



## متوسط انرژی تحریکی کل و تعداد نوترون‌های خارج شده از پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های اورانیم

پیام مهدی پور کلدیانی، امیر هوشنگ رهمزانی\*

گروه علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران غرب، صندوق پستی: ۱۴۶۸۷۶۳۷۸۵، تهران - ایران

\*Email: ramezani.1972@gmail.com

## مقاله‌ی پژوهشی

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۱/۴/۸ تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۸/۱۰

## چکیده

توزیع انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت اورانیم ۲۳۰-۲۳۶ به کمک مدل تعمیم یافته نقطه برشی اماری محاسبه شده است. در این مدل که یک مدل سیستماتیک است، انرژی تحریکی از دو جزء انرژی تغییر شکل هسته و انرژی داخلی تشکیل می‌گردد. مقادیر محاسبه شده از مدل سیستماتیک با مقادیر تجربی برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۳ مقایسه شده‌اند. سپس انرژی تحریکی کل برای بقیه ایزوتوپ‌های اورانیم با روش سیستماتیک محاسبه شده است. همچنین مقادیر محاسبه شده انرژی تحریکی کل شکافت نوترونی و فوتونی برای اورانیم-۲۳۵ و ۲۳۸ با هم مقایسه شدند که نشان داد اختلاف کمی بین نتایج آن‌ها وجود دارد. برای محاسبه توزیع نوترونی کل شکافت ایزوتوپ‌های اورانیم از نتایج به دست آمده انرژی تحریکی استفاده شده است. تعداد نوترون‌های کل پاره‌های شکافت برای ایزوتوپ‌های زوج اورانیم بر خلاف ایزوتوپ‌های فرد نوسانات زیادی دارد. این نوسانات به انرژی بستگی نوترون پاره‌های شکافت مربوط است. همچنین با مقایسه نتایج محاسبات با داده‌های تجربی مشخص شد که تعداد نوترون‌های محاسبه شده با استفاده از مقادیر انرژی تحریکی برای پاره‌های شکافت سنگین کم‌تر از مقدار تجربی آن‌ها به دست می‌آید. این اختلاف، در نتایج دیگر محققان نیز دیده می‌شود که به دلیل فزونی نوترون در پاره‌های شکافت سنگین می‌باشد. به عبارت دیگر نوترون‌های اضافی در پاره‌های سنگین‌تر شکافت با انرژی تحریکی کم‌تری جدا می‌گردند. بنابراین تعداد کل نوترون‌های خروجی محاسبه شده که با استفاده از مقادیر انرژی تحریکی در مقایسه با مقادیر تجربی اختلاف قابل توجهی دارد.

کلیدواژه‌ها: انرژی تحریکی کل، پاره‌های شکافت، شکافت نوترونی، تعداد نوترون‌ها

## Total excitation energy and neutron multiplicity of fission fragments for uranium isotopes

P. Mehdipour Kaldiani, A.H. Ramezani\*

Department of Basic Sciences, Islamic Azad University, Tehran West Branch, P.O. Box:1468763785, Tehran - Iran

## Research Article

Received 29.6.2022, Accepted 1.11.2022

## Abstract

The total excitation energy, TXE, as a function of fission fragments, is evaluated for neutron-driven fission of 230-236U using the statistical scission point model. In this model, as the systematic model, the total excitation energy includes the deformation and intrinsic energy. TXE values calculated by the systematic model are compared with the available experimental data for the neutron-induced 233U. Then the total excitation energy as a function of fission fragments is evaluated for neutron-induced fission of 230-236U. The total excitation energy distribution is compared for neutron-induced fission and for photofission of 233U and 238U. There is little difference between the TXE distribution of neutron-induced fission and photofission. The prompt neutron distribution is evaluated by using the obtained total excitation energy. The calculated prompt neutron number has a large variation for even uranium isotopes due to the neutron-separated energy of fission fragments. In addition, the prompt neutron number for heavy fission fragments is less than the experimental neutron number which due to the excess neutron of those fragments. It is due to the evaporation of an excess neutron with lower TXE values in heavy fragments.

**Keywords:** Total excitation energy, Fission fragments, Neutron-induced fission, Neutron number

## ۱. مقدمه

تعداد نوترون‌های شکافت یکی از کمیت‌های مهم در فیزیک هسته‌ای است. مخصوصاً متوسط تعداد نوترون‌های شکافت در مهندسی هسته‌ای کاربردهای زیادی مانند طراحی رآکتور دارد. با این حال معمولاً تعداد نوترون‌های شکافت به طور تجربی به دست می‌آیند. از سوی دیگر بررسی توزیع نوترون‌های شکافت (تعداد نوترون‌های خارج شده از هر پاره شکافت) یکی از راه‌های شناخت شکافت نیز می‌باشد. طبیعی است که متوسط نوترون هر شکافت با متوسط‌گیری توزیع نوترون بر توزیع جرمی آن شکافت به دست می‌آید. روش‌های تئوری برای محاسبه تعداد نوترون‌های پاره‌های شکافت کم هستند. مدل  $PbP^1$  (نقطه به نقطه) مهم‌ترین مدل است که با روش‌های تکراری (اصلاح متوالی نتایج) مقادیر نوترون پاره‌های شکافت را محاسبه می‌کند [۱]. این مدل در واقع مدل اصلاح شده لس آلاموس [۲] است که در سال ۱۹۸۲ پیشنهاد شده است. لغت نقطه به نقطه به معنی بررسی تمام پاره‌های شکافت است. به این ترتیب بر خلاف مدل لوس آلاموس که متوسط تعدد نوترونی به دست می‌آید، در این مدل تعدد نوترونی برای تمام پاره‌های شکافت موجود محاسبه می‌گردد و سپس متوسط این مقادیر به دست می‌آید. اگرچه معمولاً برای محاسبه تعداد نوترون‌های خروجی به طور نظری از انرژی تحریکی شکافت کل استفاده می‌شود اما در مدل‌ها به این مهم اشاره نمی‌شود. شاید به همین دلیل انرژی تحریکی چندان مورد توجه محققان قرار نگرفته است. از سوی دیگر کمیت‌های دیگر شکافت نیز با کمک انرژی تحریکی قابل محاسبه است. به این ترتیب ابتدا انرژی تحریکی با روش سیستماتیک در این مطالعه بررسی می‌شود و سپس با کمک نتایج آن، تعداد نوترون‌های شکافت برای ایزوتوپ‌های پرکاربرد اورانیوم محاسبه می‌گردند.

می‌دانیم انرژی شکافت به صورت انرژی جنبشی و انرژی تحریکی پاره‌های شکافت آزاد می‌شود. انرژی جنبشی وابسته به جرم و سرعت پاره‌های شکافت می‌باشد در حالی که انرژی تحریکی انرژی ذاتی است. به همین دلیل بررسی انرژی تحریکی دشوارتر از انرژی جنبشی است. این دشواری باعث شده است که معمولاً انرژی تحریکی از اختلاف انرژی شکافت (Q-value) و انرژی جنبشی به دست آید. این روش محاسبه باید برای هر یک از پاره‌های شکافت انجام شود پس حجم این محاسبات افزایش پیدا می‌کند. در روش دیگر از انرژی تغییر شکل و انرژی درونی پاره‌های شکافت استفاده می‌شود. این روش که یک روش

سیستماتیک است می‌تواند انرژی تحریکی را با حجم محاسبات کم‌تری محاسبه کند. البته اشمیت انرژی‌های دسترس در لحظه برش مانند انرژی جفت شدگی، انرژی دورانی و انرژی جمعی را نیز اضافه نموده‌اند [۳-۵] (مدل GEF<sup>۲</sup>). با توجه به آن که انرژی‌های نامبرده دمای پاره‌های شکافت را افزایش می‌دهند (ولی انرژی تغییر شکل می‌تواند باعث خروج نوترون گردد)، بهتر است مانند رابن [۶] انرژی تحریکی را تنها متشکل از انرژی تغییر شکل و انرژی داخلی پاره‌های شکافت دانست.

