



Numerical Investigation of Miscible Viscous Fingering Instability in Darcian and Non-Darcian Porous Media

ARTICLE INFO

Article Type

Original Research

Authors

Miri H.¹ BSc,
Zare Vamarzani B.¹ PhD,
Saffari H.*¹ PhD,
Hoseinalipour S.M.¹ PhD,
Nemati A.¹ MSc

How to cite this article

Miri H, Zare Vamarzani B, Saffari H, Hoseinalipour S.M, Nemati A. Numerical Investigation of Miscible Viscous Fingering Instability in Darcian and Non-Darcian Porous Media. Modares Mechanical Engineering. 2020;20(10):2471-2482.

¹School of Mechanical Engineering
Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

*Correspondence

Address: School of Mechanical Engineering Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran. Postal Code: 13114-16846
Phone: +98 (21) 77491228
Fax: +98 (21) 77240488
saffari@iust.ac.ir

Article History

Received: August 25, 2019
Accepted: August 4, 2020
ePublished: October 21, 2020

ABSTRACT

In this paper, miscible viscous fingering instability in a Darcy and non-Darcy porous media was studied through numerical solution and the formation and growth of finger patterns were discussed. According to the porosity coefficient, the media can be divided into Darcy and non-Darcy categories. Also, flow velocity and fluid used (Newtonian or non-Newtonian) are the factors that limit the use of Darcy's relation. In this simulation, against most previous studies which had been used the two-phase Darcy's structural equation to approximate examination of instabilities, a two-dimensional model was used. This model was based on coupling flow equations in porous media (Darcy or Brinkman) and transport of diluted species. The effects of increasing injection rates and viscosity changes were investigated based on Peclet non-dimensional number and viscous ratio on instabilities. Besides, a comparison was done between the results of Darcy's and Brinkman's solution at different porosity coefficient and viscosity ratio. Image processing techniques were performed to measure the break through time, perimeter of the interface, fractal dimension and sweep efficiency. With increasing viscosity in Darcy and Brinkman solution, the perimeter of the interface and fractal dimension were increased and more complex fingers generated. As a result, the sweep efficiency of the porous media reduces. In addition, the growth of the media porosity led to sweep efficiency. Finally, it was observed that with increasing injection velocity in Brinkman's solution, the fingers complexity and perimeter of the interface increased and sweep efficiency decreased.

Keywords Viscous Fingering; Brinkman Equation; Darcy Low; Miscible; Numerical Solution

CITATION LINKS

[1] Experimental study of the growth of mixing zone in miscible viscous fingering [2] Numerical calculation of multidimensional miscible displacement [3] A comprehensive numerical study of immiscible and miscible viscous fingers during chemical enhanced oil recovery [4] A phase field model of unsaturated flow [5] Determination of finger shape using the dynamic capillary pressure [6] Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix [7] Linear stability of radial displacements in porous media: influence of velocity-induced dispersion and concentration-dependent diffusion [8] Simulation of EOR processes in stochastically generated permeable media [9] Three-dimensional viscous fingering: A numerical study [10] A parametric study of viscous fingering in miscible displacement by numerical simulation [11] Fingering instability in immiscible displacement [12] A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media [13] Convection in porous media [14] Analysis of the Brinkman equation as a model for flow in porous media [15] Geometric multigrid for darcy and brinkman models of flows in highly heterogeneous porous media: A numerical study [16] Miscible flow through porous media [17] Moderate-Reynolds-number flow in a wall-bounded porous medium [18] Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium [19] A hydrodynamic mechanosensory hypothesis for brush border microvilli [20] Lubrication theory in highly compressible porous media: The mechanics of skiing, from red cells to humans [21] Stability of miscible displacements in porous media: Rectilinear flow [22] Viscous fingering of miscible slices [23] Viscous fingering in porous media [24] Nonlinear simulations of miscible viscous fingering with gradient stresses in porous media [25] Miscible displacements in hele-shaw cells: Two-dimensional base states and their linear stability [26] Aqueous solutions and body fluids [27] Experimental study of finger behavior due to miscible viscous and gravity contrast in a porous model [28] Reservoir simulation: Mathematical techniques in oil recovery

بررسی عددی ناپایداری انگشتی شدن جریان لزج امتزاجی در محیط متخلخل داری و غیرداری

حامد میری BSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

بهروز زارع و امزانی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

حمید صفاری PhD*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

سیدمصطفی حسینی پور PhD

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

آرش نعمتی MSc

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله ناپایداری انگشتی مخلوط‌شدنی در یک محیط متخلخل داری- غیرداری از طریق حل عددی مطالعه شد و در مورد چگونگی شکل‌گیری و رشد الگوهای انگشتی بحث شده است. براساس ضریب تخلخل، محیط می‌تواند به دو دسته داری و غیرداری تقسیم‌بندی شود. همچنین سرعت جریان و سیال مورد استفاده (نیوتونی یا غیرنیوتونی) عواملی هستند که استفاده از رابطه داری را محدود می‌کنند. در این شبیه‌سازی برخلاف بیشتر پژوهش‌های پیشین که در آنها از معادله داری دوفاز برای بررسی ناپایداری‌ها استفاده شده، از یک مدل دوبعدی براساس زوج‌کردن معادلات جریان در محیط متخلخل (داری یا برینکمن) و انتقال گونه‌های آبیکی استفاده شده است. اثرات افزایش نرخ تزریق و تغییرات لزجت براساس نرخ تزریق و نسبت لزجت بر روی ناپایداری‌ها بررسی شده است. همچنین مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از حل داری و برینکمن در ضریب تخلخل‌های مختلف و نسبت گرانروی‌های متفاوت انجام پذیرفته است. جهت اندازه‌گیری پارامترهای زمان گشایش، طول مرز مشترک، بعد فراکتالی و بازده جاروب از تکنیک‌های پردازش تصویر استفاده شده است. با افزایش گرانروی در حل‌های داری و برینکمن طول مرز مشترک و بعد فراکتالی افزایش یافته و انگشتی‌های پیچیده‌تری تشکیل می‌شود. در نتیجه بازده جاروب محیط متخلخل کاهش می‌یابد. همچنین، ضریب تخلخل محیط افزایش بازده جاروب را به دنبال خواهد داشت. در نهایت مشاهده شده است که با افزایش سرعت تزریق در حل‌های برینکمن، پیچیدگی انگشتی‌ها و عرض اختلاط افزایش یافته و بازده جاروب کاهش می‌یابد.

کلیدواژه‌ها: انگشتی شدن لزج، معادله برینکمن، قانون داری، مخلوط‌شدنی، حل عددی

تاریخ دریافت: ۱۳۹۸/۰۶/۰۳

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۱۴

*نویسنده مسئول: saffari@iust.ac.ir

مقدمه

ناپایداری انگشتی لزج در مرز مشترک دو سیال با گرانروی مختلف، یکی از شناخته‌شده‌ترین ناپایداری‌های هیدرودینامیکی در محیط متخلخل است. جابه‌جایی سیال با گرانروی بیشتر توسط سیالی با گرانروی کمتر منجر به ناپایداری در سطح مشترک دو سیال و در نتیجه شکل‌گیری الگوهایی شبیه به انگشت می‌شود که از آن با نام ناپایداری انگشتی لزج و یا هدایت‌شدن جریان یاد می‌شود [1]. این ناپایداری هم در حالت امتزاجی (عدم وجود نیروهای مویبندی) و هم غیرامتزاجی که دو سیال سطح مشترک

کاملاً مشخصی دارند، رخ می‌دهد [2]. به عبارت دیگر، وابستگی گرانروی سیال به غلظت حل‌شونده (گونه‌های موجود در سیال) منجر به ناپایداری امتزاجی خواهد شد [3]. جابه‌جایی سیالات و انتقال گونه‌ها در محیط متخلخل هنگامی که گرانروی در جهت جریان افزایش می‌یابد به شدت تحت تاثیر این پدیده قرار می‌گیرد. از این رو، انگشتی‌شدن جریان به موضوعی مورد توجه در رشته‌های مهندسی مخزن، برداشت ثانویه از مخازن نفت، هیدرولوژی آب‌های زیرزمینی و آبیاری و نفوذ تبدیل شده است [4، 5]. همچنین این ناپایداری در زمینه‌های بهبود برداشت نفت، لوله‌های کروماتوگرافی و انتقال آلودگی و موارد مشابه کاربردهای وسیعی دارد [6، 7].

پیسمن و راشفور [2] جابه‌جایی‌های امتزاجی در محیط متخلخل را مطالعه نمودند. آنها از روش‌های تفاضل محدود برای محاسبه جابه‌جایی نفت توسط یک محلول استفاده کردند و نتایج را با داده‌های آزمایشگاهی جهت اعتبارسنجی مقایسه نمودند. واگنر همکاران [8] انگشتی‌شدن جریان در حالت امتزاجی را از طریق شبیه‌سازی عددی جابه‌جایی‌های با نسبت تحرک واحد، بررسی کردند و نشان دادند که چگونه تغییرات تحرک‌پذیری بر الگوهای جریان اثر می‌گذارد. زیرمرمن و هومسی [9] با مطالعه دوبعدی انگشتی‌ها نشان دادند که مکانیزم‌ها مستقل از میدان غلظت هستند و اساساً، تحت تاثیر میدان فشار است. مویسیس و همکاران [10] براساس شبیه‌سازی‌های عددی یک روش المان محدود بهینه‌شده برای معادلات غلظت و فشار استفاده کردند. باچین و همکاران [11] جریان دو فاز آب-نفت را برای بررسی تولید انگشتی‌ها مورد مطالعه قرار دادند. این رابطه به خوبی دینامیک مطالعه‌شده در شبیه‌سازی‌های عددی مربوط به شکل‌گیری انگشتی‌ها را بازتولید می‌کند. نوروزی و شوقی [12] به مطالعه عددی ناپایداری انگشتی لزج در جابه‌جایی‌های امتزاجی در محیط متخلخلی با خواص ناهمسان‌گرد پرداختند و دریافتند که با افزایش نسبت ناهمگونی، تراوایی طولی به عرضی و نیز کاهش نسبت ناهمگونی، پخش‌شوندگی طولی به عرضی، جریان پایدارتری مشاهده می‌شود. یک تجزیه و تحلیل فوریه از کانتورهای اشباع و غلظت پلیمر در سطح مشترک آب-نفت برای استخراج یک نمودار طیفی از ناپایداری‌ها انجام گرفته است [3]. در این تحلیل جذر میانگین انگشتی‌ها و تغییراتشان با زمان محاسبه و بیان شده است که آنالیز فوریه و محاسبه در زمان‌های متفاوت برای تعیین تحول تدریجی نرخ رشد اسپکتورم در ناپایداری‌های امتزاجی و غیرامتزاجی بسیار مفید است.

