

## طراحی ساختار مشبک مخروطی با بافت سلولی غیر هم شکل

جعفر اسکندری<sup>ج\*</sup>، میلاد نورآبادی<sup>ا</sup> و سیدحسین تقویان<sup>ب</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> ریب، ماتریس سفتی، ساختار مشبک، اجزای محدود.</p>	<p>ساختارهای مشبک به خاطر وزن کم و ضریب کارایی سازه‌ای زیاد به طور گسترده در بخش‌های مختلف سازه‌های فضایی قابل استفاده می‌باشند. در این مقاله، پارامترهای مؤثر در طراحی ساختار مشبک مخروطی با بافت سلولی غیر هم شکل بررسی می‌شود. در ابتدا مسیر پیچش الیاف با توجه به نیاز استحکامی سازه در جهت محوری مشخص می‌گردد. سپس با توجه به روابط هندسی حاکم، پارامترهای مؤثر به منظور شکل‌گیری سلول غیر هم شکل تعیین می‌گردد. فاصله ریب‌های دایره‌ای از یکدیگر در تعیین ساختار مشبک مخروطی و در نهایت استخراج ماتریس سفتی نقش مهمی دارد. در نهایت، با توجه به روابط ذکر شده، مدل اجزای محدود یک نمونه ساختار مشبک مخروطی در نرم‌افزار ABAQUS ایجاد شده و تحلیل کمانش تحت بار محوری روی آن صورت می‌گیرد. در استخراج نتایج استحکامی از راستی‌آزمایی مراجع موجود و روش کلاسیک بهره گرفته شده است.</p>

### ۱- مقدمه

اصلی در به‌کارگیری ساختار مشبک استفاده بهینه از خواص طولی مواد کامپوزیتی در سازه‌ها می‌باشد. این نوع سازه‌ها به صورت لایه مشبک، تنها و یا همراه با پوسته‌های داخلی و خارجی، مورد استفاده قرار می‌گیرند. از ویژگی‌های اصلی چنین سازه‌های در رویارویی با بار محوری فشاری و ممان خمشی، رخداد حالت‌های متنوع شکست بوده که از آن جمله می‌توان به شکست ناشی از کمانش کلی شبکه، شکست ناشی از تنش حداکثر در ریب‌های هلیکال و شکست ناشی از کمانش موضعی ریب‌های هلیکال در شبکه اشاره نمود. بار بحرانی مربوط به هر یک از حالت‌های شکست وابسته به پارامترهای هندسی شبکه و ابعاد کلی سازه می‌باشد. در تحلیل چنین سازه‌هایی فرض می‌شود المان‌های شبکه به صورت دو نیرویی بوده، به صورت یک جسم اورتوتروپ رفتار کرده و

ساختارهای مشبک کامپوزیتی یکی از این پیچیده‌ترین و جدیدترین ساختارها می‌باشند که به صورت هم‌شکل (Isogrid) و غیر هم‌شکل (Anisogrid) قابل طراحی و تولید می‌باشند. ساختارهای مشبک به طور گسترده در صنایع مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این ساختارها مقاومت زیادی در مقابل خرابی ناشی از ضربه، جدایش لایه‌ها و انتشار ترک از خود نشان می‌دهند. یکی از مزایای ساختارهای مشبک نسبت به سایر ساختارها، کاهش وزن و زمان تولید می‌باشد. سازه مشبک از تعدادی ریب‌های مارپیچی و محیطی تشکیل شده است. به طور کلی هدف

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: jejam@mail.com

۱. دانشیار، مرکز تحقیقات کامپوزیت تهران

۲. کارشناس ارشد مهندسی مواد مرکب، مرکز تحقیقات کامپوزیت تهران

پارامترهای اصلی طراحی نسبت به افزایش تعداد ریب‌های مارپیچی<sup>۲</sup> بررسی می‌گردد. در ادامه، با ایجاد یک مدل اجزای محدود از سازه مشبک مخروطی با بافت سلولی غیر هم‌شکل، تحلیل کماترسی ساختار تحت بار محوری انجام می‌گردد. همچنین تغییرات بار بحرانی کماترس با افزایش ضخامت<sup>۳</sup>، پهنا<sup>۴</sup> و فاصله ریب‌ها از یکدیگر بررسی می‌شود.