مدل سیستماتیک مورد استفاده یک مدل نقطه برشی است. در این مدل فرمول‌بندی شکافت، دو پاره شکافت مکمل در زمان برش در نظر گرفته می‌شود. در این سیستم، دو پاره شکافت به طور هم‌محور و در فاصله مماسی معین (d) از یک‌دیگر قرار دارند. ویلکینز [۷] که پایه گذار این مدل است توانست با استفاده از روابط آماری توزیع جرمی و انرژی جنبشی شکافت بسیاری از واکنش‌ها را باز تولید کند. البته مدل‌های مشابهی در دهه نود و اوایل قرن بیستم هم به نام‌های TSM<sup>۳</sup> و کره مماس [۶] و DNS<sup>۴</sup> سیستم دو هسته‌ای [۸] ارائه شده‌اند. سیستم مورد بررسی در این دو مدل نیز مانند مدل نقطه برشی دو پاره شکافت کروی در فاصله معین از هم می‌باشد. همان‌طور که اشاره شد در مدل TSM مقدار انرژی تحریکی هر پاره شکافت برابر با انرژی تغییر شکل آن پاره شکافت به‌علاوه انرژی درونی آن است. تودورا [۹] با بررسی مدل GEF نشان داد که انرژی درونی پاره‌های شکافت از انرژی تغییر شکل آن‌ها بیش‌تر است. در این‌جا برای ارائه مدل سیستماتیک سعی شده است تا روابط مدل فقط برحسب عدد جرمی و عدد اتمی پاره‌های شکافت، انرژی فرودی و دما باشند. از این‌رو انرژی درونی را با کمک مدل گازی فرمی برحسب دما بیان نموده‌ایم.

انرژی جنبشی کل شکافت نوترونی و فوتونی [۱۰-۱۴] برای بسیاری از واکنش‌ها با مدل برشی اصلاح شده بررسی شده‌اند. هم‌چنین توزیع جرمی پاره‌های شکافت نیز با همین مدل بررسی شده‌اند [۱۵، ۱۶]. در این‌جا به بررسی انرژی تحریکی کل شکافت نوترونی اورانیوم با روش سیستماتیک می‌پردازیم. البته انرژی تحریکی کل برای شکافت فوتونی ایزوتوپ‌های اورانیوم با رویکرد دیگری در تحقیقات گذشته بررسی شده است [۱۷]. رابن [۶] برای شکافت هسته‌هایی که ارتفاع سد شکافت داخلی آن‌ها بیش‌تر از ارتفاع سد خارجی آن‌ها باشد انرژی جفت شدگی را نادیده گرفته است. به این ترتیب فقط انرژی تغییر شکل پاره‌های شکافت

3. Two Spheroid Model

4. Dinuclear System

Journal of Nuclear Science and Technology

Vol. 44 (1), Serial Number 106, 2024, P 1-11

1. Point by Point

2. The General Description of Fission Observables

مجله علوم و فنون هسته‌ای

دوره ۴۴، شماره ۴، جلد ۱۰۶، زمستان ۱۴۰۲، ص ۱-۱۱



کل شکافت فوتونی مقایسه می‌شوند. در انتها با استفاده از توزیع انرژی تحریکی کل، تعداد نوترون‌های تأخیری پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های اورانیوم محاسبه شده‌اند.

## ۲. روش محاسبات

انرژی تغییر شکل هسته  $E_{def}$  با رابطه زیر بیان می‌گردد [۶].

$$E_{def} = \frac{E_{cont}^{\dagger}}{4ae^{\dagger}Z_1^{\dagger}(Z - Z_1)^{\dagger}} \quad (1)$$

که در آن  $E_{cont}$  پتانسیل کولنی دو هسته شکافته شده،  $a$  پارامتر تغییر شکل پاره‌های شکافت،  $Z$  عدد اتمی هسته مادر،  $Z_1$  عدد اتمی هسته سنگین‌تر هستند.  $E_{cont}(V_{cont})$  انرژی کولنی دو هسته است که در فاصله معین از هم قرار دارند [۲۱، ۲۲]:

$$V_{cont} = \frac{Z_L Z_H e^{\dagger}}{D} \left( 1 + \frac{3}{\sqrt{3}\pi D^{\dagger}} (\beta_1 R_1^{\dagger} + \beta_2 R_2^{\dagger}) + \frac{3}{\sqrt{3}\pi D^{\dagger}} (\beta_1^{\dagger} R_1^{\dagger} + \beta_2^{\dagger} R_2^{\dagger}) + \frac{9}{14\pi D^{\dagger}} (\beta_1^{\dagger} R_1^{\dagger} + \beta_2^{\dagger} R_2^{\dagger}) + \frac{27\beta_1^{\dagger} \beta_2^{\dagger} R_1^{\dagger} R_2^{\dagger}}{10\pi D^{\dagger}} \right) \quad (2)$$

که  $D$  فاصله مراکز دو پاره شکافت از یکدیگر،  $Z_1$  عدد اتمی پاره شکافت سنگین‌تر و  $Z_2$  عدد اتمی پاره شکافت سبک‌تر است.  $R_i$  شعاع‌های هسته پاره شکافت سنگین‌تر و سبک‌تر و  $\beta_i$  پارامتر تغییر شکل پاره‌های شکافت سنگین و سبک است ( $i=1,2$ ). به این ترتیب خواهیم داشت:

$$D = d + R_1 + R_2 \quad (3)$$

که  $d$  فاصله بین سطوح پاره‌های شکافت است. شعاع هر هسته با رابطه نیمه تجربی [۲۳]:

$$R_i (fm) = 1.28 R_{o,i} + 0.8 (R_{o,i})^{-1} - 0.76 \quad (4)$$

بیان می‌شود که  $R_{o,i}$  شعاع تغییر شکل هسته است و برحسب هماهنگ‌های کروی به دست می‌آید:

$$R_{o,i}(\theta) = R_o \sum (1 + \beta_i Y_{i_0}(\theta)) \quad (5)$$

$Y_{i_0}$  هماهنگ‌های کروی و  $\theta$  زاویه محور تقارن و محور شکافت است و داریم:  $R_o = \sqrt{A_i}$

نقش اصلی را در محاسبات انرژی تحریکی داشتند و دیگر انرژی‌های مورد بحث رابن ثابت بودند. در این مطالعه نشان داده‌ایم ([۱۷]) که بدون در نظر گرفتن مقدار انرژی بستگی نوترون، نتایج حاصل از این رویکرد برای انرژی تحریکی با نتایج تجربی در شکافت فوتونی به خوبی منطبق نمی‌شوند.

از سوی دیگر کاربردهای انرژی تحریکی محدود به محاسبه تعداد نوترونی نمی‌باشد. منیلسکو [۱۸] با کمک مقادیر انرژی تحریکی به بررسی مقادیر چگالی ترازهای هسته  $a$ ، دمای پاره‌های شکافت و پارامتر  $C$  ( $C = \frac{A}{a}$ ;  $A$  عدد جرمی است) پرداخت و مقدار توزیع انرژی تحریکی هر پاره شکافت را بررسی کرد. هم‌چنین وی نشان داد که تغییرات دمای پاره‌های شکافت شبیه به تغییرات تعداد نوترون‌های خروجی از پاره‌های شکافت است. موراریا نیز همراه با بررسی دمای پاره‌های شکافت به بررسی انرژی تغییر شکل هسته و پارامتر تغییر شکل پاره‌های شکافت پرداخته است. هم‌چنین موراریا مقادیر انرژی تحریکی هر پاره شکافت را به کمک مقادیر تعداد نوترون خروجی هر پاره شکافت به دست آورده است [۱۹].

