

## بررسی جنبه‌های گوناگون مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح مقاوم شده در برش با پلیمرهای مسلح به الیاف (FRP) به روش نصب در نزدیکی سطح (NSM)

فرشید جندقی علایی<sup>۱</sup>، محمدکاظم شربتدار<sup>۲</sup>، میثم جلالی<sup>۳\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: خرداد ۱۳۸۸ پذیرش مقاله: آذر ۱۳۸۸	<p>اخیراً روش جدیدی به منظور تقویت سازه‌های بتن مسلح به کمک مصالح FRP به نام "نصب FRP در نزدیکی سطح" یا "NSM-FRP"، مطرح شده است. تحقیقات انجام شده در بکارگیری این روش، اغلب آزمایشگاهی بوده و مطالعات عددی انجام شده در این زمینه بسیار محدود بوده است. تحقیق حاضر در ابتدا به ارائه روش مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با روش NSM-FRP، با توجه به روش‌های متعارف مدل‌سازی و ارائه پیشنهاداتی در آن‌ها، می‌پردازد. در روش‌های متعارف مدل‌سازی، رفتار چسبندگی بین بتن و مصالح تسلیح (FRP و فولاد) و همچنین رفتار ترک خوردگی بتن، با فرضیات ساده شده‌ای مدل می‌شوند. با وجود فراگیر بودن این فرضیات، کاستیهای آن‌ها در زمینه مدل‌سازی رفتار برشی تیرهای بتن مسلح کمتر مورد تفحص قرار گرفته است. در نتیجه در این مقاله نقاط قوت و ضعف آن‌ها مورد موشکافی و تحلیل نقادانه قرار می‌گیرد. برای نیل به این هدف، مدل‌سازی عددی بر روی دو گروه از نمونه‌های واقعی انجام شده است. نمونه‌های گروه اول توسط سایر محققین و نمونه‌های گروه دوم بواسطه همکاری تعدادی از نویسندگان مقاله حاضر ساخته و آزمایش شده‌اند. نتایج حاصل از مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده و دلایل همخوانی یا عدم همخوانی نتایج بطور مفصل ارائه می‌شود. نتایج تحقیق نشان می‌دهد روش پیشنهادی تخمین مناسبی از میزان حداکثر باربری سازه در حالت‌های مختلف بدست می‌دهند. اما الگوی ترک خوردگی و توزیع کرنش‌ها گاه‌آگاهاً اختلاف محسوس با نتایج واقعی نشان داده‌اند بطوریکه نسبت کرنش بیشینه حاصل از مدل‌های عددی به مدل‌های آزمایشگاهی در میله‌های FRP بین ۰/۶۶ تا ۰/۸۹ و در خاموت‌های فلزی بین ۰/۲۵ تا ۰/۶۰ بدست آمده است.</p>
واژگان کلیدی: مدل‌سازی عددی تیر بتن مسلح NSM-FRP مقاوم‌سازی برشی تحلیل غیرخطی	

### ۱- مقدمه

یکی از مهمترین کاربردهای پلیمرهای مسلح به الیاف (FRP)، مقاوم‌سازی برشی تیرهای بتن مسلح (RC)

می‌باشد. روش متداول تر برای این منظور، چسباندن FRP بر روی سطح بتن (EB-FRP) می‌باشد که در آن لایه‌های FRP بر روی سطح جان تیرهای بتن مسلح نصب می‌شوند [۱]. در روشی که اخیراً ارائه شده است [۲]، اتصال نوارها یا آرماتورهای FRP در نزدیکی سطوح اعضاء بتنی (NSM-FRP) انجام می‌شود.

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mei\_jalali@yahoo.com

۱. استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود  
۲. استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه سمنان  
۳. دانشجوی دکتری عمران، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود

مدل کردند. آن‌ها مدل لغزش-چسبندگی لو و همکاران [۱۲] را برای مدل‌سازی رفتار چسبندگی FRP و بتن بکار گرفتند. اگرچه این مدل موفق به پیش‌بینی رفتار جداسازی FRP و بتن شد اما سختی و میزان باربری حداکثر تیر را به میزان قابل ملاحظه‌ای کمتر از مقادیر واقعی ارائه کرد. توزیع کرنش بسیار یکنواخت‌تر از نتایج واقعی بدست آمد. همچنین الگوی ترک‌خوردگی تطابق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی نداشت. آتوم و همکاران [۱۳] از برنامه RECAP برای مدل‌سازی عددی استفاده کردند. در مدل آن‌ها رفتار لغزش-چسبندگی با استفاده از المان رابط چهارگره‌ای مدل شد و مشخصات المان رابط بر اساس مدل لغزش-چسبندگی پوپوف انتخاب شده بود که بیشترین مقدار تنش چسبندگی آن از مدل لو و همکاران [۱۲] بدست می‌آمد. آرماتورهای فولادی با فرض اتصال کامل با بتن شدند. این مدل منحنی نیرو-تغییرمکان کلی را به‌خوبی تخمین زد اما در پیش‌بینی الگوی ترک‌خوردگی چندان موفق نبود. گودات و همکاران [۱۴] رفتار کششی بتن را در نرم‌افزار DIANA بصورت نزولی خطی مدل کردند. آن‌ها ضریب انتقال برش را  $0/5$  در نظر گرفتند. رفتار لغزش-چسبندگی بین FRP و بتن با استفاده از مدل دو خطی ساده شده، که انرژی شکست آن با رابطه ارائه شده توسط لو و همکاران یکسان بود، مدل شد. آرماتورهای فولادی با فرض اتصال کامل با بتن مدل شدند. مدل آن‌ها منحنی نیرو-تغییرمکان کلی را به‌خوبی پیش‌بینی کرد. در ارائه نتایج توزیع کرنش، صرفاً به نتایج مدل عددی اکتفا شد و نتایج مدل عددی با یافته‌های آزمایشگاهی مقایسه نشد. محققین دیگری مانند مراجع [۱۵، ۱۶ و ۱۷]، رفتار لغزشی بین بتن و مصالح تسلیح بتن (FRP و فولاد) را در نظر نگرفته و از روش‌های ساده و معمول مدل‌سازی استفاده کرده‌اند. این افراد عموماً در اعتبارسنجی مدل‌های عددی خود با نتایج آزمایشگاهی، صرفاً به منحنی‌های نیرو-تغییر مکان کلی تیر اکتفا کرده و مقایسه و اعتبارسنجی را برای سایر پارامترها انجام نداده‌اند. اخیراً چن و همکاران [۸] با

در این روش نوار یا آرماتور FRP در شیارهایی که در بتن پوشش (Cover) ایجاد می‌شوند قرار گرفته و با رزین اپوکسی به سطح بتن متصل می‌شوند. به این ترتیب هر نوار یا آرماتور FRP از سه جهت به عضو بتنی متصل می‌شود. با افزایش سطح تماس، رفتار چسبندگی مصالح FRP به عضو بتنی مقاوم شده، نسبت به حالت EB-FRP بهبود می‌یابد [۳] و از جداسازی زود هنگام FRP، که استفاده از ظرفیت FRP را شدیداً محدود می‌کند، تا حدودی احتراز می‌شود [۱]. تحقیقات متنوعی در زمینه کاربرد FRP برای مقاوم‌سازی برشی تیرهای بتن مسلح انجام شده است [۴ و ۵] که اغلب آن‌ها آزمایشگاهی بوده و تحقیقات عددی انجام شده در این زمینه عمدتاً معطوف به روش تقویت نصب بر روی سطح (EB-FRP) می‌باشند که مجموعه کاملی از مرور این تحقیقات در مرجع [۶] آمده است. تحقیقات اخیر نشان می‌دهند در نظر گرفتن رفتار چسبندگی بین بتن و مصالح FRP [۷ و ۸] و همچنین رفتار چسبندگی بین آرماتورها و بتن [۸] در صحت پاسخهای مدل عددی، نقش مهمی را ایفا می‌کنند. تمرکز اصلی مقاله حاضر در مورد نحوه مدل‌سازی و بررسی اثر این موارد در مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با روش NSM-FRP می‌باشد. در ادامه خلاصه‌ای از تحقیقات انجام شده در زمینه مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با مصالح FRP در تقابل با این عوامل، ارائه می‌شود تا اهمیت و لزوم انجام تحقیق حاضر روشن‌تر شود.

