فصلنامه مدلسازی اقتصادی (سال هفتم، شماره ۳ «پیاپی ۲۳»، پاییز ۱۳۹۲، صفحات ٦٥-٤٧)

# رابطه بین تورم و نااطمینانی تورمی در ایران با استفاده از رگرسیون چرخشی مارکوف

علی حسین صمدی* شراره مجدزاده طباطبائی**

تاریخ دریافت: ۹۲/۰۲/۰۸ تاریخ پذیرش: ۹۲/۰۸/۰۱

**چکیده**

هدف مقاله‌ی حاضر، بررسی رابطه بین تورم و نااطمینانی تورمی با استفاده از رگرسیون چرخشی مارکوف بر اساس اطلاعات ماهانه شاخص قیمت مصرف کننده در ایران، طی دوره ۱۳۹۱:٦-۱۳٦۹:۱۰ می‌باشد. برای رسیدن به این هدف نااطمینانی تورمی بر اساس الگوی واریانس ناهمسانی شرطی خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته برآورد شده است. نتایج حاصل از تخمین ضرایب الگوی خود بازگشت کننده چرخشی مارکوف نشان می‌دهد که سری زمانی نرخ تورم در طول دوره مورد بررسی از دو رژیم مختلف تبعیت می‌کند به طوری که در رژیم اول با میانگین بالا و نوسان پایین و در رژیم دوم با میانگین پایین و نوسان بالا روبرو است. هم‌چنین بررسی رابطه‌ی بین تورم و نااطمینانی تورمی نشان می‌دهد که در هر دو رژیم یاد شده، افزایش نرخ تورم به افزایش نااطمینانی تورمی منجر شده است.

**طبقه‌بندی JEL**: E31, P24

**واژگان کلیدی:** تورم، نااطمینانی تورمی، الگوی چرخشی مارکوف، ایران.

* استادیار اقتصاد دانشگاه شیراز (نویسنده‌ی مسئول)، پست الکترونیکی: asamadi@rose.shirazu.ac.ir

** دانشجوی دکتری اقتصاد، پست الکترونیکی: majdtaba2002@yahoo.com

### ۱. مقدمه

تورم یکی از پدیده‌های منفی اقتصادی بوده و باعث بر هم زدن ثبات اقتصادی و ایجاد مشکلاتی در تصمیمات اقتصادی می‌گردد. پدیده تورم می‌تواند از کانال‌های مختلفی اقتصاد یک کشور را تحت تأثیر قرار دهد. اعتقاد بر آن است که یکی از هزینه‌های تورم برای اقتصاد به وجود آمدن نااطمینانی تورمی است. لذا یکی از مباحث مورد علاقه محققین بررسی رابطه بین نااطمینانی تورمی و تورم بوده است. چرا که بررسی رابطه بین سطح تورم و عدم اطمینان ناشی از آن می‌تواند در اتخاذ سیاست‌های مناسب ضد تورمی در جهت جلوگیری از زیان‌های ناشی از تورم مفید باشد. تحقیقاتی که در زمینه‌ی بررسی رابطه‌ی تورم و نااطمینانی تورمی در اقتصاد ایران صورت گرفته، عمدتا" بر پایه‌ی اندازه‌گیری نااطمینانی تورمی به کمک یک الگوی خود بازگشت‌کننده با واریانس شرطی[1]، یا یک الگوی خود بازگشت‌کننده‌ی تعمیم یافته با واریانس شرطی[2]و سپس بکارگیری روش‌هایی چون آزمون علیت گرنجر، تحلیل سری‌های زمانی یا توجه به الگوهای خاصی از فضا – حالت[3] بوده است. در این روش‌ها به احتمال آن که فرآیند مشاهدات از وضعیت‌های[4] مختلف پیروی کند، توجهی نمی‌شود، لذا در این مقاله برای بررسی تاثیر تورم بر نااطمینانی تورمی در وضعیت‌های مختلف، از روش رگرسیون چرخشی مارکوف استفاده شده است. استفاده از این روش نه تنها ما را به بررسی رفتار متغیرها تحت رژیم‌های مختلف قادر می‌سازد، بلکه امکان تغییر در میانگین و واریانس غیر شرطی را نیز فراهم خواهد ساخت. این مقاله در پنج بخش تنظیم شده است. در بخش دوم به ادبیات موضوع پرداخته شده است. بخش سوم به روش تحقیق و بخش چهارم به برآورد و تجزیه و تحلیل نتایج اختصاص یافته است. جمع بندی نتایج و پیشنهادها نیز در بخش آخر ارایه شده است.

1. Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity (ARCH)
2. Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH)
3. State-Space
4. States

## ۲. ادبیات موضوع

اگر چه بیشتر اقتصاددانان بر این باورند که تورم برای اقتصاد هزینه دارد، ولی هیچ توافقی در مورد علت آن وجود ندارد. فریدمن[1] (۱۹۷۷) و اوکان[2] (۱۹۷۱) معتقد بودند که نااطمینانی تورمی یکی از مهم‌ترین هزینه‌های تورم است. به اعتقاد آنها تورم به دنبال خود باعث به وجود آمدن نااطمینانی در رابطه با تغییرات آتی در سطح عمومی قیمت‌ها می‌شود. لذا از آنجا که بسیاری از تصمیمات اقتصادی مانند مصرف، پس‌انداز، سرمایه‌گذاری، ... به نرخ تورم انتظاری بستگی دارد، عدم اطمینان در مورد نرخ تورم می‌تواند نقش مهمی در تغییر رفتار کارگزاران اقتصادی، تخصیص منابع و عوامل تولید داشته باشد.

اثر نااطمینانی تورم بر اقتصاد را می‌توان به دو بخش آثار پیشین و آثار پسین تقسیم‌بندی کرد.[3] آثار پیشین حاکی از این واقعیت است که در شرایط وجود نااطمینانی تورمی، کارگزاران اقتصادی تصمیماتی را اتخاذ می‌کنند که در صورت نبود نااطمینانی تورمی شاهد آن نخواهیم بود. نااطمینانی که در نرخ تورم پیش‌رو وجود دارد، می‌تواند به نااطمینانی در مورد سایر متغیرهای اقتصادی مانند نرخ بهره، سود، سرمایه گذاری، تولید، ... منجر شود. از سوی دیگر، نااطمینانی تورمی، بازده اسمی وام‌های درازمدت را با خطرات احتمالی بیشتری روبرو می‌سازد. افزایش خطرات احتمالی به معنی افزایش نرخ بازده مورد انتظار خواهد بود که خود تصمیمات سرمایه‌گذاری را تحت تأثیر قرار خواهد داد. در چنین شرایطی، کارگزاران اقتصادی که فعالیت‌های خود را بر اساس قراردادهای معین برای یک دوره‌ی مالی انجام می‌دهند، با عدم اطمینان در مورد ارزش واقعی دریافتی‌های آتی روبرو خواهند بود. بالاخره، کارگزاران اقتصادی در مواجه با عدم اطمینان تورمی، سعی در کاهش خطرات احتمالی از طریق ابزارهای مالی چون خرید و فروش تامینی[4] دارند. این امر خود به افزایش هزینه‌های مالی در جهت اجتناب از خطرات احتمالی نوسانات قیمت منجر خواهد شد. در مقابل، آثار پسین مربوط به زمانی می‌شود که تورم تحقق یافته با تورم مورد انتظار یکسان نمی‌باشد. قدر مسلم، عدم تحقق نرخ تورم مورد انتظار می‌تواند باعث جابجایی منابع مالی بین بنگاه‌های اقتصادی شود.

