



## Optimal Trajectory Generation to Residual Vibration Reduction of Transport Process based on Dynamic Programming Algorithm

### ARTICLE INFO

#### Article Type

Original Research

#### Authors

Amini S.<sup>1</sup> MSc,  
Akbarzadeh Totonchi A.\*<sup>1</sup> PhD

#### How to cite this article

Amini S, Akbarzadeh Totonchi A. Optimal Trajectory Generation to Residual Vibration Reduction of Transport Process based on Dynamic Programming Algorithm. Modares Mechanical Engineering, 2020;20(7):1841-1850.

<sup>1</sup>Mechanical Engineering Department, Engineering Faculty, Ferdowsi University, Mashhad, Iran

#### \*Correspondence

Address: Engineering Faculty, Ferdowsi University, Azadi Square, Mashhad, Iran. Postal code: 9177948944

Phone: +98 (51) 38805011

Fax: +98 (51) 38763301

ali\_akbarzadeh\_t@um.ac.ir

#### Article History

Received: July 9, 2019

Accepted: December 13, 2019

ePublished: July 20, 2020

### ABSTRACT

Residual vibrations suppression of suspended payload transporting has numerous applications in the field of transporting. In previous studies, many control methods have been applied to reduce vibrations. Imprecise dynamic modeling, using sensor equipment, and high-cost designing of control systems decrease the performance of these methods. In the present study, an optimal trajectory of payload transport by dynamic programming algorithm is generated to reduce the residual swing. Dynamic programming algorithm is a computational technique by which breaking the problem down into sub-problems, an optimal trajectory recursively is executed with the sequence of sub-decision. In addition, input shaping method is applied to create the optimal trajectory. In this technique, the residual vibration is reduced by convolving an impulse sequence with a transport trajectory and consequently a desired trajectory creating. The simulation of optimal trajectories has been done in EDMS software. Regarding to the uncertainty of the dynamic modeling to which result error computational in input shaping technique, the dynamic programming algorithm is suggested for rapid transport of nonlinear systems. Experimental simulation section is carried out with connecting the pendulum to a robot to measure the vibration in ending of the transport and the time needed after swing stopping. Finally, the simulation results showed that the dynamic programming implementation leads to the reduction of the residual swing in the ending of the transport more than the prior method. Besides, the time needed for stop swing is 2 seconds lower than polynomial trajectory and 1 second lower than input shaping.

**Keywords** Residual Vibration; Optimal Trajectory; Dynamic Programming Algorithm; Input Shaping Method

### CITATION LINKS

- [1] Vibration suppression of cart-pendulum system by combining the input-shaping control and the position-input position-output ... [2] Sliding mode and shaped input vibration control of flexible ... [3] A review of command shaping techniques for elimination of residual vibrations ... [4] Active sway control of a gantry crane using hybrid input shaping and PID control ... [5] Posicast control of damped oscillatory systems, Proceedings of the ... [6] Swing-free transport of suspended objects with a path-controlled robot ... [7] Preshaping command inputs to reduce system ... [8] Vibration control of the boom system of truck-mounted concrete pump based ... [9] Hybrid multi-mode input shaping suppresses the vibration of a 3-DOF parallel ... [10] Hybrid input shaping to suppress residual vibration of flexible ... [11] Input shaping control to reduce residual vibration of a flexible ... [12] Vibration suppression of fixed-time jib crane ... [13] Rapid swing-free transport of nonlinear payloads using dynamic ... [14] Optimal control formulations of vibration reduction ... [15] Trapezoidal motion profile to suppress residual vibration of flexible object moved ... [16] Multidimensional trajectories generation with vibration suppression capabilities: The role of exponential ... [17] Residual vibration suppression using simple motion trajectory for mechanical ... [18] Trajectory planning with residual vibration suppression for space manipulator based on particle ... [19] Quadrotor control in payload transportation on ... [20] Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic ... [21] Nonlinear input shaping control of flexible spacecraft reorientation ... [22] A dynamic programming approach to trajectory planning of robotic ... [23] Application of dynamic programming to optimization of ... [24] Controlling a quadrotor carrying a cable-suspended load to pass through a ... [25] Cable-suspended load lifting by a quadrotor UAV: hybrid model, trajectory ... [26] Input shaping for vibration reduction with specified insensitivity to modeling ... [27] Closed-loop input shaping for flexible structures using ... [28] A generalized dynamic programming principle and hamilton-jacobi-bellman ...

## تولید مسیر بهینه با هدف حذف نوسانات باقی‌مانده انتقال اجسام معلق بر مبنای الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

سمانه امینی MSc

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران

علیرضا اکبرزاده توتونچی PhD\*

گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران

### چکیده

حذف نوسانات باقی‌مانده فرآیند انتقال اجسام معلق در حوزه حمل‌ونقل کاربرد فراوانی دارد. در مطالعات گذشته روش‌های کنترلی متعددی به‌منظور کاهش نوسانات اتخاذ شده است. عدم مدل‌سازی دینامیکی دقیق، به‌کارگیری تجهیزات سنسوری و هزینه‌های بالای طراحی سیستم‌های کنترلی تا حدی کارایی این روش‌ها را کاهش داده است. در مطالعه حاضر، مسیر بهینه انتقال جسم با هدف حذف نوسانات انتهایی با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا تولید می‌شود. الگوریتم بهینه‌سازی برنامه‌ریزی پویا یک روش محاسباتی است که با تجزیه مساله به چندین زیرمساله، یک مسیر بهینه را به‌صورت بازگشتی از توالی تصمیمات کوچکتر طراحی می‌کند. علاوه بر الگوریتم پیشنهادی، روش شکل‌دهی ورودی نیز برای تولید مسیر بهینه به کار گرفته شد. در این روش با اعمال دنباله‌ای از ضربات به یک مسیر دلخواه انتقال و تولید مسیر مطلوب، نوسانات باقی‌مانده کاهش می‌یابد. شبیه‌سازی مسیرهای بهینه در نرم‌افزار ادمز پیاده‌سازی شده است. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، به‌دلیل عدم قطعیت‌های موجود در مدل‌سازی دینامیکی و در نتیجه ایجاد خطا در محاسبه پارامترهای اساسی روش شکل‌دهی ورودی، الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای انتقال‌های سریع در سیستم‌های غیرخطی پیشنهاد می‌شود. در بخش آزمایشگاهی نیز با اتصال یک آونگ به مجری نهایی ربات، میزان نوسانات در انتهای انتقال و مدت زمان اتمام نوسانات اندازه‌گیری شد. نتایج شبیه‌سازی نشان داده است با پیاده‌سازی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا، نوسانات باقی‌مانده در انتهای فرآیند انتقال، کاهش بیشتری دارد. علاوه بر این، مدت زمان لازم برای توقف کامل نوسانات جسم در این الگوریتم به اندازه تقریباً ۲ ثانیه نسبت به مسیر دلخواه و ۱ ثانیه نسبت به روش شکل‌دهی مسیر کاهش یافته است.

**کلیدواژه‌ها:** نوسانات باقی‌مانده، مسیر بهینه، الگوریتم برنامه‌ریزی پویا، روش شکل‌دهی ورودی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۱۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۲۲

\*نویسنده مسئول: ali\_akbarzadeh\_t@um.ac.ir

### مقدمه

در انتقال اجسام معلق با استفاده از جرثقیل‌های سقفی و یا وسایل هوایی مطلوب است نوسانات جسم در انتهای فرآیند انتقال حذف شود. در انتهای حرکت انتقال، جسم به‌طور طبیعی به نوسان خود ادامه می‌دهد و در اغلب اوقات این پدیده منجر به وارد آمدن صدمات احتمالی به محموله و یا آفت ناگهانی آن می‌شود و به‌طور کلی انرژی زیادی در اثر نوسانات انتهایی تلف می‌شود. تاکنون روش‌های متعددی جهت کاهش و یا حذف نوسانات اجسام معلق مورد استفاده قرار گرفته است. به‌طور کلی مطالعات صورت‌گرفته در این حوزه را می‌توان به دو بخش کنترل حلقه باز و کنترل حلقه

بسته تقسیم‌بندی نمود. مطابق پژوهش‌های شین و همکاران<sup>[1]</sup> و هو و همکاران<sup>[2]</sup>، رویکرد کنترل حلقه بسته با به‌کارگیری روش‌های کنترلی مقاوم در دفع اغتشاشات ناشی از اصطکاک، نویز، باد و دیگر موارد موفق عمل کرده است؛ با این وجود عدم مدل‌سازی دینامیکی دقیق و هزینه‌های زیاد طراحی و ساخت کنترلرهای پیشرفته، تا حدی کارایی این روش را کاهش داده است. در رویکرد دوم، یعنی کنترل به روش حلقه باز، با طراحی مسیر بهینه انتقال، هزینه طرح به‌دلیل عدم به‌کارگیری کنترلر و حس‌گر و پیاده‌سازی ساده آن کاهش می‌یابد<sup>[3,4]</sup>.

