



## Dynamic Analysis and Designing a Dynamic Based Control Algorithm for Legged Quadruped Robot Locomotion

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Abdi H.<sup>1</sup> MSc,  
Shaker Arani M.J.<sup>1</sup> MSc,  
Salarieh H.\*<sup>1</sup> PhD,  
Kakaei M.M.<sup>1</sup> MSc

#### How to cite this article

Abdi H, Shaker Arani M.J, Salarieh H, Kakaei M.M. Dynamic Analysis and Designing a Dynamic Based Control Algorithm for Legged Quadruped Robot Locomotion. Modares Mechanical Engineering, 2019;19(11):2635-2644.

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

#### \*Correspondence

Address: Mechanical Engineering Department, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

Phone: -

Fax: -

salarieh@sharif.ir

#### Article History

Received: July 9, 2018

Accepted: May 21, 2019

ePublished: November 2, 2019

### ABSTRACT

In this study, a dynamic based control algorithm for six-link quadruped locomotion is proposed. Up to now, a lot of researches have been conducted in the field of quadruped locomotion but most of the researches are based on the detailed modeling of a robot and its surrounding. Such methods are not able to generate a stable locomotion when the surrounding changes. However, the main characteristic of vertebral motion is the adaptability of their motions. So this is important to propose a control algorithm based on the robot dynamics. The algorithms that can guarantee the stability are classified to two categories of dynamic based and trajectory based methods. The trajectory based algorithms need detailed information about gait which is not necessarily available. But the dynamic based algorithms use some geometric constraints to reach a stabilizer controller. These geometric constraints generate the proper gaits. So in this study by employing the dynamic based control algorithm, we proposed a controller for generating the Trot and Pace gait on a straight and flat path for quadruped robot locomotion. Given that the quadruped robot has four degrees of freedom, three geometric constraints are needed to provide rhythmic locomotion. In this study, the stability of quadruped locomotion has been proved using the Poincaré return map.

**Keywords** Quadruped Robot; Dynamic Based Algorithm; Trot; Pace; Dynamic Modeling By Lagrange Method

### CITATION LINKS

[1] A review of quadruped robots and environment perception [2] Dynamic modeling and simulation of compliant legged quadruped robot [3] Control of a quadruped robot with bionic springy legs in trotting gait [4] Torso motion control and toe trajectory generation of a trotting quadruped robot based on virtual model control [5] A dynamic balancing approach for a quadruped robot supported by diagonal legs [6] First steps toward formal controller synthesis for bipedal robots with experimental implementation [7] Optimal reference motions for walking of a biped robot [8] Feedback control of dynamic bipedal robot locomotion [9] Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects [10] Models, feedback control, and open problems of 3D bipedal robotic walking [11] Reduced-order framework for exponential stabilization of periodic orbits on parameterized hybrid zero dynamics manifolds: Application to bipedal locomotion [12] A Bio-inspired Distributed Hierarchical Control Framework for Walking of a 3-Link Biped Robot [13] A Novel robust control method for three-link underactuated planar biped robot [14] Stable walking of a 7-DOF biped robot [15] Passivity-based control of underactuated biped robots within hybrid zero dynamics approach [16] Locomotion control of seven-link robot with CPG-ZMP [17] Decentralized control of rhythmic activities in fully-actuated/under-actuated robots [18] Multi-locomotion robotic systems: New concepts of bio-inspired robotics [19] A restricted Poincaré map for determining exponentially stable periodic orbits in systems with impulse effects: Application to bipedal robots [20] Analysis of stable period-one gait of a planner passive biped with elastic links

## تحلیل دینامیکی و طراحی یک الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا برای راه رفتن ربات ۴پا

حسین عبیدی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

محمدجواد شاکر آرانی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

حسن سالاریه\* PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

محمد مهدی کاکایی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله، طراحی یک الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا برای تولید فرآیند گام برداری پایدار در یک ربات ۴پای ۶لینکی ارائه شده است. تاکنون مطالعات زیادی در زمینه کنترل و حرکت ربات‌های ۴پای انجام گرفته است ولی اکثر کارهای انجام شده بر مبنای مدل‌سازی دقیق ربات و محیط آن صورت گرفته است. چنین روش‌هایی به علت تطبیقی نبودنشان توانایی خود را با تغییر محیط از دست می‌دهند. این در حالی است که ویژگی اصلی حرکت مهره‌داران، تطبیقی بودن حرکات آنها است. لذا استخراج یک الگوریتم کنترلی که صرفاً بر مبنای دینامیک ربات باشد حائز اهمیت است. الگوریتم‌های کنترلی که بتوانند تضمین پایداری کنند به ۲ نوع کلی دینامیک مبنا و تراژکتوری مبنا تقسیم می‌شوند. در این بین الگوریتم‌های تراژکتوری مبنا نیاز به داشتن اطلاعات دقیقی از گیت دارند که لزوماً در دسترس نیست. اما الگوریتم‌های دینامیک مبنا از یک سری قیود حرکتی برای رسیدن به یک کنترلر پایدار ساز استفاده می‌کنند که این قیود خود گیت حرکتی مناسب را ایجاد می‌نمایند. در این پژوهش با استفاده از الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا، یک کنترلر برای پایداری و تولید گیت ترات و سپس در یک مسیر مستقیم و مسطح برای حرکت یک ربات ۴پای ارائه شده است. با توجه به اینکه ربات ۴پای مورد نظر دارای ۴ درجه آزادی است لذا از ۳ قید هندسی برای تأمین حرکت رباتیک استفاده شده است. در این مقاله پایداری فرآیند گام برداری ربات ۴پای، با استفاده از نگاهت بازگشتی پوانکاره اثبات شده است.

**کلیدواژه‌ها:** ربات ۴پای، الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا، گیت ترات، گیت پیس، مدل‌سازی دینامیکی به روش لاگرانژ

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۴/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۲/۳۱

\*نویسنده مسئول: salarieh@sharif.ir

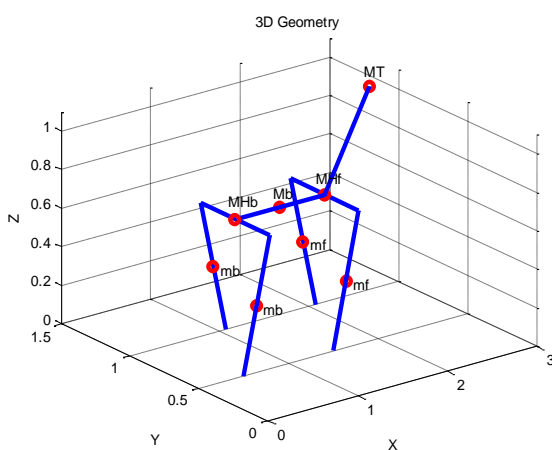
پارامترهای هندسی و فیزیکی سیستم اقدام به طراحی کنترلر می‌گردد [6-17]. این روش‌ها با وجود اینکه در مقابل اغتشاشات مقاوم هستند، به دانستن کلیه پارامترهای هندسی و فیزیکی سیستم نیاز می‌باشد. همچنین به صورت ویژه در سیستم‌های با درجه آزادی بالا به محاسبات بالا نیازمند هستند. در مقابل، روش‌های تراژکتوری مبنا، قدمت بیشتری نسبت به روش‌های دینامیک مبنا دارند. در این روش تراژکتوری مطلوب مربوط به هر درجه آزادی محاسبه شده و سپس توسط یک کنترلر پسخوراند، سیستم سعی می‌کند تراژکتوری مورد نظر را ردگیری نماید [12].

تاکنون پژوهش‌های فراوانی روی کنترل ربات‌های پادار انجام شده است اما الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا عموماً در ربات‌های ۲پای استفاده شده است که در مراجع [6-17] آمده است. عمده پژوهش‌های انجام شده روی الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا توسط آقای گریزل و همکاران انجام شده است. در مرجع [8] مدل‌های مختلف ربات‌های ۲پای که با این الگوریتم کنترل شده‌اند، آمده است. مدل‌های ربات‌های ۲پای استفاده شده توسط گریزل و همکاران شامل ربات ۲پای ۲لینکی روی سطح شیب‌دار، ربات ۲پای ۳لینکی با جرم متمرکز و ربات ۲پای ۵لینکی با جرم توزیع شده می‌باشد [8]. همان‌طور که گفته شد خلأ استفاده از این الگوریتم روی ربات‌های ۴پای در پژوهش‌های مرتبط با کنترل ربات‌های ۴پای کاملاً محسوس می‌باشد. لذا در این پژوهش کاربرد ایده کنترل ربات‌های پادار با استفاده از الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا روی ربات‌های ۴پای بررسی شده است.