## ۲- معادلات حاکم بر طراحی

تمام پارامترهای طراحی بر مبنای موقعیت محیطی و مارپیچی ریب‌ها مشخص می‌شوند. برخی از این پارامترها به زاویه ریب‌های مارپیچ بستگی دارند. همچنین تعدادی دیگر از این پارامترها با افزایش ارتفاع سازه مخروطی با آهنگ خاصی دچار تغییر می‌شوند. با توجه به پیچیدگی هندسی سازه مشبک مخروطی برای طراحی، ابتدا باید پارامترهای مؤثر در طراحی سازه را به دو قسمت پارامترهای وابسته و مستقل تقسیم کرد. سپس به صورت کامل به بحث در مورد طراحی سازه مشبک پرداخت.

### • پارامترهای مستقل

تعداد ریب‌های محیطی<sup>۵</sup> و مارپیچی  $(n_h, n_c)$  به عنوان پارامترهای مستقل در طراحی سازه مشبک مخروطی نقش ایفا می‌کنند.

### • پارامترهای وابسته

پارامترهای وابسته عبارتند از:  $\Delta\psi, \varphi, \lambda, a_c, a_h$ . نمایی از پارامترهای ذکر شده در طراحی سازه مشبک مدور در شکل ۱ نمایش داده شده است.

برای تحلیل کماترس کلی از قوانین پوسته‌های اورتوتروپ<sup>۱</sup> استفاده می‌شود [۱]. از اواسط دهه ۱۹۶۰ حل عددی اجزای محدود به طور گسترده برای تحلیل اینگونه سازه‌ها توسعه داده شد. این ساختارها عمدتاً با استفاده از شکل-دهی الیاف پیشرفته قابل تولید می‌باشند. جزئیات بیشتری از نحوه طراحی و تولید این ساختارها در مراجع [۲ و ۳] قابل دسترسی است. وودسنبت و همکاران ساختار استوانه‌ای تقویت‌شده را تولید کرده و تحت تست تجربی کماترس قرار داده‌اند. همچنین نتایج تست تجربی با نتایج تحلیلی مقایسه و رأستی‌آزمایی شده است [۴ و ۵]. کیم [۶ و ۷] رفتار کماترسی استوانه و ورق‌های تقویت شده را به صورت تجربی مطالعه کرد. در تحقیق گلدفلد و همکاران [۸] طراحی و بهینه‌سازی پوسته مخروطی کامپوزیتی تحت بیشترین بار بحرانی کماترس صورت گرفته است. در این مطالعه، بهینه‌سازی به دو صورت ایجاد بیشترین بار بحرانی کماترس در وزن مشخص و ایجاد کمترین وزن در کنار بار بحرانی ثابت صورت گرفته است.

همچنین بار بحرانی کماترس از حل معادله دیفرانسیل جزئی غیرخطی حاکم با ضرایب مختلف استخراج شده است [۹]. در تحقیق بلوم و همکاران [۱۰] طراحی بهینه چیدمان برای ایجاد بیشترین فرکانس طبیعی روی پوسته مخروطی بررسی شده است. موروزوف و همکاران، کماترس ساختار مشبک استوانه‌ای به روش اجزای محدود را بررسی کرده‌اند [۱۱]. همچنین موروزوف و همکاران تحلیل اجزای محدود کماترس سازه مشبک مخروطی را انجام داده‌اند [۱۲]. در این مطالعه، یک کد عددی برای ساختار مشبک مخروطی ایجاد شده و با مشخص نمودن پارامترهای اصلی، کماترس تحت بار بحرانی محوری، ممان پیچشی و خمشی بررسی می‌گردد.

در مقاله حاضر، طراحی ساختار مشبک مخروطی با سلول غیر هم‌شکل بررسی می‌گردد. ابتدا معادلات حاکم بر بافت سلولی غیر هم‌شکل سازه مشبک مخروطی با توجه به پیچش الیاف استخراج می‌گردد. سپس تغییرات

<sup>2</sup> Helical Rib

<sup>3</sup> Thickness

<sup>4</sup> Width

<sup>5</sup> Hoop Rib

<sup>1</sup> Rthotropic Shells

با استفاده از روابط ژئودسیک، معادله زیر در هر نقطه از سازه مشبک برقرار می‌باشد [۶]:

$$\rho \sin \varphi = \rho_0 \sin \varphi_0 = C_0 = \text{constant} \quad (1)$$

که  $\rho = \frac{r}{\sin \alpha}$  شعاع سطح مخروط که در هر نقطه

متفاوت می‌باشد و  $\alpha$  زاویه بین خط مار بر مخروط و محور مخروط است. با مشتق‌گیری از معادله (۱) معادله (۲) استخراج می‌گردد:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{d\varphi}{\tan \varphi} \quad (2)$$