حذف نوسانات باقی‌مانده اولین بار توسط اسمیت<sup>[5]</sup> با به‌کارگیری روش شکل‌دهی ورودی و تولید مسیر مطلوب انجام شد. او با ایجاد مسیر ورودی توالی از پله‌ها در بازه زمانی معین، نوسانات انتهایی حرکت را حذف نمود. *استار*<sup>[6]</sup> این روش را بر ربات حامل جسم آویزان پیاده‌سازی نمود. در این تحقیق، او با وارد نمودن ضربات متوالی به مسیر حرکت ربات در زمان‌های مشخصی، نوسانات انتهایی را حذف کرد. در واقع زمان اعمال ضربات به مسیر متناسب با مد گذرا و نوسانی سیستم است که منجر به حذف نوسانات می‌شود. در ادامه سینگر و سرینگ<sup>[7]</sup> یک مسیر شکل‌دهی شده را با هم‌گشت‌کردن (Convolution) دنباله‌ای از ضربات با ورودی دلخواه تولید کردند. به‌طور مشابه در مطالعاتی به پیاده‌سازی الگوریتم شکل‌دهی ورودی برای حذف نوسانات باقی‌مانده در تیرهای انعطاف‌پذیر، بازوی ربات سه درجه آزادی و ساختارهای نوسانی پرداخته شد<sup>[8-11]</sup>.

پارکر و همکاران<sup>[12]</sup>، از روش بهینه‌سازی پارامتری جهت حذف نوسانات باقی‌مانده مسیر زمان ثابت یک جرثقیل دوار، بهره گرفتند. در این تحقیق پروفایل شتاب زاویه‌ای جرثقیل مجموعه‌ای از ضربات ثابت و متوالی است. اندازه و زمان ضربات با هدف کاهش زوایا و سرعت‌های زاویه‌ای جسم آویزان در دو بعد، با روش بهینه‌سازی مجموع مربعات به‌دست آمده‌اند. عیب عمده‌ای که در این روش وجود دارد این است که حداقل‌های اصلی تابع هدف به‌آسانی به‌دست نمی‌آید. چرا که تابع هدف ممکن است واگرا و شامل تعداد زیادی حداقل محلی باشد که منجر به شکست بهینه‌سازی می‌شود. در پژوهش زامروسکی و همکاران<sup>[13]</sup> از روش شکل‌دهی مسیر شتاب برای حذف نوسان حرکت سریع انتقال ربات بهره گرفته شده است. در این روش، ضربات در بازه‌هایی با فاصله نصف دوره تناوب به پروفایل شتاب وارد می‌شدند. در این حالت کل زمان انتقال به دوره تناوب نوسان آزاد جسم نزدیک شده و در نتیجه ضربات وارد آمده بر روی هم هم‌پوشانی نمودند که منجر به تولید مسیرهای سرعت غیرنرم شده است که در حالت عملی کاربردی نیست.

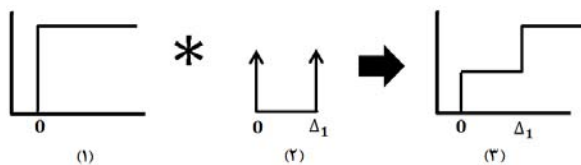
رویکردهای جدید دیگری نیز تاکنون برای حل این مساله ارایه شده است. در مطالعه دن/د و فر/انکلین<sup>[14]</sup> کنترلر بهینه حلقه باز به‌عنوان راه‌حلی دیگر برای کاهش نوسانات باقی‌مانده حرکت صفحه‌ای جسم معلق مورد بررسی قرار گرفت. نگارنده از اصل

نوسان مورد استفاده قرار گرفته است [21-23]. روش‌های یادگیری تقویتی و دیفرانسیل هموار نیز برای تولید مسیر ربات پرنده با کاهش نوسانات باقی‌مانده در انتهای مانور پرواز به‌ترتیب در مطالعه گائو و همکاران [24] و کروزر و همکاران [25] اتخاذ شده است.

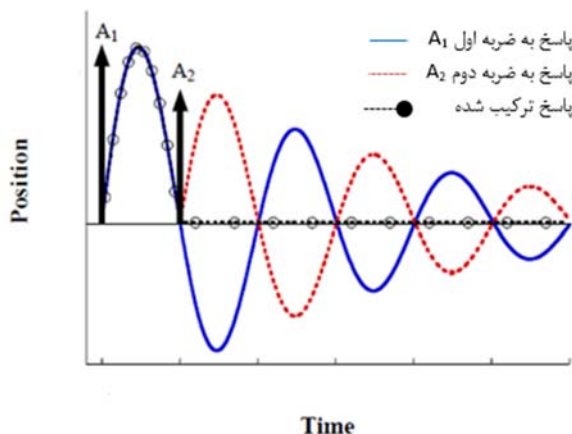
در این مقاله حذف نوسانات باقی‌مانده حرکت یک جسم آویزان با طراحی مسیر بهینه ربات در دو بخش شبیه‌سازی نرم‌افزاری و آزمایشگاهی ارائه می‌یابد. مسیرهای بهینه با الگوریتم برنامه‌نویسی پویا و شکل‌دهی مسیر ورودی در محیط نرم‌افزار متلب طراحی شده‌اند. شبیه‌سازی حرکت در نرم‌افزار ادمز انجام شده است و در بخش آزمایشگاهی نوسانات جسم متصل به ربات فام اسکرا مورد بررسی قرار گرفته است.

### الگوریتم شکل‌دهی ورودی

در الگوریتم شکل‌دهی ورودی، با هم‌گشت‌نمودن دنباله‌ای از ضربه‌ها با مسیر ورودی و ارائه مسیر تولیدشده به سیستم، ارتعاشات باقی‌مانده در سیستم‌های نوسانی کاهش می‌یابد [26]. مطابق شکل ۱ یک مسیر ورودی پله (۱) به همراه دنباله دوضربه‌ای که در زمان‌های صفر و  $\Delta_1$  بر سیستم اعمال می‌شوند (۲)، هم‌گشت شده است و مسیر پلکانی نهایی (۳) به‌دست آمده است. در شرح این الگوریتم می‌توان گفت مطابق نمودار ۱، واردنمودن یک ضربه به سیستم، منجر به نوسان سیستم می‌شود و در صورت اعمال ضربه دوم در موقعیت و زمان مشخصی، ارتعاشاتی که توسط نوسان اول ایجاد شده بود با ارتعاشات نوسان دوم خنثی خواهند شد. دستیابی به اندازه و زمان ضربات وارد آمده به سیستم جهت حذف نوسانات نکته کلیدی در این الگوریتم است.



شکل ۱) شکل‌دهی مسیر ورودی با هم‌گشت‌نمودن دو ضربه متوالی



نمودار ۱) پاسخ سیستم به دو ضربه متوالی [27]

حداقل‌یابی پونت‌ریاگین برای به حداقل‌رساندن مربع تابع هدف کنترل با فرض کوچک‌بودن نوسانات بهره گرفته است.

در پژوهش یون و همکاران [15]، زمان شتاب‌گیری و کاهش شتاب یک پروفایل دوزنقه‌ای سرعت ربات که یک جسم به آن آویزان است برای دستیابی به بازه زمانی مطلوب جرک‌های به‌دست‌آمده از مشتق شتاب بهینه‌سازی شده‌اند. در واقع جرک ضربات وارد آمده به مسیر است و در صورتی که بازه زمانی بین دو جرک برابر یا مضربی از دوره تناوب نوسانات جسم باشد نوسانات باقی‌مانده در انتهای حرکت کاهش می‌یابد. تولید مسیر حرکت مبتنی بر تابع اسپیلاین، پروفایل منحنی شتاب و آنالیز مودال ربات‌هایی با سرعت بالا از دیگر روش‌هایی است که به‌ترتیب در مطالعات موریلو و همکاران [16]، یوجیاما و همکاران [17] و زین و همکاران [18] با هدف کاهش نوسانات مطرح شده است. در اکثر مراجع مذکور دینامیک سیستم‌های غیرخطی باید خطی‌سازی شوند.