وانگ و وکچو [۹] از مدل لغزش-چسبندگی (Bond-Slip) ابتدایی برای بررسی مدهای گسیختگی FRP استفاده کردند. اساس کار آن‌ها بر مبنای تئوری میدان فشاری اصلاح شده<sup>۱</sup> (MCFT) [۱۰] قرار داشت. استفاده از مدل لغزش-چسبندگی نه چندان مناسب باعث شد تا موفقیت چندان مناسبی را بدست نیاورند. پس از آن، کو و همکارانش [۱۱] نیز با روش MCFT در نرم افزار MARC، رفتار چسبندگی FRP را با فنرهای غیرخطی

<sup>1</sup> Modified Compression Field Theory

اطلاعات مدونی وجود ندارد و نیاز تحقیقاتی بیشتری در این زمینه احساس می‌شود. در این تحقیق سعی می‌شود تا با نگاه نقادانه به این موضوع، نقاط قوت و ضعف این روش‌ها مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار گیرند.

در این راستا تحقیق پیش رو در ابتدا روش مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با روش تقویت NSM-FRP را با توجه به روش‌های متعارف مدل‌سازی عددی، و ارائه پیشنهاداتی در آن‌ها، ارائه می‌کند. سپس به منظور تجزیه و تحلیل نقاط قوت و ضعف روش ارائه شده، کلیه نتایج تحلیل عددی در قیاس با نتایج مدل‌های واقعی حاصل از تست آزمایشگاهی، مورد بررسی قرار می‌گیرند و میزان انطباق نتایج عددی و آزمایشگاهی با ذکر دلایل آن ارائه می‌شود. در مدل‌سازی چسبندگی کامل بین مصالح تسلیح و بتن در نظر گرفته می‌شود. بعلاوه از مدل‌های سخت شدگی کششی (Tension Stiffening) موجود در بسته‌های نرم افزاری اجزا محدود، استفاده می‌شود.

مدل‌سازی و تحلیل در نرم افزار ANSYS انجام شده است و شامل تیرهای بتن مسلح با مقطع مستطیل شکل می‌شود. مقادیر باربری حداکثر، پاسخ نیرو تغییر مکان کلی تیر، توزیع تنش در مصالح FRP و خاموت‌های فولادی و همچنین الگوی ترک خوردگی حاصل از نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌شود و در نهایت مزایا و معایب استفاده از روش‌های متعارف در مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با روش تقویت NSM-FRP مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

مجموعه حاضر در زمره نخستین پژوهش‌ها در زمینه مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با روش تقویت NSM-FRP قرار گرفته و نتایج آن کمک شایانی به استفاده آگاهانه از روش‌های متعارف مدل‌سازی عددی سازه‌های بتن مسلح مقاوم‌سازی شده و همچنین ارائه روش‌های جدید مدل‌سازی عددی در این زمینه خواهد کرد.

استفاده از نرم‌افزار ABAQUS رفتار چسبندگی FRP و آرماتورها را با استفاده از المان رابط COH2D4 مدل کرده‌اند. آن‌ها با انجام اصلاحاتی بر روی مدل لغزش-چسبندگی لو و همکاران از آن برای مدل‌سازی رفتار لغزش چسبندگی FRP استفاده کرده‌اند. همچنین مدل لغزش-چسبندگی CEB-FIP را برای مدل‌سازی رفتار چسبندگی آرماتورها بکار گرفته‌اند. بعلاوه یک مدل اجزای محدود پیشرفته برای مدل‌سازی رفتار ترک خوردگی بتن، در روش این محققین دیده می‌شود. آن‌ها همچنین برای غلبه بر مشکلات ناشی از همگرایی حل از یک روش حل دینامیک ابداعی استفاده کرده‌اند. مدل ارائه شده، پاسخ نیرو تغییر مکان کلی تیر، الگوی ترک خوردگی و مقدار کرنش حداکثر در FRP را با تقریب خوبی نسبت به نتایج واقعی به دست داده است. توزیع کرنش در FRP و آرماتورها با نتایج آزمایشگاهی مقایسه نشده است. روش‌ها و فرضیات روش این محققین بسیار پیچیده بوده و با این حال رفتار لغزشی آرماتورها را پیچیده و مبهم خوانده و نیاز تحقیقاتی بیشتری را برای آن عنوان کرده‌اند.

تاریخچه تحقیقات معدود در این زمینه نشان می‌دهد که تعدادی از پژوهشگران در مدل‌سازی رفتار چسبندگی و همچنین رفتار ترک خوردگی بتن، تا حدودی ناموفق بوده و در مواردی که نتایج تا حدی رضایت بخش بوده است، روش‌های مدل‌سازی و تحلیل همراه با پیچیدگی‌های فراوان و ابهامات حل نشده‌ای گزارش شده‌اند. این پیچیدگی‌ها و ابهامات ضمن آنکه حاکی از فاصله زیاد این روش‌ها تا نقطه فراگیر شدن هستند، باعث شده‌اند تا در روش‌های متعارف مدل‌سازی عددی، رفتار چسبندگی مصالح تسلیح و همچنین رفتار ترک خوردگی بتن با فرضیات ساده شده‌ای مدل شوند. با وجود فراگیر بودن روش‌های متعارف در مدل‌سازی، نگاه اغلب محققین به این روش‌ها، نگاه ابزاری بوده و نقاط ضعف آن‌ها در مدل‌سازی رفتار برشی تیرهای بتن مسلح تقویت شده با FRP، هنوز بطور کامل مشخص و روشن نمی‌باشد. بعلاوه در مورد نحوه اثر آن‌ها در روش تقویت NSM-FRP نیز

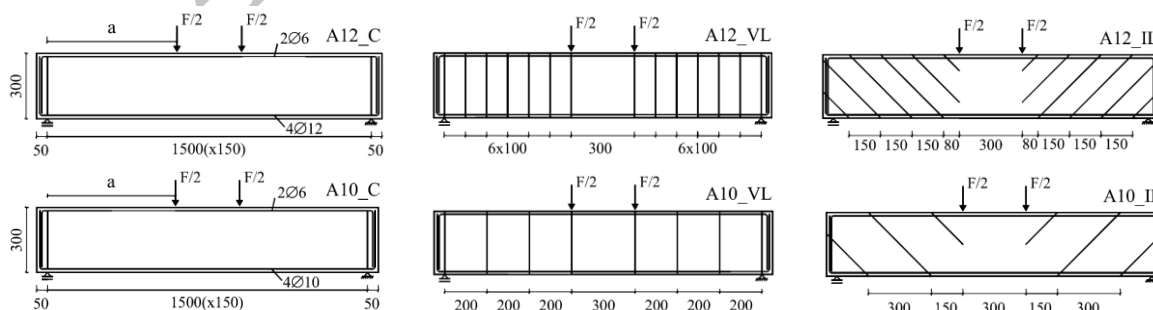
## ۲- نمونه‌های آزمایشگاهی

تیغه‌های الماس، شیاری‌هایی در وجوه تیرها ایجاد شد و پس از آن میله‌های FRP به کمک چسب اپوکسی مخصوص درون شیاریها چسبانده شدند. تیرهای گروه اول تحت بارگذاری چهارنقطه‌ای و تیرهای گروه دوم تحت بارگذاری سه نقطه‌ای مورد آزمایش قرار گرفتند (شکل ۱ و ۲). از آنجایی که اصول انجام آزمایش‌های هر دو گروه یکسان بوده است، در ادامه تنها مختصری از نحوه انجام آزمایش‌های گروه دوم ارائه می‌شود. شکل ۳- الف یک نمونه از تیرهای گروه دوم را قبل از انجام آزمایش نشان می‌دهد. برای اندازه‌گیری تغییرمکان‌های وسط تیر از تغییرمکان سنج در این ناحیه استفاده شد. با بکارگیری بارسنج در بالای جک بارگذاری، امکان تعیین میزان بار وارده فراهم شد. ادوات اندازه‌گیری کرنش که از قبل بر روی آرماتورها و میله‌های FRP نصب شده بودند امکان اندازه‌گیری مقادیر کرنش در طول آزمایش را ایجاد کردند (محل نصب آن‌ها در ادامه مقاله آمده است). در نهایت برای ثبت اطلاعات آزمایش‌ها، از دستگاه مرجع ثبت اطلاعات (Data Logger) استفاده شد. لازم به توضیح است که بارگذاری تا مرحله گسیختگی تیرها، مطابق شکل ۳- ب، اعمال شده است.

