) + \frac{1 + \xi_A}{2} \right] \quad (22)$$

که در آن‌ها  $\xi_A$ ،  $\xi_M$ ،  $A_f$ ،  $A_s$ ،  $M_f$  و  $M_s$  به ترتیب نشانگر کسر حجمی فاز آستنیت، کسر حجمی فاز مارتنزیت، دمای شروع تغییر فاز آستنیت، دمای پایان تغییر فاز آستنیت، دمای شروع تغییر فاز مارتنزیت و دمای پایان تغییر فاز مارتنزیت می‌باشد. مدول کششی و ضریب انبساط طولی آلیاژهای حافظه دار می‌تواند توسط قانون ترکیب به صورت معادلات (۲۳) و (۲۴) بیان شود:

$$D(\xi) = \xi D_M + (1 - \xi) D_A \quad (23)$$

$$\theta(\xi) = \xi \theta_M + (1 - \xi) \theta_A \quad (24)$$

همچنین ضریب دگرگونی آلیاژ حافظه دار،  $\Omega(\xi)$ ، می‌تواند از ضرب حد کرنش قابل بازیابی،  $\varepsilon_L$  - و مدول کششی مواد آلیاژی حافظه دار  $D(\xi)$  ارائه شود.

$$\Omega(\xi) = -\varepsilon_L D(\xi) \quad (25)$$

از جای‌گذاری رابطه (۲) در رابطه (۲۰)، رابطه (۲۶) برای تنش بازیابی سیم‌های آلیاژی حافظه دار به دست می‌آید.

$$\sigma_R = \frac{[\alpha_1 D(\xi) + \theta(\xi)](T - T_{Ref}) + \Omega(\xi)(\xi - \xi_M)}{1 - \frac{D(\xi)(\xi - \xi_M)}{4A_{comp} E_1}} \quad (26)$$

با به کارگیری قانون ترکیب مدول الاستیسیته تیر روابط (۲۷) به دست می‌آید:

$$E_B = E_1 + (D(\xi) - E_1) \frac{A_{sma}}{A_{total}} \quad (27)$$

#### پیوست ۲:

در این بخش روابط روش نیوتن که در این پژوهش برای حل معادله دیفرانسیل ارتعاشات تیر مورد بررسی به کار گرفته شده، ارائه شده است. در این روش یک نقطه شروع  $x_0$  در نزدیکی  $F(x) = 0$  در نظر گرفته شده با استفاده از فرآیند زیر  $x_1$  به عنوان پاسخی نزدیک‌تر به  $F(x) = 0$  محاسبه می‌شود.

الف) خطی مماس بر  $y = F(x)$  در  $x = x_0$  در نظر گرفته می‌شود. ب) تقاطع این خط با استفاده از رابطه  $x_1 = x_0 - \frac{F(x_0)}{F'(x_0)}$  به دست می‌آید.

ج) این فرآیند برای به دست آوردن ریشه بهبودیافته  $x_{n+1}$  از  $x_n$  تا رسیدن به دقت قابل قبول با استفاده از رابطه کلی زیر تکرار می‌شود.

$$x_{n+1} = x_n - \frac{F(x_n)}{F'(x_n)} \quad (28)$$

#### منابع

- 1- Rogers CA, Liang C, Jia J. Structural modification of simply-supported laminated plates using embedded shape memory alloy fibers. *Computers & Structures*. 1991;38(5-6):569-580.
- 2- Zak AJ, Cartmell MP, Ostachowicz W. Dynamics of multilayered composite plates with shape memory alloy wires. *Journal of Applied Mechanics*. 2003;70(3):313-327.
- 3- Lau KT, Zhou LM, Tao XM. Control of natural frequencies of a clamped-clamped composite beam with embedded shape memory alloy wires. *Composite Structures*. 2002;58(1):39-47.
- 4- Tsai XY, Chen LW. Dynamic stability of a shape memory alloy wire reinforced composite beam. *Composite Structures*. 2002;56(3):235-241.
- 5- Baz A, Poh S, Ro J, Gilheany J. Control of the natural frequencies of nitinol-reinforced composite beams. *Journal of Sound and Vibration*. 1995;185(1):171-185.
- 6- Chen Q, Levy C. Active vibration control of elastic beam by means of shape memory alloy layers. *Smart Materials and Structures*. 1996;5(4):400.
- 7- Sarip SB, A Rasid ZB, Hassan MZB. Stress analysis of laminated composite plates with embedded shape memory alloy using finite element method [Internet]. Kuala Lumpur: Universiti Teknologi Malaysia Kuala Lumpur; 2006 [cited 2017 Aug 01]. Available from: <http://eprints.utm.my/id/eprint/2992/>
- 8- Kuo SY, Shiau LC, Chen KH. Buckling analysis of shape memory alloy reinforced composite laminates. *Composite Structures*. 2009;90(2):188-195.
- 9- Barzegari MM, Dardel M, Fathi AR, Pashaehi MH. Effect of shape memory alloy wires on natural frequency of

optimization and machine learning. Boston MA: Addison-Wesley Publishing Company; 1989.

14- MATLAB 2014a. Natick: The MathWorks; 2014.

15- Jakob W, Blume C. Pareto optimization or cascaded weighted sum: A comparison of concepts. *Algorithms*. 2014;7(1):166-185.

16- Brinson LC, Huang MS, Boller C, Brand W. Analysis of controlled beam deflections using SMA wires. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 1997;8(1):12-25.

17- Liang C, Rogers CA. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. 1997;8(4):285-302.

plates. *Journal of Mechanical Engineering and Automation*. 2012;2(1):23-28.

10- Karimi Mahabadi R, Shakeri M, Danesh Pazhooh M. Free vibration of laminated composite plate with shape memory alloy fibers. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2016;13(2):314-330.

11- Botshekanan Dehkordi M, Khalili SMR. Frequency analysis of sandwich plate with active SMA hybrid composite face-sheets and temperature dependent flexible core. *Composite Structures*. 2015;123:408-419.

12- Thompson SP, Loughlan J. Enhancing the post-buckling response of a composite panel structure utilising shape memory alloy actuators - a smart structural concept. *Composite Structures*. 2001;51(1):21-36.

13- Goldberg DE. Genetic algorithms in search,