که  $\Delta\psi$  زاویه بین دو ریب هلیکال شکل (۳) می‌باشد و برابر است با:

$$\Delta\psi = \frac{2\pi \sin \alpha}{n_h} \quad (3)$$

طراحی هندسی و اجزای محدود سازه مشبک مخروطی با این فرض صورت می‌گیرد که ریب‌های دایره‌ای بین تقاطع ریب‌های مارپیچی قرار دارند. با در نظر گرفتن هندسه سازه مشبک مخروطی شکل ۱ می‌توان معادله زیر را استخراج کرد:

$$\gamma = \frac{\Delta\psi}{2} (n_c - 1) \quad (4)$$

زاویه ژئودسیک در سطح مقطع کوچکتر ( $\varphi_0$ ) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\varphi_0 = \tan^{-1} \left( \frac{\rho_F \sin \gamma}{\rho_F \cos \gamma - \rho_0} \right) \quad (5)$$

همچنین زاویه ژئودسیک در قطر بزرگتر  $\varphi_F$  برابر است با:

$$\varphi_F = \varphi_0 - 1 \quad (6)$$

تغییرات  $\rho$  نسبت به  $\varphi$  از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

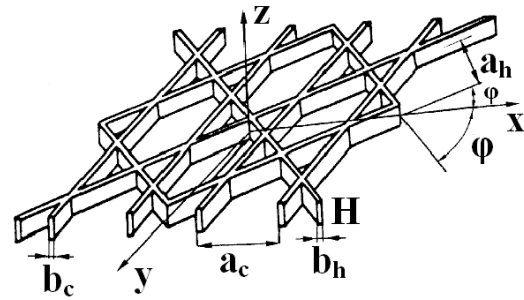
$$d\rho = -C_0 \frac{\cos \varphi}{\sin^2 \varphi} d\varphi \quad (7)$$

فضای عمودی بین ریب‌های دایره‌ای و مارپیچی برای یک سلول در هر ردیف از معادله‌های زیر استخراج می‌گردد:

$$a_h = 2a_c \sin \varphi \quad (8)$$

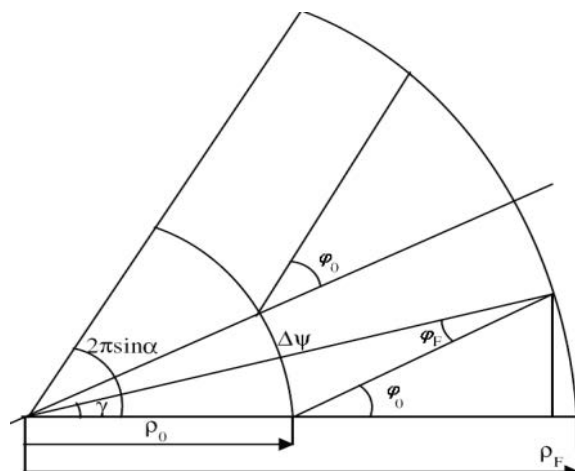
$$(a_c)_{i,i+1} = -\frac{\int_{\rho_i}^{\rho_{i+1}} \Delta\psi d\rho}{\int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} 2d\varphi} \quad (9)$$

در معادله (۹)،  $i$  معرف شماره ریب می‌باشد. علامت منفی در معادله (۹) به این معناست که محور مختصات



شکل ۱- پارامترهای هندسی ساختار مشبک

از آنجایی که اساس طراحی این نوع سازه‌ها برای تحمل بارهای فشار محوری است، بنابراین مهمترین مسئله در این نوع سازه‌ها بحث کمانش و پایداری ارتجاعی می‌باشد. با این توصیف، طراحی سازه مشبک و در نهایت ساخت باید بر مبنای حالتی انجام گیرد که مقاومت خوبی در مقابل کمانش از خود نشان دهد. در میان انواع حالت‌های پیچش الیاف<sup>۱</sup>، ژئودسیک<sup>۲</sup> بهترین حالت پیچش الیاف برای طراحی و ساخت سازه مشبک در مقابل بارهای فشار محوری مطرح می‌شود. برای استخراج معادلات حاکم بر سازه ابتدا با گسترش قطاعی از مخروط، معادلات هندسی مخروط که تأثیر مستقیم بر ماتریس سفتی دارد استخراج می‌گردد (شکل ۲).