به منظور بررسی گام به گام این روش بر ربات‌های ۴پای، ابتدا در بخش ۲، ساختار و مشخصات هندسی و فیزیکی ربات ۴پای مورد نظر معرفی شده است. سپس در بخش ۳ دینامیک این ربات با استفاده از روش لاگرانژ مدل‌سازی شده است. در بخش ۴ الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا روی ربات ۴پای منتخب اعمال شده و کنترل مبتنی بر دینامیک طراحی گردیده است. در فصل ۵ نتایج حاصل از شبیه‌سازی آورده شده است. در فصل ۶ پایداری فرآیند گام برداری ربات با استفاده از نگاهت بازگشتی پوانکاره بررسی شده است و در فصل ۷، نتیجه‌گیری حاصل از این پژوهش آمده است. در انتها پیشنهادهای جهت بهبود و ادامه مسیر این پژوهش ارائه شده است.

### ۲- ساختار ربات ۴پای

مدلی که برای ربات ۴پای در نظر گرفته شده است از ترکیب دو ربات ۲پای ۳لینکی مورد استفاده در مراجع [8, 9, 12, 13, 17] الهام گرفته شده است. مدل ۳بعدی این ربات در شکل ۱ آورده شده است.



شکل (۱) مدل ۳بعدی ربات ۴پای

### ۱- مقدمه

امروزه یکی از حوزه‌های پرچالش علوم مهندسی حوزه رباتیک می‌باشد. ربات‌های متحرک بسیار مورد توجه دانشمندان این حوزه می‌باشد [1]. ربات‌های متحرک را می‌توان به ۳ دسته کلی ربات‌های پادار، ربات‌های چرخ‌دار و ربات‌های ردیاب تقسیم‌بندی کرد [1]. در میان ربات‌های متحرک مهم‌ترین ویژگی ربات‌های پادار توانایی حرکت آنها در محیط‌های ناهموار می‌باشد [1-4]. در بین ربات‌های پادار نیز ربات‌های ۴پای به دلیل پایداری بیشتر نسبت به ربات‌های ۲پای و همچنین سادگی آنها نسبت به ربات‌های ۶پای و بیشتر، از اهمیت بالایی برخوردار هستند [4]. با توجه به مزایای ذکر شده، از ربات‌های پادار می‌توان در کاربردهایی همچون حمل و نقل در مناطق صعب‌العبور استفاده نمود [1, 2]. در کنار این مزایا، ربات‌های پادار به دلیل وجود تعداد زیاد عملگر در مفاصل و مصرف انرژی بالا، بازده بسیار پایینی دارند [1].

چالش اصلی در این گونه ربات‌ها کنترل و حفظ تعادل می‌باشد [5]. تاکنون روش‌های متعددی برای کنترل ربات پادار مورد استفاده قرار گرفته است که به صورت کلی می‌توان آنها را در دو دسته دینامیک مبنا و تراژکتوری مبنا تقسیم‌بندی نمود. در روش‌های دینامیک مبنا، براساس سینماتیک و دینامیک ربات و با داشتن کلیه

- ۶- جرم اجزاء به صورت متمرکز فرض شده است (محل جرم‌های متمرکز در شکل ۲ مشخص است).  
 ۷- پاها از بالا به بدنه مفصل شده‌اند لذا ربات فاقد زانو می‌باشد.

### ۳- مدل‌سازی دینامیکی

مدل دینامیک شامل دو فاز می‌شود: (۱) فاز حرکت بدنه، گردن و پاها برای تشکیل یک گام و (۲) فاز ضربه هنگام برخورد پاها به زمین و تعویض نقش پایهای ثابت و متحرک.

در بخش حرکت، یکی از پایهای جلو و عقب در تماس با زمین می‌باشد و پای دیگر به سمت جلو حرکت می‌کنند تا یک گام کامل را تشکیل دهند. پس از رسیدن پای ۲ به نقطه پایانی، پاها به زمین برخورد کرده و پای دیگر گام بعدی را شروع می‌کنند.

#### ۱-۳- فرضیات مدل‌سازی دینامیکی

در این بخش به فرضیات ساده شونده که برای هر یک از دو فاز مذکور و ترکیب دو فاز در نظر گرفته شده، اشاره شده است که به تفصیل در مرجع [8] نیز بیان شده است.

#### ۱-۱-۳- فرضیات فاز حرکت

۱- فرض می‌شود حرکت ربات روی یک مسیر به خط مستقیم و افقی (بدون شیب) و فاقد مانع می‌باشد.

۲- می‌توان حرکت ربات را به صورت ۲ گیت حرکتی ترات و پیس فرض کرد که در گیت ترات پایهای مورب عقب و جلو هم‌زمان به سمت جلو حرکت می‌کنند و در گیت پیس پایهای یک سمت عقب و جلو هم‌زمان به سمت جلو حرکت می‌کنند [18].

۳- در طول برداشتن گام یکی از پایهای جلو و یکی از پایهای عقب به زمین تماس دارند که به صورت پین شده به زمین مدل شده‌اند و یک مکانیزم ۴ میل‌های بسته را تشکیل می‌دهند. به پایهای متصل به زمین پایهای ثابت می‌گوییم.

۴- پای دیگر که به زمین متصل نیستند به سمت جلو حرکت کرده تا یک گام را تشکیل دهند. به این ۲ پا، پایهای متحرک می‌گوییم.

۵- فرض می‌کنیم اصطکاک بین زمین و پایهای در تماس با آن به اندازه کافی زیاد هست به طوری که پاها دچار لغزش نمی‌شوند.

۶- فرض می‌کنیم نیروی عکس‌العمل بین پایهای ثابت و زمین همواره مثبت (به سمت بالا) باقی می‌ماند.

#### ۲-۱-۳- فرضیات فاز ضربه

۱- فرض می‌شود لینک‌ها کاملاً صلب هستند.

۲- در هنگام برخورد پایهای متحرک به زمین، پاها به هیچ وجه روی زمین نمی‌لغزند یا به بالا جهش نمی‌کنند بلکه در همان نقطه به طور لحظه‌ای به سرعت صفر رسیده و به زمین متصل می‌شوند.

۳- فرض می‌شود ضربه به صورت آنی بوده و هر ۲ پای جلو و عقب به صورت هم‌زمان به زمین برخورد می‌کنند.

۴- نیروی خارجی وارده از سوی زمین به پاها در هنگام برخورد به زمین با یک ایمپالس مدل می‌شود.

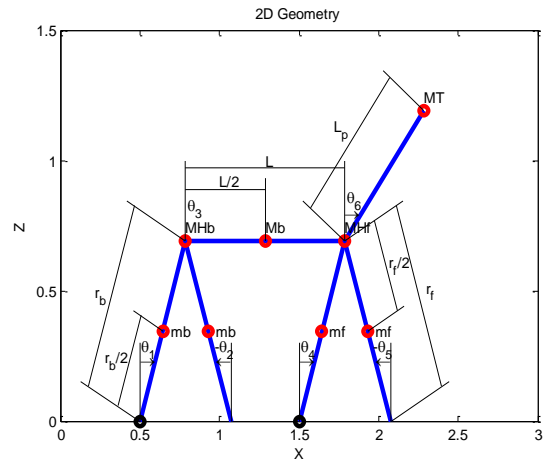
۵- فرض می‌شود عملگرها نمی‌توانند ایمپالس تولید کنند لذا در هنگام ضربه از آنها صرف نظر می‌شود.

۶- نیروهای ضربه‌ای به صورت آنی سرعت لینک‌ها را تغییر می‌دهند اما تغییری روی ساختار و موقعیت لینک‌ها ایجاد نخواهند کرد.