---

1. Friedman
2. Okun
3. Golob
4. Hedging

تحقیقات تجربی بسیاری در زمینه بررسی رابطه‌ی بین تورم و نرخ تورم مورد انتظار صورت گرفته است. این تحقیقات را، از نظر روش بکار رفته در آنها، می‌توان به دو گروه تقسیم کرد. در گروه اول مطالعاتی قرار دارند که در ابتدا به وسیله الگوهایی چون الگوی خود بازگشت‌کننده، الگوی خود بازگشت‌کننده با واریانس ناهمسانی شرطی یا الگوی خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس ناهمسانی شرطی، اقدام به محاسبه شاخصی جهت نشان دادن متغیر نااطمینانی تورمی کرده و سپس با توسل به روش‌هایی چون آزمون علیت گرنجر، تحلیل سری‌های زمانی یا توجه به الگوهای خاصی از فضا – حالت رابطه‌ی بین دو متغیر تورم و نااطمینانی تورمی را مورد بررسی قرار داده‌اند. در گروه دوم مطالعاتی قرار دارد که از روش‌های غیرخطی مانند الگوی رگرسیون چرخشی مارکوف استفاده کرده‌اند.

دارات و لوپز[1] (۱۹۸۹) با استفاده از انحراف معیار متحرک سه ساله برای دوازده کشور آمریکای لاتین به این نتیجه رسیدند که سطوح بیشتر تورم با نااطمینانی بیشتر تورمی همراه بوده است. بال و کاکتی[2] (۱۹۹۰) برای بررسی ارتباط بین تورم و نااطمینانی تورمی در کوتاه‌مدت و دراز مدت فرض کردند که هر دو نوع جزء موقتی[3] و دایمی[4] در سری‌های تورمی وجود دارد[5]. این پژوهشگران با ثابت فرض کردن هر دو واریانس به این نتیجه رسیدند که عدم اطمینان کوتاه‌مدت و درازمدت به طور مثبت با نرخ متوسط تورم در کشورهای مورد بررسی ارتباط دارد. ایوارس[6](۱۹۹۱) بر اساس الگوی با پارامترهای متغیر در زمان[7] با جمله اخلال واریانس ناهمسانی ناهمسانی شرطی، یک ارتباط مثبت بین سطح تورم و عدم اطمینانی تورمی در درازمدت را نشان داده است. کونتونیکاس[8] (۲۰۰٤) با استفاده از الگوی خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس ناهمسانی شرطی، نااطمینانی تورمی را برای هفت کشور صنعتی مورد بررسی قرار داده است.

---

1 .Darrat & Lopez
2 .Ball and Cecchetti
3 .White Noise
4 .Random Walk
۵. از آنجا که فرایند نوفه سفید به معنی ثبات در واریانس سری زمانی در طول زمان می‌باشد به جزء موقتی یا گذرا تعبیر شده است. هم‌چنین به واسطه آن که فرایند گام تصادفی به معنی روند و وجود ریشه واحد می‌باشد از آن به عنوان جزء دایمی یاد شده است.
6 .Evars
7 .Time Varying Parameter
8 .Kontonikas

وی نتیجه گرفت که نرخ‌های بالاتر تورم، باعث نااطمینانی بیشتر تورم می‌شود. از مطالعات انجام شده در گروه دوم می‌توان به مطالعه کیم[1] (۱۹۹۳) اشاره نمود. وی به کمک روش مولفه‌های غیرقابل مشاهده در الگوی چرخشی مارکوف نشان داد که تورم بالاتر با نااطمینانی تورمی بالاتری در دراز مدت همراه است. کاستیلو و همکاران[2](۲۰۰۶) به بررسی رابطه‌ی بین تورم و نااطمینانی تورم در اقتصاد پرو، بر اساس رژیم‌های مختلف از سیاست‌های پولی، پرداختند. آنها با استفاده از روش مولفه‌های غیرقابل مشاهده در الگوی چرخشی مارکوف نشان دادند که در اقتصاد پرو می‌توان سه رژیم همراه با ثبات قیمتی، تورم بالا و دوره‌ی ابر تورم[3] را تشخیص هستند. این پژوهشگران به این نتیجه رسیدند که در طول دوره با ثبات نسبی، واریانس هر دو جزء تکانه‌های گذار و دایمی وارد شده به تورم کاهنده است.

مطالعاتی نیز در این زمینه برای اقتصاد ایران، مربوط به گروه اول، انجام شده است که در ادامه به برخی از آنها اشاره می‌گردد. فرزین‌وش و عباسی (۱۳۸۵) به بررسی رابطه بین تورم و نااطمینانی تورمی در ایران با استفاده از الگوهای خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس ناهمسانی شرطی و فضا –حالت طی دوره ۱۳۸۲–۱۳٤۰ پرداختند. نتایج حاصل از این تحقیق نشان داد که رابطه بین تورم و نااطمینانی تورمی در ایران در کوتاه‌مدت مثبت است، اما در درازمدت هیچ رابطه‌ای بین آنها وجود ندارد. تشکینی (۱۳۸۵) و ابراهیمی و سوری (۱۳۸۵) با استفاده از روش خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس ناهمسانی شرطی نشان دادند که رابطه مثبت و معناداری بین تورم و نا اطمینانی تورم وجود دارد. صفدری و پورشهابی (۱۳۸۸) با استفاده از الگوی خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس ناهمسانی شرطی و الگوی تصحیح خطای برداری به این نتیجه رسیدند که با افزایش تورم، نااطمینانی تورم افزایش یافته و منجر به کاهش سرمایه‌گذاری بخش خصوصی در اقتصاد ایران شده است و این مسأله اثر منفی درازمدت بر نرخ رشد اقتصادی کشور داشته است. مهرآرا و مجاب (۱۳۸۸) با استفاده از الگوسازی خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس ناهمسانی شرطی و آزمون علیت گرنجر به بررسی عوامل تأثیرگذار بر نااطمینانی اسمی (تورم) و حقیقی (تولید) و تأثیر این دو

1 .KIM
2 .Castillo et al
3 .Hyper Inflation Period

نااطمینانی بر رشد اقتصادی در ایران طی دوره‌ی ۱۳۸۵-۱۳۳۸ پرداخته‌اند. نتایج حاکی از آن است که افزایش تورم و کاهش درآمدهای نفت می‌تواند علت افزایش نااطمینانی تورم باشند و منشاء نااطمینانی تولید در اقتصاد ایران، ارزش افزوده بخش نفت است.