می‌دانیم انرژی تحریکی کل پاره‌های شکافت برابر با جمع انرژی تحریکی دو پاره شکافت مکمل است. پس طبیعی است که برای هر زوج پاره شکافت یک مقدار انرژی تحریکی کل به دست می‌آید و شکل تابع توزیع انرژی تحریکی کل برحسب اعداد جرمی پاره‌های شکافت متقارن است.

بروسا [۲۰] تعداد نوترون‌های تأخیری را با تقسیم مقدار انرژی تحریکی بر مقدار متوسط انرژی مورد نیاز برای خروج یک نوترون ( $8 \text{ MeV}$ ) محاسبه کرد. اما  $8 \text{ MeV}$  مقداری تقریبی است. در اکثر مطالعات انرژی متوسط مورد نیاز برای خروج یک نوترون برابر با انرژی بستگی یا انرژی جدایی نوترون از پاره شکافت به‌علاوه انرژی مرکز جرم نوترون‌های خارج شده است در نظر گرفته شده است. هم‌چنین معمولاً در این رویکرد مقدار انرژی تحریکی از مقدار انرژی گامای خارج شده از واکنش کم می‌شود (معادله (۱۵)). خوشبختانه این رویکرد که از سال ۱۹۸۲ [۲] بیان شده بود تاکنون پابرجاست. البته برخی محققان در استفاده از انرژی بستگی پاره‌های شکافت یا انرژی جداسازی آخرین نوترون پاره‌های شکافت اختلاف نظر دارند. در بخش آخر این مطالعه به بررسی رابطه موجود برای محاسبه انرژی تحریکی و روابط تقریبی موجود برای پارامترهای دیگر آن خواهیم پرداخت. در ابتدا روش محاسبه انرژی تحریکی کل به روش سیستماتیک ارائه می‌شود. سپس انرژی تحریکی کل شکافت نوترونی ایزوتوپ‌های اورانیوم محاسبه می‌گردند و با انرژی تحریکی



انرژی تحریکی کل از دو جزء به صورت زیر تشکیل می‌شود [۶]:

$$TXE(A_i) = E_{def}(A_i, A_r) + E_{int} \quad (13)$$

از طرف دیگر، اعداد اتمی پاره‌های شکافت نیز با کمک رابطه معروف توزیع چگالی غیرقابل تغییر<sup>۲</sup> می‌تواند به صورت زیر به دست آید [۲۶، ۲۷]:

$$Z_{UCD} = \frac{Z_{cn}(A_i + v)}{A_{cn}} \quad (14)$$

که ۷ تعداد نوترون قبل از زمان برش<sup>۳</sup> است که با مقایسه با داده‌های تجربی مقدار آن صفر در نظر گرفته شده است.  $Z_{cn}$  و  $A_{cn}$  عدد جرمی و عدد اتمی هسته مرکب هستند.

### ۳. نتایج و بحث

مقادیر انرژی تحریکی کل با استفاده از رابطه ۱۳ محاسبه شده‌اند و برحسب اعداد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت اورانیوم-۲۳۳ به همراه مقادیر تجربی در شکل ۱ رسم شده است. مقادیر تغییر شکل پاره‌های شکافت،  $\beta_i$ ، از مرجع [۱۴] گرفته شده است. همچنین مقدار فاصله دو پاره شکافت (d) فرمی در نظر گرفته شده است.

با مقایسه مقادیر به دست آمده با مقادیر تجربی در این شکل می‌توان نتیجه گرفت که مقادیر محاسبه شده با مقادیر تجربی انرژی تحریکی کل به خوبی برای پاره‌های شکافت در ناحیه نامتقارن تطابق دارند. از طرفی شکافت اکتینیدها نامتقارن است. بنابراین نتایج حاصل در محدوده پاره‌های نامتقارن که نقش مهمی در شکافت دارند به خوبی به دست آمده‌اند. به این ترتیب عدم تطابق موجود در شکل ۱ برای انرژی تحریکی در محاسبه متوسط انرژی تحریکی و متوسط تعدد نوترونی تأثیر زیادی ندارد. زیرا در شکافت نامتقارن بیش‌ترین مقدار توزیع جرمی برای پاره‌های شکافت نامتقارن است و متوسط تعدد نوترونی و متوسط انرژی تحریکی با توجه به مقادیر توابع توزیع جرمی به دست می‌آیند.

همچنین در معادله (۱)،  $a$  پارامتر تغییر شکل پاره‌های شکافت است و به کمک مدل قطره مایع به صورت زیر به دست می‌آید [۱۱]:

$$\alpha = 4,86 - 0,63 \frac{Z_i^2}{A_i} \quad (6)$$

از طرف دیگر،  $E_{int}$  انرژی داخلی است و با توجه به مدل گاز فرمی داریم [۲۴]:

$$E_{int} = \alpha \tau^2 \quad (7)$$

که در آن  $\tau$  دمای داخلی است و داریم [۶، ۲۵]:

$$\tau = \frac{41T}{2\pi\sqrt{A_i}}$$

دمای سیستم T با کمک مدل ابر سیال تعمیم یافته<sup>۱</sup> به دست می‌آید.

$$T = \sqrt{(E + E_{pair} - E_{con})/a} \quad (8)$$

که  $E$  انرژی نوترون یا پرتو فرودی است و  $E_{pair}$  انرژی جفت‌شدگی مداری است و  $E_{con}$  انرژی چگالش است که از رابطه‌های زیر به دست می‌آید.

$$E_{con} = \frac{3a}{2\pi} E_{pair,0}^2 \quad (9)$$

و داریم:

$$E_{pair,0} = 12/\sqrt{A_i} \quad (10)$$

همچنین  $a$  پارامتر چگالی ترازها است و داریم:

$$a = \bar{a} \left( 1 + \frac{E_{shell}(1 - e^{-\gamma \cdot \delta E})}{E} \right) \quad (11)$$

که

$$\bar{a} = 0,984A - 0,253A^{2/3} + 2,07\sqrt{A} - 4,04 \quad (12)$$



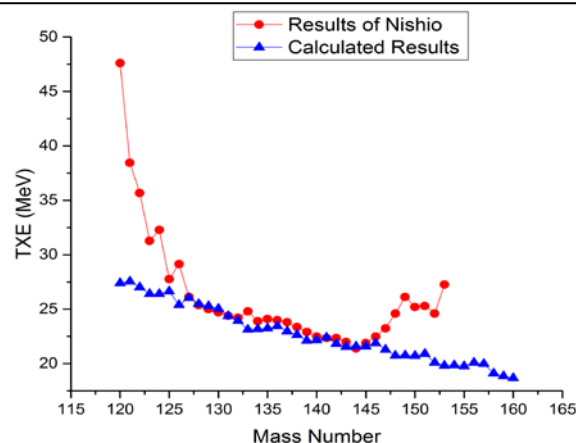
سیستماتیک را می‌توان به دلیل افزایش دمای پاره‌های شکافت T دانست. به این ترتیب برای به دست آوردن نتایج بهتر می‌توان دمای پاره‌های شکافت را در محاسبه مقادیر انرژی تحریکی در لحظه برش مانند مراجع [۱۵، ۱۶] اضافه نمود.

در شکل ۲ مقادیر انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۸ همراه با مقادیر تجربی برای شکافت فوتونی همین ایزوتوپ که از مرجع [۳۰] بر گرفته شده است، رسم شده است.

در این شکل مقادیر انرژی تحریکی برای شکافت فوتونی و شکافت نوترونی اختلاف کمی دارند. هم‌چنین بیش‌ترین اختلاف بین نتایج برای پاره‌های شکافت با عدد جرمی بین ۱۴۵ تا ۱۵۵ می‌باشد. از سوی دیگر، مقادیر انرژی تحریکی در مرجع [۳۰] نتایج انرژی تحریکی کل در محدوده متقارن افزایش ناگهانی پیدا می‌کند. با اضافه کردن انرژی سیستم در لحظه برش در روش سیستماتیک بیان شده انرژی تحریکی در ناحیه متقارن افزایش می‌یابد و مقادیر دو تحقیق واکنش به هم نزدیک می‌شود. با این وجود افزایش انرژی تحریکی در این محدوده بیش‌تر به دلیل کاهش شدید انرژی جنبشی کل است. این کاهش در مراجع [۱۰-۱۴] به وضوح دیده می‌شود.