به منظور بررسی نتایج مدل‌سازی‌های عددی و قیاس آن‌ها با نتایج واقعی لازم بود تا مدل‌سازی بر روی نمونه‌های آزمایشگاهی که نتایج آن‌ها منتشر شده، انجام شود. برای نیل به این هدف دو گروه از نمونه‌ها در نظر گرفته شد. در گروه اول از تست‌هایی که در دانشگاه مینهو در کشور پرتغال توسط باروس و دیاس انجام شده است، استفاده شد [۱۹]. ابعاد مقطع این تیرها  $150 \times 300$  میلیمتر و تیرها به طول ۱۶۰۰ میلیمتر هستند. شکل ۱ و جدول ۱ مشخصات نمونه‌های گروه اول را ارائه می‌کنند. در گروه دوم، سه عدد تیر مستطیلی به طول ۱۳۰۰ میلیمتر و به ابعاد مقطع  $170 \times 220$  میلیمتر در آزمایشگاه سازه دانشگاه سمنان طراحی و ساخته شد و در نهایت مورد آزمایش قرار گرفت. مشخصات ابعادی و جزئیات تقویت تیرهای گروه دوم در شکل ۲ و جدول ۱ نشان داده شده‌اند. تیرهای گروه اول فاقد خاموت فلزی بوده و خاموت‌های گروه دوم بصورت خط چین در شکل ۲ نمایش داده شده‌اند.

### ۲-۱- خلاصه‌ای از نحوه انجام آزمایش‌ها

هر دو گروه از تیرها به روش NSM مقاوم‌سازی برشی شده‌اند. پس از ساخت تیرها، به کمک دستگاه فرز با



شکل ۱- نمونه‌های در نظر گرفته شده برای مدل‌سازی عددی - گروه اول [۱۹]



$$E_c = \frac{f}{\varepsilon} \quad (2)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2f'_c}{E_c} \quad (3)$$

در این روابط  $f'_c$  مقاومت فشاری استوان‌های بتن،  $f$ ،  $\varepsilon_0$  و  $E_c$  به ترتیب تنش در کرنش مفروض  $\varepsilon$ ، کرنش متناظر با مقاومت فشاری نهایی بتن و مدول الاستیسیته بتن هستند. همانطور که در شکل ۴-ب نشان داده شده است رفتار تنش-کرنش بتن تا ۳۰ درصد مقاومت فشاری استوان‌های آن،  $f'_c$ ، بصورت الاستیک خطی و پس از آن بصورت غیرخطی مدل می‌شود. رفتار آرماتورهای فولادی بصورت الاستو-پلاستیک دوخطی، مطابق شکل ۵، در نظر گرفته شده است. شیب سخت شدگی کرنش بصورت یکنواخت و به میزان (۰/۰۰۵) برابر شیب منحنی در قسمت الاستیک در نظر گرفته شد [۱۴]. برای FRP نیز رفتار الاستیک خطی لحاظ شد. مشخصات مصالح در جدول ۲ آمده است. مشخصات مصالح در گروه اول با استناد به اعداد مندرج در مرجع [۱۹] و در گروه دوم با انجام تست کشش مستقیم برای آرماتورها و FRP و همچنین انجام تست مقاومت فشاری برای بتن بدست آمده است. در هر دو گروه، مدول الاستیسیته و مدول گسیختگی بتن بر مبنای روابط ارائه شده در مرجع [۲۴] محاسبه شده‌اند. در روش مدل‌سازی ارائه شده در این مجموعه، تأثیر تغییرات مشخصات مصالح FRP، قابل بررسی است.

#### ۴-۳ روش مدل‌سازی

از آنجایی که در کلیه مدل‌ها شرایط هندسی، بارگذاری و همچنین شرایط تکیه‌گاهی نسبت به دو صفحه ۱ و ۲ شکل ۶ متقارن بودند، از این مزیت در مدل‌سازی آن‌ها استفاده شد و تنها یک چهارم از سازه تیرها مانند شکل ۷ مدل شدند. با توجه به انجام تحلیل غیر خطی، این موضوع زمان تحلیل را به میزان محسوسی کاهش داد. در نتیجه مطابق شکل ۶، صفحه ۱ در جهت  $y$  و صفحه ۲ در

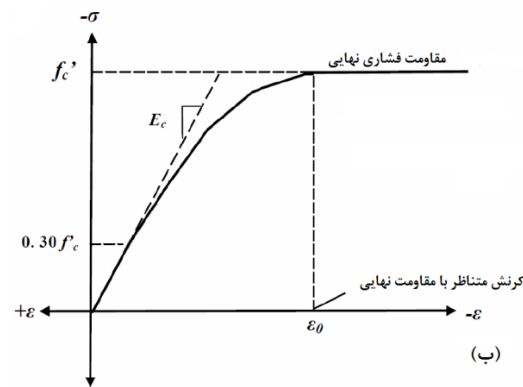
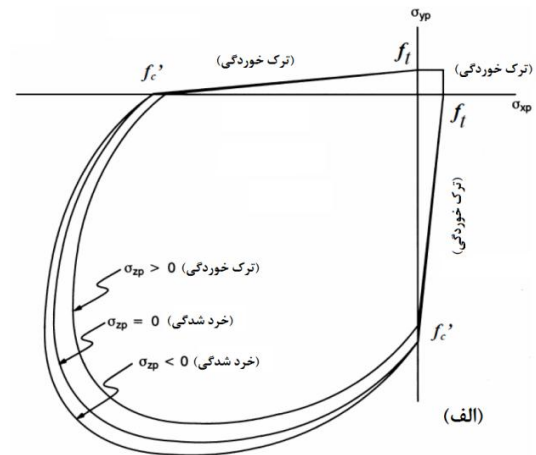
گروه سه درجه آزادی انتقالی در جهات  $x$ ،  $y$  و  $z$  دارد. این المان برای مدل‌سازی سه بعدی با یا بدون تسلیح بکار می‌رود و توانایی ترک خوردن در کشش و خرد شدن (Crushing) در فشار را دارد. از این المان برای مدل‌سازی بتن استفاده شده است. المان LINK8 المانی یک بعدی با قابلیت تحمل فشار یا کشش می‌باشد و در هر گروه سه درجه آزادی انتقالی در جهات  $x$ ،  $y$  و  $z$  دارد. از این المان برای مدل‌سازی آرماتورهای فولادی طولی و عرضی استفاده شده است. از آنجایی که نوارها و میله‌های FRP اعضای صرفاً کششی هستند و توانایی تحمل فشار را ندارند، در مدل‌سازی آن‌ها از المان LINK10 که توانایی ارائه رفتار صرفاً کششی را دارد، استفاده شد. این المان مشابه المان LINK8 است، با این تفاوت که رفتار صرفاً کششی را مدل‌سازی می‌کند. چنانچه المان LINK10 در معرض نیروی فشاری قرار گیرد، سختی آن صفر خواهد شد. در مدل‌سازی صفحات بارگذاری از المان SOLID45 استفاده شد. این المان هشت گره‌ای بوده و در هر گروه سه درجه آزادی انتقالی در جهات  $x$ ،  $y$  و  $z$  دارد [۲۰].

#### ۳-۳ مشخصات و نحوه مدل‌سازی مصالح

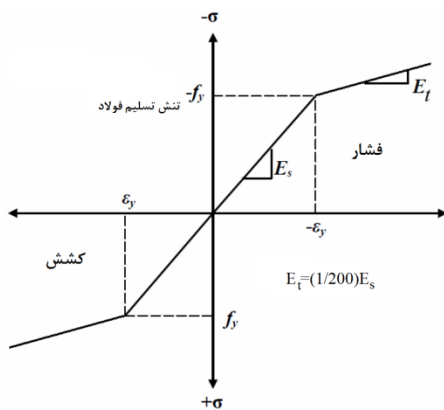
در مدل‌سازی بتن، سطوح گسیختگی تئوری پیشنهاد شده توسط ویلیام وارنک [۲۱] به عنوان معیار گسیختگی پذیرفته شده‌اند. مطابق شکل ۴-الف، در این مدل  $\sigma_{sp}$  و  $\sigma_{yp}$  تنش‌های اصلی در جهات  $x$  و  $y$  هستند و مد گسیختگی تابعی از علامت تنش‌های اصلی در جهت  $z$ ،  $\sigma_{zp}$ ، می‌باشد. رفتار تک محوره تنش-کرنش بتن در فشار بر مبنای روابط تئوری ارائه شده توسط دسای و کریشنان [۲۲] و همچنین گیر و تیموشنکو [۲۳]، که در ادامه آمده است؛ در نظر گرفته شده است:

$$f = \frac{E_c \cdot \varepsilon}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2} \quad (1)$$

و المان بندی انجام شده فراهم کننده همگرایی بهتری بوده است. در گروه دوم مطابق شکل ۷-ب، بارگذاری تیر بصورت سه نقطه‌ای انجام شد و ابعاد شبکه المان‌ها در کلیه نقاط یکسان در نظر گرفته شد (شکل ۶ مربوط به باگذاری گروه دوم است که از نوع سه نقطه‌ای است). لغزش بین آرماتورها و بتن و همچنین بین FRP و بتن در مدل‌سازی در نظر گرفته نشد و شبکه المان‌ها به گونه‌ای تنظیم شد تا کلیه گره‌های آرماتورها و FRP بر گره‌های المان‌های بتن منطبق شده و به یکدیگر متصل شوند. قبل از نصب FRP بتن دارای کرنش اولیه نبوده است و لذا تمهید خاصی از این حیث در مدل‌سازی لحاظ نشده است. در مدل‌سازی صفحات بارگذاری، مصالح آن‌ها از نوع الاستیک خطی با مدول الاستیسیته زیاد در نظر گرفته شد تا صلبیت آن‌ها حفظ شود. بارگذاری بصورت کنترل تغییر مکان انجام شد و از قابلیت تقسیم خودکار گام‌های حل در نرم‌افزار استفاده شد.