از آنجا که در روش‌های به کار گرفته شده در تحقیقات موجود در اقتصاد ایران توجهی به امکان پیروی متغیر نرخ تورم از وضعیت‌های مختلف نشده است، این مقاله سعی در بررسی رابطه‌ی بین دو متغیر تورم و نااطمینانی تورمی با استفاده از الگوی رگرسیون چرخشی مارکوف دارد.

## ۳. روش تحقیق

به منظور بررسی رابطه‌ی بین تورم و نااطمینانی تورم در اقتصاد ایران در ابتدا نسبت به برآورد شاخصی جهت نشان دادن میزان نااطمینانی تورمی اقدام نموده و سپس از الگوی چرخشی مارکوف استفاده خواهد شد.

### ۳-۱. محاسبه نااطمینانی تورمی

منظور از نااطمینانی تورمی در ادبیات اقتصادی عدم‌اطمینانی در رابطه با تغییرات آتی در سطح عمومی قیمت‌ها می‌باشد. معروف‌ترین روش‌هایی که برای محاسبه نااطمینانی تورمی به کار می‌رود، الگوی خود بازگشت‌کننده با واریانس شرطی یا الگوی خود بازگشت‌کننده تعمیم یافته با واریانس می‌باشد. در این الگوها از واریانس شرطی خود بازگشت کننده به عنوان جانشینی[1] برای نااطمینانی تورمی استفاده می‌شود. مبنای این الگوها بر پایه فرض ناهمسانی واریانس شرطی جملات اخلال قرار دارد. زیرا بسیاری از سری‌های زمانی در برخی دوره‌ها نوسان بالا و در دوره‌های دیگر سکون و ایستایی از خود نشان می‌دهند. در چنین وضعیتی فرض واریانس ثابت که یکی از فروض رگرسیون کلاسیک می‌باشد، نادرست خواهد بود. الگوهای خود بازگشت کننده واریانس ناهمسانی که توسط انگل[2] (۱۹۸۲) بیان شد، از جمله الگوهای غیرخطی می‌باشند که عدم ثبات در واریانس در آنها لحاظ شده است. به منظور نشان دادن

1. Proxy
2. Engle

شکل عمومی یک الگو خود بازگشت‌کننده با واریانس ناهمسانی شرطی، فرض کنید که متغیر تصادفی $y_t$ از فرایند شماره (۱) پیروی می‌کند.

$$y_t = E(y_t|\Omega_{t-1}) + \varepsilon_t \qquad (۱)$$

که در آن $\varepsilon_t$ دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $h_t$ می‌باشد. به گونه‌ای که میانگین شرطی و واریانس شرطی $y_t$ که به ترتیب با روابط (۲) و (۳) نشان داده شده‌اند، غیرثابت بوده و فرایند واریانس شرطی از معادله (٤) پیروی می‌کند.

$$E(y_t|\Omega_{t-1}) = \mu_t(\theta) \qquad (۲)$$

$$Var(y_t|\Omega_{t-1}) = E({\varepsilon^2}_t|\Omega_{t-1}) = h_t \qquad (۳)$$

$$h_t = \omega + \alpha_1 {\varepsilon^2}_{t-1} + \alpha_2 {\varepsilon^2}_{t-2} + \cdots + \alpha_q {\varepsilon^2}_{t-q} \qquad (٤)$$

از آنجا که ممکن است سطح فعلی نوسان به طور موقت با سطح نوسان در دوره‌های نزدیک قبلی رابطه داشته باشد، بعد از اثبات وجود اثرات واریانس ناهمسانی به وسیله آزمون ARCH در سری زمانی مورد بررسی، می‌توان از الگو های تعمیم یافته خود بازگشت‌کننده با واریانس ناهمسانی شرطی استفاده کرد. در این صورت معادله واریانس به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$h_t = \omega + \alpha_1 {\varepsilon^2}_{t-1} + \alpha_2 {\varepsilon^2}_{t-2} + \cdots + \alpha_q {\varepsilon^2}_{t-q} + \beta_1 h_{t-1} + \cdots + \beta_p h_{t-p} \qquad (۵)$$

**۳-۲. الگوی چرخشی مارکوف**

پس ازدستیابی به شاخصی برای اندازه‌گیری نااطمینانی تورمی با استفاده از الگوی تعمیم یافته خود بازگشت‌کننده با واریانس ناهمسانی شرطی، به منظور بررسی رابطه‌ی بین دو متغیر تورم و نااطمینانی تورمی از الگوی چرخشی مارکوف استفاده خواهیم نمود[۱]. استفاده از این روش نه تنها ما را قادر خواهد ساخت که رفتار نرخ تورم و نااطمینانی تورمی را در وضعیت‌های مختلف بررسی کنیم، بلکه امکان بررسی تغییر در میانگین و واریانس غیرشرطی را نیز فراهم خواهد کرد. الگوی چرخشی مارکوف نوع خاصی از الگوهای اقتصادسنجی است که امکان

۱. بر اساس مقدار به دست آمده برای آماره ضریب نسبت حداکثر در ست‌نمایی (۱۰۷/۸٤) و مقایسه آن با مقدار بحرانی آماره در سطح اطمینان ۹۵ درصد (۰/۳۵) ، فرضیه صفر مبنی وجود رابطه خطی بین متغیرهای الگو رد می‌شود.