با روش سیستماتیک ارائه شده، مقادیر انرژی تحریکی کل شکافت نوترونی برای اورانیم ۲۳۰-۲۴۰ به جز اورانیم-۲۳۳ و ۲۳۸ که در شکل‌های ۱ و ۲ بررسی شده‌اند، محاسبه و به ترتیب در شکل‌های ۳ تا ۱۱ رسم شده‌اند.

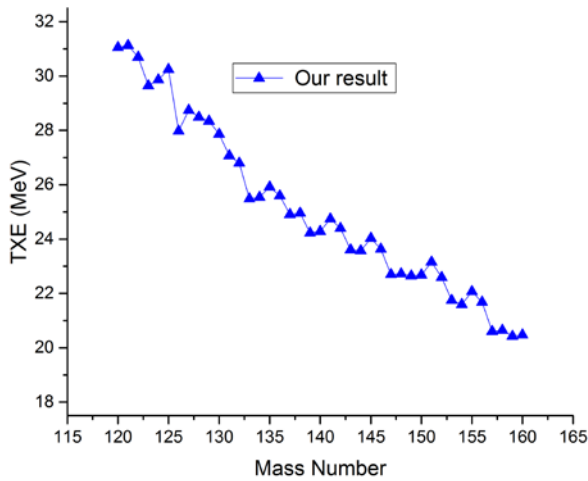
در شکل ۷ مقادیر محاسبه شده برای هسته اورانیم-۲۳۵ برای شکافت نوترونی و فوتونی (از مرجع [۱۷]) مقایسه شده‌اند. اگرچه مقادیر انرژی تحریکی کل در مرجع [۱۷] برای شکافت با مقادیر به دست آمده برای شکافت نوترون به یک‌دیگر نزدیک هستند، ولی اختلافات جزئی در آن‌ها دیده می‌شود. یکی از بارزترین اختلافات این نتایج آن است که مقادیر شکافت فوتونی برای پاره‌های شکافت سبک‌تر از ۱۴۰ تقریباً مقدار ثابتی می‌ماند در حالی که مقادیر انرژی تحریکی شکافت نوترونی با افزایش عدد جرمی پاره‌های شکافت سنگین کاهش می‌یابد. این اختلاف در مقادیر انرژی تحریکی برای شکافت اورانیم-۲۳۸ (مرجع [۳۰]) نیز وجود داشت (شکل ۲).



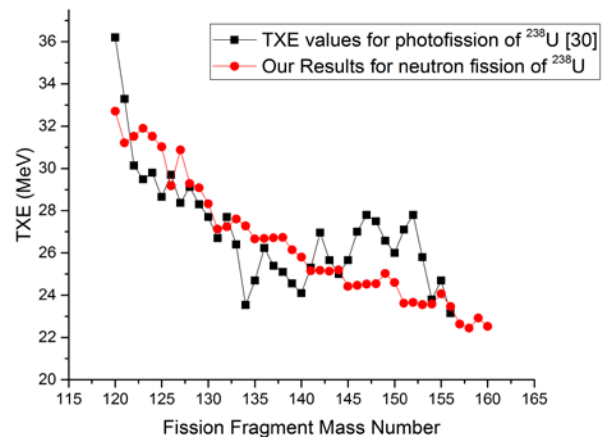
شکل ۱. انرژی تحریکی کل شکافت نوترونی اورانیم ۲۳۳ به همراه مقادیر تجربی [۲۸].

هم‌چنین مقادیر انرژی تحریکی و مخصوصاً انرژی جنبشی در ناحیه متقارن در بیش‌تر مطالعات اختلافات قابل توجهی با هم دارند. گوک [۲۹] این اختلافات را به ضخامت نمونه آزمایش مربوط می‌داند. وی نمونه‌های یک هدف را با ضخامت‌های متفاوت بررسی کرد و نشان داد که مقدار انرژی جنبشی با کاهش ضخامت نمونه کاهش قابل توجهی دارد. از این‌رو اختلافات انرژی تحریکی در ناحیه متقارن نمی‌تواند نشان‌دهنده دقت مدل ارائه شده باشد. از سوی دیگر مقادیر انرژی تحریکی محاسبه شده برای پاره‌های شکافت سنگین کم‌تر از نتایج نیشیو [۲۸] است. به عبارت دیگر در شکل ۱ مقادیر انرژی تحریکی در ناحیه متقارن افزایش زیادی می‌یابد. این افزایش زیاد به این دلیل است که معمولاً نوترون‌های اضافی به پاره‌های سنگین می‌پیوندند و متعاقباً به دلیل داشتن نوترون‌های اضافی درون پاره‌های شکافت سنگین-تر، تعداد نوترون‌های بیش‌تری از آن‌ها خارج می‌شود. به این دلیل بیش‌تر محققانی که توزیع انرژی تحریکی را با داده‌های تجربی تعداد نوترون خروجی از پاره‌های شکافت محاسبه کرده‌اند، مقادیر انرژی تحریکی پاره‌های شکافت سنگین را خیلی بیش‌تر از مقدار مورد انتظار به دست آورده‌اند. این نشان می‌دهد که افزایش زیاد تعدد نوترون برای پاره‌های شکافت سنگین‌تر به دلیل فزونی نوترون این پاره‌های شکافت است (که باعث می‌شود این پاره‌های شکافت تمایل بیش‌تری به تبخیر نوترون داشته باشند). از طرف دیگر اختلاف مقادیر انرژی تحریکی برای ناحیه متقارن می‌تواند به دلیل تغییرات زیاد مقادیر انرژی جنبشی باشد. این اختلاف مقادیر انرژی جنبشی در ناحیه متقارن در مراجع دیگر برای شکافت فوتونی اکتینیدها [۱۰]، شکافت نوترونی نپتونیم [۱۳] و شکافت فوتونی دیگر اکتینیدها [۱۱] نیز به خوبی دیده می‌شود. البته افزایش انرژی تحریکی در ناحیه متقارن در مدل

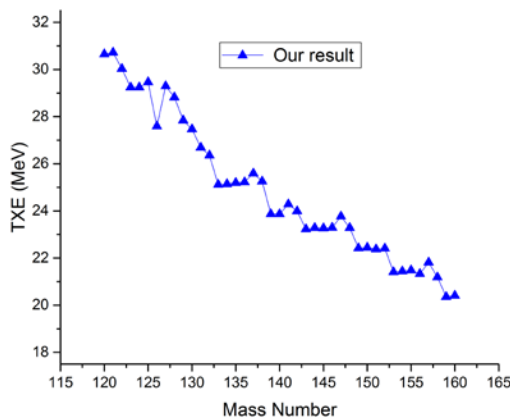




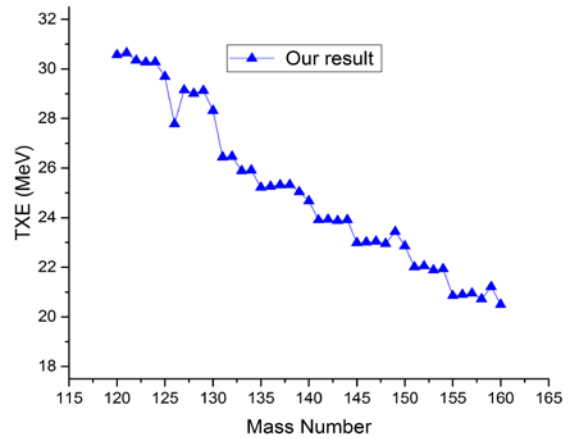
شکل ۵. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۸.