همان‌طور که می‌دانیم شرط مهم در خطی‌سازی کوچک‌بودن زوایای است. این در حالی است که عموماً در انتقال‌های سریع زوایای انتقال اجسام آویزان دارای انحراف زیادی هستند؛ بنابراین فرض کوچک‌بودن زوایا، فرض مناسبی نیست. بنابراین با توجه به دینامیک غیرخطی فرآیند انتقال، باید روش‌های جایگزین دیگری را اتخاذ نمود که نیازی به خطی‌سازی سیستم نباشد. دیمو و همکاران [19]، برای انتقال سریع جسم آویزان متصل به ربات و عبور از موانع از دو مسیر منحنی‌وار کوتاه استفاده نمودند. به‌دلیل ناپیوستگی پروفایل سرعت در نقطه اتصال دو مسیر منحنی نوسانات شدید در حین حرکت ایجاد می‌شود. در این مقاله با بهینه‌سازی پارامتری چندجمله‌ای‌های بیضی‌وار مسیرهای منحنی بر مبنای روش دینامیک پویا، نوسانات ایجادشده را کاهش داده است. جهت عبور از موانع در فضای کاری انتقال ربات یا جرتقیل ناگزیر مسیر انتقال باید از تعداد زیادی بخش‌های خطی و یا تعداد کمتری بخش‌های منحنی‌وار تولید شود. در مطالعه پالاتکو و همکاران [20]، نیز مسیر مانور سریع یک ربات پرنده (کوادرپتور) با یک بار آویزان جهت کاهش نوسانات طی مسیر با در نظرگرفتن معادلات دینامیکی غیرخطی حرکت جسم بر مبنای الگوریتم برنامه‌ریزی پویا طراحی شد. در این تحقیق ربات پرنده مقید به حرکت در فضای دارای مانع است. در بخش اعتبارسنجی آزمایشگاهی نشان داده شده که نوسانات جسم آویز از ربات پرنده با عبور موفقیت‌آمیز از موانع، کاهش پیدا کرده است. در واقع الگوریتم برنامه‌نویسی پویا روشی است که برای حل یک مساله از آخرین حالت ممکن شروع کرده و آنچه را که در آن حالت امکان‌پذیر است را بررسی می‌نماید. سپس با استفاده از اطلاعات به‌دست‌آمده از فرض‌بودن در آخرین حالت به حل حالت ماقبل آخر می‌پردازد و این کار برای حالت‌های قبل از آن ادامه می‌یابد. این الگوریتم در مطالعاتی با هدف طراحی مانورهای حرکتی بدون

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1+2K+K^2} & \frac{2K}{1+2K+K^2} & \frac{K^2}{1+2K+K^2} \\ 0 & 0/5T & T \end{bmatrix} \quad (11)$$

به طوری که:

$$K = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega_d} \quad (12)$$

### شکل‌دهی مسیر با الگوریتم شکل‌دهی ورودی

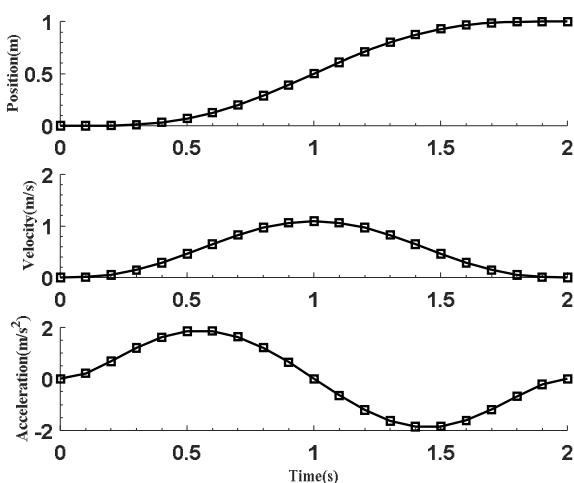
مسیر حرکت آونگ، مسیری خطی چندجمله‌ای درجه ۷ است. نمودار ۲ نمایشی از موقعیت، سرعت و شتاب این مسیر دلخواه را نمایش می‌دهد. فرکانس طبیعی حرکت آونگ از رابطه ۱۳ به دست می‌آید (پیوست ۱).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{(m_1 + \frac{m_2}{2})lg}{(l^2(m_1 + \frac{m_2}{4}) + 2I)}} \quad (13)$$

با محاسبه  $K$  و  $T$  از رابطه ۱۲ و جایگزینی در معادله ۱۱ دنباله ضربه جهت اعمال به مسیر در فرمت ماتریس ۱۴ به دست خواهد آمد.

$$\begin{bmatrix} A_i \\ t_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/25 & 0/5 & 0/25 \\ 0 & 0/5900 & 1/1800 \end{bmatrix} \quad (14)$$

با اعمال ضربه محاسبه شده به مسیر حرکت دلخواه آونگ، مسیر شکل‌داده شده جدید به دست می‌آید. مقایسه دو مسیر غیربهمینه و بهمینه شکل‌داده شده در نمودار ۳ نمایش داده شده است. رابطه ۱۳ یک رابطه غیرخطی است که برای محاسبه آن از اصطکاک و عوامل خارجی دیگر نظیر اغتشاشات خارجی صرف نظر شده است. علاوه بر این، جهت محاسبه فرکانس طبیعی سیستم برای تعیین پارامترهای روش شکل‌دهی ورودی، فرض خطی بودن لحاظ شده است. این فرض در سیستم‌های غیرخطی مرتبه بالاتر با حذف کوپلینگ درجات آزادی همراه است که منجر به محاسبه غیردقیق مقادیر پارامترهای این الگوریتم خواهد شد. به طور کلی می‌توان گفت الگوریتم شکل‌دهی ورودی دست‌خوش عدم قطعیت‌های متعددی شامل اصطکاک، نویز خارجی و خطی‌سازی سیستم است.



نمودار ۲) مسیر جابه‌جایی، سرعت و شتاب انتقال آونگ

ارتعاشات باقی‌مانده ناشی از وارد آمدن ضربه به سیستم بر مبنای فرکانس طبیعی ( $\omega$ ) و ضریب میرایی ( $\zeta$ ) سیستم از رابطه ۱ به دست می‌آید [7].

$$V(\omega, \zeta) = e^{-\zeta\omega t_n} \sqrt{[C(\omega, \zeta)]^2 + [S(\omega, \zeta)]^2} \quad (1)$$

به طوری که:

$$C(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \cos(\omega_d t_i) \quad (2)$$

$$S(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n A_i e^{\zeta\omega t_i} \sin(\omega_d t_i) \quad (3)$$

در روابط فوق  $A_i$  و  $t_i$  اندازه و موقعیت زمانی ضربه‌ها،  $n$  تعداد ضربه‌های یک دنباله و  $\omega_d = \omega\sqrt{1-\zeta^2}$  فرکانس میرایی سیستم است. میزان ارتعاشات به وجود آمده ناشی از دنباله‌ای از ضربه‌ها نسبت به یک ضربه واحد با رابطه فوق توصیف می‌شود. حال در صورتی که رابطه ۱ صفر شود اندازه و موقعیت زمانی ضربه‌ها به دست می‌آید. برای جلوگیری از تولید ضربه‌های منفی، اندازه ضربه‌ها مقید هستند که مثبت باشند (رابطه ۴). همچنین برای دستیابی به مسیر شکل‌داده شده مشابه مسیر اولیه اندازه ضربه‌ها برابر با یک هستند (رابطه ۵).