شکل ۴- مدل رفتاری بتن، (الف): معیار شکست؛ (ب): منحنی تنش-کرنش تک محوره بتن



شکل ۵- مدل رفتاری در نظر گرفته شده برای فولاد

جهت X برای کلیه گره‌های المان‌های واقع در صفحه ۱ مقید شد. همچنین مولفه تغییر مکان در جهت X برای کلیه گره‌های المان‌های واقع در صفحه ۲ بصورت مقید در نظر گرفته شد. در گروه اول که بارگذاری بصورت چهار نقطه‌ای انجام شده است، در قسمت میانی تیر، حداقل دو نقطه بارگذاری، ابعاد شبکه المان‌ها مطابق شکل ۷-الف در جهت طولی تیر کاهش داده شد. این ناحیه تحت اثر خمش خالص بوده و متحمل ترک‌های خمشی می‌شود

جدول ۲- مشخصات مصالح

تنش تسلیم آرماتور (مگاپاسکال)				بتن			FRP			گروه‌های در نظر گرفته شده برای مدل‌سازی عددی
				مقاومت فشاری	مدول الاستیسیته	مدول گسیختگی	مدول الاستیسیته	کرنش نهایی (درصد)	سطح مقطع (میلیمتر مربع)	
Φ ۶	Φ ۱۰	Φ ۱۲	Φ ۱۸	استوان‌های در زمان تست (مگاپاسکال)	(مگاپاسکال)	(مگاپاسکال)	(مگاپاسکال)	(درصد)	(مربع)	گروه اول [۱۹]
۶۲۲	۴۶۴	۵۷۴	-	۴۹/۲	۳۲۹۶۷	۴/۳	۱۶۶۰۰۰	۱/۳	۱۴	گروه دوم
۱۹۰	۳۳۵	-	۴۸۰	۲۲	۲۲۰۴۵	۲/۹	۲۲۵۰۰۰	۱/۵	۷/۸	

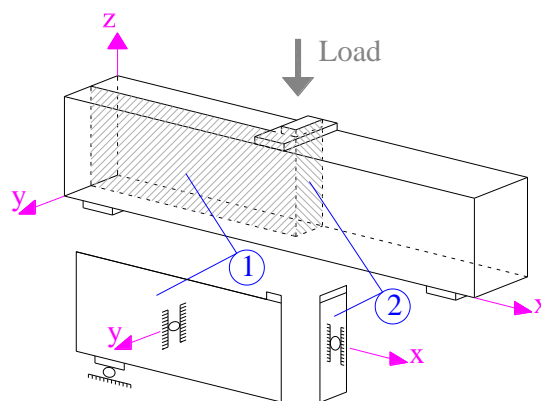
#### ۴- نتایج مدل عددی و بحث روی آن‌ها

##### ۱-۴ پاسخ نیرو - تغییر مکان

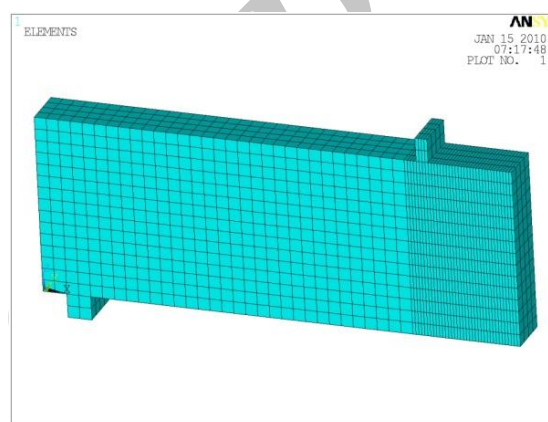
منحنی نیرو- تغییر مکان تیرهای گروه اول در شکل ۸ نشان داده شده است. از دیدگاه تطابق شکل کلی نمودار، مدل عددی نتایج قابل قبولی را ارائه کرده است. با وجود آنکه مقادیر باربری حداکثر تیرها در مدل عددی تخمین مناسبی از نتایج واقعی ارائه کرده‌اند اما در پیش‌بینی جابجایی حداکثر، نتایج چندان رضایت بخش نیست.

به منظور داشتن درک بهتر از پاسخ نیرو-تغییر مکان مدل‌های عددی تیرهای گروه اول، میزان باربری حداکثر و همچنین سختی قسمتهای مختلف منحنی نیرو-تغییر مکان در قیاس با نتایج واقعی، در

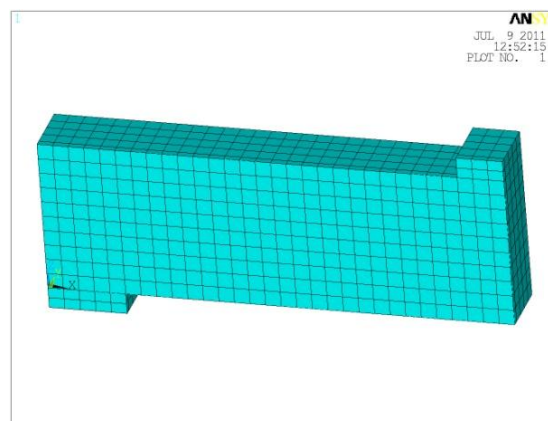
جدول ۳ ارائه شده است. در این راستا، منحنی نیرو-تغییر مکان مطابق شکل ۹ به سه ناحیه تقسیم شده است. یکی از دلایل بروز اختلاف در مقادیر سختی، مربوط به ضریب انتقال برش (Shear transfer coefficient) می‌باشد. به منظور ارزیابی چگونگی تاثیر این ضریب، منحنی‌های نیرو-تغییر مکان برای یک مورد خاص و به ازای مقادیر مختلف ضریب انتقال برش، در شکل ۱۰ مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود با کاهش مقدار این ضریب، سختی منحنی نیرو-تغییر شکل کاهش یافته است. کاهش مقدار ضریب انتقال برش مترادف با افزایش احتمال ایجاد عدم همگرایی در حل بوده و روند حل را با مشکلات زیادی روبرو می‌کند. به همین دلیل میزان جابجایی حداکثر، همزمان با کاهش این ضریب، کاهش یافته است. در مدل‌های گروه اول با توجه به بروز مشکلات همگرایی متعدد در روند حل، ضریب انتقال برش ۰/۳ منظور شد.



شکل ۶- مدل‌سازی یک چهارم از سازه تیرها؛ قسمت مدل‌سازی شده، هاشور خورده است.



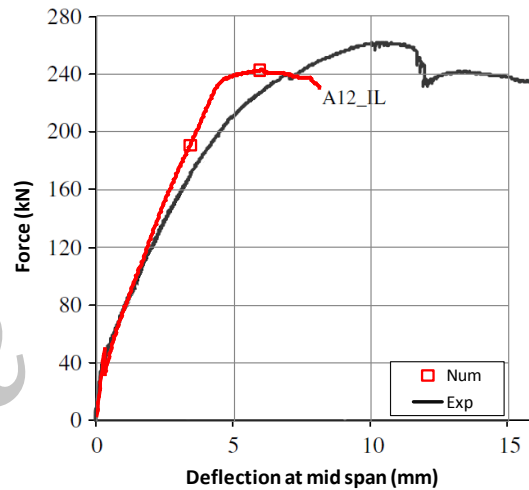
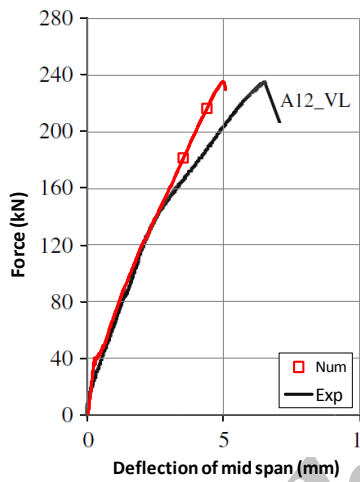
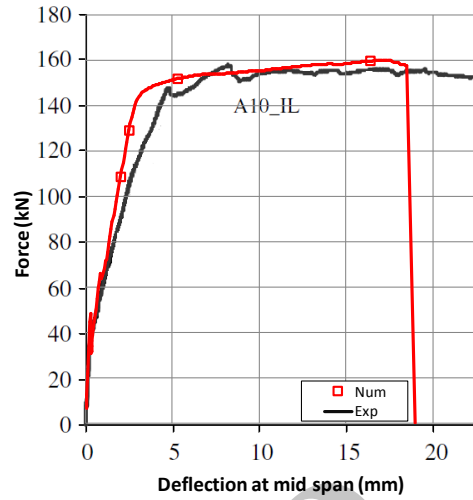
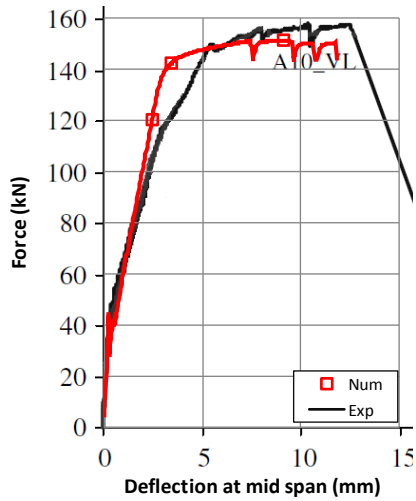
(الف)