تا به حال در طیف وسیعی از مطالعات صورت‌گرفته در زمینه انگشتی‌شدن جریان از قانون داری استفاده شده است. محیط‌های متخلخلی که بقای مومنتوم در آنها از قانون داری تبعیت می‌کند محیط داری نامیده می‌شوند. اما قانون داری دارای محدودیت‌هایی است. سرعت‌های بالا [13]، اثرات برشی گرانروی [14]، ضریب تخلخل بالاتر از ۰/۷ را نمی‌توان توسط قانون

کارآمد نخواهد بود لذا ترکیبی از معادله هدایت- جابه‌جایی برای یک نمونه حلال و قانون داری تک‌فاز و معادله برینکمن برای سرعت جریان به خدمت گرفته شده است. حرکت سیال در یک محیط متخلخل داری (ضریب تخلخل کم) توسط ترم‌های قانون داری نشان‌دهنده معادله اندازه حرکت برای جریان در محیط نفوذپذیر توصیف می‌شود:

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla p = -\frac{\mu}{k} \mathbf{U} \quad (2)$$

در این معادله $\mathbf{U} = (u, v)$ نشان‌دهنده بردار سرعت دوبعدی داری و μ, p به ترتیب فشار هیدرودینامیکی و گرانی سیال هستند. در محیط‌های غیرداری با ضریب تخلخل و اعداد رینولدز بالا برای توصیف جریان به‌جای قانون داری، برای بقای مومنوم از تعمیم داری [14, 16] یعنی معادله برینکمن استفاده می‌شود [13]:

$$\nabla p = -\frac{\mu}{k} \mathbf{U} + \frac{\mu}{\epsilon_p} \nabla^2 \mathbf{U} \quad (3)$$

در این معادله ϵ_p ضریب تخلخل محیط است. با توجه به اینکه هدف، بررسی این پدیده در حالت امتزاجی است، لذا گرانی دینامیکی سیال در معادلات داری و برینکمن به‌عنوان تابعی از غلظت حل‌شونده در نظر گرفته می‌شود. بنابراین در شبیه‌سازی بایستی رابطه بین غلظت و گرانی به صورت رابطه ۴ باشد [21]:

$$\mu = \mu(c) \quad (4)$$

در این معادله C نشانگر غلظت است. معادله انتقال گونه‌ها که گرانی سیالات را از طریق غلظت کنترل و مکانیزم‌های حرکت و پیش‌روی سیال را از طریق جابه‌جایی و پخش، مدل‌سازی می‌کند به صورت معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\epsilon_p \frac{\partial c}{\partial t} + \mathbf{U} \cdot \nabla c = \epsilon_p D \nabla^2 c \quad (5)$$

در معادله ۵، D ثابت پخش است. باید توجه داشت که ورودی اصلی این معادله سرعت محاسبه‌شده توسط روابط داری و برینکمن در هر نقطه از فضای محاسباتی است. از آنجا که رابطه غلظت- گرانی به‌طور معمول تابعی تحلیلی نیست، برای آنالیز دینامیک انگشتی‌ها یک رابطه آرینوس (Arrhenius) بین غلظت و گرانی در نظر گرفته شده است [22-24]:

$$\mu(c) = \mu_1 e^{\frac{Rc}{c_2}} \quad (6)$$

پارامتر بی‌بعد R در این معادله نسبت تحرک که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R = \ln \left(\frac{\mu_2}{\mu_1} \right) \quad (7)$$

شرایط مرزی

از آنجا که معادله حاکم بر غلظت حل‌شونده از مرتبه دو است لذا برای حل آن به چهار شرط مرزی و یک شرط اولیه نیاز است [24]. به این صورت که برای هر کدام از متغیرهای x و y به دو شرط مرزی و برای حل کامل به یک شرط اولیه نیاز است.

$$c = 0 \quad \text{at} \quad x = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad \text{at} \quad x = L_x \quad (9)$$

$$\frac{\partial c}{\partial y} = 0 \quad \text{at} \quad x = \quad (10)$$

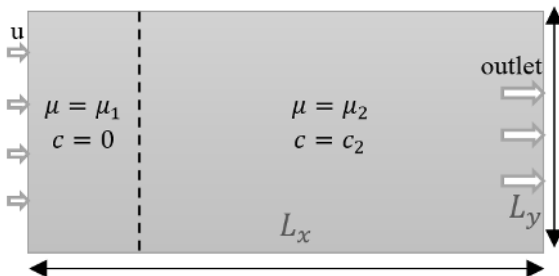
داری در محیط متخلخل توصیف کرد. در بسیاری از محیط‌های متخلخل با درصد حجم ماتریس کم و یا ضریب تخلخل زیاد مانند شکاف‌ها، مخازن حفره‌ای و فوم‌های صنعتی، ضریب تخلخل در محدوده ۹۵ تا ۹۸% است [15]. بنابراین در محیط‌های غیرداری نیاز به معادله‌ای است که بتواند با دقتی بالا نتایج را استخراج نماید. در این محیط‌ها با مشخصه ضریب تخلخل بالاتر از ۰/۷ معادله مومنوم توسط قانون برینکمن توصیف می‌شود [16]. از طرفی با افزایش تخلخل محیط یا نزدیک شدن به مرزهای جامد اثرات گرانی افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر زمانی که مقیاس زمانی مشخص‌کننده جریان مورد نظر کوتاه است، اثرات لختی ناشی از شتاب محلی سیال اهمیت می‌یابد. همین طور زمانی که عدد رینولدز براساس حفره‌های محیط بزرگتر از یک باشد، اثرات لختی ناشی از شتاب جابه‌جایی سیال مورد توجه و اهمیت قرار خواهد گرفت [17, 18]. در نتیجه در نظر گرفتن قانون داری برای یک جریان با این مشخصات نتایج نادرستی را در پی خواهد داشت. از این رو معادله برینکمن به‌طور گسترده‌ای برای تخمین زدن اثرات گرانی ناشی از مرزهای جامد استفاده می‌شود [19, 20].

در این مقاله، تاثیرات نرخ تزریق و تغییرات لزجت سیال جابه‌جاشونده را در یک محیط متخلخل همسان‌گرد با کمک اعداد بی‌بعد پکلت و نسبت لزجت مطالعه شده است. برای این منظور از معادلات داری و برینکمن برای حل مساله استفاده شد و تاثیر معادلات و پارامترهای بی‌بعد، بر رشد و گسترش انگشتی‌ها به صورت کمی و کیفی تجزیه و تحلیل شده است. عمده توجه بر مقایسه نتایج حاصل از حل داری و برینکمن و امکان‌سنجی استفاده از معادله برینکمن به‌عنوان تعمیمی از قانون داری در محیط‌های غیرداری و رفع موانع آن است. از آنجایی که تمرکز بر جابه‌جایی‌های امتزاجی است، لذا، گرانی را تابعی از غلظت در نظر گرفته و از فشار موینگی صرف نظر شده است. سپس یک محیط متخلخل غیر داری با ضریب تخلخل بالا در نظر گرفته و مقایسه نتایج حاصل از حل‌های داری و برینکمن با یکدیگر ارائه شده است. در هر بخش با استفاده از الگوریتم پردازش تصویر، اطلاعات کمی نتایج مانند طول مرز مشترک، بازده جاروب و بعد فراکتالی (Fractal Dimension) استخراج شده است.