انتقال بین حالت‌های مختلف را فراهم ساخته و کاربرد چندی در مسایل اقتصادی و مالی دارد. جزییات الگوهای چرخشی مارکوف را می‌توان در نوشته‌های همیلتون[1] (۱۹۹٤)، کیم و نلسون[2] (۱۹۹۹) یافت[3]. جهت تشریح اجمالی موضوع یک الگو ساده با چرخشی پویا به صورت الگوی (٦) را در نظر بگیرید:

$$y_t = \mu s_{t+} \varepsilon_t \qquad (٦)$$

که در آن $s_t$ =1,2,….,K بیانگر تعداد وضعیت ها و $\varepsilon_t$ جمله اخلال دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\delta^2 s_t$ است. در این الگو عرض از مبدا با توجه به مقدار متغیر وضعیت $s_t$ دارای چرخش است. بدین ترتیب اگر K وضعیت وجود داشته باشد، آنگاه K مقدار برای $\mu$ و $\delta^2$ خواهیم داشت. با فرض K=2 معادلات جایگزین برای الگوی (٦) عبارت خواهند بود از:

$$y_t = \mu_1 + \varepsilon_{1t} \quad , \quad \varepsilon_{1t} \sim N(0 \ , \delta^2{}_1) \qquad (٧)$$

$$y_t = \mu_2 + \varepsilon_{2t} \quad , \quad \varepsilon_{2t} \sim N(0 \ , \delta^2{}_2) \qquad (٨)$$

معادلات (۷) و (۸) بیانگر دو فرایند مختلف برای متغیر$y_t$ است. هر چه تفاوت در واریانس‌های $\delta^2{}_1$ و $\delta^2{}_2$ بیشتر باشد، شاهد عدم‌اطمینان بیشتر در قدرت پیش‌بینی الگو در هر حالت در دنیای واقعی خواهیم بود. اکنون مساله این است که چگونه می‌توان اطلاعاتی در مورد آن که در هر زمان در کدام وضعیت قرار خواهیم داشت را به دست آوریم. از آنجا که در الگوی چرخشی مارکوف فرض می‌شود که انتقالات بین حالت‌های مختلف تصادفی است، بنابراین نمی‌توان مطمئن بود که آیا در هر زمان نسبت به دوره‌ی قبل انتقالی صورت گرفته است یا خیر. اما فرض می‌شود که پویایی که تحت آن فرایند انتقالات صورت می‌گیرد معین و به وسیله ماتریس انتقالات[4] قابل تشخیص است.

---

1 .Hamilton
2 .Kim & Nelson

۳. برای مطالعه بیشتر به صمدی و همکاران (۱۳۹۱) مراجعه شود.

4. Transition Matrix

ماتریس انتقال بیانگر احتمال انتقال از یک وضعیت به وضعیت دیگر می‌باشد، که در حالت کلی می‌توان آن را به صورت زیر بیان نمود.

$$\begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1\mathrm{k}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{\mathrm{k}1} & \cdots & p_{\mathrm{kk}} \end{pmatrix}$$

در این ماتریس عنصر $p_{ij}$ بیانگر احتمال انتقال از وضعیت i ام به وضعیت j ام بوده و معمولا فرض بر ثابت بودن آنها است. ضرایب الگوهای چرخشی مارکوف به دو روش حداکثر درست‌نمایی[1] و نمونه‌گیری بیزی[2] قابل برآورد است. در اینجا به طور اجمال به بیان روش حداکثر درست‌نمایی می‌پردازیم[3].

الگوی (٦) را با فرض آن که تعداد وضعیت‌ها برابر دو است در نظر بگیرید. در این حالت لگاریتم تابع درست نمایی برای این الگو عبارت خواهد بود از:

$$Ln\, L = \sum_{t=1}^{T} Ln\, (\frac{1}{\sqrt{2\Pi\sigma^2}} \exp\, (-\frac{(y_t-\mu s_t)^2}{2\sigma^2})) \qquad (۹)$$

در صورتی که بدانیم که در هر زمان در چه وضعیتی قرار داریم آنگاه مقدار $s_{\mathrm{t}}$ پارامتری معلوم خواهد بود و بدین ترتیب می‌توان به طور مستقیم از روش حداکثر درست‌نمایی استفاده کرد و پارامترهای $\mu_1\,,\mu_2\,,{\sigma^2}_1,{\sigma^2}_2$ را از حداکثرکردن لگاریتم تابع درست‌نمایی که در رابطه (۹) نشان داده شده، به دست آورد. اما از آنجا که در الگوی چرخشی مارکوف $s_{\mathrm{t}}$ خود یک متغیر تصادفی است، امکان استفاده مستقیم از رابطه نه وجود نداشته و لذا بایستی تغییراتی در لگاریتم تابع درست نمایی ایجاد کرد.

$$Ln\, L = \sum_{t=1}^{T} Ln\, \sum_{j=1}^{2} (f(y_t\,|s_{\mathrm{t}} = j, \theta) Pr(s_{\mathrm{t}} = \mathrm{j})) \qquad (۱۰)$$

که در آن $f(y_t|s_{\mathrm{t}} = j, \theta)$ تابع درست نمایی در وضعیت j ام مشروط به مجموعه پارامترهای $\theta$ و $Pr(s_{\mathrm{t}} = \mathrm{j}\ )$ احتمال قرار گرفتن در وضعیت j ام را نشان می‌دهند. لگاریتم

1 .Maximum Likelihood

2 .Gibbs- Sampling

۳. تخمین ضرایب الگو در مقاله حاضر با استفاده از برنامه نوشته شده تحت نرم افزارMATLAB که توسط پرلین (۲۰۱۰) تدوین شده، صورت گرفته است. در این نرم افزار از روش حداکثر درست نمایی جهت تخمین ضرایب استفاده شده است.

تابع درست نمایی، که در معادله (۱۰) نشان داده شده، در واقع همان میانگین وزنی تابع درست نمایی در وضعیت‌های مختلف و وزن‌ها همان احتمال قرارگرفتن در وضعیت j ام می‌باشد. در ابتدا برای استفاده از معادله (٤) جهت تخمین ضرایب بایستی استنباطی از احتمالات بر اساس اطلاعات قابل دسترس به دست آورد، که در واقع ایده اصلی فیلتر همیلتون است. فرض کنید $\Psi_{t-1}$ ماتریس اطلاعات قابل دسترس در زمان t-1 است، آنگاه برای به دست آوردن $Pr(s_t = j)$ از الگوریتم چهار مرحله‌ای زیر که به فیلتر همیلتون مشهور است، استفاده می‌کنیم.

۱- یک مقدار حدسی در زمان t=0 برای $Pr(s_t = j)$ برای $j = 1,2$ در نظر می‌گیریم.

۲- سپس در t=1 از اطلاعات به دست آمده در زمان t-(1) استفاده کرد و احتمال قرارگرفتن در موقعیت j ام را به کمک رابطه (۱۱) محاسبه نمود.

$$Pr(s_t = j|\Psi_{t-1}) = \sum_{i=1}^{2} P_{ji}(Pr(s_{t-1} = i|\Psi_{t-1})) \quad (۱۱)$$

که در آن $P_{ji}$ احتمال گذار زنجیره مارکوف است.