شکل ۲- قطاع گسترش یافته پوسته مخروطی

<sup>1</sup> Filament Wind  
<sup>2</sup> Geodesic

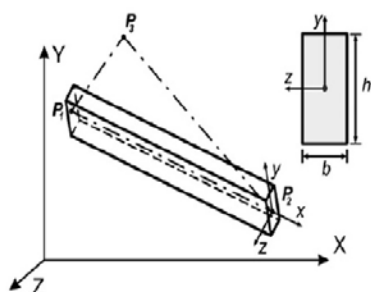
تحلیلی با نتایج تجربی، ضریب تصحیح کمانش  $C$  تعریف می‌گردد. در نهایت، رابطه بار بحرانی کمانش پوسته‌های مخروطی با اعمال ضریب تصحیح کمانش برابر است با:

$$P_{cyl\infty} = C \frac{2\pi \bar{E}_x t^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cos^2 \alpha \quad (13)$$

مقدار پارامتر  $C$  به زاویه شیب مخروط بستگی دارد [۱۴]. ضریب  $C$  برای مخروط با زاویه رأس ۱۰ تا ۷۵ درجه برابر ۰/۳۳ می‌باشد. در محدوده خارج از این زوایا،  $C$  برآساس تست تجربی استخراج می‌شود.

### ۳- مدل سازی اجزای محدود

تحلیل عددی ساختارهای مشبک با به‌کارگیری المان تیر (معمولاً تیر تیموشنکو، شکل ۳) و المان پوسته صورت می‌پذیرد. به‌طور کلی با توجه به اینکه عمده بارهای وارده به اینگونه ساختارها بار محوری می‌باشد، بنابراین کمانش مهمترین پارامتر برای ارزیابی استحکام اینگونه ساختارها می‌باشد. انتخاب المان تیر در مراجع [۱۱، ۱۲] تشریح شده است. مدل اجزای محدود سازه مشبک مخروطی که با استفاده از المان تیر تیموشنکو ایجاد شده در شکل ۳ نمایش داده شده است. ریب‌های دایره‌ای و محیطی ساختار مشبک در نقاط تقاطع کاملاً به هم متصل شده‌اند. فاصله ریب‌های دایره‌ای و مارپیچی از یکدیگر با توجه به روابط حاکم استخراج می‌گردد.



شکل ۳- نمایی از المان تیر مورد استفاده در تحلیل اجزای محدود [۱۰]

در سطح مقطع کوچکتر قرار گرفته است. خصوصیات سفتی سلول که به‌صورت تکرار ایجاد شده، نماینده سفتی کل بخش تکرار شونده می‌باشد. خصوصیات اورتوتروپیک به‌دست‌آمده برای اجسام مدور، در جهت محوری می‌باشد. به عنوان نمونه، برای سازه استوانه‌ای، سفتی در جهت محوری برابر  $\bar{E}_x \frac{A}{L}$  است، که  $A = 2\pi RH$  سطح مقطع سازه می‌باشد. ماتریس سفتی  $[Q]$  سلول‌ها را با توجه به ترتیب ریب‌های ایجاد شده می‌توان استخراج کرد (معادله ۱۰) [۱۳]:

$$[Q] = \begin{bmatrix} \frac{2E_h b_h c^4}{a_h} & \frac{2E_h b_h s^2 c^2}{a_h} & 0 \\ \frac{2E_h b_h s^2 c^2}{a_h} & \frac{2E_h b_h s^4}{a_h} + \frac{E_c b_c}{a_c} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2E_h b_h s^2 c^2}{a_h} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$s = \sin \varphi, c = \cos \varphi$$

که  $E_h$  مدول الاستیسیته ریب هلیکال و  $E_c$  مدول الاستیسیته ریب دایره‌ای می‌باشد. معادله (۱۰) مستقیماً از تئوری، فرمولاسیون و فرضیاتی که مربوط به سفتی لایه و خواص الیاف می‌باشد حاصل شده است. همچنین خصوصیات سفتی معادل در جهت محوری از معادله (۱۱) استخراج می‌گردد [۶]:

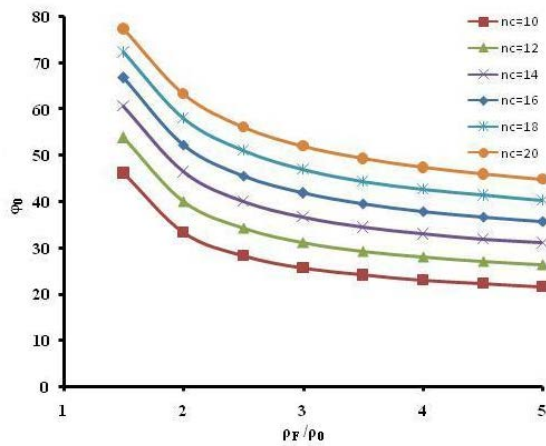
$$\bar{E}_x = \frac{1}{H} \left( \frac{q_{11}q_{22} - q_{12}^2}{q_{22}} \right) \quad (11)$$

$q_{ij}$  استفاده شده در معادله (۱۱) مؤلفه‌های ماتریس سفتی  $Q$  می‌باشند. همانطور که مشاهده می‌گردد،  $\bar{E}_x$  به زاویه ریب‌های مارپیچ، پهناي ریب و فواصل ریب‌های مارپیچی و دایره‌ای بستگی دارد. رابطه بار محوری بحرانی کمانش پوسته‌های مخروطی [۱۳] برابر است با:

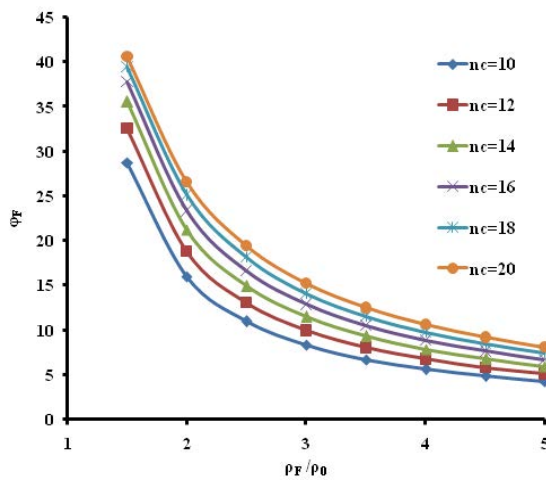
$$P_{cyl\infty} = \frac{2\pi \bar{E}_x t^2}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cos^2 \alpha \quad (12)$$

طبق معادله (۱۲)، بار محوری بحرانی کمانش پوسته‌های مخروطی همانند پوسته‌های استوانه‌ای است، با این تفاوت که زاویه نیم رأس مخروطی نیز در بار بحرانی مؤثر می‌باشد. به منظور کاهش اختلاف نتایج حاصل از حل

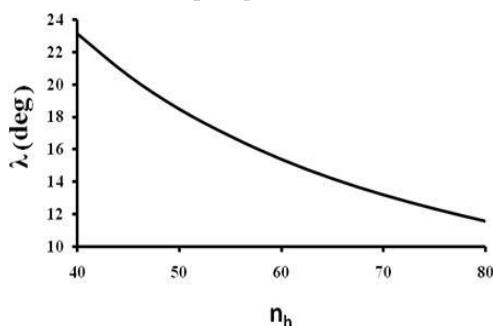
کلی و زاویه ژئودسیک تعریف شده در شکل ۷ نمایش داده شده است.



شکل ۴- تغییرات  $\phi_F$  با افزایش  $\frac{\rho_F}{\rho_0}$  ( $\alpha = 34.7^\circ$ )

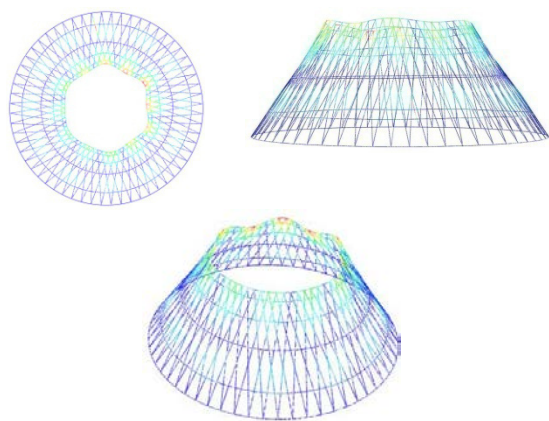


شکل ۵- تغییرات  $\phi_F$  با افزایش  $\frac{\rho_F}{\rho_0}$  ( $\alpha = 34.7^\circ$ )