#### ۳-۱-۳- فرضیات ترکیب دو فاز

۱- در هر گام پایهای عقب شروع به حرکت کرده و در جلوی پایهای ثابت به زمین برخورد می‌کنند. و سپس گام بعدی شروع می‌شود.

همان‌طور که در مدل‌سازی مراجع [6-17] بیان شده است، در این مقاله نیز تحلیل ربات به صورت ۲ بعدی و حرکت در صفحه ساجیتال و روی یک سطح صاف انجام می‌شود. لذا مدل هندسی ۲ بعدی انتخاب شده ربات ۴پا برای تحلیل‌های دینامیکی و طراحی الگوریتم‌های کنترلی، به همراه پارامترهای هندسی و مشخصات فیزیکی انتخاب شده برای این ربات مطابق شکل ۲ می‌باشد.



شکل ۲) مدل ۲ بعدی ربات ۴پا

همان‌طور که از شکل ۲ مشخص است مدل ربات ۴پای منتخب، دارای ۴ لینک به عنوان پا، یک لینک به عنوان گردن و نیز یک بدنه صلب می‌باشد. به منظور مدل‌سازی دقیق‌تر عضوهای ربات، جرم‌های متمرکز روی وسط پاها، مفاصل لگن پایهای جلو و عقب، وسط بدنه و انتهای گردن قرار داده شده است. که مقادیر این جرم‌ها و سایر پارامترهای هندسی و فیزیکی ربات در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱) مقادیر پارامترهای هندسی و فیزیکی ربات ۴پا

پارامترها	یکا	مقدار
طول بدنه L	m	۱
طول گردن Lp	m	۰/۵
طول پای عقب rb	m	۰/۵
طول پای جلو rf	m	۰/۵
جرم پای عقب mb	Kg	۳
جرم پای جلو mf	Kg	۳
جرم گردن MT	Kg	۳
جرم لگن عقب MHb	kg	۵
جرم لگن جلو MHf	Kg	۵
جرم بدنه Mb	Kg	۵
شتاب گرانش g	m/s <sup>2</sup>	۹/۸۱

بنابراین مدل هندسی نهایی ربات ۴پای منتخب دارای فرضیات زیر می‌باشد.

۱- ربات نسبت به صفحه ساجیتال دارای تقارن بوده لذا حرکت ربات، صفحه‌ای (۲ بعدی) می‌باشد.

۲- ربات ۴پا دارای ۶ لینک صلب می‌باشد (۴ پا، یک بدنه و یک گردن).

۳- ربات ۴پا دارای ۶ مفصل ایده‌آل (بدون اصطکاک) می‌باشد.

۴- هر یک از مفصل‌ها دارای یک عملگر مستقل می‌باشد که ورودی سیستم کنترلی از طریق آنها اعمال می‌گردد؛ البته ممکن است همه ورودی‌های سیستم مستقل از یکدیگر انتخاب نشوند.

۵- ربات در هنگام گام برداری دارای ۴ درجه آزادی می‌باشد ( $\theta_1$ ،

صورت کلی بدون در نظر گرفتن قيود اضافی مثل پین شدن پاهای ثابت به زمین و غیره به دست آوریم. در این صورت سیستم دارای ۸ درجه آزادی خواهد بود که به شرح زیر است:

۲ درجه آزادی مربوط به موقعیت مکانی نوک پای ثابت عقب و ۶ درجه آزادی مربوط به زوایای لینک‌ها نسبت به یکدیگر که در رابطه (۶) آمده است.

$$[x] = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix} \quad (6)$$

متغیرهای فضای حالت در این فاز به شرح (۷) خواهد بود:

$$X = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (7)$$

ماتریس‌های  $C, D, G$  و  $B$  مانند فاز قبل قابل محاسبه هستند و معادله (۸) برای فاز ضربه برقرار خواهد بود:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)u + \delta F_{ext} \quad (8)$$

که در رابطه فوق،  $\delta F_{ext}$  نیروهای تعمیم‌یافته ضربه‌ای در اثر برخورد پاهای متحرک به زمین می‌باشد. اگر از رابطه بالا در طول مدت ضربه، انتگرال گرفته شود، با توجه به فرض‌های مدل ضربه به رابطه (۹) می‌رسیم:

$$D(q)\dot{q}^+ - D(q)\dot{q}^- = F_{ext} \quad (9)$$

که  $\dot{q}^-$  بیانگر سرعت‌ها قبل از برخورد و  $\dot{q}^+$  بیانگر سرعت‌ها بعد از برخورد پاها به زمین می‌باشد.

مکان نوک پای متحرک عقب و جلو را به ترتیب با  $P_{2back}(q)$  و  $P_{2front}(q)$  نشان می‌دهیم.

$$E_{2back} = \frac{\partial}{\partial q} P_{2back}(q) \quad (10\text{-الف})$$

$$E_{2front} = \frac{\partial}{\partial q} P_{2front}(q) \quad (10\text{-ب})$$

با استفاده از قضیه کار مجازی می‌توان رابطه (۱۱) را بین  $F_{ext}$  و نیروهای وارد از طرف زمین به پاهای متحرک حین برخورد برقرار کرد:

$$F_{ext} = (E_{2back})' F_{2back} + (E_{2front})' F_{2front} \quad (11)$$

با توجه به فرضیات مدل ضربه، پاهای متحرک بعد از برخورد به زمین نمی‌لغزند و همچنین از روی زمین به سمت بالا نمی‌جهند. این فرض به صورت رابطه (۱۲) مدل‌سازی می‌شود:

$$E_{2back} \dot{q}^+ = E_{2front} \dot{q}^+ = 0 \quad (12)$$

۲- از آنجا که پاها به صورت یک لینکی مدل شده‌اند و مفصل زانو در آنها وجود ندارد، در هنگام حرکت عملاً پاهای متحرک از روی زمین بلند نمی‌شوند و روی زمین کشیده می‌شوند. در عمل برای رفع این مشکل می‌توان فرض کرد نوک پاها کاملاً صلب نیست و قابلیت تغییر اندازه دارد یا پاهای متحرک علاوه بر حرکت در صفحه حرکت، مقداری نیز در جهت عمود بر این صفحه به سمت داخل حرکت می‌کنند تا روی زمین کشیده نشوند.

۳- با توجه به مورد قبل، شرط اتمام یک گام و تعویض نقش پاهای ثابت و متحرک باید به این صورت تعریف شود که زوایای پاها به مقدار مطلوب تعیین شده برسد.

۴- در پایان هر گام نقش پاهای ثابت و متحرک با یکدیگر تعویض می‌شوند و گام بعدی به طور مشابه شروع می‌شود.

### ۳-۲- مدل‌سازی فاز حرکت

به منظور مدل‌سازی دینامیکی فاز حرکت ربات ۴پا مشابه شکل ۲، ۲ پای عقب و جلو با فاصله  $L$  در تماس با زمین قرار دارند و فرض می‌کنیم مانند مکانیزم ۴لینکی به زمین لولا شده‌اند. بنابراین هر یک از ۲ پای دیگر به همراه گردن دارای درجه آزادی هستند لذا ربات در مجموع در این فاز دارای ۴ درجه آزادی می‌باشد. با توجه به توضیحات داده شده متغیرهای حالت به صورت رابطه (۱) انتخاب می‌شوند.

$$X = \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} \quad (1)$$

برای به دست آوردن معادلات دینامیکی حاکم بر این ربات از روش لاگرانژ استفاده می‌نماییم که لاگرانژین برابر با رابطه (۲) می‌باشد:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q) \quad (2)$$

که در آن  $T$  مجموع انرژی جنبشی لینک‌ها و  $V$  مجموع انرژی پتانسیل آنها می‌باشد. با توجه به ۴ درجه آزادی که در بالا ذکر شد، معادلات لاگرانژ به شکل رابطه (۳) می‌باشد:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (3)$$

که در این رابطه  $F$  بردار نیروهای تعمیم‌یافته مربوط به مختصه  $q$  است. با اعمال روش لاگرانژ، معادلات حاکم به فرم (۴) به دست خواهند آمد.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = B(q)u \quad (4)$$

که در آن  $D$  ماتریس اینرسی،  $C$  ماتریس کریولیس،  $G$  بردار گرانش و  $B$  ماتریس تبدیل گشتاور عملگرها به نیروهای تعمیم‌یافته می‌باشد.  $u$  نیز بردار گشتاور عملگرها می‌باشد.