مدل ریاضی

هر چند که روش ریاضیاتی حاکم بر طیف وسیعی از مقالات و پژوهش‌های صورت‌گرفته در زمینه شبیه‌سازی جریان سیالات امتزاج‌پذیر یا غیرامتزاج‌پذیر دوفازی در یک محیط متخلخل به‌خصوص در مدل‌سازی عددی پدیده انگشتی شدن جریان لزج، معادله داری دوفاز است و این معادله قانون داری را برای فشار کل و انتقال ذرات سیال در یک‌فاز حل می‌کند. اما از آنجایی که معادله داری دوفاز فقط در سرعت‌های کم و یا زمانی که محیط متخلخل نفوذپذیری یا ضریب تخلخل کمی دارد، دارای نتایج قابل قبول است و در شکاف‌ها و نواحی پر حفره و تخلخل این روش

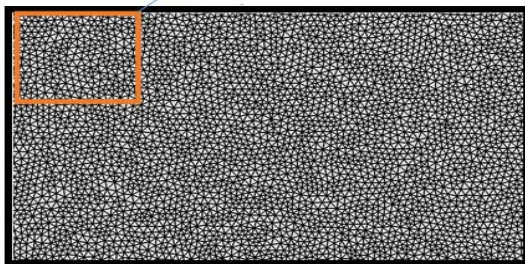
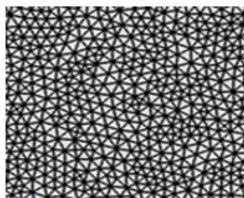
است. با توجه به ماهیت پدیده انگشتی شدن جریان و وقوع آن که به عدم توازن بین نیروهای بین دو سیال بستگی دارد، شبکه بندی به صورت نامنظم انجام گرفته است. این امر احتمالاً با دو مکانیزم نامتوازن تر کردن اغتشاش اولیه و تقریب داخل شبکه ای، عدم توازن را تشدید و جواب را به واقعیت نزدیک تر می سازد. برای حداکثر کردن شباهت نتایج با یافته های آزمایشگاهی، شبکه بندی های مختلف، اعم از مثلثی منظم، مثلثی نامنظم، مربعی بررسی شده و در نهایت مش یگانه مثلثی نامنظم به عنوان شبکه بندی مطلوب انتخاب شد. نمونه این شبکه بندی در شکل ۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱) طرح شماتیک جابه جایی سیالات امتزاجی در محیط متخلخل دوبعدی (خط بریده نشان دهنده سطح مشترک دو سیال در لحظه اولیه است)

جدول ۱) مشخصات پارامترهای مربوط به سیالات و محیط متخلخل شبیه سازی شده

پارامتر	نماد	مقدار
طول محیط (cm)	L_x	۳۵
عرض محیط (cm)	L_y	۲۰
نسبت ضریب تحرک	R	۳/۷۵ و ۴/۲۲
گرانروی سیال جابه جاکننده (MPa.s)	μ_1	۰/۱۵
گرانروی سیال جابه جاشونده (MPa.s)	μ_2	۳۷ و ۶۰
نفوذپذیری (md)	k	۲۰۰۰
ضریب تخلخل	Φ	۰/۲ و ۰/۵ و ۰/۸
چگالی سیال جابه جاکننده (kg/m^3)	ρ_1	۷۹۲
چگالی سیال جابه جاشونده (kg/m^3)	ρ_2	۱۱۸۶
ضریب پخش (m^2)	D	$۹/۷۶ \times 10^{-۹}$



شکل ۲) گسسته سازی محیط محاسباتی براساس مش یگانه مثلثی نامنظم

$$0 \text{ and } x = L_x$$

با توجه به اینکه یک ناحیه گذار بین دو سیال ایجاد می شود. از این رو شرط اولیه برای غلظت به صورت رابطه زیر در نظر گرفته شده است [25]:

$$c(x, y, t = 0) = \frac{c_2}{2} [1 + f(x, y)] \quad \text{at } t = 0 \quad (11)$$

در اینجا $f(x, y)$ یک تابع تصادفی است. همچنین از ترکیب معادلات ۱ و ۲ با محدود نمودن ترم فشار به یک معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دو با متغیرهای فضایی حاصل می شود. بنابراین در اینجا هم به چهار شرط مرزی و یک شرط اولیه برای بخش سرعت نیاز است:

$$u(x, y, t) = U \quad \text{at } x = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \text{ and } v = 0 \quad \text{at } y = 0 \text{ and } y = L_y \quad (13)$$

$$p = 0 \text{ at } x = L_x \quad (14)$$

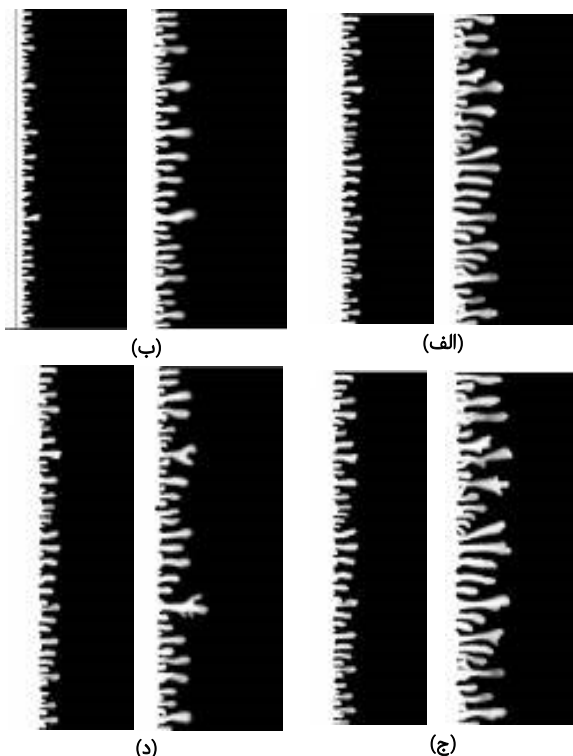
شرط اولیه:

$$u(x, y, 0) = (U, 0) \quad \text{at } t = 0 \quad (15)$$

فضای محاسباتی و روش حل

جابه جایی سیالات امتزاجی در یک محیط متخلخل با ضریب تخلخل یکنواخت و نفوذپذیری ثابت مطابق شکل ۱ در نظر گرفته شده است. محیط محاسباتی یک سطح مستطیل شکل دوبعدی به ابعاد ۳۵×۲۰ سانتی متر است. در ابتدا فرض شده است که محیط از دو سیال جابه جاکننده و جابه جاشونده با گرانروی های متفاوت پر شده است. گرانروی سیال در ناحیه سمت چپ μ_1 و در قسمت سمت راست μ_2 است. البته μ_1 و μ_2 مقادیر اولیه هستند و پس از تزریق سیال و مخلوط شدن مایعات، این لزجت ها به عنوان تابعی از غلظت براساس رابطه ۶ در طول محیط تغییر می کنند. برای جلوگیری از ناپایداری ناشی از گرادیان چگالی، سیالات، غیرقابل تراکم و با شناوری بالا در نظر گرفته می شوند. سیال جابه جاکننده که در اینجا آب خالص است از تمام ضلع سمت چپ با سرعت یکنواخت u (در جهت طولی) به محیط متخلخل وارد می شود و سیال جابه جاشونده یعنی محلول آب- گلیسرین را جابه جا می کند. گرانروی $\mu(c)$ سیالات وابسته به مقدار غلظت نمونه حلال است که این مقدار از جداول ویژگی محلول های آبی قابل استخراج است. در اینجا غلظت آب خالص $c = 0$ و غلظت سیال دوم $c = c_2$ در نظر گرفته می شود. سایر پارامترهای استفاده شده این شبیه سازی در جدول ۱ ارایه شده است. مساله مورد نظر با استفاده از نرم افزار کامسول شبیه سازی شده است. در این نرم افزار از سه رابطه داری تک فاز، معادله برینکمن و انتقال گونه های آبی در محیط متخلخل استفاده می شود. این نرم افزار امکان زوج کردن و برقراری ارتباط بین معادلات مورد نظر را به خوبی فراهم می کند. جهت شبیه سازی دقیق و نزدیک به واقعیت، مساله با حل گره های مختلف نرم افزار همچون، SPOLES, PARDISO, MUMPS و DENSE MATRIX مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت و بهترین نتایج از حلگر MUMPS به دست آمد. معیار مورد استفاده، برای انتخاب بهترین نوع شبکه نزدیکی حل با نمونه های آزمایشگاهی

ابتدای تزریق سیال به سلول در حل برینکمن تقریباً از نظر تعداد در یک نسبت گرانروی، برابر انگشتی‌های ایجاد شده در حل داری هستند اما شکل انگشتی‌ها با هم تفاوت داشته به طوری که حل برینکمن انگشتی‌های کشیده و باریک‌تری را ایجاد خواهد کرد که این کشیدگی، شکل غالب انگشتی‌های اولیه تا لحظه تقسیم شدن آنها خواهد بود. اما در حل داری نوک انگشتی‌ها گرد شده و دنباله پشت آن کمتر خواهد بود. در شکل ۴ انگشتی‌های اولیه در ۰/۵ و یک ثانیه پس از تزریق در نسبت لزجت‌های ۴۲/۵۹ و ۶۸/۵۲ در حل‌های داری و برینکمن نشان داده شده است. در ادامه تعدادی از انگشتی‌های اولیه تقویت شده و گسترش می‌یابند در حالی که بیشتر این انگشتی‌ها به مرور زمان از بین رفته و با استفاده از پدیده‌های به هم پیوستگی و حرکت غالب با انگشتی‌های بزرگ‌تر ادغام می‌شوند و تشکیل انگشتی‌های غالب می‌دهند. انگشتی‌های ادغام شده در ادامه مسیر خود تقسیم می‌شوند و این روند تا انتهای سلول تکرار می‌شود. در حل برینکمن انگشتی‌ها تقریباً در مسیرهای مستقیم حرکت کرده و با توجه به باریک و کشیده بودن، پدیده تقسیم در آن ضعیف‌تر رخ داده و سریعاً با انگشتی‌های اطراف امتزاج یافته و از بین می‌روند. در حل داری انگشتی‌ها انحراف زاویه‌ای بیشتری داشته و با توجه به شکل گرد انگشتی‌های اولیه پس از تقسیم نوک انگشتی، انگشتی‌های ثانویه قوی‌تری ایجاد شده و در سلول به پیش‌روی ادامه خواهند داد. تفاوت پدیده تقسیم در حل‌های داری و برینکمن در شکل ۵ نشان داده شده است.