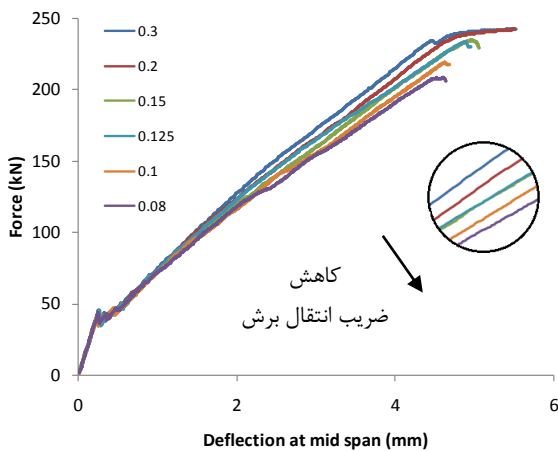
(ب)

شکل ۷- شبکه المان‌ها، (الف): گروه اول؛ (ب): گروه دوم

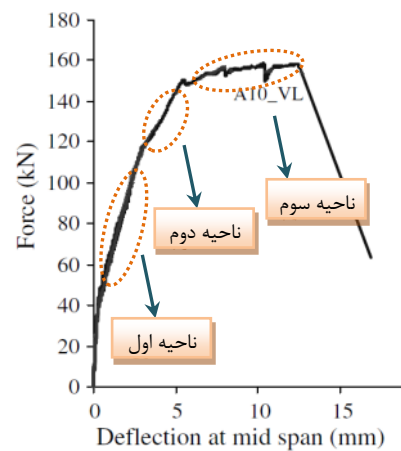




شکل ۸- منحنی نیرو-تغییر مکان تیرهای گروه اول - نتایج مدل‌های عددی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی



شکل ۱۰- اثر کاهش ضریب انتقال برش بر روی سختی منحنی نیرو-تغییر مکان (منحنیها به ترتیب از ۰/۰۸ در پایین‌ترین قسمت تا ۰/۳ در بالاترین قسمت می‌باشند)



شکل ۹- دسته بندی نواحی سه‌گانه منحنی نیرو-تغییر مکان

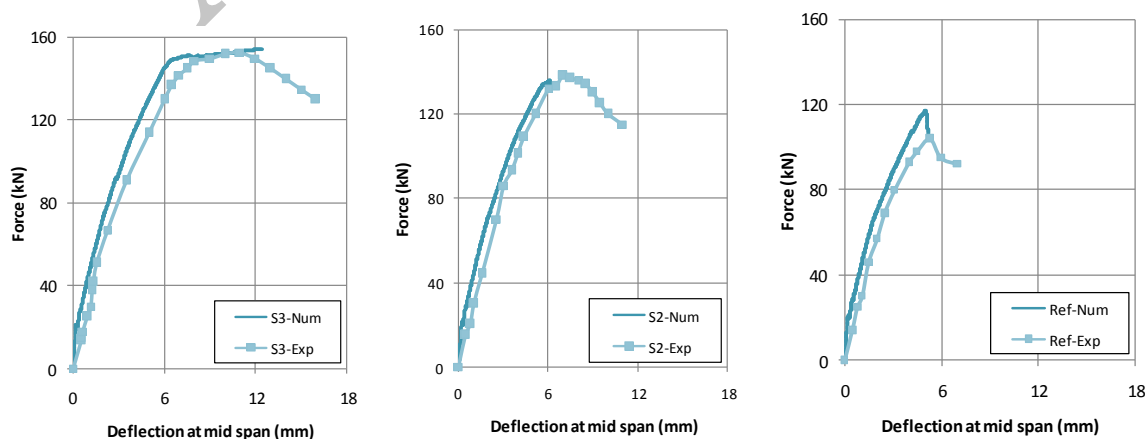
سختی واقعی ارائه کرده است. این نسبت‌ها در مدل‌های گروه دوم به ترتیب ۱/۲۱، ۱/۱۵ و ۱/۰۹ بدست آمده است. بهبود مقادیر نسبت سختی میانگین در گروه دوم نسبت به گروه اول، ناشی از کاهش ضریب انتقال برش از ۰/۳ در مدل‌های گروه اول به ۰/۰۸ در مدل‌های گروه دوم بوده است. نسبت باربری حداکثر مدل‌های عددی به نتایج مدل‌های واقعی بطور میانگین در گروه اول ۰/۹۷۴ و در گروه دوم ۱/۰۴۳ برابر مقادیر واقعی بدست آمده است که بیانگر تخمین قابل قبولی می‌باشند. در نتایج آزمایشگاهی تیرهای گروه اول و دوم، جداسازی زود هنگام FRP، به عنوان مد گسیختگی نهایی سازه گزارش نشده است و این مسئله باعث شده است تا عدم مدل‌سازی رفتار چسبندگی FRP، تأثیر محسوسی در نتایج باربری حداکثر تیر نداشته باشد. لازم به توضیح است مد گسیختگی جداسازی زود هنگام FRP، عمدتاً در روش مقاوم‌سازی EB-FRP گزارش شده است و در روش NSM-FRP کمتر مشاهده شده است [۵].

در نمونه‌های A12 قسمت سوم بطور واضح وجود ندارد و لذا برای قسمت سوم آن‌ها در جدول ۳، مقایسه‌ای انجام نشده است. در مدل‌های گروه دوم ضریب انتقال برش ۰/۰۸ در نظر گرفته شد و برای احتراز از وقوع ناپایداری زود هنگام در حل، تعداد گام‌های حل در مراحل پایانی تحلیل مدل‌ها افزایش داده شد. این کار با استفاده از قابلیت شروع مجدد (Restart) در نرم افزار انجام شد که مدت زمان تحلیل را به شدت افزایش داد. شکل ۱۱ منحنی‌های نیرو- تغییر مکان مدل‌های گروه دوم را نشان می‌دهد.

مقایسه مقادیر نسبت سختی منحنی نیرو-تغییر مکان در گروه اول و دوم (جدول ۳ و جدول ۴) نشان می‌دهد که کاهش ضریب انتقال برش در گروه دوم، نسبت به گروه اول، منجر به نتایج بهتری در سختی منحنی نیرو تغییر مکان شده است. مدل عددی در گروه اول سختی منحنی نیرو- تغییر مکان در قسمت‌های اول، دوم و سوم را بطور متوسط به ترتیب ۱/۳۶، ۱/۷۹ و ۰/۷۶ برابر

جدول ۳- مقایسه نتایج مدل‌های عددی گروه اول با نتایج آزمایشگاهی (واقعی)

نام نمونه	نسبت سختی منحنی نیرو-تغییر مکان (حاصل تقسیم نتایج مدل عددی بر نتایج آزمایشگاهی)			میزان باربری حداکثر	
	ناحیه اول	ناحیه دوم	ناحیه سوم	مدل آزمایشگاهی (کیلو نیوتن)	نسبت باربری (مدل عددی تقسیم بر آزمایشگاهی)
A10-VL	۱/۵۸	۲/۲۱	۰/۶۲	۱۵۸	۰/۹۶۰
A10-IL	۱/۵۳	۱/۸۶	۰/۹۱	۱۵۸	۱/۰۱۱
A12-VL	۱/۰۵	۱/۴۲	-	۲۳۵	۱/۰۰۰
A12-IL	۱/۳۰	۱/۶۸	-	۲۶۲	۰/۹۲۵



شکل ۱۱- منحنی نیرو-تغییر مکان تیرهای گروه دوم- نتایج مدل‌های عددی در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی

جدول ۴- مقایسه نتایج مدل‌های عددی گروه دوم با نتایج آزمایشگاهی (واقعی)