بنابراین فضای حالت دینامیک ربات به صورت رابطه (۵) به دست می‌آید:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ D(q)^{-1} [-C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q) + B(q)u] \end{bmatrix} \quad (5)$$

### ۳-۳- مدل‌سازی فاز ضربه

ضربه پاهای عقب و جلو می‌تواند هم‌زمان (حالت ایده‌آل) یا با اختلاف زمان (حالت واقعی) باشد. در این مقاله فرض بر این است که ضربه پاهای جلو و عقب به صورت هم‌زمان رخ می‌دهد. برای مدل‌سازی ضربه ابتدا باید معادلات دینامیک سیستم را به

بردار  $y$  می‌باشد. زیرا در صورتی که این بردار به سمت صفر میل کند، قیود هندسی مورد نظر ارضاء می‌شوند و حرکت ربات به صورت گیت‌های حرکتی ترات و پیس ایجاد خواهد شد و ربات یک تولید گام پایدار خواهد داشت. در واقع خروجی سیستم کنترلی بردار  $y$  می‌باشد.

با مشتق‌گیری از خروجی سیستم نسبت به زمان داریم:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial h}{\partial x} \dot{x} \quad (۱۹-الف)$$

(۱۹-ب)

$$\frac{dy}{dt} = \left[ \frac{\partial h}{\partial q} \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{q}} \right] \left[ D^{-1}(-C\dot{q} - G) \right] + \left[ D^{-1}B \right] u \quad (۱۹-ج)$$

$$\frac{dy}{dt} = \left[ \frac{\partial h}{\partial q} \quad 0 \right] \left[ D^{-1}(-C\dot{q} - G) \right] + \left[ \frac{\partial h}{\partial \dot{q}} \quad 0 \right] \left[ D^{-1}B \right] u \quad (۱۹-د)$$

$$\frac{dy}{dt} = L_f h(q, \dot{q}) + L_g h * u = L_f h(q, \dot{q}) = \frac{\partial h}{\partial q} * \dot{q}$$

در عبارت بالا ماتریس  $L_g h$  صفر می‌باشد.

بار دیگر از عبارت فوق نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

(۲۰-الف)

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \left[ \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial h}{\partial \dot{q}} \dot{q} \right) \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{q}} \right] \left[ D^{-1}(-C\dot{q} - G) \right] + \left[ D^{-1}B \right] u \quad (۲۰-ب)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \left[ \frac{\partial}{\partial q} \left( \frac{\partial h}{\partial \dot{q}} \dot{q} \right) \quad \frac{\partial h}{\partial \dot{q}} \right] \left[ D^{-1}(-C\dot{q} - G) \right] + \frac{\partial h}{\partial q} D^{-1} B u \quad (۲۰-ج)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = L_f^2 h(q, \dot{q}) + L_g L_f h(q) u$$

در نتیجه با فرض معکوس‌پذیر بودن ماتریس  $L_g L_f h(q)$  سیگنال کنترل به شکل (۲۱) قابل محاسبه می‌باشد:

$$u = \left( L_g L_f h(q) \right)^{-1} \left( -L_f^2 h(q, \dot{q}) + \ddot{y} \right), v = \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (۲۱)$$

بنابراین به منظور صفر نگه‌داشتن قیود در نظر گرفته‌شده، از پس‌خوراند  $PD$  به صورت رابطه (۲۲) استفاده می‌کنیم:

$$v = K_p \dot{y} + K_D \ddot{y} \quad (۲۲)$$

استفاده از کنترلر بالا با قیود دینامیکی ذکر شده موجب حرکت پایدار ربات می‌گردد. در این پژوهش ماتریس‌های  $K_p$  و  $K_D$  به صورت (۲۳) در نظر گرفته شده است:

$$K_p = - \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad (۲۳-الف)$$

$$K_D = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲۳-ب)$$

### ۵- نتایج شبیه‌سازی

از آنجا که دینامیک سیستم ربات ۴ پدال غیرخطی و تا حدی پیچیده می‌باشد، شرایط اولیه در نتایج تأثیر قابل توجهی دارد. به دلیل نقطه‌ای فرض کردن تماس پاها با زمین و عدم وجود عملگر در نقطه تماس با زمین، ربات نمی‌تواند در حالت ایستا پایدار باشد و به سمت جلو یا عقب حرکت می‌کند. در شروع یک گام پاهای ثابت که به زمین پین شده‌اند، با تعریفی که در مدل‌سازی سیستم ارائه شده، زاویه منفی نسبت به خط قائم دارند و سیستم مایل به افتادن به سمت عقب است. در نتیجه اگر سرعت اولیه پاها از حدی کمتر باشد، ربات قادر به تولید گام نبوده و به سمت عقب متمایل

بنابراین برای به‌دست‌آوردن سرعت‌ها بعد از برخورد باید دستگاه معادلات خطی (۱۳) حل شود:

(۱۳)

$$\begin{bmatrix} D_{8 \times 8} & \begin{pmatrix} (-E_{2back})' \\ (-E_{2front})' \end{pmatrix}_{8 \times 2} \\ \begin{pmatrix} E_{2back} \\ E_{2front} \end{pmatrix}_{2 \times 8} & 0_{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\dot{q}^+)_{8 \times 1} \\ (F_{2back})_{2 \times 1} \\ (F_{2front})_{2 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (D * \dot{q}^-)_{8 \times 1} \\ 0_{4 \times 1} \end{bmatrix}$$

با حل این معادله می‌توان سرعت‌ها را بلافاصله بعد از برخورد به دست آورد [8,19].

$$x^+ = \Delta(x^-) \quad (۱۴)$$

توجه به این نکته بسیار مهم است که نقش پاهای ثابت و متحرک پس از برخورد عوض می‌شود.

### ۳-۴- مدل‌سازی ترکیب دو فاز

با توجه به مطالب ذکر شده در دو بخش قبلی، دینامیک سیستم به صورت ترکیبی از دینامیک پیوسته و دینامیک گسسته خواهد بود [19].

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u & x \notin S \\ x^+ = \Delta(x^-) & x^- \in S \end{cases} \quad (۱۵)$$

$$S = \{(q, \dot{q}) | \theta_2 = \theta_5 = \theta_d\} \quad (۱۶)$$

زیر فضای  $S$  که اگر متغیرهای حالت عضوی از آن باشند، دینامیک گسسته استفاده می‌شود. در این پژوهش با کمک شرایط (۱۷) تعریف می‌شود:

$$\theta_2 = \theta_5 = \theta_d \quad (۱۷)$$

به این معنا که وقتی زاویه پاهای متحرک جلو و عقب به مقدار مطلوب برسد، فرض می‌شود که برخورد رخ می‌دهد.

### ۴- طراحی کنترلر مبتنی بر الگوریتم کنترلی دینامیک مینا

در این الگوریتم با استفاده از یک مکانیزم ناپایدارکننده (در این پژوهش وجود جرم متمرکز روی گردن و ایجاد گشتاور ناپایدارکننده) باعث تحریک ربات به سمت جلو شده و ربات برای عدم ازدست‌دادن تعادل، می‌بایست شروع به حرکت نماید. به منظور طراحی کنترلر مبتنی بر الگوریتم کنترلی دینامیک مینا به  $N-1$  قید هندسی مستقل نیاز است که  $N$  تعداد درجات آزادی ربات می‌باشد [8]. لذا در ربات ۴ پدال ۴ درجه آزادی حاضر، به ۳ قید هندسی مستقل نیاز می‌باشد.