۳- با استفاده از پارامترهای $P_{22}, P_{11}, \mu_1, \mu_2, \sigma^2{}_1, \sigma^2{}_2$ به برآورد $f(y_t|s_t = j, \Psi_{t-1})$ در زمان t پرداخته و سپس به کمک رابطه (۱۲) نسبت به بروز رسانی احتمال هر وضعیت و دستیابی به اطلاعات جدید اقدام کرد.

$$Pr(s_t = j|\Psi_t) = \frac{f(y_t|s_t=j,\Psi_{t-1})Pr(s_t=j|\Psi_{t-1})}{\sum_{j=1}^{2}(f(y_t|s_t=j,\Psi_{t-1})Pr(s_t=j|\Psi_{t-1})} \quad (۱۲)$$

٤- زمان را به t+1 تغییر داده و مراحل ۲ و ۳ را تکرار می‌کنیم تا زمان t=T. بدین ترتیب یک مجموعه احتمالات فیلتر شده برای هر وضعیت از t=1 تا t=T به دست خواهد آمد.

مراحل چهارگانه فوق احتمالات مورد نیاز برای استفاده از روش حداکثر درست نمایی را به دست خواهد داد، حال می‌توان لگاریتم تابع درست نمایی را بر حسب پارامترهای الگو به صورت رابطه (۱۳) بنویسیم.

$$Ln\, L = \sum_{t=1}^{T} Ln \sum_{j=1}^{2}(f(y_t|s_t = j, \Theta)Pr(s_t = j|\Psi_t)) \quad (۱۳)$$

با حداکثر کردن تابع فوق می‌توان به برآوردی از پارامترهای الگو دست یافت.

در این مقاله جهت بررسی رابطه بین تورم و نااطمینانی تورمی از الگوی شماره (١٤) استفاده شده است.

$$\pi^{p}{}_{t} = \mu s_{t+}\beta s_t * \pi_t + \varepsilon_t \qquad (١٤)$$

که در آن $\pi^{p}{}_{t}$ شاخص نااطمینانی تورمی، $\pi_t$ نرخ و $s_t$ =1,2,….,K تعداد وضعیت‌ها و $\varepsilon_t$ جمله اخلال دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\delta^2{}_{s_t}$ می‌باشند.

## ٤. برآورد و تجزیه و تحلیل نتایج

برآورد الگوی (١٤) در سه مرحله انجام خواهد گرفت. در مرحله اول با استفاده از الگوی واریانس ناهمسانی شرطی خود بازگشت کننده تعمیم یافته میزان متغیر نااطمینانی تورم محاسبه می‌شود[1]. در دومین مرحله به آزمون تعداد رژیم‌های مختلفی که نرخ تورم و نااطمینانی تورمی ازآن پیروی می‌کنند، با استفاده از یک الگوی خود بازگشت کننده چرخشی مارکوف [2]خواهیم پرداخت. در آخر به کمک الگوی رگرسیونی (١٤) رابطه بین نرخ تورم و نااطمینانی تورمی را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

### ٤-١. برآورد نااطمینانی تورمی

در ابتدا با استفاده از آمار مربوط به شاخص قیمت مصرف کننده به قیمت ثابت سال ١٣٨٣، نرخ تورم ماهانه برای دوره ١٣٩١:٦-١٣٦٩:١٠ محاسبه شده است. آزمون ریشه واحد دیکی فولر بیانگر آن است که سری زمانی نرخ تورم ماهانه در سطح معناداری ١٪ ریشه واحد ندارد. آزمون ناهمسانی واریانس LM طبق پیشنهاد انگل (١٩٨٢) جهت تعیین رتبه ARCH و GARCH به کار گرفته شده و سپس با توجه به آماره آکائیک-شوارز بیزین از الگوی GARCH(1,1) جهت محاسبه نااطمینانی تورمی، بر اساس واریانس شرطی محاسبه شده

---

١. برای محاسبه نااطمینانی تورمی تحت رژیم‌های مختلف می‌توان از الگوی MSGARCH نیز استفاده نمود. لذا از آنجا که هدف این تحقیق تعیین تاثیر تورم بر نااطمینانی تورمی از روش MS می‌باشد، برای محاسبه متغیر نااطمینانی تورمی از روش GARCH استفاده شده است.

2. Markov Switching-Auto Regressive Models

توسط الگوی مزبور، استفاده شده است[۱]. معادلات (۱۵) و (۱٦) به ترتیب نتایج الگوی تخمین زده شده برای معادلات میانگین و واریانس را نشان می‌دهند.

$$\pi_t = \underset{(0.12,0)}{0.83} + \underset{(0.06,0)}{0.37}\pi_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (۱۵)$$

$$GARCH_t = \underset{(0.17,0.01)}{0.43} + \underset{(0.09,0)}{0.28}RESID^2{}_{t-1} + \underset{(0.18,0.03)}{0.4}GARCH_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (۱٦)$$

اعداد نشان داده شده در داخل پرانتز به ترتیب خطای استاندارد و احتمال خطای نوع اول در تخمین ضرایب می‌باشند.

**٤-۲. آزمون تعیین رژیم‌های مختلف تولید فرایند داده‌های نرخ تورم به کمک رگرسیون چرخشی مارکوف**

قبل از بررسی رابطه بین نرخ تورم و نااطمینانی تورمی به کمک الگوی چرخشی مارکوف، به آزمون وجود چند رژیم مختلف در فرآیند تشکیل سری زمانی نرخ تورم به کمک الگو خود بازگشت‌کننده چرخشی مارکوف[۲] می‌پردازیم. به این منظور الگوی شماره (۱۷) را در نظر می‌گیریم:

$$\pi_t = \sum_{j=1}^{p} B_j(s_t)\pi_{t-j} + \eta_t$$
$$\eta_t \sim NID(0, \sigma^2(s_t)) \qquad (۱۷)$$

که در آن:

$\pi_t$: نرخ تورم (بر حسب شاخص قیمت مصرف‌کننده به قیمت ثابت سال ۱۳۸۳)

$s_t$: متغیروضعیت $s_t \in [1,...,K]$ می‌باشند. استفاده از الگوی خود بازگشت‌کننده چرخشی مارکف به ما امکان تغییر در پارامترهای یک الگوی خود بازگشت‌کننده را خواهد داد. برآورد الگوی فوق با استفاده از نرخ تورم ماهانه برای دوره ۱۳۹۱:۱-۱۳٦۹:۱۰ صورت گرفته است. نتایج حاصل از برآورد الگوی خود بازگشت‌کننده مرتبه اول- چرخش مارکف دو وضعیتی[۳]در جدول (۱) نشان داده شده است. همان طور که از جدول (۱) ملاحظه می‌شود، رژیم یک

---

۱. نتایج آزمون‌های یاد شده به دلیل کمبود فضا گزارش نشده است .