$$\sum A_i = 1 \quad (4)$$

$$A_i > 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

بنابراین برای یک دنباله دوضربه‌ای چهار مجهول اندازه و موقعیت زمانی ضربه‌ها وجود دارد. با توجه به اینکه پارامترهای اصلی الگوریتم شکل‌دهی ورودی بر مبنای مدل دینامیکی سیستم است، این الگو نسبت به خطای مدل‌سازی سیستم حساسیت زیادی دارد. در واقع عدم قطعیت در محاسبه دقیق فرکانس طبیعی و ضریب میرایی سیستم اجتناب‌ناپذیر است که منجر به صفر نشدن ارتعاشات باقی‌مانده با ورودی شکل داده خواهد شد. برای حل این مساله و افزایش مقاومت شکل‌دهنده ورودی نسبت به عدم قطعیت و خطای موجود در فرکانس طبیعی و ضریب میرایی سیستم، قید دیگری به مجموعه معادلات اضافه می‌شود [7]. مطابق رابطه ۶ صفر نمودن مشتق معادله ۱ نسبت به فرکانس قید اضافه را معرفی می‌کند.

$$\frac{d}{d\omega} V(\omega, \zeta) = 0 \quad (6)$$

بنابراین با اضافه نمودن قید جدید به مجموعه معادلات، ضربه سوم با اندازه  $A_3$  و موقعیت زمانی  $t_3$  نیز به دنباله ضربه اضافه می‌شود. در صورتی که ضربه اول در  $t_1=0$  به سیستم اعمال شود، معادله ۱ برای سه ضربه به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$A_1 + A_2 e^{\zeta\omega t_2} \cos(\omega_d t_2) + A_3 e^{\zeta\omega t_3} \cos(\omega_d t_3) = 0 \quad (7)$$

$$A_2 e^{\zeta\omega t_2} \sin(\omega_d t_2) + A_3 e^{\zeta\omega t_3} \sin(\omega_d t_3) = 0 \quad (8)$$

$$A_2 t_2 e^{\zeta\omega t_2} \sin(\omega_d t_2) + A_3 t_3 e^{\zeta\omega t_3} \sin(\omega_d t_3) = 0 \quad (9)$$

$$A_2 t_2 e^{\zeta\omega t_2} \cos(\omega_d t_2) + A_3 t_3 e^{\zeta\omega t_3} \cos(\omega_d t_3) = 0 \quad (10)$$

مجهولات مساله شامل  $(A_1, A_2, A_3, t_1, t_2)$  با حل ۴ معادله فوق و رابطه ۴ به دست خواهند آمد. بنابراین دنباله ضربه ایجاد شده جهت شکل دادن ورودی سیستم مطابق رابطه ۱۱ حاصل می‌شود.

صرفی است. مقدار کمینه مجموع توابع هدف نسبت به ورودی‌های کنترلی از مرحله ابتدایی  $i$  تا مرحله انتهایی  $N$  یعنی رابطه  $J = \min_{(d_i \dots d_N)} \sum_{j=i}^N E_j(S_j, d_j)$  با  $J$  نمایش داده می‌شود و ساختار آن به فرم درجه دوم مطابق رابطه ۱۸ تعریف می‌شود این تابع فقط تابعی از وضعیت سیستم است.

$$J_i = S_i^T K_{1i} + \frac{S_i^T K_{2i} S_i}{2} \quad (18)$$

به همین ترتیب  $K_{2i}$  و  $K_{1i}$  ماتریس‌های وزنی تابع بهینه هستند. بنابر اصل بهینگی، مجموعه مقادیر بهینه در هر مرحله با شروع از نقطه انتهایی و بازگشت به سمت عقب محاسبه می‌شوند. بنابراین تابع بهینه در هر مرحله به صورت برگشتی، مطابق رابطه ۱۹ از کمینه تابع هدف نسبت به ورودی و تابع بهینه مرحله بعد به دست می‌آید.

$$J_i = \min_{d_i} E_i + J_{i+1} \quad (19)$$

با جایگزینی روابط ۱۷ و ۱۸ در رابطه ۱۹، رابطه بازگشتی ۲۰ به دست می‌آید.

$$S_i^T K_{1i} + \frac{S_i^T K_{2i} S_i}{2} = \min_{d_i} \left\{ \frac{1}{2} [S_i^T P_{1i} S_i + d_i^T P_{2i} d_i] + S_i^T P_{3i} \right\} + S_{i+1}^T K_{1i+1} + \frac{S_{i+1}^T K_{2i+1} S_{i+1}}{2} \quad (20)$$

با جایگزینی معادله حالت ۱۵ در رابطه ۲۰ رابطه بازگشتی را به فرم رابطه ۲۱ ساده‌سازی می‌شود.

$$S_i^T K_{1i} + \frac{S_i^T K_{2i} S_i}{2} = \min_{d_i} \left\{ \frac{1}{2} [S_i^T (P_{1i} + A_i^T K_{2i+1} A_i) S_i + d_i^T (P_{2i} + B_i^T K_{2i+1} B_i) d_i] + S_i^T (A_i^T K_{2i+1} B_i) d_i + S_i^T (P_{3i} + A_i^T K_{1i+1}) + d_i^T (B_i^T K_{1i+1}) \right\} \quad (21)$$

همان طور که از رابطه فوق پیدا است برای دستیابی به تصمیم بهینه در هر مرحله باید از تابع بهینه  $J_i$  نسبت به  $d_i$  یعنی همان تصمیم بهینه یا ورودی کنترلی مشتق گرفت. در واقع برای حل مساله بهینه داریم:

$$\frac{\partial J_i}{\partial d_i} = 0 \quad (22)$$

با مشتق‌گیری از تابع بهینه، تصمیم بهینه در هر مرحله مطابق رابطه ۲۳ به دست می‌آید.

$$d_i = (P_{2i} + B_i^T K_{2i+1} B_i)^{-1} (S_i^T (A_i^T K_{2i+1} B_i) + B_i^T K_{1i+1}) \quad (23)$$

با جایگزینی رابطه ۲۳ در ۲۱ و ساده‌سازی آن، روابط بازگشتی ۲۴ و ۲۵ به دست می‌آیند:

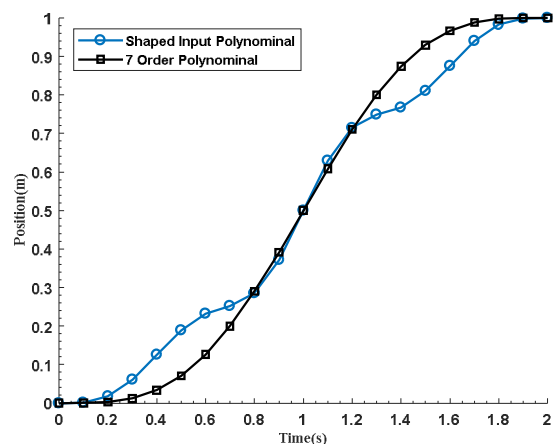
$$K_{1i} = (P_{3i} + A_i^T K_{1i+1}) - (A_i^T K_{2i+1} B_i) (P_{2i} + B_i^T K_{2i+1} B_i)^{-1} (B_i^T K_{1i+1}) \quad (24)$$

$$K_{2i} = (P_{1i} + A_i^T K_{2i+1} A_i) - (A_i^T K_{2i+1} B_i) (P_{2i} + B_i^T K_{2i+1} B_i)^{-1} (A_i^T K_{2i+1} B_i)^T \quad (25)$$

اهداف مد نظر در مساله بهینه دستیابی به وضعیت نهایی معین با کمترین انرژی است. برای این منظور تابع هدف مساله بهینه به رابطه ۳۰ معین می‌شود.

$$E = [S_N - S_F]^T Q_1 [S_N - S_F] + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{1}{2} d_j^2 \right\} \quad (30)$$

در رابطه فوق  $S_F$  وضعیت نهایی مطلوب را نشان می‌دهد. با توجه به هدف این پژوهش که حذف نوسانات انتهایی حرکت است



نمودار ۳) مقایسه مسیر ورودی بهینه با الگوریتم شکل‌دهی ورودی و مسیر غیربهینه

### تولید مسیر بهینه بر مبنای الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

الگوریتم برنامه‌ریزی پویا یک روش محاسباتی بهینه‌سازی است که برای رسیدن به مسیر و یا سیاست بهینه، دنباله‌ای از مسیره‌های بهینه را به صورت بازگشتی تولید می‌کند [28]. در این الگوریتم که اولین بار توسط ریچارد بلمن مطرح شد، با تجزیه مساله به چندین زیرمساله که دارای حل آسان‌تری از لحاظ محاسباتی هستند، یک مسیر و یا سیاست بهینه از توالی تصمیمات کوچک‌تر به دست می‌آید. در این مقاله از روش برنامه‌ریزی پویا بازگشتی رو به عقب برای حل مساله بهینه‌سازی درجه دوم استفاده می‌شود. مساله کنترل بهینه برای زمان نهایی ثابت و مقید به یک وضعیت نهایی تعریف می‌شود. معادله کلی سیستم را می‌توان تابعی از وضعیت کنونی و تصمیم بهینه مطابق رابطه ۱۴ توصیف نمود.

$$S_{i+1} = f(S_i, d_i) \quad (14)$$

فرم فضای حالت سیستم در هر مرحله با رابطه ۱۵ تعریف می‌شود به طوری که  $A_i$  و  $B_i$  ماتریس‌های گسسته هر وضعیت را مشخص می‌کنند.

$$S_{i+1} = A_i S_i + B_i d_i \quad (15)$$

همان طور که در رابطه ۱۶ مشاهده می‌شود بردار متغیرهای حالت برای سیستم مورد مطالعه شامل موقعیت، سرعت، شتاب، زاویه نوسان و نرخ تغییرات زاویه نوسان است.