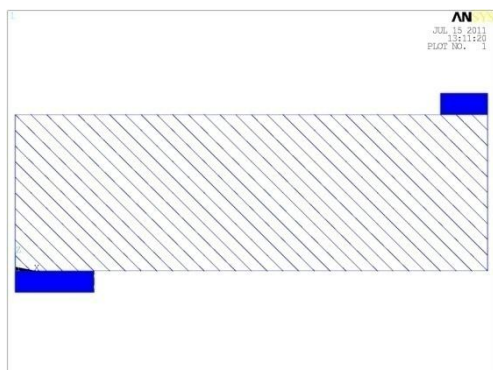
میزان باربری حداکثر			نسبت سختی منحنی نیرو-تغییر مکان (حاصل تقسیم نتایج مدل عددی بر نتایج آزمایشگاهی)			نام نمونه
نسبت باربری (نتایج عددی تقسیم بر آزمایشگاهی)	مدل آزمایشگاهی (کیلونیوتن)	مدل عددی (کیلونیوتن)	ناحیه سوم	ناحیه دوم	ناحیه اول	
۱/۱۳	۱۰۴	۱۱۷/۱۵	-	۱/۲	۱/۳۲	S1 (Ref)
۰/۹۹	۱۳۸	۱۳۶/۱۵	-	۱/۰۷	۱/۱۳	S2
۱/۰۱	۱۵۳	۱۵۴/۸۰	۱/۰۹	۱/۱۸	۱/۲۰	S3

#### ۲-۴ الگوی ترک خوردگی

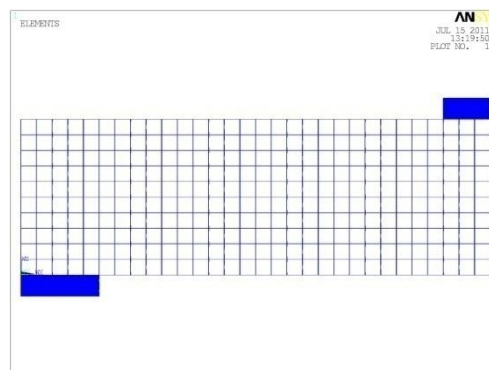
مسیر ترک خوردگی‌های حداکثر در مدل‌های عددی

انطباق مناسبی با نتایج آزمایشگاهی ندارد. (شکل ۱۳) در روش تحلیل اجزا محدود دو روش اصلی برای تعریف ترک خوردگی بتن وجود دارد که عبارتند از روش ترک مجزا (Discrete Crack) و روش ترک گسترده (Smearred Crack) [۲۵]. در روش ترک گسترده، ترک‌ها بصورت "پخش شده" و با اعمال تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته، مدل می‌شوند. حال آنکه در روش ترک مجزا، ترک بصورت گسسته و به عنوان یک موجودیت هندسی تعریف می‌شود [۲۵]. در این روش، بجز در حالتی که محل ترک از قبل مشخص است، برای مدل‌سازی و گسترش ترک‌ها در هر مرحله، نیاز به المان‌بندی مجدد بوده و به این واسطه زمان حل مدل بطور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد [۲۵]. در نتیجه روش ترک مجزا در مقایسه با روش ترک گسترده پیچیدگی‌های متعددی داشته و در اغلب نرم‌افزارهای اجزا محدود مانند ANSYS از روش ترک گسترده استفاده شده است [۲۰]. زمانی که از روش ترک گسترده استفاده می‌شود، به منظور مدل‌سازی مناسب رفتار ترک خوردگی موضعی در عضو بتن مسلح، تعریف مدلی که رفتار کششی پس از ترک خوردن بتن (Post-Cracking Behavior) را لحاظ کند، ضروری است [۸]. در مدل‌سازی حاضر استفاده از روش ترک گسترده به همراه عدم مدل‌سازی رفتار "پس از ترک خوردگی بتن"، باعث بروز الگوی ترک خوردگی گسترده و ناهماهنگ با مدل‌های واقعی شده است.

در نمایش الگوی ترک خوردگی، نرم‌افزار ANSYS پارامتر عرض ترک را در نظر نگرفته و ترک‌ها را بدون توجه به این موضوع نمایش می‌دهد. در این راستا و به منظور یافتن نواحی با بیشترین میزان ترک خوردگی در مدل‌های عددی، شبکه المان‌های خربایی LINK10 با سختی و سطح مقطع بسیار کم در یک وجه سازه تیر ایجاد شد. مطابق شکل ۱۲ این شبکه در مدل S2 بصورت متعامد و در مدل S3 بصورت مورب لحاظ شد. این شبکه از المان‌های خربایی نقش باربری سازه‌ای نداشته و کلیه گره‌های آن به گره‌های المان‌های اصلی در یک وجه تیر متصل شده‌اند. به این ترتیب این شبکه متناسب با تغییر مکان‌های تیر اصلی، تغییر شکل داده و می‌توان از آن به عنوان سیستم مناسبی برای مشاهده محل‌های ترک خوردگی تیر اصلی استفاده کرد. شکل ۱۳- ج و د المان‌هایی از این شبکه خربایی که متحمل بیشترین کرنش‌ها شده‌اند را نمایش می‌دهد. این المان‌ها در شکل ۱۳ توسط یکسری از خطوط راهنما به یکدیگر متصل شدند تا مسیر ترک خوردگی‌ها در مدل‌های عددی مشخص شده و قابل قیاس با نتایج آزمایشگاهی باشد. نتایج مدل عددی حاکی از وقوع ترک‌های متعددی است که در یک محدوده، و نه در یک موضع مشخص، رخ داده‌اند. این در حالی است که مدل‌های آزمایشگاهی مبین وقوع یک ترک مشخص در لحظه نهایی می‌باشند. بعلاوه



(ب)



(الف)

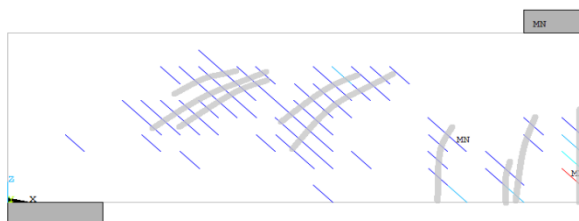
شکل ۱۲- تعریف شبکه المان‌های LINK10 به منظور نمایش بهتر محل ترک‌ها در مدل عددی؛ (الف): مدل S2، (ب): مدل S3



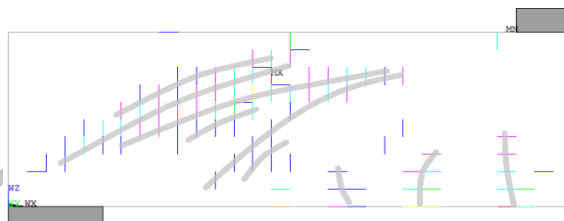
(ب): مدل S3 - نتایج آزمایشگاهی



(الف): مدل S2 - نتایج آزمایشگاهی



(د): مدل S3 - نتایج عددی



(ج): مدل S2 - نتایج عددی

شکل ۱۳- مقایسه نتایج الگوی ترک خوردگی

بروز اختلاف در نتایج توزیع کرنش در میله‌های FRP و همچنین خاموت‌های فولادی برش‌مرد. عدم مدل‌سازی رفتار لغزشی بین مصالح تسلیح و بتن عامل مهم دیگری است که منجر به بروز خطا شده است. این مطلب در مورد خاموت‌های فولادی اهمیت مضاعفی دارد. از آنجایی که خاموت‌های فولادی بدون آج می‌باشند چسبندگی بسیار کمی با بتن نشان داده‌اند و عملکرد کششی آن‌ها عمدتاً ناشی از شکل هندسی بسته خاموت‌ها بوده است. در مدل عددی آرماتورهای فولادی در تمامی گره‌ها به بتن متصل شده‌اند که این نحوه مرسوم مدل‌سازی به هیچ عنوان تخمین مناسبی از رفتار واقعی حلقه بسته فولادی

#### ۳-۴ توزیع کرنش در FRP و خاموت‌ها

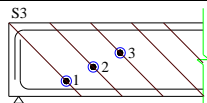
شکل ۱۴ مویید این مطلب است که مدل عددی نتایج توزیع کرنش در میله‌های FRP را، در برخی موارد، با اختلاف محسوسی نسبت به نتایج آزمایشگاهی ارائه کرده است. جدول ۵، نسبت بین نتایج حداکثر کرنش در مدل عددی نسبت به مدل واقعی را بین ۰/۶۶ تا ۰/۸۹ گزارش می‌دهد. توزیع کرنش در خاموت‌های فلزی در شکل ۱۵ عدم تطابق قابل ملاحظه‌تری را نسبت به میله‌های FRP نشان می‌دهد. همانطور که پیشتر عنوان شد، مدل عددی در پیش‌بینی نحوه ترک‌خوردگی تیر تا حدی ناتوان بوده است که می‌توان این مطلب را به عنوان یکی از علل اصلی

مدل عددی نسبت به نتایج آزمایشگاهی برای میله‌های FRP در هر دو نمونه S2 و S3 بطور میانگین ۰/۷۶ بدست آمده است. این مقدار برای خاموت‌های فولادی با استاندارد به اعداد جدول ۶ در نمونه‌های S2 و S3 به ترتیب ۰/۳۴ و ۰/۴۷ بدست می‌آیند.