2. MS (2)- AR(1)

۳. انتخاب مرتبه یک برای وقفه نرخ تورم و دو وضعیت چرخشی برای نرخ تورم، بر اساس بهترین برازش پس از برآورد الگوهای مختلف بوده است.

بیانگر میانگین بالا (۰/۳۸) و نوسان پایین (با انحراف استاندارد ۱/۰۷) و رژیم دو بیانگر میانگین پایین (۰/۱۳-) و نوسان بالا (با انحراف استاندارد ۱/٤) برای نرخ تورم ماهانه می‌باشند. هم‌چنین شکل (۱) بیانگر نحوه‌ی چرخش و احتمالات رژیم‌های مختلف می‌باشد، که حاکی از وجود دو رژیم مختلف در فرایند تشکیل سری زمانی نرخ تورم در طول دوره‌ی مورد بررسی می‌باشد.

جدول ۱. نتایج برآورد الگوی (۱) MS (2)- AR برای نرخ تورم ایران (٦: ۱۳۹۱– ۱۰: ۱۳٦۹)

| پارامتر / رژیم | مقدار ضریب | P-Value | T-Test |
|---|---|---|---|
| **رژیم یک** | | | |
| عرض از مبدا | ۰/۳۸ | ۰/۱ | ۳/۸ |
| ضریب متغیر با یک وقفه | ۰/۷۸ | ۰ | ۱۱/۱٤ |
| انحراف استاندارد | ۱/۰۷ | ۰ | |
| **رژیم دو** | | | |
| عرض از مبدا | -۰/۱۳ | ۰/۷ | -/٤۸ |
| ضریب متغیر با یک وقفه | ۰/۵۵ | ۰ | ۱۱ |
| انحراف استاندارد | ۱/٤ | ۰ | |

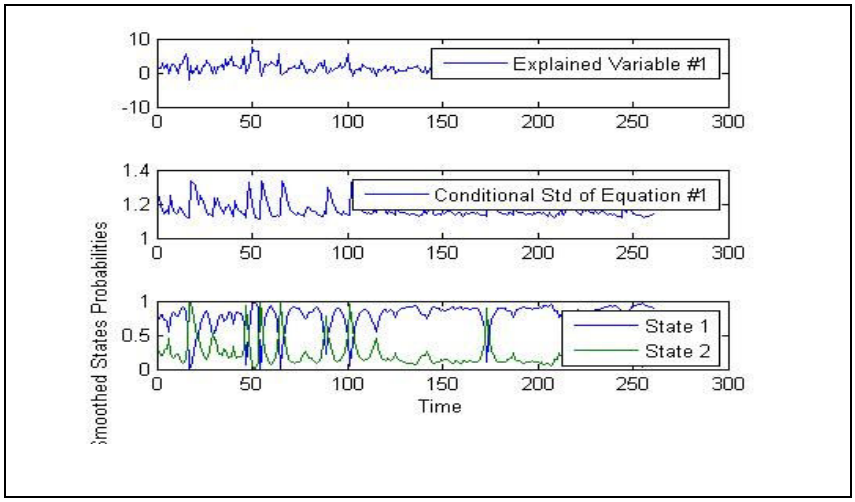
منبع: یافته‌های تحقیق

بررسی احتمالات نشان داده شده در شکل (۱) نشان می‌دهد که احتمال آن که مشاهدات برای سری زمانی نرخ تورم در اکثر مقاطع زمانی تحت رژیم (۱) صورت گیرد، در سطح بالاتری نسبت به رژیم (۲) قرار دارد. نرخ تورم در ماه‌های قرار گرفته در دوره ۱۳۷۷–۱۳٦۹، بین دو رژیم مشاهده شده، حرکت نوسانی داشته است. اما مشاهدات با احتمال زیاد در ماه‌های قرار گرفته در دوره ۱۳۹۱–۱۳۷۸، به جز شهریور ماه سال‌های ۱۳۷۸،۱۳۸٤و ۱۳۹۰، از رژیم (۱) پیروی نموده‌اند. ترانهاده ماتریس احتمالات گذار برای سری زمانی نرخ تورم عبارت است از:

$$\begin{bmatrix} 0.91 & 0.21 \\ 0.09 & 0.79 \end{bmatrix}$$

بررسی ماتریس احتمالات گذار نشان می دهد که اگر مشاهده ما از نرخ تورم در زمان t از رژیم (۱) یا (۲) پیروی کند، در دوره t+1 به ترتیب با احتمال ۹۱٪ و ۲۱٪ از رژیم (۱) پیروی خواهد نمود. در مقابل به ترتیب با احتمال ۹٪ و ۷۹٪ از رژیم (۲) پیروی خواهد نمود. لذا عملا وضعیت جاذب وجود ندارد. به تعبیر دیگر اگر در دوره‌ای با نوسان پایین (یا بالا) در نرخ تورم ماهانه روبرو باشیم، احتمال آن که نرخ تورم در دوره بعد از همان وضعیت دوره‌ی قبل تبعیت کند در سطح بالاتری قرار دارد. این موضوع نشان می‌دهد که اگر سیاست‌های اقتصادی به سمت ایجاد ثبات در اقتصاد پیش رود، احتمال آن که نرخ تورم تمایل به پایداری در وضعیت موجود داشته و نااطمینانی تورمی کاهش یابد در سطح بالایی قرار دارد.

شکل ۱. احتمالات انتقال در الگو MS (2)- AR (1) برای نرخ تورم (٦: ۱۳۹۱– ۱۰: ۱۳٦۹)




### ٤-۳. بررسی رابطه بین نرخ تورم و نااطمینانی تورمی

در این بخش با استفاده از الگوی چرخشی مارکوف، به بررسی رابطه بین نااطمینانی تورمی به عنوان متغیر وابسته و نرخ تورم ماهانه به عنوان متغیر مستقل خواهیم پرداخت. الگوی قابل برازش را می‌توان به کمک معادله (۱۸) نشان داد.

$$\pi^{p}{}_{t} = \mathrm{B}_0(s_t) + \mathrm{B}_1(s_t)\pi_{t-1} + \mathrm{B}_2\pi_{t-2} + \nu_t$$
$$\nu_t \sim NID(0, \sigma^2) \qquad (١٨)$$

که در آن $\pi^{p}{}_{t}$ شاخص نااطمینانی تورمی بر اساس الگوی GARCH، $\pi_t$ نرخ تورم، $s_t$=1,2 تعداد وضعیتها و $\nu_t$ جمله اخلال می‌باشند. نتایج حاصل از برآورد ضرایب معادله (١٨) در جدول (٢) آورده شده است.