شکل ۶- تغییرات  $\lambda$  با افزایش تعداد ریب مارپیچی

به منظور طراحی مسیر ریب‌های مارپیچی و دایره‌ای سازه مشبک مخروطی، لازم است زوایای ژئودسیک ریب‌های مارپیچی در سطح مقطع بزرگ و کوچک و همچنین موقعیت ارتفاعی سازه مخروطی استخراج گردد. به منظور طراحی سازه مشبک مخروطی و با توجه به معادلات (۶)، (۷) و (۱۰)، باید ابعاد کلی (ارتفاع، سطح مقطع بزرگتر و کوچکتر) و زاویه رأس مخروط مشخص باشد. با این توصیف، قطر بزرگ و کوچک مخروط مورد مطالعه در این پژوهش به ترتیب برابر ۲۵۰۰ و ۱۲۵۰ میلی‌متر و زاویه رأس مخروط برابر  $34.7^\circ$  می‌باشد. اکنون با توجه به مشخصات هندسی مطرح شده، تغییرات زاویه ژئودسیک در موقعیت‌های مختلف ارتفاعی و تعداد ریب‌های دایره‌ای مختلف استخراج می‌گردد. با توجه به روابط مطرح شده در بخش قبل، تغییرات زاویه ژئودسیک در سطح مقطع بزرگتر و کوچکتر با افزایش ارتفاع مخروط و تغییرات تعداد ریب دایره‌ای در شکل‌های ۴ و ۵ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد، با افزایش ارتفاع مخروط، زوایای ژئودسیک دست‌خوش تغییر گردیده و به صورت غیرخطی کاهش می‌یابند. همچنین با افزایش تعداد ریب‌های محیطی در شرایط یکسان هندسی، زوایای ژئودسیک در هر مقطع کاهش می‌یابند. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش تعداد ریب‌های محیطی تغییرات زاویه ژئودسیک در مقطع بزرگتر نسبت به مقطع کوچکتر با شیب بیشتری کاهش می‌یابد. با توجه به مشخصات کلی هندسه سازه مخروطی می‌توان از روی نمودارهای شکل‌های ۴ و ۵ زاویه ژئودسیک در سطح مقطع بزرگتر و کوچکتر را برای تعداد ریب مارپیچی و محیطی مشخص به دست آورد. به عنوان مثال، برای ساختار مشبک مخروطی با ۱۰ عدد ریب محیطی و نسبت  $\frac{\rho_F}{\rho_0} = 2$ ، زاویه ژئودسیک در سطوح مقطع بزرگ و کوچک به ترتیب برابر  $15/98$  و  $33/44$  درجه می‌باشد. همچنین تغییرات  $\lambda$  با افزایش تعداد ریب‌های مارپیچی در شکل ۶ نشان داده شده است. مدل اجزای محدود با مشخصات



Step: Step-1  
Mode 1: Eigen/Value = 15.039  
Primary Var: U, Magnitude

شکل ۸- استخراج بار بحرانی کمانش به روش اجزای محدود  
( $h=b=4\text{mm}$ ,  $\alpha = 5^\circ$ )

مقایسه نتایج مرجع [۱۲] با نتایج حاصل از تحلیل اجزای محدود و نتایج تحلیلی در جدول ۲ آورده شده است.

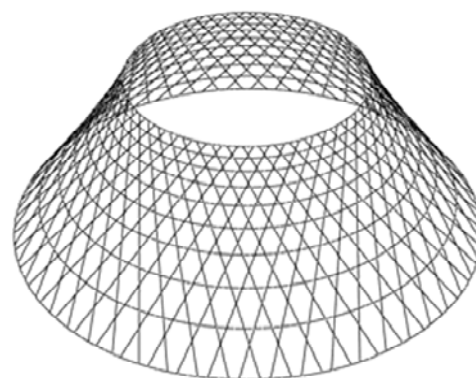
جدول ۲- مقایسه نتایج مرجع [۱۲] با نتایج حاصل از حل تحلیلی و عددی حاضر

h=8mm b=2mm	h=4mm b=4mm	h=2mm b=8mm	مرجع [۱۲] ABAQUS
۴۴/۳۴۴	۳۴/۴۱۶	۱۳/۸۶۳	تحلیلی
۴۹/۱۱۲	۳۳/۸۳۱	۱۵/۰۳	
۴۷/۹۹۷	۳۶/۲۱۶	۱۵/۰۶	

از نتایج ارائه شده در جدول ۲ می‌توان دریافت که نتایج استخراج شده از حل عددی اجزای محدود و نتایج تحلیلی از دقت بالایی برخوردار می‌باشند. بنابراین با توجه به راستی‌آزمایی انجام شده، در ادامه روی سازه مشبک مخروطی و استوانه‌ای با ابعاد هندسی مشخص با توجه به معادلات ذکر شده در بالا بهینه‌سازی وزنی صورت می‌گیرد.