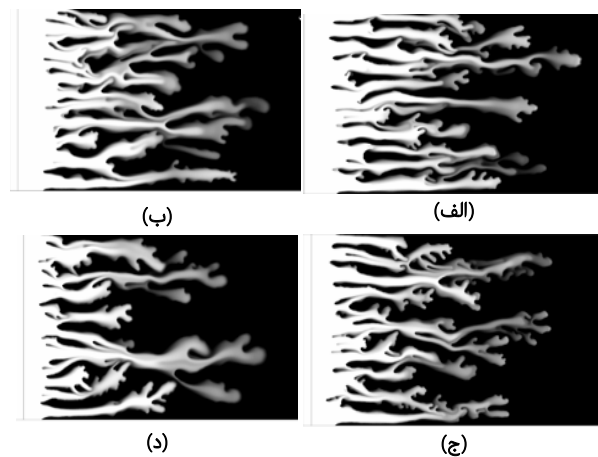
شکل ۴ شکل‌گیری انگشتی‌های اولیه در ۰/۵ و یک ثانیه پس از تزریق در نسبت لزجت‌های ۴۲/۵۹ و ۶۸/۵۲؛ الف) برینکمن ($\nu_f=3/75$)؛ ب) داری ($\nu_f=3/75$)؛ ج) برینکمن ($\nu_f=4/22$)؛ د) داری ($\nu_f=4/22$)

بحث و نتایج

در این بخش تجزیه و تحلیل کمی و کیفی نتایج به دست آمده از حل‌های عددی برینکمن و داری ارائه شده است. برای این منظور اثرات پارامترهای سرعت تزریق، نسبت لزجت و ضریب تخلخل محیط بر روند کلی شکل‌گیری، ادغام و پیش‌روی انگشتی‌ها بررسی و توصیف شده است. از طرف دیگر با استفاده از نمودارهای متنوع زمان گشایش، طول مرز مشترک، بازه جاروب و بعد فراکتالی، پدیده انگشتی شدن جریان به صورت کمی مورد مطالعه قرار گرفته است. همچنین در هر قسمت بین نتایج داری و برینکمن مقایسه جامعی صورت گرفته و جزئیات ذکر شده است.

اثر نسبت گرانروی

لزجت یکی از پارامترهای مهم تاثیرگذار بر روی پدیده ناپایداری انگشتی است. در واقع اختلاف لزجت بین سیال جابه‌جا شده و جابه‌جاکننده باعث به وجود آمدن این ناپایداری در مرز مشترک دو سیال می‌شود. برای بررسی این فاکتور از سه لزجت مختلف برای سیال جابه‌جا شده استفاده شده است و سیال جابه‌جاکننده در همه حل‌ها با خواص ثابت در نظر گرفته شده است. برای ایجاد این لزجت‌ها، از تغییر نسبت ترکیب گلیسیرین و آب برحسب جداول خصوصیات محلول‌های آبی ولف [26] استفاده شده است. این ترکیبات به ترتیب دارای لزجت‌هایی به اندازه ۱۵، ۲۳، ۳۷ میلی‌پاسکال ثانیه هستند که با توجه به لزجت ثابت سیال جابه‌جاکننده در همه حل‌ها (۰/۵۴ میلی‌پاسکال ثانیه)، این اعداد متناظر با نسبت‌های لزجت‌های ۲۷/۷۸، ۴۲/۵۹، ۶۸/۵۲ هستند. تعدادی از تصاویر ثبت شده ضمن افزایش لزجت در دو حالت حل داری و برینکمن در شکل ۳ نشان داده شده است.

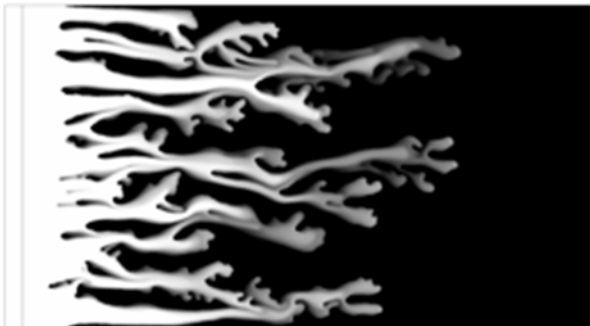


شکل ۳ تصاویر ضبط شده در نسبت گرانروی‌های مختلف در حل‌های داری و برینکمن؛ الف) برینکمن ($\nu_f=3/75$)؛ ب) داری ($\nu_f=3/75$)؛ ج) برینکمن ($\nu_f=4/22$)؛ د) داری ($\nu_f=4/22$)

توصیف کیفی

در حل‌های داری و برینکمن در ابتدای ورود سیال به سلول تعداد زیادی انگشتی به وجود می‌آید. این تعداد در همه نسبت‌های گرانروی یکسان است. انگشتی‌های اولیه تولید شده در

حالی که در حل برینکمن در سرعت‌های پایین جزئیات تقسیم انگشتی‌ها به صورت کامل شبیه‌سازی نمی‌شود. بنابراین با توجه به محدوده سرعت و ضریب تخلخل مورد بررسی می‌توان کارایی داری را در این شرایط بهتر دانست. در جدول ۲ زمان گشایش در حل‌های داری و برینکمن ضمن افزایش نسبت لزجت نشان داده شده است.



شکل ۶) روند افزایش رشد و تقسیم انگشتی‌ها در حل برینکمن در لزجت ۴/۲۲ و در زمان ۷/۵ ثانیه

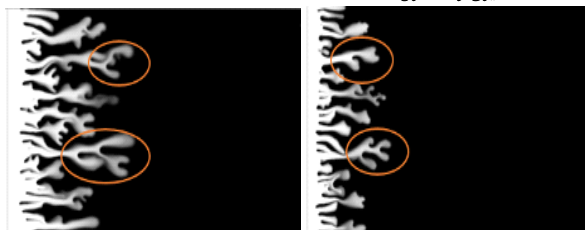
جدول ۲) زمان گشایش با افزایش نسبت لزجت در حل‌های داری و برینکمن

نوع حل	نسبت گرانروی	زمان گشایش
داری	۳/۷۵	۱۲
برینکمن	۳/۷۵	۸/۵
داری	۴/۲۲	۱۰
برینکمن	۴/۲۲	۸

برای سنجش میزان پیچیدگی الگوهای ایجاد شده و تعیین میزان ناپایداری‌ها، از پارامتر طول مرز مشترک و یا محیط شکل انگشتی‌های به وجود آمده استفاده می‌شود. با افزایش اختلاف لزجت بین سیالات، الگوهای انگشتی به وجود آمده پیچیده‌تر می‌شوند و در نتیجه طول مرز مشترک دو سیال نیز افزایش می‌یابد. افزایش طول مرز مشترک یا محیط الگوهای ایجاد شده در نمودار ۱ دیده می‌شود.

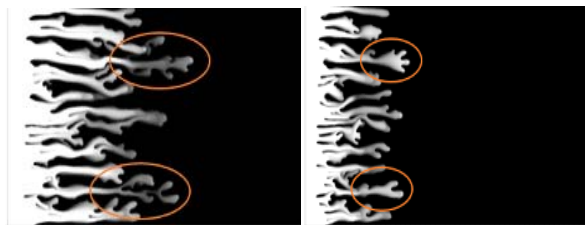
بُعد فراکتالی ایجاد شده در هر تصویر برحسب مکان پیش‌روی سیال تزریقی برای نسبت لزجت‌های مختلف در نمودار ۲ رسم شده است. در اینجا نیز دیده می‌شود با افزایش اختلاف لزجت الگوهای انگشتی ایجاد شده پیچیده‌تر می‌شود و بعد فراکتالی عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که بعد فراکتالی به دست آمده در حل‌های داری در مرتبه بالاتری قرار می‌گیرد و در این شرایط نتایج داری تقسیم انگشتی‌ها و در نتیجه پیچیدگی را بیشتر نشان می‌دهد.

بازده جاروب یا عرض موثر انگشتی‌ها در نمودار ۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت لزجت بازده جاروب کاهش می‌یابد که خود نشان‌دهنده این موضوع است که این عمل نتیجه عکس در ازدیاد برداشت از مخازن خواهد داشت.



(ب)

(الف)



(د)

(ج)

شکل ۵) تفاوت پدیده تقسیم در حل‌های داری و برینکمن در نسبت لزجت برابر (۳/۷۵): (الف) داری در زمان ۳ ثانیه، (ب) داری در زمان ۵ ثانیه، (ج) برینکمن در زمان ۳ ثانیه، (د) برینکمن در زمان ۷/۵ ثانیه

باید دقت شود در شرایط سیال و مخزن ارایه شده در جدول ۱، حل داری مطابقت بیشتری را با نتایج استخراج شده در حل‌های آزمایشگاهی حسینعلی‌پور و همکاران [27] نشان می‌دهد. در لزجت‌های پایین سیال جابه‌جاشده، تعداد انگشتی‌های تولید شده کمتر از مقدار آن نسبت به حالت لزجت بالا است و تقسیم انگشتی‌ها به مرور زمان کاهش می‌یابد. در حالت لزجت زیاد، نرخ تولید انگشتی‌های جدید افزایش می‌یابد و انگشتی‌های جدید با استفاده از روش‌های متنوع و در جهت‌ها و زاویه‌های مختلفی به صورت نامنظم‌تر شروع به تقسیم می‌کنند.