جدول ٢. نتایج برآورد الگوی MS (2) برای نرخ تورم و نااطمینانی تورمی (٦: ١٣٩١– ١٠: ١٣٦٩)

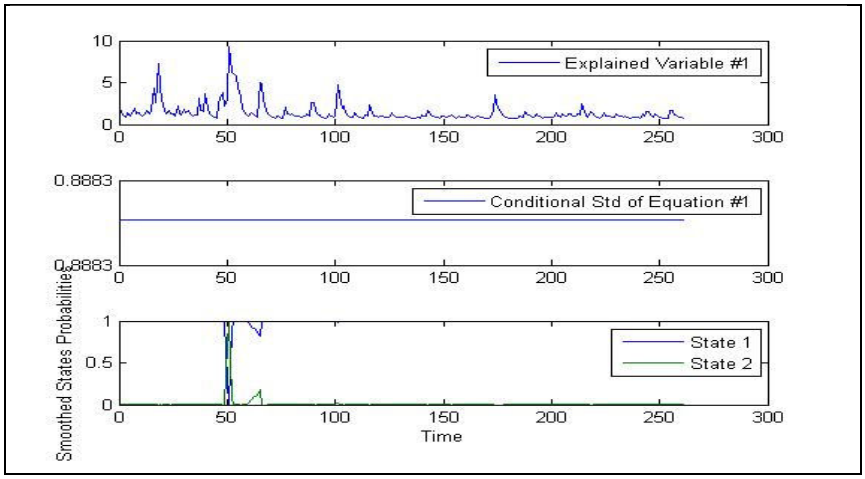
| پارامتر / رژیم | مقدار ضریب | P-Value | T-Test |
|---|---|---|---|
| **رژیم یک** | | | |
| عرض از مبدا | ٠/٦٣ | ٠ | ٥/٧٢ |
| ضریب نرخ تورم ماهانه با یک وقفه | ٠/١ | ٠/٠٣ | ٢ |
| ضریب نرخ تورم ماهانه با دو وقفه | ٠/٣٩ | ٠ | ٦/٥ |
| انحراف استاندارد الگو | ٠/٨٨ | ٠ | |
| **رژیم دو** | | | |
| عرض از مبدا | –٥/٤٣ | ٠ | –٤/٦ |
| ضریب نرخ تورم ماهانه با یک وقفه | ١/٨٤ | ٠ | ٨/٣٦ |
| ضریب نرخ تورم ماهانه با دو وقفه | ٠/٣٩ | ٠ | ٦/٥ |
| انحراف استاندارد الگو | ٠/٨٨ | ٠ | |

منبع: یافته‌های تحقیق

رژیم (١) و (٢) به ترتیب بیانگر میانگین بالا و پایین برای نااطمینانی تورم (٠/٦٣و٥/٤–) می‌باشند. مقادیر برآورد شده برای ضرایب الگو نشان می‌دهد که در هر دو رژیم نرخ تورم دارای اثر مثبت بر نااطمینانی تورمی بوده است. این در حالی است که در سطوح پایین‌تر نااطمینانی تورمی (رژیم ٢ با عرض از مبدا پایین تر) اثر نرخ تورم با یک وقفه زمانی بر نااطمینانی تورمی بیشتر از زمانی می‌باشد که نااطمینانی تورمی در سطح بالاتری (رژیم ١ با

عرض از مبدا بالاتر) قرار دارد. به عبارتی، یک واحد افزایش در نرخ تورم در دوره t به میزان ۰/۱ واحد تحت رژیم (۱) و به میزان ۱/۸٤ واحد تحت رژیم (۲) به افزایش در نااطمینانی تورمی منجر شده است. هم‌چنین نتایج بیانگر آن است که هر چند نرخ تورم در دوره مورد بررسی از دو رژیم مختلف با میانگین بالا و نوسان پایین در مقابل میانگین پایین و نوسان بالا پیروی نموده است، اما نااطمینانی تورمی در اکثر ماه‌ها در دوره مورد بررسی از الگوی میانگین بالا (رژیم یک) تبعیت نموده است. بدین ترتیب شاید بتوان نتیجه گرفت که نه تنها بالا بودن واریانس نرخ تورم بلکه بالا بودن میانگین آن نیز می تواند میانگین متغیر نااطمینانی تورمی را در سطح بالایی قرار دهد. شکل (۲) نحوه‌ی چرخش و احتمالات رژیم‌های مختلف برای الگوی ارایه شده در این بخش را نشان می‌دهد.

شکل ۲. احتمالات انتقال در الگو MS (2) برای نرخ تورم و نااطمینانی تورمی (٦: ۱۳۹۱-۱۰: ۱۳٦۹)




بررسی اجمالی این شکل نشان می‌دهد که در تمام دوره مورد بررسی به جز ماه‌های پایانی سال ۱۳۷۳ (مشاهده ٤۹ الی ۵۳) نااطمینانی تورمی از الگوی برازش شده تحت رژیم (۱) با میانگین بالا پیروی می‌کند. ترانهاده ماتریس احتمالات گذار به صورت زیر محاسبه شده است.

$$\begin{bmatrix} 0.95 & 0.01 \\ 0.05 & 0.99 \end{bmatrix}$$

ارقام این ماتریس بیانگر آن است که وضعیت دو تقریبا وضعیت جاذب[1] است زیرا اگر نااطمینانی تورمی در زمان t بر اساس رژیم (۲) برازش شود، احتمال آن که در زمان t+1 نیز بر اساس همان رژیم برازش شود معادل ۹۹ درصد می‌باشد.

### ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

ارتباط بین نرخ تورم مورد انتظار با بسیاری از تصمیمات اقتصادی مانند مصرف، پس‌انداز، سرمایه‌گذاری، تولید و ... باعث می‌شود که عدم اطمینان در مورد نرخ تورم نقش مهمی در تعیین رفتار اقتصادی و تخصیص منابع و عوامل تولید به همراه داشته باشد. لذا این تحقیق با هدف بررسی تاثیر تورم بر نااطمینانی تورم از یک الگوی رگرسیون چرخشی مارکوف با استفاده از اطلاعات ماهانه شاخص قیمت مصرف کننده در ایران برای دوره ۱۳۹۱:٦-۱۳٦۹:۱۰استفاده کرده است. هم‌چنین نااطمینانی تورمی بر اساس الگوهای واریانس ناهمسانی شرطی خود بازگشت کننده تعمیم یافته برآورد شده است. نتایج حاصل از تخمین ضرایب الگوی خود بازگشت کننده چرخشی مارکف، نشان می‌دهد که سری زمانی نرخ تورم در طول دوره‌ی مورد بررسی از دو رژیم مختلف با میانگین بالا و نوسان پایین در مقابل میانگین پایین و نوسان بالا تبعیت کرده است. این در حالی است که احتمال آن که مشاهدات برای سری زمانی نرخ تورم در اکثر مقاطع زمانی تحت رژیم (۱) (میانگین بالا و نوسان پایین) صورت گیرد، در سطح بالاتری نسبت به رژیم (۲) (میانگین پایین و نوسان بالا) قرار دارد. بررسی رابطه بین تورم و نااطمینانی تورمی با در نظر گرفتن دو رژیم و استفاده از الگوی رگرسیون چرخشی مارکوف در دوره‌ی مورد بررسی نشان می‌دهد که رژیم (۱) و (۲) به ترتیب بیانگر میانگین بالا و پایین برای نااطمینانی تورم (۰/٦۲و۵/٤-) می‌باشند. مقادیر برآورد شده برای ضرایب الگو نشان می‌دهد که در هر دو رژیم، نرخ تورم اثر مثبتی بر نااطمینانی تورمی داشته است، با این تفاوت که در سطوح پایین‌تر نااطمینانی تورمی اثر نرخ تورم با یک وقفه زمانی بر نااطمینانی تورمی بیشتر از زمانی بوده است که نااطمینانی تورمی در سطح بالاتری قرار داشته است. مقایسه نتایج ارایه شده در جداول (۱) و (۲) نشان می‌دهد که هر چند نرخ تورم در دوره‌ی مورد بررسی از دو رژیم مختلف با میانگین

1. Absorption States

بالا و نوسان پایین در مقابل میانگین پایین و نوسان بالا برخوردار بوده است، اما نااطمینانی تورمی در بیشتر ماه‌ها در دوره مورد بررسی از الگوی میانگین بالا (رژیم ۱) تبعیت کرده است. بنابر این نتایج حاصل از این تحقیق در عین تصدیق نتایج تحقیقات انجام شده توسط دیگران مبنی بر وجود رابطه مثبت بین نرخ تورم و نااطمینانی تورمی در اقتصاد ایران، نشان می‌دهد که نه تنها بالا بودن واریانس نرخ تورم بلکه بالا بودن میانگین آن نیز می‌تواند میانگین متغیر نااطمینانی تورمی را در سطح بالایی قرار دهد. هم‌چنین آثار نرخ تورم بر نااطمینانی تورمی در سطوح پایین‌تر نااطمینانی تورمی نسبت به سطوح بالاتر نااطمینانی تورمی بیش‌تر است.

از آنجا که یکی از مسایلی که اقتصاد ایران با آن درگیر است مساله تورم می‌باشد، وجود رابطه مثبت بین نرخ تورم با نااطمینانی تورمی و هزینه‌هایی که این رابطه از طریق آثار آن بر تصمیمات اقتصادی مانند مصرف، پس‌انداز، سرمایه‌گذاری، تولید و ... به همراه دارد، اهمیت سیاست‌های تثبیت اقتصادی در جهت کاهش تورم را بیان می‌دارد. هم‌چنین وجود این رابطه مثبت، لزوم اجتناب سیاست‌گذاران از سیاست‌هایی که منجر به تکانه‌های قیمتی می‌شود را بیش از پیش آشکار می‌کند.

## منابع


- بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران، آمار سری زمانی، سال‌های مختلف.
- ابراهیمی، محسن، سوری، علی (۱۳۸۵). رابطه بین تورم و نااطمینانی تورم در ایران. *مجله دانش و توسعه*، ۱۱(۱۸): ۱۲٦-۱۱۱.
- تشکینی، احمد (۱۳۸۵). آیا نااطمینانی تورمی با سطح تورم تغییر میکند؟. *مجله تحقیقات اقتصادی*، ۳۱(۷۳): ۲۱۰ - ۱۹۳.
- صفدری، مهدی، پورشهابی، فرشید (۱۳۸۸). اثر نااطمینانی تورم بر رشد اقتصادی ایران. *مجله دانش و توسعه*، ۱٦(۲۹): ۸۷-٦۵.
- صمدی، علی حسین، بهلولی، پریسا، سنگ سفیدی، نگار (۱۳۹۱). مروری بر الگوهای مارکوف سویچینگ و کاربرد آن در اقتصاد. اولین کنفرانس بین‌المللی اقتصادسنجی، سنندج.
- فرزین‌وش، اسداله، پورشهابی، موسی (۱۳۸۵). بررسی رابطه تورم و نااطمینانی تورمی در ایران با استفاده از الگوهای GARCH و حالت فضا. *مجله تحقیقات اقتصادی*، ٤٦(۳): ۵۵-۲۵.

- مهرآرا، محسن، مجاب، رامین (۱۳۸۸). ارتباط میان تورم، نااطمینانی تورم، تولید و نااطمینانی تولید در اقتصاد ایران. *فصلنامه پول و اقتصاد*، ۱(۲): ۳۰-۱.
- Ball, L., & Cecchetti, S.G. (1990). Inflation and uncertainty at short and long horizons. Brooking papers on *Economic Activity*, 21(1): 215-254.
- Castillo, P.,& Humala, A., & Tuesta, V. (2006). Monetary policy regime shifts and inflation uncertainty in Peru (1949-2006). Central Reserve Bank of Peru.
- Darrat, A.F., & Lopez, F.A. (1989). Has inflation uncertainty Hampered Economic Growth in Latin America? *International Economic Journal*, 3(2): 1-12.
- Engle, R. (1982). Autoregressive conditional Heteroscedasticity with estimates of variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4): 987-1008.
- Evans, M. (1991). Discovering the link between inflation Rates and inflation uncertainty. *Journal of Money, Credit and Banking*. 23(2): 169-184.
- Friedman, M. (1977). Nobel lecture: Inflation and unemployment. *Journal of Political Economy*. 85(3): 451-472.
- Golob, J. (1994). Does inflation uncertainty increase with inflation. Federal reserve bank, Kansas City. *Economic Review*. 16 (3): 27-38.
- Hamilton, J. (1994). Time series analysis. Princeton University Press.
- Kim, J., & Nelson R. (1999). State space model with regime switching: Classical and Gibbs-sampling approaches with applications. MIT Press.
- Kim, C.J. (1993). Unobserved-component time series models with Markov-Switching heteroscedasticity: Changes in regime and the link between inflation rates and inflation uncertainty. American statistical association, 11 (3): 341-349.
- Kontonikas, A. (2004). Inflation and inflation uncertainty in the United Kingdom, evidence from GARCH modeling. *Economic Modeling*, 21(3): 525-543.
- Perlin, M. (2010). MS_Regress – The MATLAB Package for Markov regime switching models. htpp://www.stat.ncu.edu.tw/teacher.
- Okun, A.M. (1971). The mirage of steady inflation. Brookings paper on Economic Activity, 2(4): 86-498.