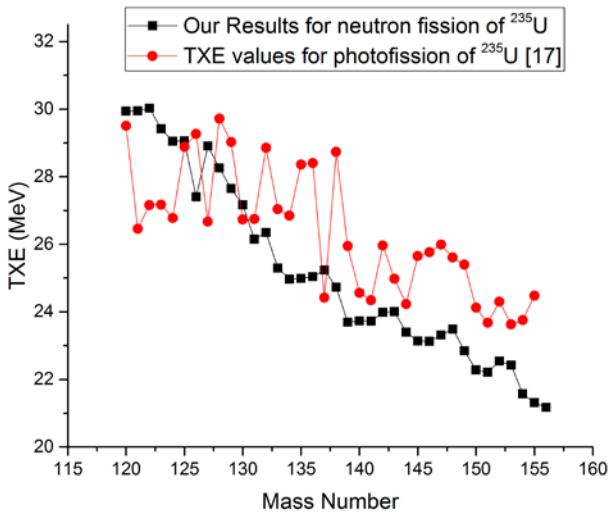
شکل ۲. مقادیر انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم ۲۳۸ (دایره‌های قرمز) همراه با نتایج این انرژی برای شکافت فوتونی اورانیم ۲۳۸ از مرجع [۳۰] (مربع‌های مشکی).



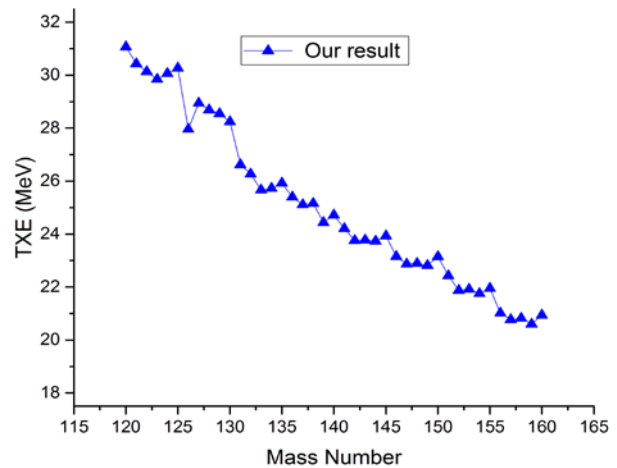
شکل ۶. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۵.



شکل ۳. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۵.



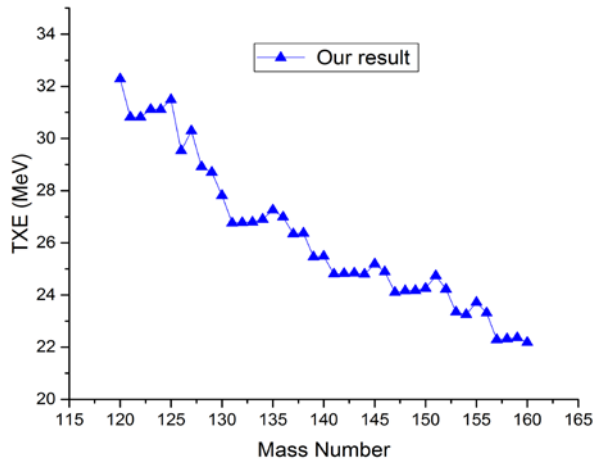
شکل ۷. مقایسه مقادیر انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی (مربع‌ها) و شکافت فوتونی [۱۷] (دایره‌ها) اورانیم-۲۳۵.



شکل ۴. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۵.







شکل ۱۱. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۴۰.

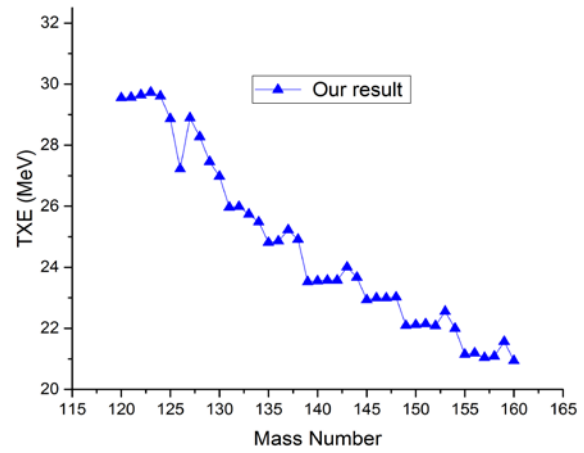
در تمام شکل‌های ۲ تا ۱۱ دیده می‌شود که نتایج به دست آمده با نزدیک شدن به ناحیه متقارن (پاره‌های شکافت برای عدد جرمی نزدیک به ۱۲۰) افزایش می‌یابند. دلیل این افزایش، کاهش مقادیر انرژی جنبشی در این محدوده است. همچنین انرژی تحریکی کل در پاره‌های شکافت سنگین کاهش می‌یابد. از سوی دیگر مقادیر انرژی تحریکی کل از ۲۰ MeV تا حدود ۳۵ MeV تغییر می‌کند. همچنین مقادیر انرژی تحریکی با افزایش عدد جرمی ایزوتوپ‌های اورانیم، افزایش می‌یابند. این افزایش از این-روست که با افزایش عدد جرمی انرژی جنبشی کاهش می‌یابد و بالطبع آن انرژی تحریکی افزایش می‌یابد.

### ۱.۳ تعداد نوترون‌های خروجی از پاره‌های شکافت

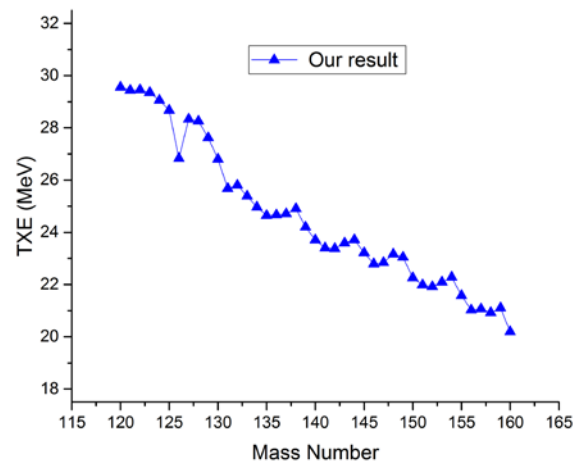
تعداد نوترون‌های تأخیری هر پاره شکافت با کمک مقادیر انرژی تحریکی کل محاسبه شده در قسمت قبل به کمک رابطه زیر به دست می‌آید [۳۱، ۱]:

$$v(A_i) = \frac{E^*(A_i) - E_\gamma(A_i)}{B_n(A_i) + \varepsilon(A_i)} \quad (15)$$

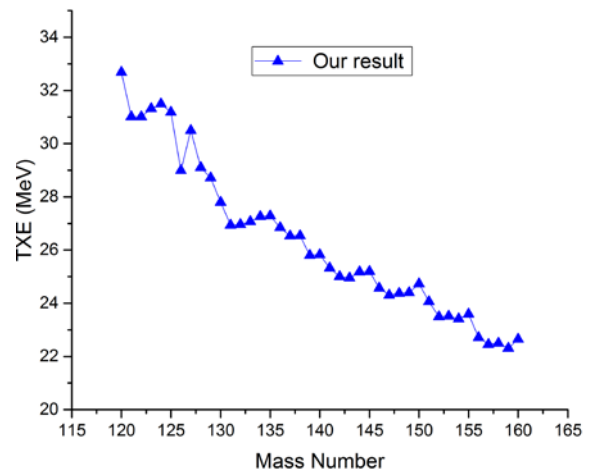
که در آن  $E_\gamma$  انرژی گامای ساطع شده از پاره‌های شکافت است. در مطالعات اخیر مانند مرجع [۳۲] مقادیر اندازه‌گیری شده انرژی گاما بر حسب عدد جرمی پاره‌های شکافت رسم شده است. ولی در محاسبات سیستماتیک معمولاً از روابط تقریبی استفاده می‌شوند. فرمات [۳۳] رابطه  $+0.09 A_i + 0.28$  را برای محاسبه مقادیر  $E_\gamma$  هر پاره شکافت  $A_i$  ارائه نمود. تقریب دیگری نیز در مقالات استفاده می‌شود که ما در این محاسبات از آن استفاده نموده‌ایم. در این تقریب مقدار انرژی گاما برابر با نصف انرژی



شکل ۱۸. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۶.