### ۴-۱- قیود هندسی

همان‌طور که قبلاً گفته شد، عامل ناپایداری و حرکت ربات ۴ پدال در این مقاله، جرم متمرکز روی گردن و زاویه قرارگیری گردن نسبت به بدنه می‌باشد که ربات را به حرکت به سمت جلو تحریک می‌کند. بنابراین یکی از قیود هندسی، زاویه گردن می‌باشد که انتظار داریم مقدار مطلوبی را ردیابی کند تا همواره عامل محرک ربات برای حرکت به سمت جلو را تأمین نماید. همچنین برای یک حرکت متقارن انتظار می‌رود زاویه پاهای ثابت و متحرک در جفت پاهای جلو و عقب قرینه یکدیگر باشند. بنابراین تمامی ۳ قید هندسی مناسب و مستقل به شرح (۱۸) می‌باشند.

$$y = h(q) = \begin{pmatrix} \theta_6 - \theta_{6d} \\ \theta_1 + \theta_2 \\ \theta_1 + \theta_5 \end{pmatrix} \quad (۱۸)$$

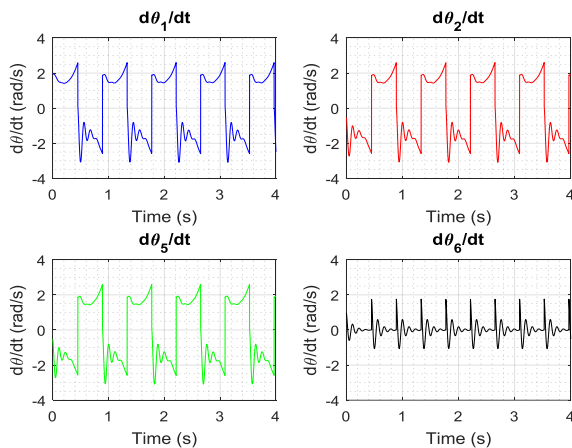
مقدار  $\theta_{6d}$  در این مقاله برابر با  $\pi/3$  رادیان انتخاب شده است.

### ۴-۲- طراحی کنترلر

در این مقاله هدف کنترلر طراحی شده برای ربات، صفر نگه‌داشتن

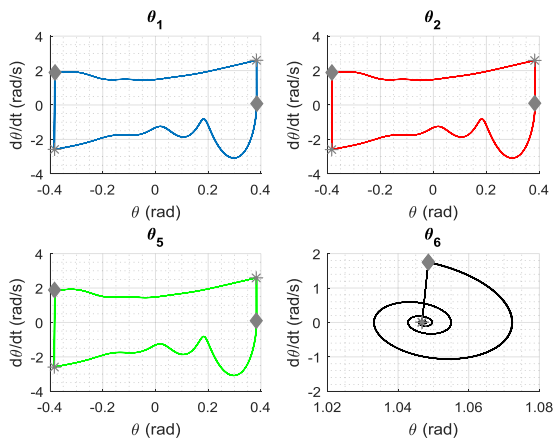


در منحنی‌های نمودار ۲ رفتار متغیرهای حالت  $\theta_1, \theta_2, \theta_5$  و  $\theta_6$  نسبت به زمان آورده شده است.



نمودار ۲) نرخ تغییر زوایا (متغیرهای حالت) نسبت به زمان

همان‌طور که در نمودار ۲ مشاهده می‌شود نرخ تغییر زوایای  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_5$  و  $\theta_6$  مشابه رفتار خود این زوایا تناوبی می‌باشد. رفتار هر یک از منحنی‌های سرعت زاویه‌ای پاها در یک سیکل، در فاز پای ثابت و پای متحرک با یکدیگر متفاوت است. در انتهای هر گام با برخورد پاهای متحرک به زمین منحنی سرعت‌های زاویه‌ای جهش پیدا می‌کنند و در زمان کوتاهی مقدارشان به یک‌باره تغییر می‌کند که رفتار ضربه در هنگام برخورد پاها به زمین در انتهای هر گام را به خوبی نشان می‌دهد. همچنین منحنی چهارم نشان می‌دهد که نرخ تغییر زاویه گردن نیز به وسیله کنترلر روی صفر نگه داشته می‌شود اما همان‌طور که قبلاً اشاره شد با برخورد پاهای متحرک به زمین به دلیل اینرسی بالای گردن، این متغیر حالت دچار نوسان می‌شود. در تحلیل سیستم‌های غیرخطی به خصوص دینامیک ربات‌های راه‌رونده، تحلیل تراژکتوری‌های صفحه فاز بسیار حائز اهمیت می‌باشد لذا در نمودار ۳ نرخ تغییر هر متغیر حالت نسبت به متغیر حالت نظیرش (صفحه فاز هر متغیر حالت) نشان داده شده است. شرط اصلی تناوبی بودن حرکت ربات پادار، وجود سیکل حد پایدار بعد از اعمال کنترل یا به عبارتی بسته‌بودن تراژکتوری‌های متغیرهای حالت می‌باشد. به این معنی که زاویه و نرخ تغییر آن پس از هر سیکل به نقطه آغازین خود بازمی‌گردد. این نکته در تراژکتوری‌های نمودار ۳ به خوبی مشخص است.



نمودار ۳) منحنی بسته تناوبی تراژکتوری‌های متغیرهای حالت روی صفحات فاز

می‌شود و به انتهای یک گام و مرحله برخورد پای متحرک به زمین نمی‌رسد. بنابراین سرعت اولیه پاهای جلو و عقب باید از حد معینی بیشتر باشد تا یک گام کامل شود. همچنین زاویه مطلوب و جرم گردن باید به گونه‌ای باشند که ناپایداری لازم و عامل محرک کافی برای ادامه حرکت ربات و تشکیل گام‌های بعدی را تأمین کند؛ در غیر این صورت ربات پس از چندگام متوقف شده و به سمت عقب متمایل می‌گردد. لذا در این پژوهش بعد از چند مرحله سعی و خطا مقادیر (۲۴) به عنوان مقادیر اولیه متغیرهای فضای حالت انتخاب گردید:

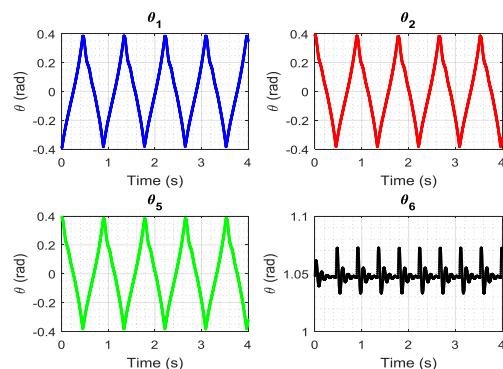
$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_5 \\ \dot{\theta}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\pi}{8} \\ \frac{\pi}{8} \\ \frac{\pi}{8} \\ \frac{\pi}{8} \\ \frac{\pi}{3} \\ 2 \\ -0.5 \\ -0.5 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

مقادیر فوق برحسب رادیان می‌باشند. لازم به ذکر است مقادیر شرط اولیه باید از یک مقدار حداقلی بزرگ‌تر باشند تا حرکت به سمت جلو آغاز شود و از یک مقدار هم کوچک‌تر باشد تا گشتاور کنترلر بتواند پایداری را تأمین نماید.

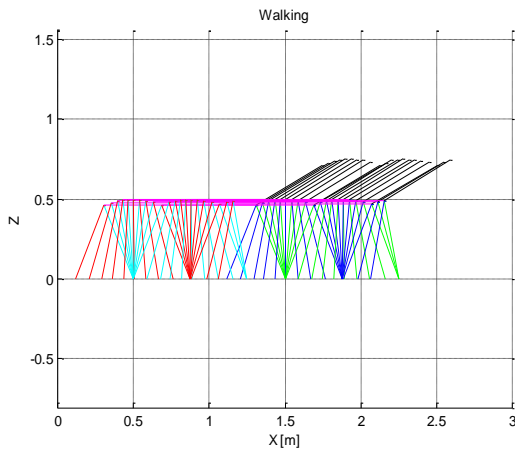
شبیه‌سازی سیستم براساس دینامیک پیشنهادشده دوفازی و شرایط اولیه بالا منجر به راه رفتن پایدار ربات می‌گردد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در ادامه آورده شده است.