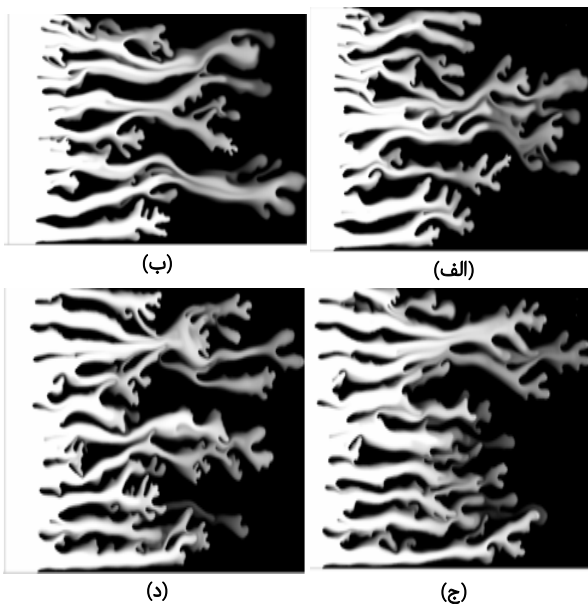
در شکل ۶ روند افزایش انگشتی‌ها در حل برینکمن و در لزجت ۴/۲۲ نسبت به شکل ۵-د در لزجت ۳/۷۵ نشان داده شده است. از طرفی در تمام حل‌ها کاهش تقسیم انگشتی‌ها با پیش‌روی سیال در انتهای محیط مشاهده می‌شود. در نتیجه فارغ از روش حل (داری یا برینکمن) ناپایداری انگشتی‌ها تحت الگوهای شکل‌گرفته در طول حرکت و پیش‌روی سیال در سلول کاهش یافته و به تدریج انگشتی‌های غالب با پیچیدگی‌های کمتری را شاهد خواهیم بود.

توصیف کمی

زمان گشایش با افزایش لزجت سیال جابه‌جاشده و در نتیجه نسبت تحرک کاهش می‌یابد. این روند نشان می‌دهد با افزایش اختلاف لزجت بین دو سیال، با در نظر گرفتن ثابت ماندن سرعت تزریق، نرخ رشد انگشتی‌ها افزایش یافته و ضمن افزایش پدیده تقسیم اولین انگشتی در زمان کوتاه‌تری به انتهای سلول می‌رسد. کاهش زمان گشایش از نسبت گرانروی ۳/۷۵ به ۴/۲۲ در حل داری ۱/۵ ثانیه بیشتر از حل برینکمن است. این موضوع به علت مدل‌سازی دقیق و با جزئیات انگشتی‌ها در حل داری است. در

اثر ضریب تخلخل

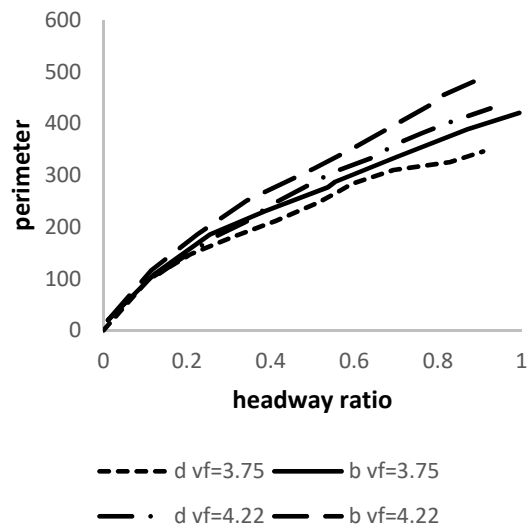
ضریب تخلخل به صورت نسبت حجم خلل و فرج محیط به کل حجم تشکیل دهنده آن تعریف می شود. این مقدار معمولاً از ۰/۲۵ تا ۰/۷۵ برای سنگ با نفوذپذیری قوی تا ۰/۱ برای محیط متخلخل با نفوذپذیری ضعیف متغیر است [28]. در بعضی از محیط های متخلخل مانند شکاف ها و فوم های صنعتی بخش کمی از محیط را قسمت جامد تشکیل داده و در نتیجه ضریب تخلخل از مقادیر ذکر شده تجاوز نموده و در محدوده های بالاتر قرار خواهد گرفت. با توجه به آنکه یکی از محدودیت های قانون داری در ضریب تخلخل های بالاتر از ۰/۷ است، بنابراین در این موارد از معادله برینکمن استفاده می شود. جهت بررسی اثرات افزایش ضریب تخلخل در محیط متخلخل و مطالعه تفاوت های نتایج ناشی از حل مساله انگشتی شدن جریان با استفاده از روش های داری و برینکمن از سه ضریب تخلخل ۰/۱، ۰/۵ و ۰/۸ استفاده شده است. در تمام حل ها نسبت لزجت برابر ۴۲/۵ و سرعت ورودی ۰/۰۵ میلی متر بر ثانیه در نظر گرفته شده است. تعدادی از تصاویر به دست آمده با افزایش ضریب تخلخل در حل های داری و برینکمن در شکل ۷ نشان داده شده است.



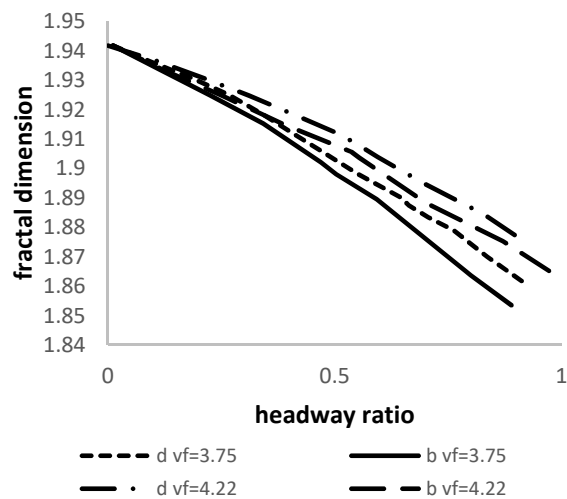
شکل ۷ شماری از تصاویر استخراج شده ضمن تغییر ضریب تخلخل محیط؛ الف و ب) داری با تخلخل های ۰/۵ و ۰/۸، ج و د) برینکمن با تخلخل های ۰/۵ و ۰/۸

توصیف کیفی

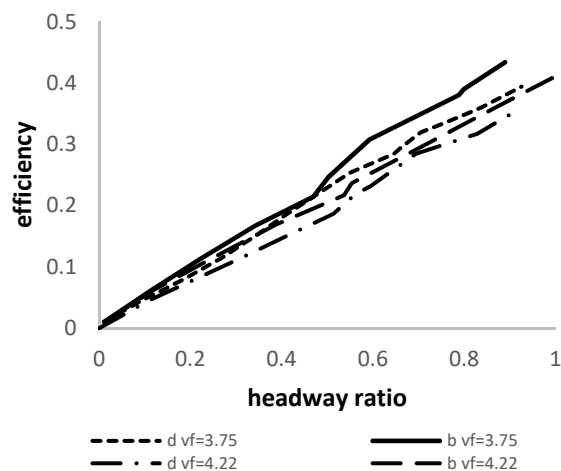
تغییرات ضریب تخلخل اثرات قابل ملاحظه ای بر روند شکل گیری و رشد انگشتی ها دارد. این اثرات تا حدودی متفاوت با اثرات ناشی از تغییرات گرانروی و سرعت تزریق است. چنانچه حل های داری و برینکمن به صورت جداگانه مورد بررسی قرار گیرند، مشاهده می شود که با افزایش ضریب تخلخل از ۰/۱ تا ۰/۸ در روش برینکمن سرعت رشد انگشتی ها کاهش می یابد و پدیده



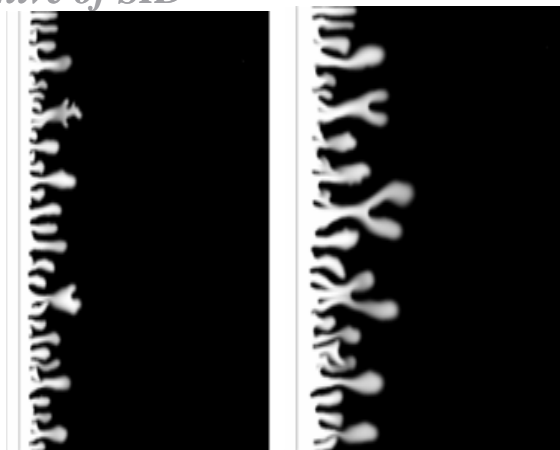
نمودار ۱) طول مرز مشترک بین دو سیال برحسب پیشروی سیال در سلول در نسبت گرانروی های ۳/۷۵ و ۴/۲۲ برای حل های داری و برینکمن



نمودار ۲) بعد فراکتالی برحسب پیشروی سیال در سلول در نسبت گرانروی های مختلف برای حل های داری و برینکمن



نمودار ۳) بازده جاروب برحسب پیشروی سیال در سلول در نسبت گرانروی های مختلف برای حل های داری و برینکمن



شکل ۹) تغییرات شکل انگشتی‌ها با افزایش ضریب تخلخل از: الف) ۵٪، تا ب) ۸٪ در ثانیه دوم از تزریق سیال در حل داری

توصیف کمی

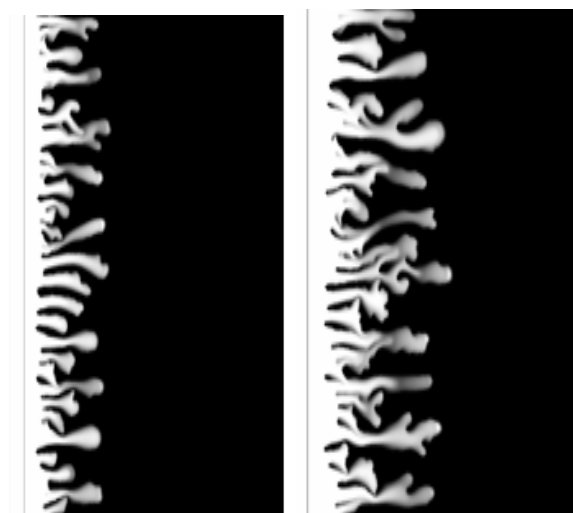
زمان گشایش برای ضرایب تخلخل ۵٪ و ۸٪ در حل‌های داری و برینکمن در جدول ۳ نمایش داده شده است که نشان می‌دهد، در هر یک از روش‌ها با افزایش ضریب تخلخل زمان رسیدن اولین انگشتی به انتهای سلول افزایش می‌یابد و سرعت متوسط نوک انگشتی روندی نزولی خواهد داشت. از طرفی مقایسه نتایج داری و برینکمن در یک ضریب تخلخل نشان می‌دهد که اختلاف زمان گشایش بین حل‌های داری و برینکمن برای ضریب تخلخل‌های پایین، کمتر است.