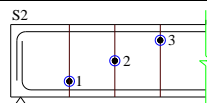
نمی‌باشد. رفتار کششی در میله‌های FRP عمدتاً ناشی از چسبندگی مستقیم FRP با بتن می‌باشد و نقش مدل‌سازی رفتار چسبندگی اگر چه قابل کتمان نبوده است (شکل ۱۴)، اما در قیاس با خاموت‌های فولادی، کمتر بوده است (شکل ۱۵). مقادیر بیشینه کرنشها در

جدول ۵- مقایسه مقادیر حداکثر کرنش در میله‌های FRP - نمونه‌های S2 و S3

نسبت کرنشها (حاصل تقسیم نتایج عددی بر نتایج آزمایشگاهی)		کرنش حداکثر ( $\times 10^{-6}$ )				شماره کرنش سنجها *
		S3		S2		
S3	S2	مدل آزمایشگاهی	مدل عددی	مدل آزمایشگاهی	مدل عددی	
۰/۸۳	۰/۸۹	۱۵۹۰	۱۳۲۹	۲۴۰۰	۲۱۴۶	۱
۰/۸۱	۰/۷۲	۳۹۰۰	۳۱۸۰	۴۳۸۷	۳۱۷۹	۲
۰/۶۶	۰/۶۹	۵۳۰۰	۳۴۹۲	۲۹۰۰	۱۹۹۶	۳

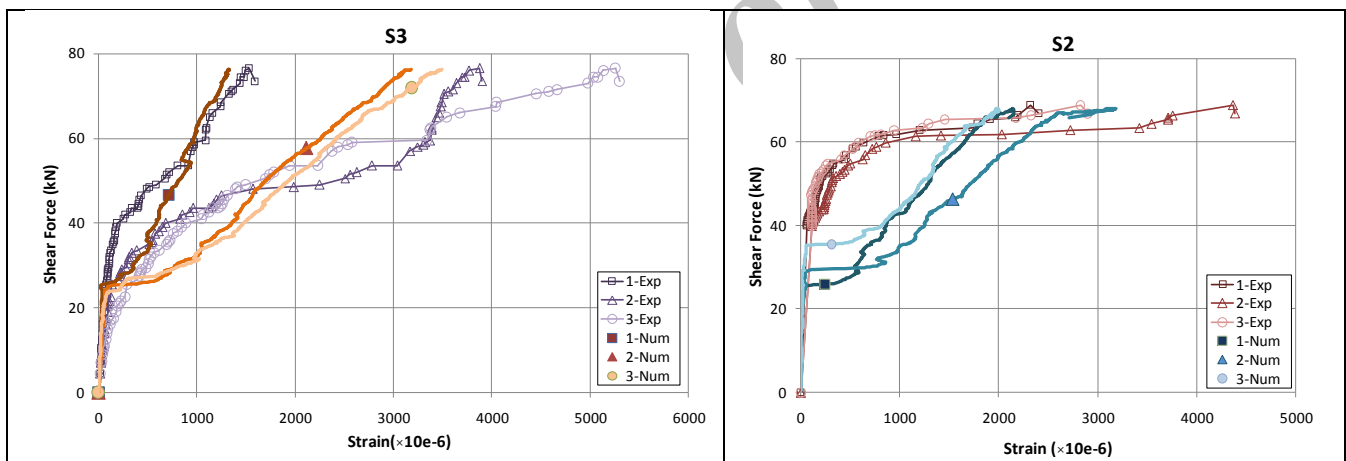


S3

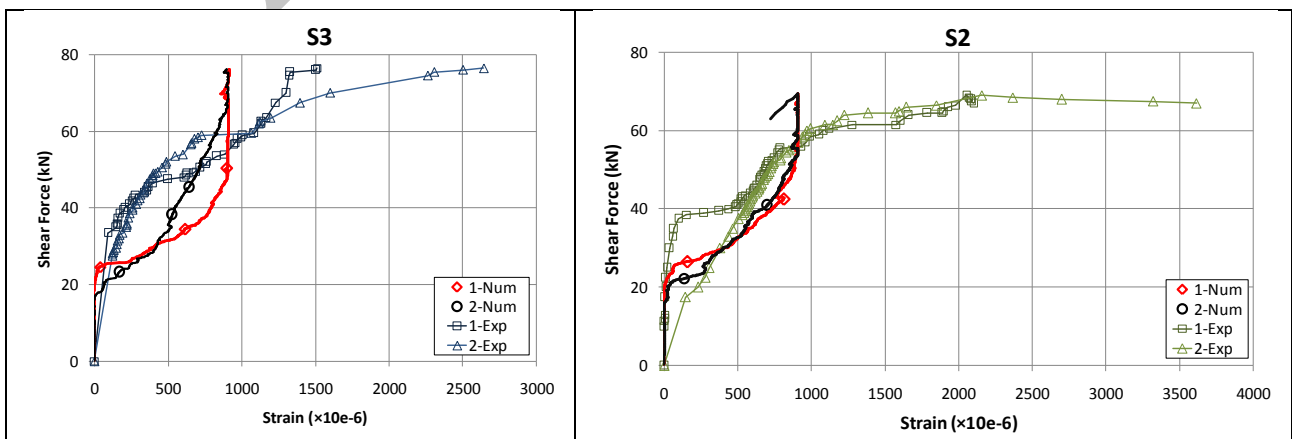


S2

\* محل نصب کرنش سنجها:



شکل ۱۴- توزیع کرنش در میله‌های FRP - نمونه‌های S2 و S3

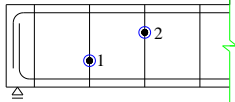


شکل ۱۵- توزیع کرنش در خاموت‌های فولادی - نمونه‌های S2 و S3

جدول ۶- مقایسه مقادیر حداکثر کرنش در خاموت‌های فولادی- نمونه‌های S2 و S3

نسبت کرنشها (نتایج عددی تقسیم بر آزمایشگاهی)		کرنش حداکثر ( $\times 10^{-6}$ )				شماره کرنش سنجها *
		S3		S2		
S3	S2	مدل آزمایشگاهی	مدل عددی	مدل آزمایشگاهی	مدل عددی	
۰/۶۰	۰/۴۳	۱۵۰۵	۹۱۳	۲۱۰۱	۹۰۶	۱
۰/۳۵	۰/۲۵	۲۶۴۲	۹۰۶	۳۶۱۴	۹۰۶	۲

\* محل نصب کرنش‌سنجها بر روی خاموت‌های فولادی:



## ۵- نتیجه گیری

محسوس‌تری در نتایج توزیع کرنش مشاهده شده است. در نظر نگرفتن رفتار چسبندگی در مدل‌سازی عددی در نحوه توزیع کرنش موثر بوده است. این تأثیر در میله‌های FRP نسبت به خاموت‌های فولادی کمتر بوده است. بطوریکه نسبت کرنش بیشینه حاصل از مدل‌های عددی به مدل‌های آزمایشگاهی، در بدترین حالت، در میله‌های FRP، ۰/۶۶ و در خاموت‌های فولادی، ۰/۲۵ گزارش شده است. همانطور که در متن مقاله بحث شد دلیل این مطلب به رفتار چسبندگی متفاوت FRP و خاموت‌های فولادی و نحوه یکسان مدل‌سازی آن‌ها برمی‌گردد.

الگوی ترک خوردگی مدل عددی تا حدودی متفاوت از نتایج واقعی بوده است و در نتیجه توزیع کرنش در مصالح تسلیح بتن را تحت تأثیر خود قرار داده است. از آنجایی که این تأثیر در توزیع کرنش، صرفاً تابعی از شکل ترک خوردگی تیر بوده است، می‌توان گفت میزان اثر آن بر روی میله‌های FRP و خاموت‌های فولادی به یک اندازه بوده است.

نسبت میزان کرنش حداکثر، حاصل از نتایج مدل‌های عددی به نتایج مدل‌های آزمایشگاهی، در میله‌های FRP و خاموت‌های فلزی بین ۰/۲۵ تا ۰/۸۹ گزارش شده است. این نسبت همواره کوچکتر از یک بدست آمده است و می‌توان گفت مدل عددی همواره تخمین دست پایینی (غیر محافظه‌کارانه) از مقادیر کرنش حداکثر در میله‌های FRP و خاموت‌های فولادی ارائه کرده است.