## ۵- نتایج و بحث

بار بحرانی کمانش در ساختارهای مشبک به چیدمان ساختار ریب‌ها، زاویه ریب‌های مارپیچی و سطح مقطع آن‌ها بستگی دارد. در ادامه، نتایج حاصل از تغییرات بار



شکل ۷- مدل اجزای محدود سازه مشبک مخروطی ایجاد شده در نرم‌افزار ABAQUS

## ۴- راستی‌آزمایی

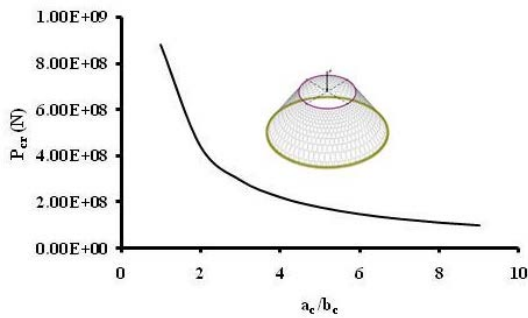
مدل اجزای محدود سازه مشبک مخروطی که در مرجع [۱۲] تحت بار محوری و خمشی تحلیل کمانش شده است، در این بخش توسط نرم‌افزار ABAQUS با استفاده از المان تیر تیموشنکو ایجاد گردیده و تحلیل کمانش روی آن انجام می‌گیرد. مشخصات هندسی در تحلیل اجزای محدود مطابق مرجع [۱۲] تعیین شده و در جدول ۱ آورده شده است. همچنین  $E_x=100\text{Gpa}$  و  $m_h=m_c=1550\text{ kg/m}^3$  می‌باشد.

جدول ۱- مشخصات هندسی سازه مشبک مخروطی

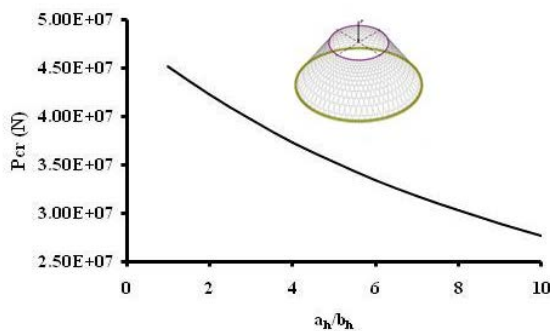
H(m)	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>
۰/۱۶	۰/۸	۱/۶

در شکل ۸ نمایی از تحلیل اجزای محدود کمانش سازه مشبک مخروطی با مشخصات هندسی تعریف شده در مرجع [۱۲] نمایش داده شده است. بار بحرانی نمایش داده شده در کانتور شکل ۸ برحسب نیوتن بوده و به منظور نمایش بهتر تغییر شکل سازه ضریب نمایش ۴۰ برابر شده است.



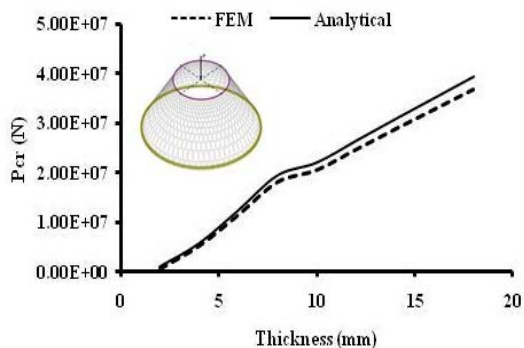


شکل ۱۰- تغییرات بار بحرانی کمانش با افزایش نسبت  $\frac{a_c}{b_c}$



شکل ۱۱- تغییرات بار بحرانی کمانش با افزایش نسبت  $\frac{a_h}{b_h}$

در شکل ۱۲ تغییرات بار بحرانی کمانش با افزایش ضخامت به دو روش تحلیلی و اجزای محدود نمایش داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت ریب‌های پوسته مشبک، بار بحرانی کمانش به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد.



شکل ۱۲- تغییرات بار بحرانی کمانش با افزایش ضخامت ریب‌های دایره‌ای و مارپیچی

محوری شرایط مرزی تکیه‌گاهی گیردار استخراج و مورد بررسی قرار گرفته است. مشخصات هندسی پوسته مشبک مخروطی با توجه به نمودارهای شکل‌های ۴ و ۵ در جدول ۳ خلاصه شده است. همچنین خصوصیات مواد استفاده شده در پوسته مشبک مخروطی در جدول ۴ آورده شده است.