در منحنی‌های نمودار ۱ رفتار متغیرهای حالت  $\theta_1, \theta_2, \theta_5$  و  $\theta_6$  نسبت به زمان آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود زوایای  $\theta_1, \theta_2$  و  $\theta_5$  که معرف دوران پاها می‌باشد به صورت متناوب رفتار می‌کنند تا گام‌های پیاپی را تشکیل دهند. در ابتدای هر گام زوایا از یک مقدار منفی یا مثبت شروع شده و در انتهای گام به مقدار قرینه‌اش (مقدار مطلوب برای اتمام گام) می‌رسد و پس از برخورد پاها به زمین، دوباره به سمت مقدار قبلی حرکت می‌کند تا به مقدار اولیه برسد در واقع در نیمه یک سیکل حرکتی، این پا نقش پای ثابت یا متحرک دارد و در نیمه بعدی نقش آن تغییر می‌کند. و همین‌طور گام‌های بعدی به صورت متناوب ایجاد می‌شوند.

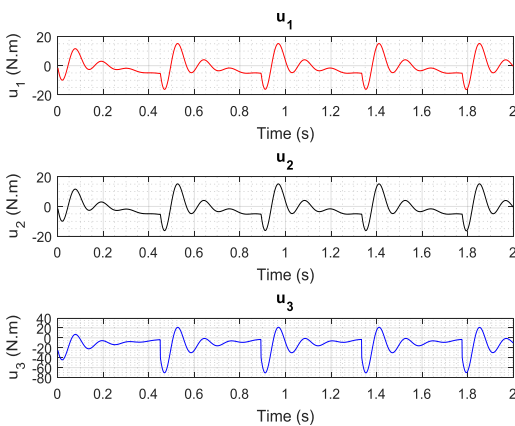
در این نمودار، زاویه  $\theta_6$  معرف دوران گردن ربات می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود کنترلر سعی می‌کند در طول حرکت ربات، این زاویه را روی مقدار مطلوب نگه دارد. با برخورد پاهای متحرک به زمین به دلیل اینرسی بالای گردن، این متغیر حالت دچار نوسان می‌شود که کنترلر به خوبی آن را میرا می‌کند.



نمودار ۱) تغییر زوایا (متغیرهای حالت) نسبت به زمان



شکل ۳) مراحل گام برداری شبیه‌سازی شده برای حرکت ربات ۶ پا با استفاده از الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا



نمودار ۶) گشتاور عملگرها

همان‌طور که از نمودار ۶ مشاهده می‌شود به دلیل ریتمیک بودن حرکت، این گشتاورها بعد از پایداری حرکت ربات به صورت تناوبی تکرار می‌شوند. لازم به ذکر است نیروهای وارد به نقطه تماس به دلیل ماهیت ضربه‌ای بودن، همان‌طور که در بخش مدل‌سازی اشاره شد، در اینجا نشان داده نمی‌شود.

همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، نقش گردن در این ربات ایجاد ناپایداری به سمت جلو و تحریک ربات برای گام برداشتن و حرکت به سمت جلو می‌باشد. به منظور صحت‌سنجی این فرضیه، جرم متمرکز واقع در گردن ربات را از ۳ کیلوگرم به یک کیلوگرم تغییر داده و ثابت شبیه‌سازی را دوباره تکرار نمودیم. با کاهش زیاد جرم گردن و ثابت نگه‌داشتن قید زاویه گردن شرایط مناسب برای راه رفتن به دلیل کاهش انرژی جنبشی فراهم نمی‌شود. مطابق انتظار پس از برداشتن یک گام سرعت لینک‌های پاهای ربات به قدری افت کرده است که توانایی به پایان‌رساندن گام بعدی را نداشته و به سمت عقب متمایل می‌شوند. نمودار ۷ منحنی تغییرات زوایای متغیرهای حالت نسبت به زمان را نشان می‌دهد. همان‌طور که اشاره شد در این شبیه‌سازی جرم گردن از ۳ کیلوگرم به یک کیلوگرم کاهش یافته است.

همان‌طور که از نمودارهای نمودار ۷ مشخص است با کاهش جرم گردن، ربات به حرکت به سمت جلو تحریک نمی‌شود لذا منحنی‌های فوق رفتار تناوبی نداشته و واگرا می‌شوند. البته زاویه گردن همچنان حالت مطلوب خود را حفظ می‌کند.

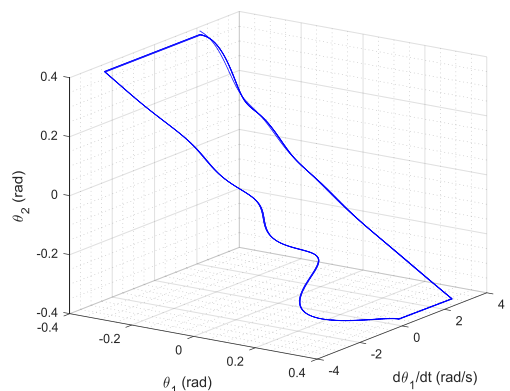
تراژکتوری مربوط به زاویه گردن نیز پس از هر بار برخورد پاها به زمین از نقطه تعادل خود دور شده و دوباره به وسیله کنترلر به سمت نقطه تعادل میل می‌کند. نقطه تعادل گردن در این ربات  $\theta_6 = 0$  و  $\dot{\theta}_6 = 0$  می‌باشد.

در نمودار ۳، علامت لوزی شروع فاز حرکت و علامت ستاره پایان آن فاز را نشان می‌دهد (جهت منحنی‌ها ساعت‌گرد است).

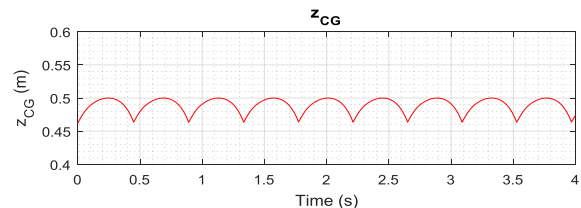
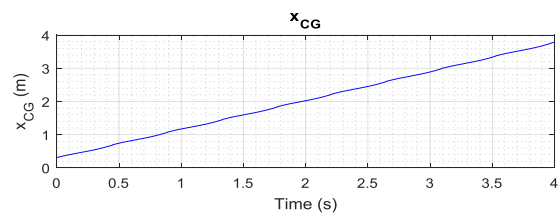
در نمودار ۴، نمودار ۳ بعدی صفحه فاز متغیرهای حالت  $\theta_1$  و  $\dot{\theta}_1$  به همراه  $\theta_2$  رسم شده است. در این نمودار که برای یک سیکل حرکتی ربات ۴ پا رسم شده است، به خوبی قرینه‌بودن زوایای ۲ پای عقب، بسته‌بودن تراژکتوری صفحه فاز  $\theta_1$  و  $\dot{\theta}_1$  و همچنین جهش سرعت‌های زاویه‌ای و ثابت‌بودن زوایا در هنگام برخورد پاها به زمین در انتهای فرآیند گام‌برداری قابل ملاحظه است.

برای شناخت بهتر نحوه حرکت ربات ۴ پا در مسیر مورد نظر، می‌بایست تغییرات موقعیت مطلق مرکز جرم بدنه ربات بررسی شود. به همین منظور در نمودار ۵ منحنی این تغییرات نسبت به زمان رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ربات در راستای افقی تقریباً با سرعت ثابت حرکت می‌کند. همچنین حرکت عمودی مرکز جرم بدنه به صورت متناوب می‌باشد و به بالا و پایین نوسان می‌کند. علت این امر عدم در نظر گرفتن زانو برای پاهای ربات می‌باشد که برای تولید گام، بدنه ربات مجبور است در جهت عمودی حرکت داشته باشد.

شکل ۳ به صورت شماتیک مراحل گام‌برداری ربات ۴ پای شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد. در این شکل که ۲ گام حرکت ربات را نشان می‌دهد حدود ۲۰ فریم از حرکت ربات رسم شده است.