در این مقاله روش مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش با روش NSM-FRP، با توجه به روش‌های متعارف مدل‌سازی، معرفی و مورد نقد و بررسی قرار گرفت. در ادامه نتایج اصلی این پژوهش خلاصه شده است.

نسبت باربری حداکثر مدل‌های عددی به نتایج مدل‌های واقعی بین ۰/۹۲۵ و ۱/۱۳ متغیر بوده است که مبین توانایی مناسب مدل عددی پیشنهادی در تخمین باربری حداکثر در حالت‌های مختلف بوده است. بعلاوه، مدل عددی ضمن آنکه شکل کلی منحنی نیرو- تغییرمکان را به خوبی ارائه کرده است، سختی منحنی نیرو- تغییر مکان را عمدتاً بیشتر از مقادیر واقعی تخمین زده است.

کاهش ضریب انتقال برش در مدل‌های گروه دوم با وجود ایجاد مشکلات همگرایی حل عددی، منجر به نتایج بهتری در پاسخ کلی نیرو- تغییرمکان تیر شده است، بطوریکه نسبت بیشینه سختی منحنی نیرو- تغییر مکان (حاصل تقسیم نتایج مدل عددی بر نتایج آزمایشگاهی) از ۲/۲۱ در گروه اول به ۱/۳۲ در گروه دوم کاهش یافته است. در نتیجه استفاده از ضرایب برش کمتر از ۰/۱ برای تیرهای برشی توصیه می‌شود.

توزیع کرنش در میله‌های FRP در مدل عددی در برخی موارد تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی نشان نداده است. این درحالی است که در خاموت‌های فولادی عدم تطابق

نقاط قوت وضعف روش‌های متعارف مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده در برش به روش NSM-FRP با توجه به نتایج آزمایشگاهی بود. برای نیل به این هدف نتایج حاصل از مدل‌سازیهای عددی با نتایج آزمایشگاهی مورد مقایسه و تفسیر قرار گرفت. به این ترتیب این مجموعه به عنوان راهنمای مناسبی برای محققین و مهندسين در زمینه مدل‌سازی عددی تیرهای بتن مسلح تقویت شده با مصالح FRP قابل استفاده بوده و زمینه استفاده آگاهانه‌تر از روش‌های ساده شده متعارف را فراهم می‌کند.

در این مقاله میزان تأثیر و آثار در نظر نگرفتن رفتار لغزشی و رفتار "پس از ترک‌خوردگی بتن"، در مدل‌سازی مورد بحث قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد چنانچه هدف مدل‌سازی، برآورد میزان باربری بیشینه (در حالتی که مد گسیختگی اصلی تیر، جداسدگی زود هنگام FRP نباشد) و یا مطالعه رفتار نیرو-تغییر مکان کلی باشد، در نظر نگرفتن این عوامل تأثیر محسوسی در نتایج نداشته و روش پیشنهادی، مناسب می‌باشد. اما چنانچه توزیع تنش در قسمت‌های مختلف مد نظر باشد مدل ارائه شده گاهاً همراه با تقریب زیادی است که میزان خطای هر جزء تابعی از رفتار آن می‌باشد. هدف از این تحقیق بررسی

## مراجع

- [1] ACI 440-22R-08. (2008). *Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- [2] De Lorenzis, L., Nanni A. (2001). Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams with NSM Fiber-Reinforced Polymer Rods, *ACI Structural Journal*, Vol. 98, No.1, pp. 60–8.
- [3] De Lorenzis, L., and Teng, J.G. (2007). Near-surface Mounted FRP Reinforcement: An Emerging Technique for Strengthening Structures, *Composites: Part B*, Vol. 38, pp. 119–143.
- [4] Teng, J.G., Chen, J.F., Smith, S.T., Lam, L. (2002). *FRP-Strengthened RC Structures*, Chichester, UK: John Wiley and Sons, Inc.
- [5] Hollaway, L.C., Teng, J.G. (2008). *Strengthening and Rehabilitation of Civil Infrastructures Using Fibre-Reinforced Polymer (FRP) Composites*. Cambridge, UK: Woodhead Publishing Limited.
- [6] Chen, G.M. (2010). *Behaviour and Strength of RC Beams Shear-Strengthened With Externally Bonded FRP Reinforcement*, PhD Thesis, Department of Civil and Structural Engineering, The Hong Kong Polytechnic University, Hong Kong, China.
- [7] Godat, A., Neale, K.A., and Labossiere, P. (2007), "Towards Modeling FRP Shear-Strengthened Reinforced Concrete Beams", *Proceedings, Eighth International Symposium on Fiber Reinforced Polymer Reinforcement for Concrete Structures (FRPRCS-8)*, Patras, Greece, July 16-18.
- [8] Chen, G.M., Chen, J.F., Teng, J.G. (2010). On The Finite Element Modelling of RC Beams Shear-Strengthened With FRP, *Construction and Building Materials*, Article in Press.
- [9] Wong, R.S.Y., and Vecchio, F.J. (2003). Towards Modeling of Reinforced Concrete Members With Externally Bonded Fiber-Reinforced Polymer Composites, *ACI Structural Journal*, Vol. 100, No. 1, pp. 47-55.
- [10] ACI 445R-99. (1999). *Recent Approaches to Shear Design of Structural Concrete*, ACI-ASCE Committee 445.
- [11] Qu, Z., Lu, X.Z., Ye, L.P., Chen, J.F., and Rotter, J.M., (2006). "Numerical Modeling of FRP Shear Strengthened RC Beams Using Compression Field Theory", *Proceedings, Third International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2006)*, Miami, Florida, USA, pp. 391-394.

- [12] Lu, X.Z., Teng, J.G., Ye, L.P., Jiang, J.J. (2005). Bond-Slip models for FRP Sheets/Plates Bonded to Concrete, *Engineering Structures*. Vol. 27, No. 6, pp. 920-37.
- [13] Ootom, O.F.A., Smith, S.T., and Foster, S.J. (2006) "Finite Element Modeling of FRP Shear-Strengthened RC Beams", *Proceedings, Third International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE 2006)*, Miami, Florida, USA, pp. 437-440.
- [14] Godat, A., Neale, K.W., and Labossière, P. (2007). Numerical Modeling of FRP Shear-Strengthened Reinforced Concrete Beams. *Journal of Composites For Construction (ASCE)*, Vol. 11, No. 6, pp. 640-649.
- [15] Elyasian, I., Abdol, N., Ronagh, H.R. (2006). Evaluation of Parameters Effective in FRP Shear Strengthening of RC Beams Using FE Method, *Asian Journal of Civil Engineering, (Building and Housing)*, Vol. 7, No. 3, pp. 249-57.
- [16] Santhakumar, R., and Chandrasekaran, E., (2004). "Analysis of Retrofitted Reinforced Concrete Shear Beams using Carbon Fiber Composites", *Electronic Journal of Structural Engineering*, Vol. 4, pp. 66-74.
- [17] Kachlakev, D. (2002). *Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures Strengthened with FRP Laminates*, Oregon Department of Transportation Research Group. Final Report, SPR 316.
- [18] Zhang, Z.C., and Hsu, C.T.T. (2005). Shear Strengthening of Reinforced Concrete Beams Using Carbon-Fiber-Reinforced Polymer Laminates, *Journal of Composites for construction (ASCE)*, Vol. 9, No. 2, pp. 158-169.
- [19] Barros, J.A.O., and Dias, S.J.E. (2006). Near Surface Mounted CFRP Laminates for Shear Strengthening of Concrete Beams, *Cement & Concrete Composites*, Vol. 28, pp. 276-292.
- [20] ANSYS. (2009). ANSYS User's Manual Revision 12.1, ANSYS, Inc., Canonsburg, Pennsylvania.
- [21] Willam, K.J., Warnke, E.P. (1975). "Constitutive Model for The Triaxial Behavior of Concrete", *Proceedings of International Association for Bridge and Structural Engineering. Bergamo (Italy)*. ISMES.
- [22] Desayi, P., and Krishnan, S. (1964). Equation for The Stress-Strain Curve of Concrete, *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 61, pp. 345-350.
- [23] Gere, J. M., and Timoshenko, S. P. (1997). *Mechanics of Materials*, PWS Publishing Company, Boston, Massachusetts.
- [24] ACI 318-05. (2005). *Building Code Requirements for Reinforced Concrete*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- [25] ACI 446-3R. (1997). *Finite Element Analysis of Fracture in Concrete Structures: State-of The-Art*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.