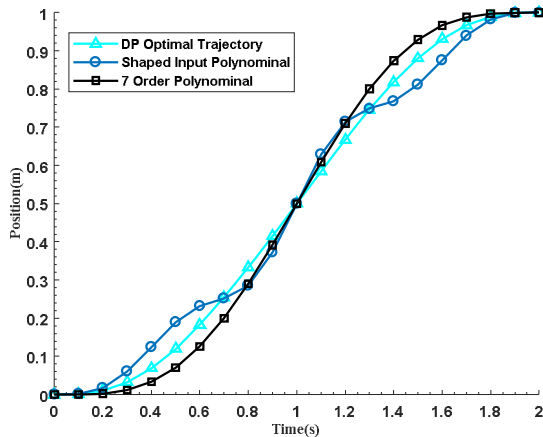
$$S = [\theta \ \dot{\theta} \ X \ \dot{X}]^T \quad (16)$$

$$d = [\ddot{X}]$$

در هر مرحله هدف، دستیابی به تصمیم بهینه برای تولید وضعیت بعدی است. برای این منظور تابع هدف درجه دوم  $E$  که با رابطه ۱۷ در نظر گرفته شده است باید در هر مرحله کمینه شود [28].

$$E_i = \frac{1}{2} [S_i^T P_{1i} S_i + d_i^T P_{2i} d_i] + S_i^T P_{3i} \quad (17)$$

در تابع فوق  $P_{1i}$ ،  $P_{2i}$  و  $P_{3i}$  ماتریس‌های وزنی برای اهداف مورد نظر است. همان طور که از ساختار تابع هدف مشخص است، هدف رسیدن به وضعیت نهایی مطلوب با صرف کمترین انرژی



نمودار ۵) مقایسه مسیره‌های انتقال درجه هفت، شکل‌دهی ورودی و برنامه‌ریزی پویا

### شبیه‌سازی در نرم‌افزار ادمز

عملکرد انتقال آونگ با مسیره‌های بهینه در محیط نرم‌افزار ادمز شبیه‌سازی شده‌اند. سیستم آونگ از یک اتصال دورانی بین کابل و پایه متحرک و اتصال لغزشی پایه و زمین جهت حرکت مقید تشکیل شده است. مسیره‌های مورد نظر در مدت زمان ۲ ثانیه فاصله امتری را طی می‌کنند. شبیه‌سازی تغییرات زاویه آونگ با ورودی مسیر چندجمله‌ای درجه هفت، مسیر بهینه شکل‌دهی شده و مسیر بهینه با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا در بازه زمانی ۴ ثانیه در نرم‌افزار ادمز در نمودار ۶ نشان داده شده است. همان‌طور که در نمودار مشاهده می‌شود طی مسیر با یک مسیر بهینه‌سازی نشده دلخواه منجر به نوسانات شدید بعد از اتمام حرکت آونگ شده است. با اعمال دنباله‌ای از ضربات به همین مسیر انتقال آونگ بعد از توقف مسیر، نوسانات آونگ بعد از طی مسافت امتری به‌خوبی کاهش یافته است. با این وجود در ۲ ثانیه ابتدایی نوسانات زیادی به‌دلیل وارد آمدن ضربات به سیستم به‌وجود آمده است. علاوه بر این، شبیه‌سازی انتقال آونگ با اعمال مسیر بهینه الگوریتم برنامه‌ریزی پویا به سیستم نیز در نمودار ۶ نمایان است. تعداد نوسانات کمتر در ۲ ثانیه ابتدایی و حذف کامل نوسانات باقی‌مانده بعد از پیمودن فاصله امتری، نتیجه پیاده‌سازی الگوریتم برنامه‌نویسی پویا است. در واقع با طراحی مسیر بهینه، بعد از ۲ ثانیه که جابه‌جایی آونگ متوقف می‌شود، نوسانات باقی‌مانده میرا می‌شوند. برای مقایسه بهتر نمودار ۷ شبیه‌سازی دو الگوریتم بهینه‌سازی را نمایش می‌دهد به‌طوری‌کارایی این الگوریتم‌ها در حذف نوسانات انتهایی استنباط می‌شود. علاوه بر این کاهش بیشتر نوسانات آونگ بعد از توقف انتقال در الگوریتم برنامه‌ریزی پویا از این شکل دریافت می‌شود. نمایش کلی از حرکت آونگ با اعمال مسیر بهینه برنامه‌ریزی پویا در نرم‌افزار ادمز در شکل ۲ نمایش داده شده است. درصد کاهش زاویه نوسان برای سه روش اعمالی در شبیه‌سازی نرم‌افزاری ادمز در جدول ۱ مشخص شده

متغیرهای حالت زاویه، سرعت زاویه‌ای، سرعت خطی و شتاب خطی دارای مقادیر صفر و موقعیت فاصله امتری است. بدین ترتیب برای ماتریس‌های  $P_{1i}$ ,  $P_{2i}$  و  $P_{3i}$  داریم:

$$\begin{aligned} P_{1N} &= Q_2, \\ P_{2N} &= I_5, \\ P_{3N} &= -Q_1 S_F^T \\ P_{1i} &= 0, \quad P_{3i} = 0 \end{aligned} \quad (31)$$

به‌طوری‌که  $Q_1$  و  $Q_2$  ماتریس‌های وزنی هستند. در این مقاله این ماتریس‌ها دارای مقادیر زیر هستند.

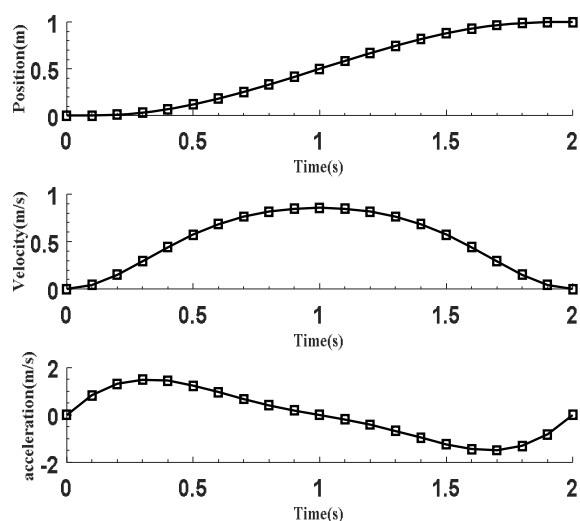
$$Q_1 = \begin{bmatrix} 10^{19} & 0 & 10^{15} & 0 & 10^{14} \end{bmatrix}^T I_5, \quad (32)$$

$$Q_2 = Q_1$$

برای حل مساله بازگشتی برنامه‌ریزی پویا ابتدا ماتریس‌های  $K_{1N}$  و  $K_{2N}$  مطابق رابطه زیر مقداردهی می‌شود.

$$K_{1N} = P_{3N}, \quad K_{2i} = P_{1N} \quad (33)$$

در ادامه ماتریس‌های  $K_{1i}$  و  $K_{2i}$  به‌صورت بازگشتی از مرحله  $i=1$  تا  $N$  از روابط ۲۸ و ۲۹ محاسبه می‌شوند. بدین ترتیب می‌توان تصمیم بهینه  $d_i$  را برای  $i=1$  تا  $i=N-1$  محاسبه نمود. در هر مرحله محاسبه  $d_i$  وضعیت بعدی  $S_{i+1}$  نیز از معادله فضای حالت به‌دست می‌آید. با محاسبه وضعیت سیستم در هر مرحله می‌توان ماتریس‌های گسسته فضای حالت  $A_i$  و  $B_i$  را نیز به‌دست آورد. برای خطی‌سازی در هر گام ثابت زمانی  $0.016$  ثانیه در نظر گرفته شده است، به‌طوری‌که در هر گام ماتریس‌های فضای حالت با ثابت زمانی مشخص محاسبه می‌شوند. با شبیه‌سازی الگوریتم پیشنهادی در نرم‌افزار متلب مسیر جابه‌جایی، سرعت و شتاب انتقال آونگ مطابق نمودار ۴ تعیین می‌شوند. جهت درک بهتر اختلاف مسیره‌های در نظر گرفته‌شده، نمودار ۵ هر سه مسیر درجه هفت، مسیر شکل‌داده‌شده و مسیر الگوریتم بهینه برنامه‌ریزی پویا را مقایسه می‌کند.