نمودار ۴) نمونه‌ای از تراژکتوری ۳ بعدی



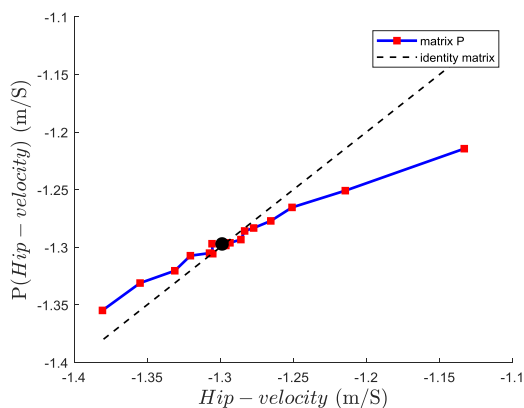
نمودار ۵) منحنی تغییرات مؤلفه‌های افقی و عمودی مرکز جرم بدنه ربات نسبت به زمان

تغییری حاصل نمی‌شود. بنابراین نقطه‌ای به نام نقطه سکون  $x^*$  تعریف می‌شود که از رابطه (۲۶) پیروی می‌کند و بیانگر حالت گام‌برداری متناوب است.

$$x^* = P(x^*) \quad (26)$$

لذا اگر این نقطه سکون پایدار باشد، حرکت گام‌برداری نیز پایدار خواهد بود [9, 13]. برای این منظور، مقادیر ویژه نگاشت  $P$  در نقطه سکون، باید کوچکتر از یک باشد [20]. برای اثبات این شرط، رایج است که از روش عددی استفاده می‌شود. لذا بعد از تعیین نقطه تعادل، اگر قدر مطلق شیب نگاشت  $P$  در نقطه سکون کمتر از یک باشد، نشان‌دهنده پایداری سیکل حد به دست آمده می‌باشد. مقدار این نقطه سکون بر حسب اینکه شرایط اولیه حرکتی، و قیود مد نظر برای ساخت دینامیک صفر چقدر باشند تغییر می‌کند. تعیین قیود، خود مسأله مهمی است که از بهینه‌سازی توابع هدف مختلفی نظیر انرژی، زمان و غیره به دست می‌آید که در اینجا به آن پرداخته نشده است.

نمودار ۸ منحنی حاصل از نگاشت بازگشتی پوانکاره (رابطه ۲۵) و تقاطع آن با خط نیم‌ساز ربع اول که نمایانگر نقطه سکون سیستم نشان داده شده است. در این نمودار منحنی خط تیره نشان‌دهنده نگاشت  $P$  و خط منقطع نشان‌دهنده تابع همانی (نیم‌ساز ربع اول) است. همان‌طور که مشخص است، شیب خط نگاشت پوانکاره کمتر از خط همانی است که نشان‌دهنده حرکتی پایدار است.

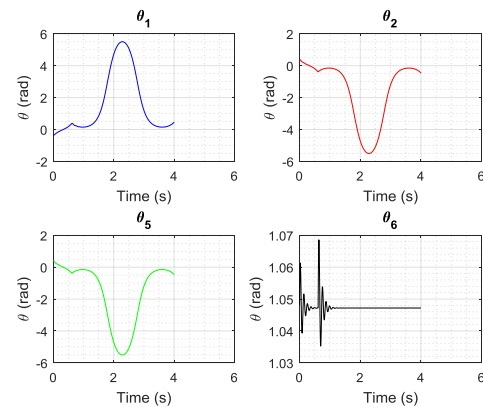


نمودار ۸ همگرایی نقاط نگاشت  $P$  به نقطه تعادل پایدار آن

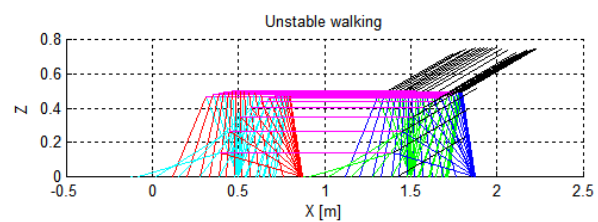
## ۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش یک الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا برای یک ربات ۴پای ۶لینکی (فاقد زانو) توسعه داده شد. با توجه به نبود عملگر در مچ پا، دینامیک ربات زیرفعال و هیبریدی می‌باشد. الگوریتم پیشنهادی براساس پایداریسازی قیود مجازی تعریف شده روی متغیرهای حالت عمل می‌کند. برای پایداریسازی قیود مجازی تعریف شده از روش خطی‌سازی پس‌خوراند استفاده شده است و برای نشان‌دادن پایداری سیکل حدی بیان‌کننده راه رفتن، از روش نگاشت پوانکاره استفاده گردید. همچنین نتایج شبیه‌سازی نیز عملکرد درست الگوریتم پیشنهادی را نشان دادند. گرچه الگوریتم پیشنهادی ساده و کارا می‌باشد، دارای محدودیت‌هایی در عمل می‌باشد که ناشی از طبیعت هیبریدی دینامیک راه رفتن است. ملاحظه شد که برای شروع حرکت و آغاز فرآیند تولید گام در این ربات، علاوه بر مناسب بودن مقادیر اولیه سرعت‌های زاویه‌ای پاها، می‌بایست جرم‌گردن ربات و زاویه قرارگیری گردن نسبت به بدنه به اندازه‌ای باشد که ربات به حرکت به سمت جلو تحریک شود. در

در شکل ۴ ربات ۴پای ناپایدار و عدم توانایی آن در تولید گام و حرکت رو به جلو به دلیل کاهش جرم‌گردن قابل مشاهده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود ربات در ابتدا به دلیل وجود سرعت اولیه در پاها، مقدار اندکی از فرآیند گام‌برداری را طی کرده ولی پس از مدتی به دلیل کم‌بودن جرم‌گردن، توانایی گام‌برداری خود را از دست داده و به سمت عقب متمایل می‌گردد. لازم به ذکر است این پدیده در گذشته نیز توسط دیگر محققین اشاره شده است [9, 13, 14].



نمودار ۹ تغییر زوایا (متغیرهای حالت) نسبت به زمان با کاهش جرم‌گردن و ناپایداری ربات



شکل ۱۰ مراحل گام‌برداری شبیه‌سازی شده برای حرکت ربات ۴پای ناپایدار با استفاده از الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا

## ۶- بررسی پایداری

برای اثبات پایداری سیکل حد تولید شده و در نهایت اثبات پایداری فرآیند گام‌برداری از نگاشت بازگشتی پوانکاره استفاده می‌گردد. برای استفاده از این روش نیاز به تعریف خط برش پوانکاره است. در این پژوهش این خط برش از نقطه برخورد پاها به زمین در دینامیک مسئله می‌گذرد. مشخصاً به ازای هر شرط اولیه مناسب، یک نقطه برخورد  $(x^-)$  از حل معادله دینامیکی (۵) به دست می‌آید. با استفاده از نگاشت برخورد در رابطه (۱۴)، نقطه حاصل به شرایط اولیه جدیدی  $(x^+)$  برای فاز حرکت بعدی سیستم دینامیکی نگاشت می‌شود. برای سیکل حرکتی، این روند به‌طور مرتب تکرار می‌شود. بنابراین مجموعه‌ای از نقاط حاصل می‌گردد که با تحلیل آنها می‌توان پایداری حرکت را تشخیص داد. لذا روی این مجموعه نقاط، تابعی گسسته (۲۵) تعریف می‌شود که از آن به نگاشت بازگشتی پوانکاره در مراجع [8-14] یاد شده است.

$$x_{n+1} = P(x_n) \quad (25)$$

متغیر  $x_n$  می‌تواند از روی سایر متغیرهای حالت مسئله ساخته شود که مربوط به سرعت باشد [8]. در این پژوهش در رابطه (۲۵)، متغیر  $x_n$  سرعت مفصل ران در لحظه برخورد  $n$ ام در نظر گرفته شده است. این رابطه، این سرعت را به سرعت در لحظه  $n+1$ امی مربوط می‌سازد. مسلماً در زمان رسیدن به پایداری، در مقدار این متغیر



قید هندسی	h
زاویه دوران	$\theta$
نرخ تغییر زاویه دوران	$\dot{\theta}$
گشتاور عملگرهای مفاصل	u
<b>علائم یونانی</b>	
ماتریس ضربه	$\Delta$
<b>بالانویس‌ها</b>	
بعد از برخورد	+
قبل از برخورد	-
<b>زیرنویس‌ها</b>	
چلو	f
عقب	b
مقدار مطلوب	d