شکل ۹. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۷.

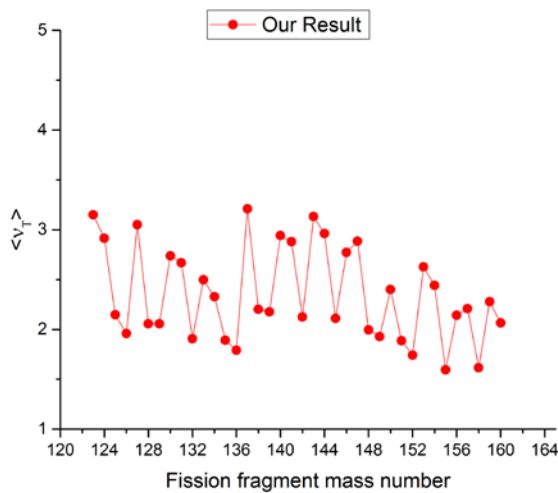


شکل ۱۰. انرژی تحریکی کل محاسبه شده برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۹.

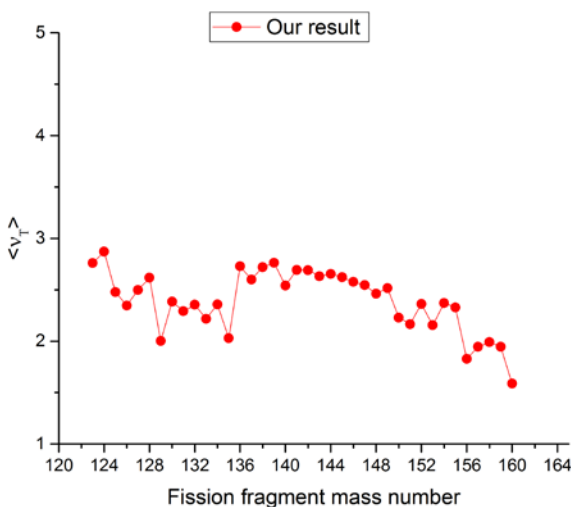


نکته نویدبخش برای محاسبات تعدد کل نوترونی (شکل ۱۲) آن است که با وجود اختلاف در مقادیر انرژی تحریکی در ناحیه متقارن، نتایج تعدد کل نوترونی در این ناحیه به خوبی به دست آمده‌اند. اگرچه تعدد نوترونی در این ناحیه نقش زیادی در محاسبه متوسط مقدار تعدد نوترونی کل به‌خاطر شکافت نامتقارن ایزوتوپ‌های اورانیوم ندارد ولی نزدیکی نتایج محاسبات با نتایج تجربی در این محدوده نشان می‌دهد که نتایج انرژی تحریکی به دست آمده (در بخش قبل) با مدل سیستماتیک قابل قبول هستند.

توزیع تعدد کل نوترون‌های برخی ایزوتوپ‌های با استفاده از رابطه (۱۵) و مقادیر محاسبه شده انرژی تحریکی در بخش قبل به دست آمده و در شکل‌های ۱۳ تا ۱۶ رسم شده‌اند.



شکل ۱۳. مقادیر محاسبه شده تعداد کل نوترون‌های خروجی برحسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت نوترونی اورانیوم-۲۳۶.



شکل ۱۴. مقادیر محاسبه شده تعداد کل نوترون‌های خروجی برحسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت نوترونی اورانیوم-۲۳۷.

بستگی نوترون آن پاره‌های شکافت در نظر گرفته می‌شود [۲، ۳۴].

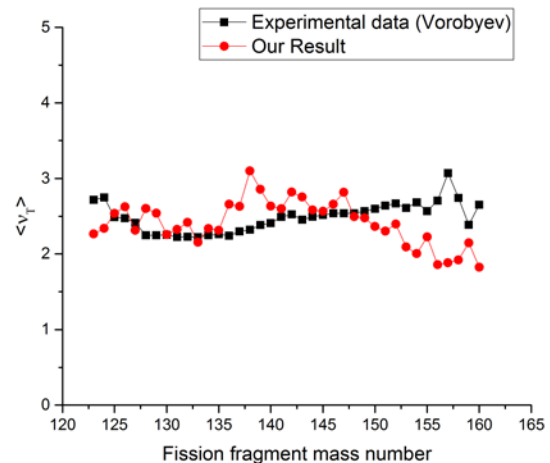
$E^*$  انرژی تحریکی هر یک از پاره‌های شکافت است که برای محاسبه آن فرض می‌شود انرژی تحریکی کل به نسبت جرم پاره-های شکافت بین پاره‌های شکافت مکمل تقسیم می‌شود.  $B_n$  انرژی جداسازی نوترون برای هر پاره شکافت است. همچنین  $\epsilon$  انرژی مرکز جرم نوترون‌های خارج شده است و داریم [۱]:

$$\epsilon = \frac{4}{3} \left( \frac{TXE}{a} \right)^{1/2} \quad (16)$$

در این رابطه  $TXE$  انرژی تحریکی کل و  $a$  پارامتر چگالی تراز هستند. ساده‌ترین و پرکاربردترین رابطه برای محاسبه پارامتر

$$a = \frac{A_i}{11} \quad \text{است [۲، ۳].}$$

در شکل ۱۲ مقادیر محاسبه شده تعداد کل نوترون‌های خارج شده از هر پاره شکافت اورانیوم-۲۳۵ همراه با مقادیر تجربی آن رسم شده‌اند. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود [۳۵] مقادیر محاسبه شده برای هسته‌های سنگین‌تر کم‌تر از مقادیر تجربی هستند. این کاهش به دلیل فزونی نوترون و در نتیجه ناپایداری هسته‌های سنگین‌تر است که باعث خروج بیشتر نوترون از پاره‌های شکافت سنگین می‌شود (در شکل ۱ بحث شده است). به عبارت دیگر همواره تعدد کل نوترون‌های واقعی در این محدوده بیشتر از تعدد نوترون‌های محاسبه شده با انرژی تحریکی می‌باشد.



شکل ۱۵. مقادیر محاسبه شده تعداد کل نوترون‌های خروجی برحسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت نوترونی اورانیوم-۲۳۵ همراه با مقادیر تجربی [۳۵].



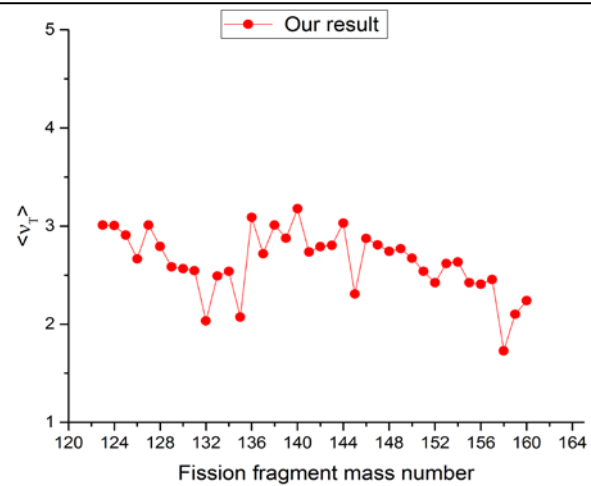


باعث تغییرات زیاد در مقادیر انرژی بستگی پاره‌های شکافت می‌گردد. به این ترتیب افزایش زیاد انرژی بستگی برای پاره شکافت زوج-زوج باعث کاهش زیاد تعداد نوترون تأخیری (رابطه ۱۵) و کاهش زیاد انرژی بستگی برای پاره شکافت فرد-فرد باعث افزایش ناگهانی تعداد نوترون‌های تأخیری می‌گردند.