نمودار ۴) مسیر جابه‌جایی، سرعت و شتاب انتقال آونگ با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا

### شبیه‌سازی آزمایشگاهی

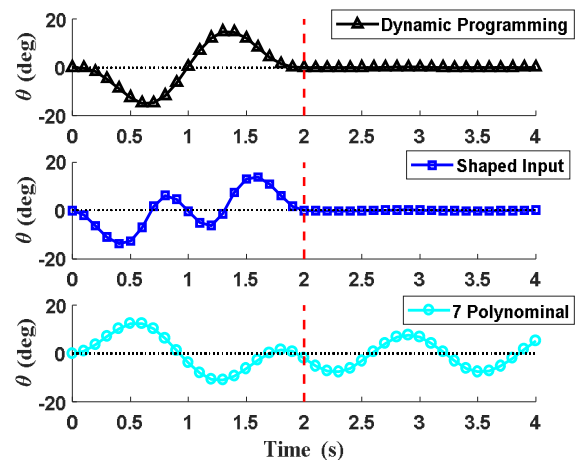
تصویر راه‌اندازی آزمایشگاهی برای پیاده‌سازی مسیره‌های بهینه در شکل ۳ نشان داده شده است. در این راه‌اندازی وزنه‌ای به جرم ۴۲/۰ کیلوگرم با لینک میله‌ای به جرم ۰/۸ کیلوگرم و طول ۳۴/۰ متر به مجری نهایی ربات متصل شده است. نوسانات آونگ صرفاً صفحه‌ای است و در سایر جهات مقید شده است. ربات مورد استفاده ربات فام اسکرا است که یک ربات اسکرای با اندازه متوسط بوده و در آزمایشگاه رباتیک دانشگاه فردوسی مشهد طراحی، ساخته و کنترل شده است. ربات اسکرا از نوع سری است که دارای سه درجه آزادی دورانی و یک درجه آزادی انتقالی است. مجری نهایی ربات توانایی جای‌گیری در تمام فضای کاری در هر جهتی را دارد. این ربات قابلیت ردیابی انواع مسیره‌های خطی و منحنی را با حداکثر سرعت خطی ۸/۵ متر بر ثانیه در صفحه XY و دقت بالا دارد. جهت پیمودن مسیره‌های مورد بررسی، زوایای لینک‌های ربات فام اسکرا با استفاده از سینماتیک معکوس محاسبه شده‌اند. هر سه مسیر با گام زمانی ۰/۰۱ ثانیه نمونه‌برداری شده است. بعد از پیموده‌شدن مسیر خطی امتری توسط مجری نهایی زاویه نوسانات آونگ اندازه‌گیری شد.



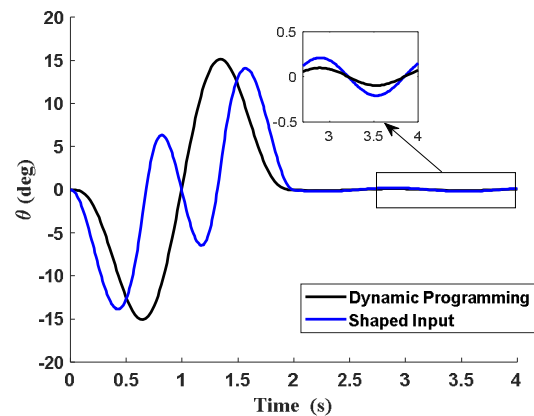
شکل ۳) نمایی از حرکت انتقالی آونگ متصل به ربات فام اسکرا

شکل ۴ روند حرکت نوسانات آونگ را برای الگوریتم برنامه‌ریزی پویا نمایش می‌دهد. علاوه بر این، نوسانات آونگ در شبیه‌سازی آزمایشگاهی به ترتیب برای سه مسیر چندجمله‌ای درجه هفت، روش شکل‌دهی ورودی و برنامه‌ریزی پویا در نمودار ۸ نمایش داده شده است. هر چند در شبیه‌سازی نرم‌افزاری کاهش نوسانات در بازه زمانی ۲ ثانیه مشاهده شد با این وجود در نتایج آزمایشگاهی به دلیل وجود اصطکاک و مشکلات نصب آونگ به سیستم زمان توقف نوسان بیشتر شده است. نتایج دقیق شبیه‌سازی در جدول ۲ نیز آورده شده است. مطابق داده‌های جدول نوسانات آونگ با اعمال مسیره‌های بهینه به سیستم کاهش بیشتری در زمان کوتاه‌تر دارند. این در حالی است که آونگ با طی مسیر چندجمله‌ای درجه هفت، حدود ۵/۲۴ ثانیه زمان برای توقف کامل نیاز دارد. در مقایسه الگوریتم‌های بهینه‌سازی می‌توان به میزان نوسانات کمتر و زمان کوتاه‌تر روش برنامه‌ریزی پویا اشاره نمود. با پیاده‌سازی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا بر سیستم، توقف مسیر در مدت زمان

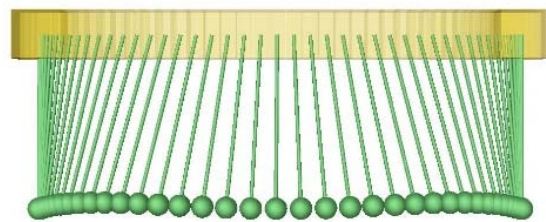
است. با توجه به نتایج جدول، حداکثر کاهش با مقدار ۰/۶۸۸ درصد در لحظه انتهایی کارایی الگوریتم برنامه‌ریزی پویا را اثبات می‌کند.



نمودار ۶) شبیه‌سازی نوسانات آونگ با مسیره‌های مختلف در نرم‌افزار ادمز (خط قرمز رنگ: زمان توقف انتقال آونگ)



نمودار ۷) مقایسه نوسانات حرکت آونگ با دو مسیر بهینه شبیه‌سازی شده در نرم‌افزار ادمز



شکل ۸) شبیه‌سازی مسیر حرکت آونگ با مسیر برنامه‌ریزی پویا در نرم‌افزار ادمز

جدول ۱) مقایسه زاویه انتهایی نوسان و درصد کاهش آن برای سه مسیر مختلف

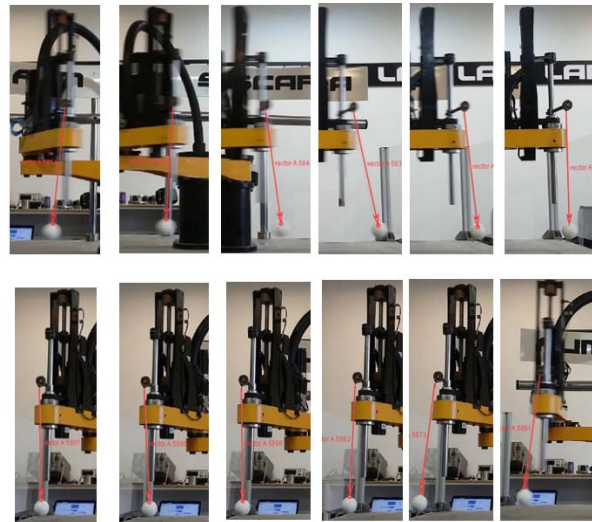
نوع مسیر	زاویه انتهایی نوسان (درجه)	درصد کاهش
چندجمله‌ای درجه هفت	۵/۲۰۸	۷۳
بهینه با روش شکل‌دهی ورودی	۰/۱۴۸۴	۹۱
بهینه با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا	۰/۰۶۸۸	۹۹