جدول ۳) زمان گشایش با افزایش ضریب تخلخل در حل‌های داری و برینکمن

نوع حل	ضریب تخلخل	زمان گشایش
داری	۰/۵	۹/۸
برینکمن	۰/۵	۷/۳
داری	۰/۸	۱۴/۵
برینکمن	۰/۸	۱۱/۵

پیچیدگی الگوهای انگشتی به‌دست‌آمده در هر حل با استفاده از طول مرز مشترک سیال، محاسبه شده و در نمودار ۴ نمایش داده شده است. در استفاده از روش‌های داری و برینکمن مشاهده می‌شود که با پیش‌روی سیال در سلول، طول مرز مشترک افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش ضریب تخلخل به‌علت وجود منافذ بیشتر، سیال فضای بیشتری جهت حرکت داشته و با پیش‌روی در تمام حفره‌ها طول مرز مشترک کاهش یافته در نتیجه انگشتی‌هایی با پیچیدگی کمتر خواهیم داشت. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در ضریب تخلخل‌های بالا، پیچیدگی انگشتی‌ها در حل‌های داری و برینکمن شباهت بیشتری با یکدیگر دارد. همچنین، در نمودار ۵ بعد فراکتالی برحسب میزان پیش‌روی سیال تزریقی در ضرایب تخلخل متفاوت رسم شده است. در اینجا نیز با افزایش ضریب تخلخل سیال تزریقی راحت‌تر می‌تواند مسیر خود را در محیط متخلخل باز کند. در نتیجه پیچیدگی انگشتی‌ها و بعد

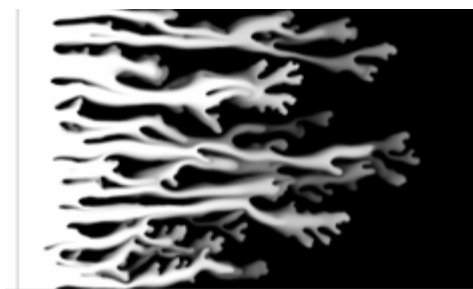
تقسیم نوک انگشتی و تقسیم از کنار در تخلخل‌های پایین بیشتر دیده می‌شود. نتایج برینکمن یا افزایش ضریب تخلخل تغییرات محسوسی را در شکل انگشتی‌ها ایجاد نخواهند کرد و همان شکل باریک و کشیده در تمام ضریب تخلخل‌ها تکرار می‌شود. در شکل ۸ در حل‌های داری با افزایش ضریب تخلخل شاهد کاهش چشم‌گیری در پدیده تقسیم نوک انگشتی هستیم. به‌طوری که در ضریب تخلخل ۵٪ تقریباً تمامی انگشتی‌های غالب دچار پدیده تقسیم شده‌اند. همچنین مشاهده می‌شود که در حل داری با تغییر ضریب تخلخل نسبت به حل برینکمن تغییر کمتری در سرعت رشد انگشتی‌ها ایجاد می‌شود و بیشتر شکل ظاهری انگشتی‌ها تغییر می‌کند. در شکل ۹ نتایج مربوط به حل داری در ضریب تخلخل‌های ۵٪ و ۸٪ در ثانیه دوم از تزریق سیال نشان داده شده است. از مقایسه نتایج حاصل از داری و برینکمن می‌توان نتیجه گرفت که شباهت بیشتری بین حل‌ها در ضریب تخلخل‌های پایین (کمتر از ۷٪) وجود دارد و عمده تفاوت‌ها در محیط‌های غیرداری است. این مساله را می‌توان ناشی از این دانست که در واقع برینکمن به‌عنوان تعمیمی از قانون داری معرفی می‌شود [13]. در حل‌های داری دیده می‌شود که در ضریب تخلخل‌های پایین، انگشتی‌های غالب شکل گرفته، دچار کشیدگی بیشتری می‌شوند و عموماً پدیده تقسیم در این انگشتی‌ها رخ می‌دهد. در حالی که در تخلخل‌های بالا به‌علت بیشتر بودن خلل و فرج، زمان بیشتری جهت اشباع کردن محیط و گذر از منافذ لازم است. در نتیجه هم حرکت سیال کندتر می‌شود و هم تقسیم انگشتی‌ها با سرعت کمتری صورت می‌پذیرد. در حل برینکمن پدیده تقسیم انگشتی‌ها در تخلخل‌های پایین با وضوح بیشتری قابل رویت است و دیده می‌شود که تقریباً تمام انگشتی‌ها با سهمی برابر در تقسیم و انتشار سیال در سلول شرکت می‌کنند.



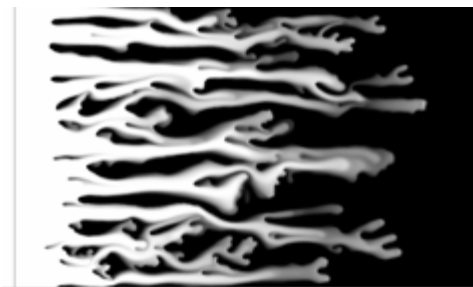
شکل ۸) تغییرات شکل انگشتی‌ها با افزایش ضریب تخلخل از: الف) ۵٪، تا ب) ۸٪ در ثانیه دوم از تزریق سیال در حل برینکمن

اثر نرخ تزریق در حل برینکمن

سرعت تزریق یکی از مهم‌ترین پارامترهای موثر بر مساله است که موجب تغییرات محسوسی بر ناپایداری انگشتی شده و در کاربردهای این پدیده خصوصاً در ازدیاد برداشت نفت، یکی از فاکتورهای موثر بر بازده مخزن است. افزایش سرعت تزریق یا نرخ تزریق می‌تواند افزایش حجمی برداشت ثانویه را به دنبال داشته باشد این در حالی است که بازده جاروب شدن مخزن نیز باید مد نظر قرار گیرد و یک نرخ تزریق بهینه برای رسیدن به بالاترین بازده جاروب با بهترین دبی برداشت را فراهم آورد. از طرفی با توجه به اینکه یکی از محدودیت‌های رابطه داری سرعت بالا است لذا جهت مدل‌سازی جریان در محیط‌هایی که احتمال افزایش سرعت در آنها وجود دارد بایستی از معادله برینکمن استفاده شود. در قسمت‌های قبل اثرات نسبت لزجت و ضریب تخلخل در حل‌های داری و برینکمن مورد بررسی قرار گرفته است و در این بخش براساس روندهای استنتاج شده از حل‌های صورت گرفته در بخش‌های قبل، در سه سرعت ۷/۵، ۱۰ و ۱۲/۵ میلی‌متر بر ثانیه نتایج در حل برینکمن استخراج شده است و درستی آن مورد بحث قرار گرفته است. تعدادی از تصاویر استخراج شده از حل‌های برینکمن در شکل ۱۰ نشان داده شده است.



(ب)



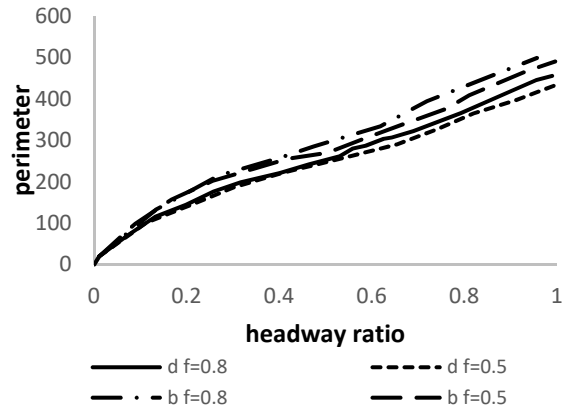
(ج)

شکل ۱۰ تعدادی از تصاویر ضبط شده با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن در نسبت گرانیوی ۴/۲۲ و زمان و سرعت: الف) ۳/۷ و ۰/۷، ب) ۲/۹ و ۱۰، ج) ۲/۵ ثانیه و ۱۲/۵ میلی‌متر بر ثانیه

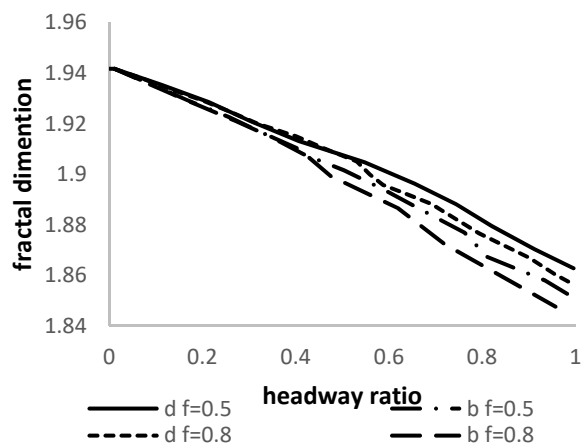
توصیف کیفی

در اینجا نیز در ابتدای ورود سیال به سلول تفاوت واضحی در شکل‌گیری انگشتی‌ها بین سرعت‌های مختلف تزریق دیده نمی‌شود و همان‌طور که در بخش پیش اشاره شد، انگشتی‌های زیادی با اندازه کوچک در تمام عرض سلول و در همه حل‌ها ایجاد

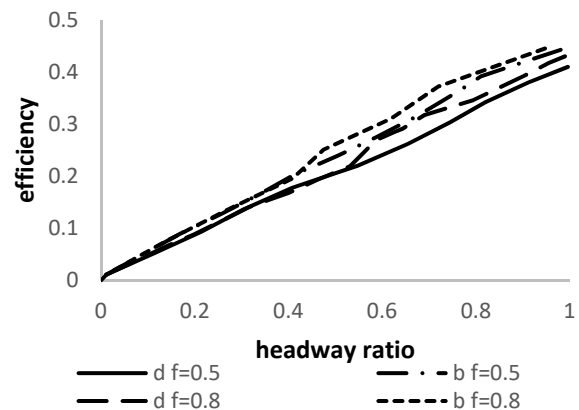
فراکتالی کاهش می‌یابد. با ساده شدن الگوهای انگشتی نسبت به افزایش ضریب تخلخل، قسمت‌های کمتری از سیال جابه‌جا شده در میان انگشتی‌ها به تله می‌افتد و شکل منظم‌تری تشکیل می‌شود که باعث افزایش بازده جاروب سیال خواهد شد. این نتیجه در نمودار ۶ نشان داده شده است.