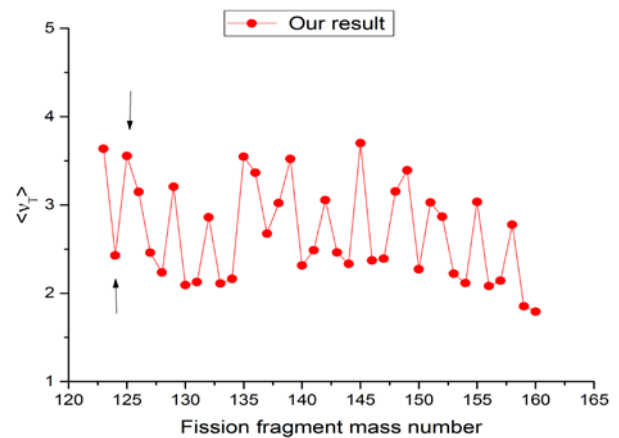
نکته قابل توجه دیگر آن است که با مقایسه نتایج مطالعه حاصل با نتایج مراجع [۱۸، ۱۹] دیده می‌شود که مقادیر تعدد نوترونی در آن مطالعات با نتایج تعدد نوترونی کل متفاوت است. بنابراین برای مقایسه باید توجه داشت که تعداد نوترون‌های خارج شده از پاره شکافت (برخلاف تعدد نوترونی کل) با افزایش عدد جرم پاره‌های شکافت تا عدد جرمی ۱۲۰ افزایش می‌یابد و برای پاره‌های شکافت با عدد جرمی بین ۱۲۰ تا ۱۳۰ به شدت کاهش می‌یابد [۱۸، ۱۹]. این مقدار برای پاره‌های شکافت با عدد جرمی ۱۳۰ در حدود یک می‌شود. سپس مجدداً با افزایش عدد جرمی از ۱۳۰ تا ۱۶۰ مقادیر تعدد نوترون‌های خارج شده از پاره‌های شکافت افزایش می‌یابد تا به بیشینه مقدار خود می‌رسد. این شکل تعداد نوترون‌های خارج شده از پاره شکافت به دندان اره‌ای معروف است. اگر چه تعدد نوترونی پاره‌های شکافت به صورت دندان اره است ولی تعدد نوترونی کل تقریباً ثابت است و شکل دندان اره‌ای ندارد.

#### ۴. نتیجه‌گیری

انرژی تحریکی کل برحسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت‌های نوترونی اورانیم ۲۳۰-۲۴۰ با کمک مدل تعمیم‌یافته نقطه برشی<sup>۱</sup> محاسبه شده است. در این نتایج دیده می‌شود که مقادیر این انرژی برای پاره‌های شکافت متقارن افزایش می‌یابد. این افزایش مربوط به کاهش انرژی جنبشی در ناحیه متقارن است. ولی افزایش ناگهانی مقادیر انرژی تحریکی پاره‌های شکافت سنگین که در بعضی مطالعات شکافت نوترونی دیده می‌شود مربوط به افزایش تعداد نوترون خروجی از پاره‌های شکافت سنگین‌تر به دلیل فزونی نوترون این پاره‌های شکافت است. زیرا می‌دانیم که پاره‌های سنگین‌تر که در فرایند شکافت حامل نوترون اضافی می‌شوند تمایل بیشتری به آزادسازی نوترون دارند. به عبارت دیگر انرژی تحریکی با تعدد نوترونی کل برای پاره‌های شکافت سنگین همبستگی یکسانی ندارد و در واقع نوترون برای این پاره‌های شکافت با انرژی کم‌تری خارج می‌شود. از سوی دیگر مقادیر انرژی تحریکی محاسبه شده برای پاره‌های شکافت سنگین کم‌تر از مقادیر انرژی تحریکی دیگر



شکل ۱۵. مقادیر محاسبه شده تعداد کل نوترون‌های خروجی برحسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۳۹.



شکل ۱۶. مقادیر محاسبه شده تعداد کل نوترون‌های خروجی برحسب عدد جرمی پاره‌های شکافت برای شکافت نوترونی اورانیم-۲۴۰.

در شکل‌های ۱۳ تا ۱۶ تعداد کل نوترون‌ها معمولاً بین ۲ تا ۳ عدد است. این مقادیر برای شکافت ایزوتوپ‌های زوج تغییرات بیشتری دارد. با مقایسه مقادیر تعدد کل نوترون برای شکافت ایزوتوپ‌های زوج (شکل‌های ۱۳ و ۱۶) با مقادیر تعدد نوترون برای شکافت ایزوتوپ‌های فرد (شکل‌های ۱۲، ۱۴ و ۱۵) به وضوح دیده می‌شود که تغییرات (نوسانات) در مقادیر محاسبه شده تعدد کل نوترون‌ها برای ایزوتوپ‌های اورانیم با عدد جرمی فرد کم‌تر از تغییرات مقادیر محاسبه شده تعدد کل نوترون‌های ایزوتوپ‌های اورانیم با عدد جرمی زوج است. این نوسانات مربوط به مقادیر انرژی بستگی پاره‌های شکافت است. در شکافت ایزوتوپ‌های زوج، پاره‌های شکافت مکمل به صورت زوج-زوج یا فرد-فرد می‌شوند. اختلاف انرژی جفت‌شدگی پاره‌های شکافت زوج-زوج و فرد-فرد



5. B. Jurado, K.-H. Schmidt, *Influence of complete energy sorting on the characteristics of the odd-even effect in fission-fragment element distributions*, *J. Phys. G, Nucl. Part. Phys.*, **42**, 055101 (2015).
6. A. Ruben, H. Marten, D. Seeliger, *Energy partition in nuclear fission*, *Z. Phys. A*, **338**, 67-74 (1991).
7. B.D. Wilkins, E.P. Steinberg, R.R. Chasman, *Scission-point model of nuclear fission based on deformed-shell effects*, *Phys. Rev.*, **C 14**, 1832 (1976).
8. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, A.S. Zubov, *Production of unknown transactinides in asymmetry-exit-channel quasifission reactions*, *Phys. Rev.*, **C 71**, 034603 (2005).
9. A. Tudora, et al., *Comparing different energy partitions at scission used in prompt emission model codes GEF and Point-by-Point*, *Nucl. Phys.*, **A 940**, 242-263 (2015).
10. P. Mehdipour, K. Kinetic, *Energy Distribution for Photofission of light Actinides*, *Phys. Rev. C* **102**, 044612 (2020).
11. P. Mehdipour Kaldiani, *Systematic Approach to Calculate the Total Kinetic Energy Distribution of Actinides for the Photofission Phenomenon*, *Phys. of Atom. Nucl.*, **84(1)**, 11-17 (2021).
12. M. Jamiaty, *Kinetic Energy Distribution for Neutron-induced fission of Thorium Isotopes*, *Phys. of Atom. Nucl.*, **83(6)**, 803 (2020).
13. P. Mehdipour Kaldiani, *Kinetic Energy Distribution for Neutron-Induced Fission of Neptunium Isotopes*, *Chin. Phys.*, **C 45(2)**, (2021).
14. P. Mehdipour Kaldiani, *Calculation of the Total Kinetic Energy for Neutron Fission Fragments of Uranium Isotopes*, *26th Iranian Nuclear Conference*, 1398 (In Persian).
15. P.M. Kadiani, *Deformation Parameters and Collective Temperature Changes in Photofission Mass Yields of Actinides Within the Systematic Statistical Scission Point Model Front*, *Phys.*, **9**, 629978 (2021).
16. P. Mehdipour Kaldiani, *Deformation parameter changes in fission mass yields within the systematic statistical scission-point model*, *Commun. Theor. Phys.*, **73**, 075303 (2021).
17. M. Jamiaty, P. Mehdipour Kaldiani, *The calculation of total fragment excitation energy for photofission of Uranium isotopes*, *Turk. Jour. of Phys.*, **44**, 364 (2020).
18. C. Manulescu, et al., *Possible reference method of total excitation energy partition between complementary fission fragments*, *Nucl. Phys.*, **A 867**, 12-40 (2011).
19. C. Morariu, et al., *Modelling of the total excitation energy partition including fragment deformation and excitation energies at scission*, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **39**, 055103 (2012).
20. U. Brosa, S. Grossmann, A. Müller, *Nuclear scission*, *Phys. Rep.*, **197(4)**, 167-262 (1990).