### منابع

- 1- Meng X, Wang S, Cao Z, Zhang L. A review of quadruped robots and environment perception. 2016 35th Chinese Control Conference (CCC), Chengdu, China, 27-29 July 2016. Piscataway: IEEE; 2016.
- 2- Gor M, Pathak PM, Kumar Samantaray A, Yang JM. Dynamic modeling and simulation of compliant legged quadruped robot. Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM2013), IIT Roorkee, India, Dec 18-20 2013. Unknown City: Unknown Publisher; 2013.
- 3- Li M, Jiang Z, Wang P, Sun L, Ge SS. Control of a quadruped robot with bionic springy legs in trotting gait. Journal of Bionic Engineering. 2014;11(2):188-198.
- 4- Zhang G, Rong X, Hui C, Li Y, Li B. Torso motion control and toe trajectory generation of a trotting quadruped robot based on virtual model control. Advanced Robotics. 2016;30(4):284-297.
- 5- Meng J, Li Y, Li B. A dynamic balancing approach for a quadruped robot supported by diagonal legs. International Journal of Advanced Robotic Systems. 2015;12(10).
- 6- Ames AD, Tabuada P, Jones A, Ma WL, Rungger M, Schürmann B, et al. First steps toward formal controller synthesis for bipedal robots with experimental implementation. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems. 2017;25:155-173.
- 7- Djoudi D, Chevallereau C, Aoustin Y. Optimal reference motions for walking of a biped robot. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Barcelona, Spain, 18-22 April 2005. Piscataway: IEEE; 2005.
- 8- Westervelt ER, Grizzle JW, Chevallereau C, Choi JH, Morris B. Feedback control of dynamic bipedal robot locomotion. Boca Raton: CRC PRESS; 2007.
- 9- Grizzle JW, Abba G, Plestan F. Asymptotically stable walking for biped robots: Analysis via systems with impulse effects. IEEE Transactions on Automatic Control. 2001;46(1):51-64.
- 10- Grizzle JW, Chevallereau C, Sinnet RW, Ames AD. Models, feedback control, and open problems of 3D bipedal robotic walking. Automatica. 2014;50(8):1955-1988.
- 11- Akbari Hamed K, Grizzle JW. Reduced-order framework for exponential stabilization of periodic orbits on parameterized hybrid zero dynamics manifolds: Application to bipedal locomotion. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems. 2017;25:227-245.
- 12- Yazdani M, Salarieh H, Saadat Foumani M. A Bio-inspired Distributed Hierarchical Control Framework for Walking of a 3-Link Biped Robot. Modares Mechanical

واقع در این روش وجود گردن عامل محرک ربات برای حرکت رو به جلو می‌باشد. لذا در شبیه‌سازی، با کاهش جرم گردن، مشاهده شد که ربات توانایی تولید گام را از دست می‌دهد و به سمت عقب متمایل می‌شود.

پژوهش حاضر یک مطالعه اولیه در زمینه ربات‌های ۴پا با الگوریتم کنترلی دینامیک مبنا محسوب می‌شود. به همین دلیل برای سادگی و نتیجه‌گیری در کوتاه‌مدت فرض‌های ساده‌شونده بسیاری در ساختار هندسی ربات و مدل‌سازی دینامیکی در نظر گرفته شده‌اند که در مراحل بعدی می‌توان با کاهش این فرضیات، نتایج شبیه‌سازی‌ها را به واقعیت نزدیک‌تر کرد. یک‌لینکی در نظر گرفتن پاها و عدم وجود زانو در ساختار پاها، متمرکز فرض کردن جرم‌ها در نقاط مورد نظر، ۲ بعدی در نظر گرفتن حرکت ربات و غیره از جمله این فرض‌های ساده‌شونده هستند. اگرچه این فرض‌ها باعث ایجاد خطاهایی در نتایج شبیه‌سازی می‌شوند ولی به عنوان گام اول برای آغاز پژوهش‌های در این زمینه می‌تواند مفید باشد.

با توجه به کاربرد گسترده ربات‌ها در آینده‌ای نزدیک و فراگیر شدن کاربرد ربات‌های ۴پا، نیل به این هدف نیازمند ارائه الگوریتم‌های کنترلی کارآمد است. لذا همچنان فرصت‌های بسیار زیادی برای پژوهش در این زمینه وجود دارد. استفاده از ربات‌های ۴پایی که الگوریتم کنترلی آن براساس قیود دینامیکی باشد، مزایای بسیاری را به همراه دارد که از جمله آن می‌توان به توانایی ربات به حرکت در محیط‌های ناشناخته و صعب‌العبور، بدون نیاز به داشتن اطلاعات از محیط پیرامون ربات اشاره نمود. اما مهم‌ترین ایراد این‌گونه الگوریتم‌ها محاسبات بالای آنها می‌باشد.

### ۸- پژوهش‌های پیشنهادی آینده

همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، به منظور آغاز پژوهش در زمینه استفاده از الگوریتم‌های کنترلی دینامیک مبنا بر ربات‌های ۴پا، علاوه بر در نظر گرفتن ساختاری ساده برای هندسه ربات ۴پا، ساده‌سازی‌های فراوانی در مدل‌سازی دینامیکی ربات انجام شده است. لذا در ادامه این پژوهش به منظور دقیق‌تر کردن نتایج مدل‌سازی با نتایج واقعی، می‌توان تعداد لینک‌های هر پا را به ۲ لینک افزایش داد تا هر پا دارای مفصل زانو نیز باشد و همچنین جرم لینک‌ها را به صورت پیوسته در نظر گرفت. همچنین استفاده از روش‌های یادگیری ماشین برای تبدیل شدن الگوریتم کنترلی از دینامیک مبنا به تراژکتوری مبنا بعد از پیمودن تعدادی گام، مشابه پژوهشی که در مراجع [17, 12] انجام شده، می‌تواند مفید باشد. مطالعه پارامتری روی عوامل مؤثر در ایجاد و کنترل پایدار حرکت و مطالعه تأثیر شرایط اولیه و قیود روی مشخصه گام‌برداری که در اینجا نقطه سکون نگاشت پوانکاره است، از گام‌های مهم پژوهشی می‌باشد.

**تشکر و قدردانی:** بی شک در این پژوهش عزیزانی بودند که بدون یاری آنها رسیدن به موفقیت امکان‌پذیر نبود، لذا لازم است از آقای یزدانی که در این مدت از راهنمایی‌های راه‌گشایشان استفاده نموده‌ایم صمیمانه تشکر نماییم.

**تأییدیه اخلاقی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**تعارض منافع:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**سهام نویسندگان:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

**منابع مالی:** موردی توسط نویسندگان بیان نشد.

### ۹- فهرست علائم

X	متغیرهای حالت
$\dot{X}$	مشقت متغیرهای حالت نسبت به زمان

- 17- Yazdani M, Salarieh H, Saadat Foumani M. Decentralized control of rhythmic activities in fully-actuated/under-actuated robots. *Robotics and Autonomous Systems*. 2018;101:20-33.
- 18- Fukuda T, Hasegawa Y, Sekiyama K, Aoyama T. Multi-locomotion robotic systems: New concepts of bio-inspired robotics. Berlin: Springer; 2012.
- 19- Morris B, Grizzle JW. A restricted Poincaré map for determining exponentially stable periodic orbits in systems with impulse effects: Application to bipedal robots. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, 15-15 Dec. 2005, Seville, Spain. Piscataway: IEEE; 2005.
- 20- Yosofvand M, Beigzadeh B, Davaei Markazi AH. Analysis of stable period-one gait of a planner passive biped with elastic links. *Modares Mechanical Engineering*. 2016;16(6):312-320.
- Engineering. 2018;18(2):392-400. [Persian]
- 13- kakaei MM, Salarieh H. A Novel robust control method for three-link underactuated planar biped robot. *Modares Mechanical Engineering*. 2017;17(11):47-58. [Persian]
- 14- Plestan F, Grizzle JW, Westervelt ER, Abba G. Stable walking of a 7-DOF biped robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. 2003;19(4):653-668.
- 15- Sadeghian H, Ott C, Garofalo G, Cheng G. Passivity-based control of underactuated biped robots within hybrid zero dynamics approach. *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 29 May-3 June 2017, Singapore. Piscataway: IEEE; 2017.
- 16- Yang J, Ning J, Liu C. Locomotion control of seven-link robot with CPG-ZMP. *2016 35th Chinese Control Conference (CCC)*, 27-29 July 2016, Chengdu, China. Piscataway: IEEE; 2016.