یکی از ایرادات اصلی روش شکل‌دهی ورودی، وارد آمدن ضربه در حین انتقال است. هر چند اندازه ضربات از یک کمتر است؛ اما تغییرات شتاب ناگهانی مسیر و اعمال آن به سیستم، منجر به فرسودگی تجهیزات مکانیکی در طولانی‌مدت خواهد شد. علاوه بر این یکی از شرایط اساسی در روش شکل‌دهی ورودی خطی‌سازی سیستم و تعیین دقیق مقادیر فرکانس طبیعی و ضریب میرایی سیستم است. در واقع عدم قطعیت موجود در پارامترهای روش شکل‌دهی ورودی منجر به خطا در حذف نوسانات می‌شود. همچنین در خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی فرض کوچک‌بودن زوایا منجر به ناکارآمدی این روش در انتقال‌های سریع می‌شود. با مقایسه نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزاری و آزمایشگاهی، می‌توان اختلاف خطای موجود نتایج را ناشی از عدم اندازه‌گیری دقیق زوایا و وجود نویز در حسگر دانست. مزیت اصلی به‌کارگیری الگوریتم‌های مورد استفاده در این مقاله، حل مساله به‌صورت حلقه باز است. در واقع مسیر حرکت آونگ طراحی شده و با اعمال آن به سیستم حرکت مورد نظر انجام می‌شود. هر چند به‌دلیل عدم قطعیت‌های موجود در مساله مانند اغتشاش، تغییر جرم و موارد دیگر امکان خطا در نتیجه نهایی نوسانات وجود دارد، با این وجود به‌دلیل عدم استفاده از الگوریتم‌های پیشگویی نیازی به بازخوردی از موقعیت سیستم در هر لحظه و در نتیجه به‌کارگیری تجهیزات حس‌گری نخواهد بود.

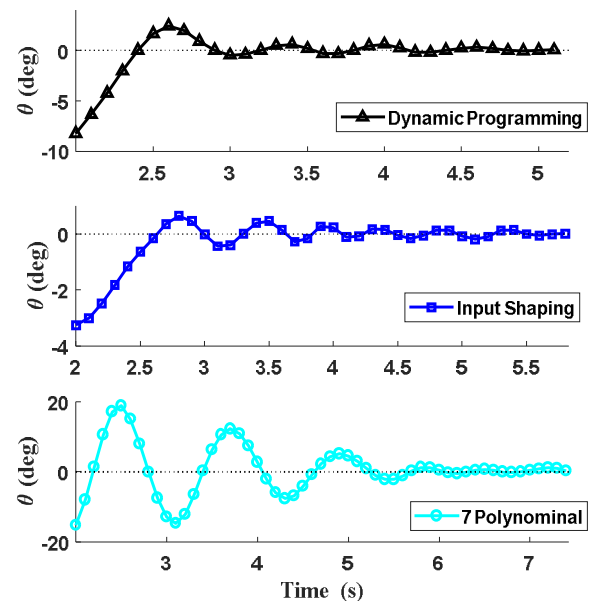
### نتیجه‌گیری

مسیرهای بهینه انتقال جسم یک درجه آزادی با هدف کاهش و یا حذف نوسانات باقی‌مانده در انتهای انتقال با روش‌های بهینه‌سازی شکل‌دهی ورودی و برنامه‌ریزی پویا طراحی و در نرم‌افزار آدمز شبیه‌سازی شدند. برای صحت‌گذاری نتایج به‌دست‌آمده در بخش نرم‌افزاری، نوسانات باقی‌مانده در بخش آزمایشگاهی نیز مورد بررسی قرار گرفت. در بخش آزمایشگاهی با اتصال یک آونگ مقید به حرکت در صفحه به ربات فام اسکرا، مسافت امتری با سه مسیر متفاوت چندجمله‌ای درجه هفت، مسیر شکل‌داده‌شده ورودی و مسیر بهینه به‌دست‌آمده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا پیموده شد. در انتها با ثبت زمان توقف کامل مجری نهایی ربات، مشخص شد روش‌های بهینه‌سازی زمان کوتاه‌تری را برای حذف نوسانات نیاز داشتند. با این وجود عملکرد الگوریتم برنامه‌ریزی پویا با توجه به میزان کاهش بیشتر نوسانات آونگ عملکرد بهتری را نمایش داد. در روش شکل‌دهی ورودی نیاز به مسیری از پیش تعیین‌شده است که با وارد آمدن ضربات به مسیر در زمان‌های مشخص نوسانات باقی‌مانده کاهش یابد. خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی و عدم قطعیت موجود در مدل‌سازی دینامیکی و در نتیجه تعیین غیردقیق فرکانس طبیعی و ضریب میرایی سیستم از جمله معایب این روش است. در الگوریتم برنامه‌ریزی پویا از روابط بازگشتی با هدف رسیدن به

۳/۱۹ ثانیه صورت می‌گیرد و کاهش نوسانات بیشتر را نتیجه می‌دهد. در روش شکل‌دهی ورودی نیز نوسانات آونگ در مدت زمان ۴ ثانیه بعد از توقف مجری نهایی کاهش می‌یابد. علاوه بر این میزان نوسانات روش شکل‌دهی ورودی نسبت به الگوریتم برنامه‌ریزی پویا بیشتر است.



شکل ۴) مراحل فرآیند انتقال آونگ با الگوریتم بهینه برنامه‌ریزی پویا (شروع: عکس بالا سمت راست، اتمام: پایین سمت چپ)



نمودار ۸) نتایج شبیه‌سازی فرآیند انتقال با مسیرهای برنامه‌ریزی پویا، شکل‌دهی ورودی و چندجمله‌ای درجه هفت

جدول ۲) مقایسه زاویه انتهایی نوسان و درصد کاهش آن برای سه مسیر مختلف

نوع مسیر	زمان اتمام نوسانات (ثانیه)	درصد کاهش
چندجمله‌ای درجه هفت	۵/۲۴	۶۸
بهینه با روش شکل‌دهی ورودی	۴	۸۱
بهینه با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا	۳/۱۹	۹۰



$$U = m_1 g y_1 + m_2 g y_2 \quad (3)$$

$$T = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (4)$$

به طوری که  $v_1$  و  $v_2$  به ترتیب سرعت گوی و میله،  $\omega$  سرعت زاویه‌ای آونگ و  $I$  ممان اینرسی میله هستند. معادله انرژی و پتانسیل سیستم با مشتق‌گیری از موقعیت و محاسبه سرعت جرم‌ها به دست می‌آید.

$$T = \frac{1}{2} m_1 \left( (\dot{X} + l\dot{\theta} \cos\theta)^2 + (l\dot{\theta} \sin\theta)^2 \right) + \frac{1}{2} m_2 \left( \left( \dot{X} + \frac{l}{2} \dot{\theta} \cos\theta \right)^2 + \left( \frac{l}{2} \dot{\theta} \sin\theta \right)^2 \right) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (5)$$

$$U = m_1 g l \cos\theta + m_2 g \frac{l}{2} \cos\theta \quad (6)$$

رابطه لاگرانژ  $L = T - U$  با ساده‌سازی روابط  $\delta$  و  $\epsilon$  به دست می‌آید.

$$L = \frac{1}{2} m_1 (\dot{X}^2 + 2l\dot{X}\dot{\theta} \cos\theta + l^2 \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} m_2 \left( \dot{X}^2 + l\dot{X}\dot{\theta} \cos\theta + \frac{l^2}{4} \dot{\theta}^2 \right) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 - m_1 g l \cos\theta - m_2 g \frac{l}{2} \cos\theta \quad (7)$$

معادله سیستم از رابطه  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \theta} \right) = 0$  محاسبه شده و با فرض ساده‌کننده زاویه انحراف کوچک رابطه  $\delta$  حاصل می‌شود.

$$\ddot{X} \left( m_1 + \frac{m_2}{2} \right) l + \ddot{\theta} \left[ l^2 \left( m_1 + \frac{m_2}{4} \right) + 2I \right] - \theta \left( m_1 + \frac{m_2}{2} \right) l g = 0 \quad (8)$$