تحقیقات است. این اختلاف با اضافه شدن دمای پاره‌های شکافت در محاسبات قابل اصلاح است. بنابراین توصیه می‌شود برای اصلاح روش مورد بحث مقدار انرژی آزاد شده در واکنش به مقدار انرژی اولیه برخورد اضافه شود. به این ترتیب دما افزایش می‌یابد و این افزایش دما باعث افزایش انرژی تحریکی می‌گردد.

با مقایسه مقادیر انرژی تحریکی کل برای شکافت نوترونی و شکافت فوتونی  $^{238}\text{U}$  می‌توان نتیجه گرفت مقادیر این انرژی برای این دو نوع شکافت اختلاف زیادی ندارند. البته در پاره‌های شکافت سنگین این اختلاف کمی بیشتر می‌شود که با اضافه کردن دمای پاره‌های شکافت در محاسبات مقادیر به یکدیگر نزدیک‌تر می‌شوند.

همچنین تعداد نوترون‌های خارج شده از پاره‌های شکافت برای برخی ایزوتوپ‌های اورانیوم محاسبه شده است. تعداد نوترون‌های محاسبه شده تغییرات (نوسانات) قابل مشاهده‌ای برای هسته‌های مادر با عدد جرمی زوج دارند. این نوسانات مربوط به تشکیل دو پاره‌های شکافت فرد-فرد یا زوج-زوج می‌باشد که تغییر زیادی در انرژی جفت‌شدگی پاره‌های شکافت ایجاد می‌کند. تعدد نوترونی کل محاسبه شده برای هسته‌های سنگین‌تر کمی کمتر از مقادیر تجربی است. از آنجا که محاسبات با کمک انرژی تحریکی انجام شده است امکان دارد ناپایداری پاره‌های شکافت سنگین‌تر (که باعث آزادسازی نوترون بیشتر می‌شود) باعث این اختلاف باشد.

اگرچه انرژی تحریکی محاسبه شده در ناحیه مقارن با نتایج تجربی اختلاف داشت ولی این اختلافات در محاسبه تعداد نوترون‌های خروجی از پاره‌های شکافت دیده نمی‌شود.

## مراجع

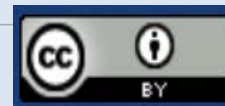
1. A. Tudora, et al., *A refined model for  $^{235}\text{U}(n, f)$  prompt fission neutron multiplicity and spectrum calculation with validation in integral benchmarks*, *Nucl. Phys.*, **A 756**, 176-191 (2005).
2. D.G. Madland, J. Rayford Nix, *New Calculation of Prompt Fission Neutron Spectra and Average Prompt Neutron Multiplicities*, *Nucl. Sci. and Eng.*, **81(2)**, 213-271 (1982).
3. K.H. Schmidt, B. Jurado, *Entropy driven excitation energy sorting in superfluid fission dynamics* *Phys. Rev. Lett.*, **104**, 212501 (2010).
4. K.-H. Schmidt, B. Jurado, *Erratum: Final excitation energy of fission fragments*, *Phys. Rev.*, **C 83**, 061601 (R) (2011).



21. V.Yu. Denisov, T.O. Margitych, I.Yu. Sedykh, *Mass yields and kinetic energy of fragments from fission of highly-excited nuclei with  $A>220$* , *Nucl. Phys., A*, **958**, 101 (2017).
22. C. Karthika, M. Balasubramaniam, *Scission point model for the mass distribution of ternary fission*, *Eur. Phys. J., A* **55**, 59 (2019).
23. J. Blocki, W.J. Swiatecki, *A generalization of the Proximity Force Theorem*, *Ann. Phys. NY*, **132**, 53 (1981).
24. H. Märten, A. Ruben, D. Seeliger, *Fission neutron multicity calculation*, *Proc. Int. Conf. on 50 Years with Nuclear Fission, Gaithersburg, U.S.A., 1989*, Ed. J. W. Behrens, A. D. Carlson, *ANS* 1989, Vol. 2, 274 (1989).
25. F.A. Ivanyuk, et al., *Temperature dependence of shell corrections*, *Phys. Rev., C* **97**, 054331 (2018).
26. H. Umezawa, S. Baba, H. Baba, *Systematic behaviour of the most probable charge in the medium-energy fission*, *Nucl. Phys., A*, **160**, 65 (1971).
27. N. Sugarman, A. Turkevich, *Radiochemical Studies: The Fission Product*, (edited by C. D. Coryell and N. Sugarman McGraw-Hill, New York, 1951). vol. 3. 1396 (1951).
28. K. Nishio, et al., *Multi-parametric Measurement of Prompt Neutrons and Fission Fragments for  $^{233}\text{U}$  ( $n$  th,  $f$ )*, *Jour. of Nucl. Sci. and Tech.*, **35(9)**, 631-642 (1998).
29. A. Gook, et al., *Correlated mass, energy, and angular distributions from bremsstrahlung-induced fission of  $^{234}\text{U}$  and  $^{232}\text{Th}$  in the energy region of the fission barrier*, *Phys. Rev., C* **96**, 044301 (2017).
30. Pomme, S. Jacobs, et al., *Mass distribution in the bremsstrahlung-induced fission of  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{238}\text{U}$  and  $^{240}\text{Pu}$* , *Nucl. Phys., A*, **572**, 237 (1994).
31. A. Tudora, et al., *Even-odd effects in prompt emission in fission*, *Nucl. Phys., A* **929**, 260-292 (2014).
32. A. Al-Adili, et al., *Prompt fission neutron yields in thermal fission of  $^{235}\text{U}$  and spontaneous fission of  $^{252}\text{Cf}$* , *Phys. Rev., C* **102**, 064610 (2020).
33. J. Frehaut, *Neutron gamma competition in fast fission (INDC(NDS) 220)*. Lemmel, H.D. (Ed.), *International Atomic Energy Agency (IAEA)* (1989).
34. C. Budtz-Jorgensen, H-H. Knitter, *Simultaneous investigation of fission fragments and neutrons in  $^{252}\text{Cf}$  (SF)*, *Nucl. Phys., A*, **490**, 307 (1988).
35. A.S. Vorobyev, et al., *Angular and energy distributions of prompt neutrons from thermal neutron-induced fission of  $\text{U-233}$ ,  $\text{U-235}$  (N,F)*, *Proc. of the XVII International Seminar on Interaction of Neutrons with Nuclei: Neutron Spectroscopy, Nuclear Structure, Related Topics* (AM Sukhovoij, ed.), (Dubna) (2010).

**COPYRIGHTS**

©2021 The author(s). This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution (CC BY 4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, as long as the original authors and source are cited. No permission is required from the authors or the publishers.



استناد به این مقاله

پیام مهدی پور کلدیانی، امیر هوشنگ رمضانی (۱۴۰۲)، متوسط انرژی تحریکی کل و تعداد نوترون‌های خارج شده از پاره‌های شکافت ایزوتوپ‌های اورانیم، ۱۰۶، ۱-۱۱

DOI: [10.24200/nst.2022.1161.1762](https://doi.org/10.24200/nst.2022.1161.1762)Url: [https://jonsat.nstri.ir/article\\_1514.html](https://jonsat.nstri.ir/article_1514.html)