نمودار ۴ طول مرز مشترک بین دو سیال برحسب پیش‌روی سیال در سلول در ضریب تخلخل‌های ۵/۰ و ۸/۰ در حل‌های داری و برینکمن



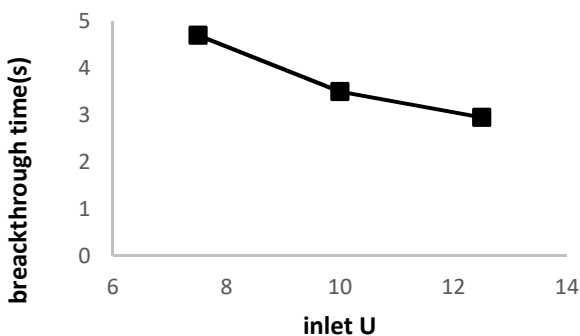
نمودار ۵ بعد فراکتالی برحسب پیش‌روی سیال در سلول در ضریب تخلخل‌های مختلف در حل‌های داری و برینکمن



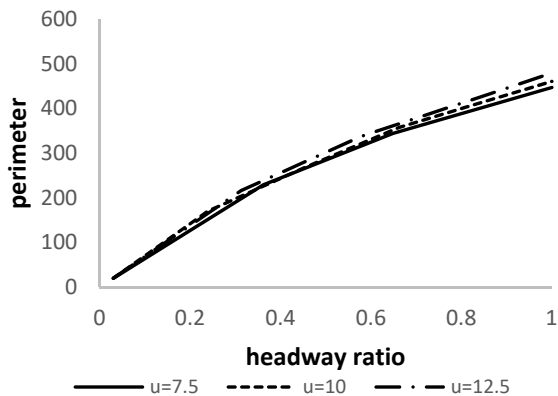
نمودار ۶ بازده جاروب برحسب پیش‌روی سیال در سلول در ضریب تخلخل‌های مختلف در حل‌های داری و برینکمن

توصیف کمی

مطابق پیش‌بینی، زمان گشایش با افزایش نرخ تزریق کاهش می‌یابد. این به معنای افزایش سرعت متوسط نوک‌انگشتی‌ها است. در نتیجه اولین انگشتی در زمان کوتاه‌تری به انتهای سلول می‌رسد. این روند در آزمون‌های تجربی حسینعلی‌پور و همکاران [27] نیز مشاهده شده است. نمودار زمان گشایش برحسب سرعت تزریق سیال در نمودار ۷ رسم شده است. طول مرز مشترک یا محیط شکل به‌دست‌آمده با افزایش نرخ تزریق روندی صعودی داشته است. به‌عبارت دیگر با افزایش سرعت ورودی، در عین ثابت‌ماندن تقریبی تعداد انگشتی‌های اولیه، به مرور انگشتی‌های ثانویه بیشتری تشکیل می‌شود و پیچیدگی بیشتر الگوی شکل‌گرفته منجر به افزایش مرز مشترک خواهد شد. این مساله در نمودار ۸ نشان داده شده است. روش دیگری که برای ارزیابی پیچیدگی انگشتی‌ها استفاده می‌شود، بعد فراکتالی است. در نمودار ۹ بعد فراکتالی هر کدام از حل‌ها در زمان‌های مختلف به‌دست آمده و برای چند سرعت تزریق مختلف برحسب پیش‌روی سیال تزریقی در سلول، ترسیم شده است. در این نمودار کاهش بعد فراکتالی با افزایش سرعت تزریق مشخص است. مطابق نمودار ۱۰ بازده جاروب یا عرض موثر انگشتی روندی کاهشی را نشان می‌دهد که به معنای کاهش بازده جاروب‌شدن محیط متخلخل محاسباتی با افزایش سرعت تزریق است.

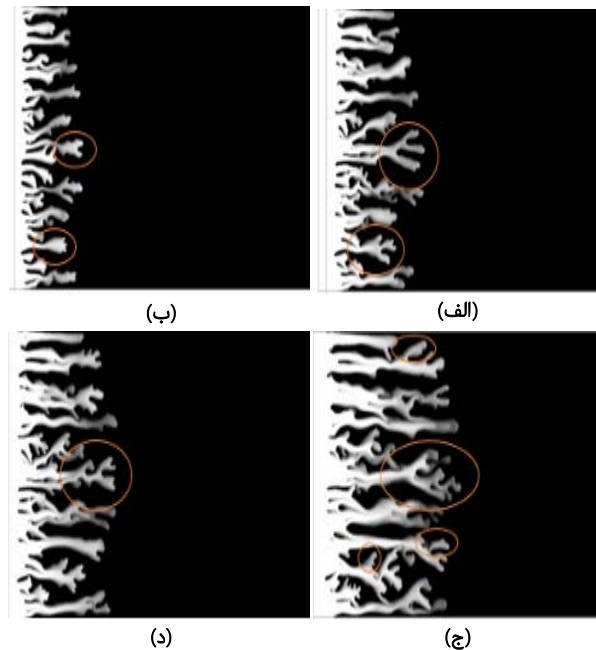


نمودار ۷) زمان گشایش برحسب سرعت ورودی سیال در حل برینکمن

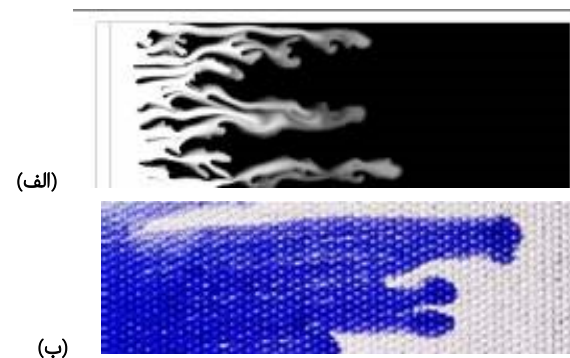


نمودار ۸) طول مرز مشترک بین دو سیال برحسب پیش‌روی سیال در سلول با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن

می‌شود که تعدادی از آنها تقویت شده و بقیه آنها کم‌کم به انگشتی‌های مجاور پیوسته و از بین می‌روند. در ادامه دیده می‌شود که هر چه سرعت تزریق بالاتر رود، تولید و رشد انگشتی‌ها بیشتر خواهد شد. در سرعت‌های تزریق بالاتر علاوه بر فرآیند تقسیم نوک‌انگشتی، که در سرعت‌های پایین نیز قابل مشاهده است (به تعداد خیلی کم)، فرآیند تقسیم از کنار نیز دیده می‌شود. تقسیم نوک‌انگشتی‌ها ضمن افزایش سرعت تزریق در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در سرعت‌های تزریق بالا، پس از تزریق، نوک‌انگشتی‌ها کم‌کم شروع به گردش می‌کنند و شکلی شبیه به تورم در نوک آنها شروع به رشد خواهد کرد. نام این پدیده، پدیده متورم‌شدن است که هر چه سرعت تزریق بیشتر باشد بیشتر، شدیدتر و زودتر اتفاق می‌افتد. در شکل ۱۲ این پدیده در حل عددی برینکمن و نتایج آزمایشگاهی که توسط حسینعلی‌پور و همکاران [27] صورت پذیرفته، نشان داده شده است.



شکل ۱۱) پدیده تقسیم انگشتی با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن در نسبت گرانروی ۴/۲۲ و زمان و سرعت: الف) ۱/۵ و ۰.۷/۵، ب) یک و ۰.۷/۵، ج) ۱/۵ و ۱.۲/۵، د) یک ثانیه و ۱.۲/۵ میلی‌متر بر ثانیه



شکل ۱۲) پدیده متورم‌شدن در: الف) حل عددی برینکمن در سرعت ۱.۲/۵ میلی‌متر بر ثانیه، ب) حل تجربی مطالعه حسینعلی‌پور و همکاران [27]

یافته و بازه جاروب افزایش پیدا می کند. از سوی دیگر، مشاهده می شود با افزایش سرعت تزریق در حل های برینکمن پیچیدگی انگشتی ها و عرض اختلاط افزایش یافته و بازه جاروب کاهش می یابد. مطالعات مشابهی در این زمینه صورت پذیرفته است. اما مقایسه نتایج حاصل از داری و برینکمن به صورت کمی و کیفی برای نخستین بار در پژوهش حاضر انجام شده است. نتایج نشان می دهد که می توان از معادله برینکمن جهت مدل سازی پدیده انگشتی شدن جریان در شکاف ها و محیط هایی با تخلخل بالا و همچنین سیالات غیرنیوتونی بهره گرفت.