### منابع

- 1- Shin JH, Lee DH, Kwak MK. Vibration suppression of cart-pendulum system by combining the input-shaping control and the position-input position-output feedback control. Journal of Mechanical Science and Technology. 2019;33(12):5761-5768.
- 2- Hu QL, Wang Z, Gao H. Sliding mode and shaped input vibration control of flexible systems. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2008;44(2):503-519.
- 3- Conker C, Yavuz H, Bilgic HH. A review of command shaping techniques for elimination of residual vibrations in flexible-joint manipulators. Journal of Vibroengineering. 2016;18(5):2947-2958.
- 4- Mohad Tumari MZ, Shabudin L, Zawawi MA, Ahmad Shah LH. Active sway control of a gantry crane using hybrid input shaping and PID control schemes. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2013;50(1): 012029
- 5- Smith OJM. Posicast control of damped oscillatory systems, Proceedings of the IRE. 1957;45(9):1249-1255.
- 6- Starr GP. Swing-free transport of suspended objects with a path-controlled robot manipulator. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1985;107(1):97-100.
- 7- Singer NC, Seering WP. Preshaping command inputs to reduce system vibration. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1990;112(1):76-82.
- 8- Liu R, Gao Y, Yang S, Yang Y. Vibration control of the boom system of truck-mounted concrete pump based on constant-position commandless input shaping technique. Shock and Vibration. 2015;2015(1):1-9.
- 9- Bing L, Wei YL, Zhu ShX, Zheng YQ. Hybrid multi-mode input shaping suppresses the vibration of a 3-DOF parallel manipulator. Advanced Materials Research. 2011;291:2115-2118.

مقصود معین و حذف نوسانات باقی‌مانده استفاده می‌شود. هر چند رسیدن به جواب بهینه در پیاده‌سازی این الگوریتم برای سیستم‌های پیچیده‌تر بار محاسباتی بیشتری دارد، با این حال این روش کارایی بیشتری در کاهش نوسانات باقی‌مانده در انتقال‌های سریع را دارد.

**تشکر و قدردانی:** از کلیه عزیزانی که در انجام این پژوهش نویسندگان را یاری نمودند، سپاس‌گزاری می‌شود.

**تأییدیه اخلاقی:** نویسندگان تأیید می‌کنند که تمامی نتایج ذکرشده، صرفاً حاصل فعالیت پژوهشی آنها است.

**تعارض منافع:** هیچ گونه تعارض منافی وجود ندارد.

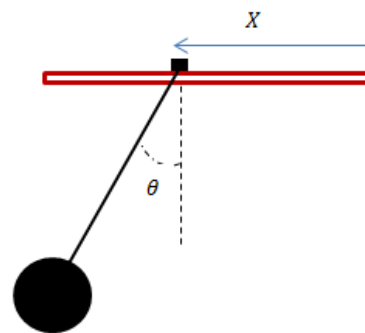
**سهام نویسندگان:** سمانه امینی (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی (۵۰٪)؛ علیرضا اکبرزاده توتونچی (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی (۵۰٪).

**منابع مالی:** هزینه‌ها از محل بودجه دانشگاه فردوسی مشهد تأمین شده است.

### پیوست

#### توصیف سیستم

سیستم مورد نظر، یک آونگ متشکل از یک گوی صلب همگن متصل به یک میله صلب به طول ۳۵/۰ متر است. در بخش آزمایشگاهی آونگ به ربات فام اسکرا متصل است و انتقال آونگ بر مبنای مسیرهای مختلف توسط مجری نهایی ربات اجرا می‌شود. هدف از این طرح طی یک مسیر خطی و تلاش برای حذف نوسانات است. با مقید نمودن آونگ در یک راستا معادلات حرکت آونگ از روش لاگرانژ مطابق زیر استخراج می‌شود. شکل ۵ شماتیکی از آونگ متصل به ربات را نشان می‌دهد.



شکل ۵) نمایی از آونگ در حال انتقال

تغییر مسیر خطی با پارامتر  $X$  معرفی می‌شود. در معادلات زیر اندیس ۱ و ۲ به ترتیب معرف گوی و میله هستند. بنابراین می‌توان مختصات مرکز جرم گوی و میله را مطابق رابطه ۱ نوشت.

$$x_1 = X + l \sin\theta \quad (1)$$

$$y_1 = l \cos\theta$$

$$x_2 = X + \frac{l}{2} \sin\theta \quad (2)$$

$$y_2 = \frac{l}{2} \cos\theta$$

معادلات انرژی جنبشی و پتانسیل مطابق زیر نوشته می‌شود.

- 20- Palunko I, Fierro R, Cruz P. Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic programming approach. International Conference on Robotics and Automation, 14-18 May 2012, Saint Paul, United States. Piscataway: IEEE; 2012.
- 21- Gorinevsky D, Vukovich G. Nonlinear input shaping control of flexible spacecraft reorientation maneuver. Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 1998;21(2):264-270.
- 22- Shin K, McKay N. A dynamic programming approach to trajectory planning of robotic manipulators. IEEE Transactions on Automatic Control. 1986;31(6):491-500.
- 23- Sawczuk A, Mroz Z. Application of dynamic programming to optimization of structures. In: Twisdale LA, Khachaturian N. optimization in structural design. Heidelberg: Springer; 1975.
- 24- Guo M, Gu D, Zha W, Zhu X, Su Y. Controlling a quadrotor carrying a cable-suspended load to pass through a window. Journal of Intelligent & Robotic Systems. 2019;98:1-5.
- 25- Cruz PJ, Fierro R. Cable-suspended load lifting by a quadrotor UAV: hybrid model, trajectory generation, and control. Autonomous Robots. 2017;41(8):1629-1643.
- 26- Singhose WE, Seering WP, MC Singer. Input shaping for vibration reduction with specified insensitivity to modeling errors. Japan-USA Symposium on Flexible Automation. 1996;1:307-313.
- 27- Kapila V, Tzes A, Yan Q. Closed-loop input shaping for flexible structures using time-delay control. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2000;122(3):454-460.
- 28- Peng S. A generalized dynamic programming principle and hamilton-jacobi-bellman equation. Stochastics and Stochastics Reports. 1992;38(2):119-134.
- 10- Yavuz H, Selçuk M, Sadettin K. Hybrid input shaping to suppress residual vibration of flexible systems. Journal of Vibration and Control. 2012;18(1):132-140.
- 11- Nguyen QC, Quang TNH. Input shaping control to reduce residual vibration of a flexible beam. Journal of Computer Science and Cybernetics. 2016;32(1):73-88.
- 12- Parker GG, Petterson B, Dohrmann CR, Robinett RD. Vibration suppression of fixed-time jib crane maneuvers. Applications of Smart Structures Technologies. 1995;2447:131-140.
- 13- Zamoski D, Starr G, Wood J, Lumia R. Rapid swing-free transport of nonlinear payloads using dynamic programming. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 2008;130(4):041001.
- 14- Dhanda A, Franklin GF. Optimal control formulations of vibration reduction problems. IEEE Transactions on Automatic Control. 2010;55(2):378-394.
- 15- Yoon HJ, Chung SY, Kang HS, Hwang MJ. Trapezoidal motion profile to suppress residual vibration of flexible object moved by robot. Electronics. 2019;8(1):30-45.
- 16- Moriello L, Biagiotti L, Melchiorri C. Multidimensional trajectories generation with vibration suppression capabilities: The role of exponential B-splines. IFAC-Papers On Line. 2017;50(1):6054-6059.
- 17- Uchiyama N, Sano Sh, Hanrda K. Residual vibration suppression using simple motion trajectory for mechanical systems. Journal of Control, Measurement, and System Integration. 2015;8(3):195-200.
- 18- Xin P, Rong J, Yang Y, Xiang D, Xiang Y. Trajectory planning with residual vibration suppression for space manipulator based on particle swarm optimization algorithm. Advances in Mechanical Engineering. 2017;9(4):1687814017692694.
- 19- Dimova AS, Kotov KY, Mal'tsev AS, Nesterov AA, Filippov MN. Quadrotor control in payload transportation on suspension. Optoelectronics. Instrumentation and Data Processing. 2018;54(5):520-524.