تشکر و قدردانی: از همکاری کارکنان آزمایشگاه گاز مایع و کرایوجنیک و همچنین مسئولین مرکز تحقیقات دینامیک سیالات محاسباتی واقع در دانشگاه علم و صنعت و همچنین از حسن همکاری مهندس علیرضا عزیزری مراتب قدردانی خودمان را اعلام می نمایم.

تأییدیه اخلاقی: نویسندگان متعهد می شوند که نتایج در مجله دیگری چاپ نشده است یا در حال داوری نیست.

تعارض منافع: به نسبت درصد مشارکت ها، منافع مابین نویسندگان تقسیم شده است.

سهم نویسندگان: حامد میری (نویسنده اول)، پژوهشگر اصلی (۳۰٪)؛ بهروز زارع وامرزقانی (نویسنده دوم)، پژوهشگر اصلی (۲۰٪)؛ حمید صفاری (نویسنده سوم)، پژوهشگر اصلی (۲۰٪)؛ سیدمصطفی حسینعلی پور (نویسنده چهارم)، پژوهشگر اصلی (۱۵٪)؛ آرش نعمتی (نویسنده پنجم)، پژوهشگر اصلی (۱۰٪).

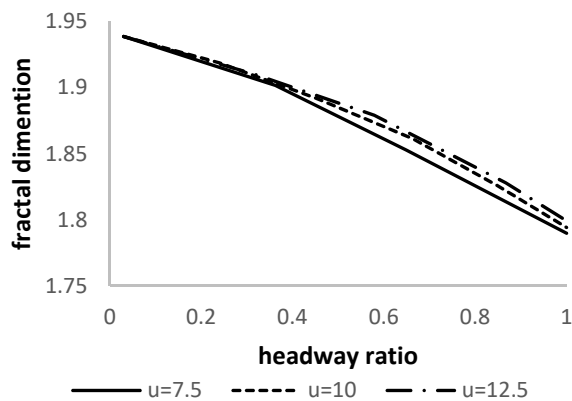
منابع مالی: موردی توسط نویسندگان ذکر نشده است.

فهرست علائم

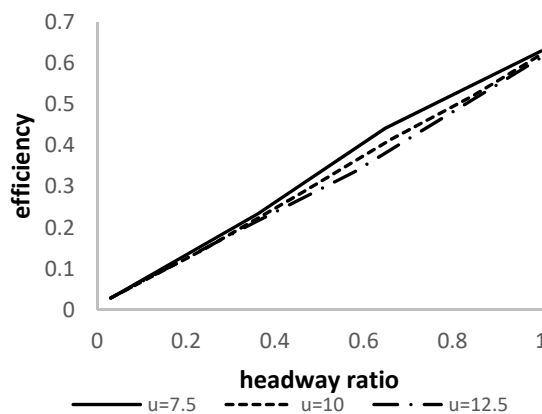
تخلخل	ϕ
تراوایی (md)	K
لزجت (mPa.s)	μ
دبی (ml/min)	q
چگالی (m^3/Kg)	ρ
ضریب نفوذ (m^2/s)	D
سرعت تزریق (m/s)	U
چگالی (kg/m^3)	P
عرض سلول (m)	L
طول سلول (m)	X
نسبت لزجت	$VR = \frac{\mu_2}{\mu_1}$
داری	D
برینکمن	B

منابع

- 1- Malhotra S, Sharma MM, Lehman ER. Experimental study of the growth of mixing zone in miscible viscous fingering. *Physics of Fluids*. 2015;27(1):014105.
- 2- Peaceman DW, Rachford Jr HH. Numerical calculation of multidimensional miscible displacement. *Society of Petroleum Engineers Journal*. 1962;2(4):327-339.
- 3- Vishnudas R, Chaudhuri A. A comprehensive numerical study of immiscible and miscible viscous



نمودار ۹) بعد فراکتالی برحسب پیشروی سیال در سلول با افزایش سرعت تزریق در حل برینکمن



نمودار ۱۰) بازه جاروب برحسب پیشروی سیال در سلول با افزایش سرعت تزریق مختلف در حل برینکمن

نتیجه گیری

شبیه سازی عددی ناپایداری انگشتی مخلوط شدنی در یک محیط متخلخل دوبعدی با خواص داری و غیرداری به منظور درک بهتر چگونگی شکل گیری و گسترش انگشتی ها بررسی شده است. برای شبیه سازی از روش عددی شامل ترکیب معادلات جریان در محیط متخلخل و انتقال گونه ها در محیط متخلخل به صورت همزمان استفاده شده به طوری که حرکت جریان در سلول توسط قانون داری یا برینکمن شبیه سازی می شود و سرعت به دست آمده در هر نقطه به عنوان ورودی در معادله انتقال گونه ها جایگذاری می شود. اثرات افزایش سرعت تزریق، تغییرات گرانیروی و ضرایب تخلخل مختلف بر عوامل مشخص کننده ناپایداری مانند زمان گشایش، طول مرز مشترک، بعد فراکتالی و بازه جاروب شدن محیط متخلخل بررسی شده است. تصاویر به دست آمده با استفاده از الگوریتم های پردازش تصویر برای استخراج نتایج کمی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. نتایج حاصله نشان می دهد که با افزایش گرانیروی در حل های داری و برینکمن طول مرز مشترک و بعد فراکتالی عدد بزرگ تری را نشان داده و انگشتی های پیچیده تری تشکیل می شوند. در نتیجه بازه جاروب کاهش می یابد. همچنین، با افزایش ضریب تخلخل طول اختلاط و بعد فراکتالی کاهش

2017;310:174-185.

16- Booth R. Miscible flow through porous media [dissertation]. Oxford: University of Oxford; 2008.

17- Hill RJ, Koch DL. Moderate-Reynolds-number flow in a wall-bounded porous medium. *Journal of Fluid Mechanics*. 2002;453:315-344.

18- Joseph DD, Nield DA, Papanicolaou G. Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium. *Water Resources Research*. 1982;18(4):1049-1052.

19- Guo P, Weinstein A, Weinbaum S. A hydrodynamic mechanosensory hypothesis for brush border microvilli. *American Journal of Physiology-Renal Physiology*. 2000;279(4):698-712.

20- Feng J, Weinbaum S. Lubrication theory in highly compressible porous media: The mechanics of skiing, from red cells to humans. *Journal of Fluid Mechanics*. 2000;422:281-317.

21- Tan CT, Homsy GM. Stability of miscible displacements in porous media: Rectilinear flow. *The Physics of Fluids*. 1986;29(11):3549-3556.

22- De Wit A, Bertho Y, Martin M. Viscous fingering of miscible slices. *Physics of Fluids*. 2005;17(5):054114.

23- Homsy GM. Viscous fingering in porous media. *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2003;19(1):271-311.

24- Pramanik S, Mishra M. Nonlinear simulations of miscible viscous fingering with gradient stresses in porous media. *Chemical Engineering Science*. 2015;122:523-532.

25- Goyal N, Meiburg E. Miscible displacements in heleshaw cells: Two-dimensional base states and their linear stability. *Journal of Fluid Mechanics*. 2006;558:329-355.

26- Wolf AV. *Aqueous solutions and body fluids*. New York: Hoeber Medical Division, Harper & Row; 1966.

27- Hosseinalipoor SM, Nemati A, Zare Vamerzani B, Saffari H. Experimental study of finger behavior due to miscible viscous and gravity contrast in a porous model. *Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects*. 2019;42(19):2434-2447.

28- Chen Z. *Reservoir simulation: Mathematical techniques in oil recovery*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics; 2007.

fingers during chemical enhanced oil recovery. *Fuel*. 2017;194:480-490.

4- Cueto-Felgueroso L, Juanes R. A phase field model of unsaturated flow. *Water Resources Research*. 2009;45(10):

5- Dicarolo D, Blunt MJ. Determination of finger shape using the dynamic capillary pressure. *Water Resources Research*. 2000;36(9):2781-2785.

6- Mishra M, Martin M, De Wit A. Miscible viscous fingering with linear adsorption on the porous matrix. *Physics of Fluids*. 2007;19(7):073101.

7- Riaz A, Pankiewitz C, Meiburg E. Linear stability of radial displacements in porous media: influence of velocity-induced dispersion and concentration-dependent diffusion. *Physics of Fluids*. 2004;16(10):3592-3598.

8- Waggoner JR, Castillo JL, Lake LW. Simulation of EOR processes in stochastically generated permeable media. *SPE Formation Evaluation*. 1992;7(2):173-180.

9- Zimmerman WB, Homsy GM. Three-dimensional viscous fingering: A numerical study. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*. 1992;4(9):1901-1914.

10- Moissis DE, Miller CA, Wheeler MF. A parametric study of viscous fingering in miscible displacement by numerical simulation. *Numerical Simulation in Oil Recovery*. 1988;11:227-247.

11- Babchin AJ, Brailovsky I, Gordon P, Sivashinsky G. Fingering instability in immiscible displacement. *Physical Review E*. 2008;77(2):026301.

12- Norouzi M, Shoghi MR. A numerical study on miscible viscous fingering instability in anisotropic porous media. *Physics of Fluids*. 2014;26(8):084102.

13- Nield DA, Bejan A. *Convection in porous media*. New York: Springer; 2006.

14- Durlofsky L, Brady JF. Analysis of the Brinkman equation as a model for flow in porous media. *The Physics of Fluids*. 1987;30(11):3329-3341.

15- Kanschat G, Lazarov R, Mao Y. Geometric multigrid for darcy and brinkman models of flows in highly heterogeneous porous media: A numerical study. *Journal of Computational and Applied Mathematics*.