جدول ۳- مشخصات هندسی پوسته مشبک مخروطی مورد مطالعه

$n_c$	$n_h$	$\alpha_f$	$\alpha_o$	$H$ (mm)	$b_c$ (mm)	$b_h$ (mm)
۱۰	۵۳	۱۵/۹۸°	۳۳/۴۴°	۱۸	۴	۵/۷۵

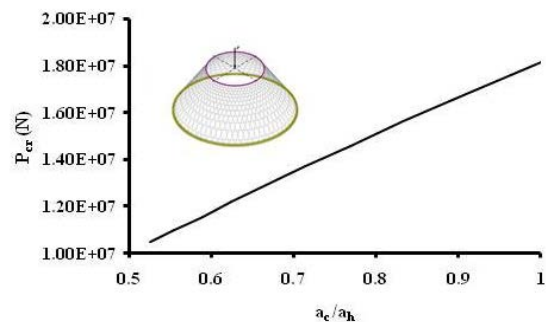
جدول ۴- خصوصیات مواد استفاده شده در پوسته مشبک مخروطی

$E_h$ (GPa)	$\bar{\sigma}_h$ (MPa)	$m_h$ (Kg/m <sup>3</sup> )	$E_c$ (GPa)	$m_c$ (Kg/m <sup>3</sup> )
۸۰	۳۵۰	۱۴۵۰	۶۴	۱۴۱۰

مطابق نمودار شکل ۹، نتایج تحلیلی نشان می‌دهد که با افزایش نسبت  $\frac{a_c}{a_h}$  بار بحرانی کمانش افزایش می‌یابد.

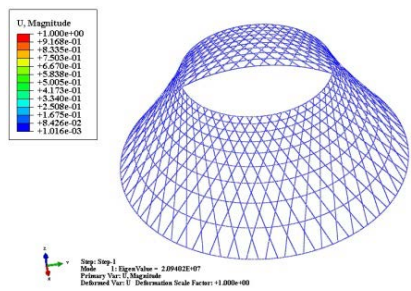
همچنین با افزایش نسبت  $\frac{a_c}{b_c}$  بار بحرانی کمانش کاهش می‌یابد (شکل ۱۰). همچنین تغییرات بار بحرانی کمانش با

افزایش نسبت  $\frac{a_h}{b_h}$  به صورت غیرخطی کاهش می‌یابد (شکل ۱۱).

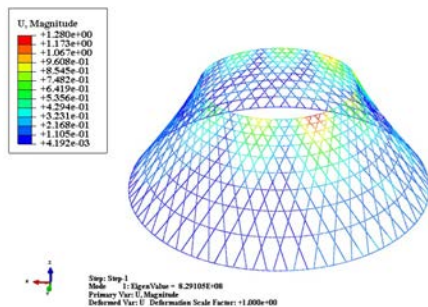


شکل ۹- تغییرات بار بحرانی با افزایش  $\frac{a_c}{a_h}$

با توجه به نتایج ارائه شده می‌توان با تقریب خوبی از روش عددی اجزای محدود و روش تحلیلی، بار محوری بحرانی را استخراج نمود. تعدادی از کانتورهای کم‌انحراف ساختار مشبک مخروطی با ضخامت‌های مختلف در شکل ۱۵ نمایش داده شده است.



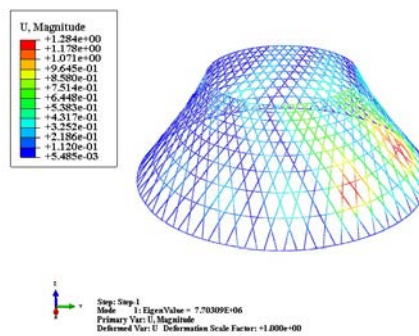
۵ میلی‌متر



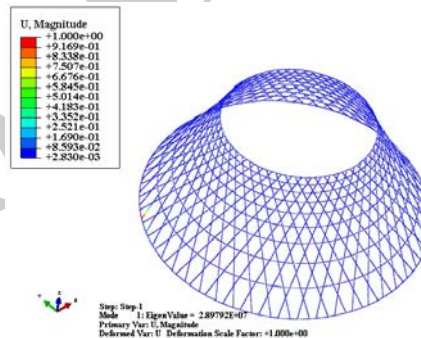
۲۰ میلی‌متر

شکل ۱۵- مود اول کم‌انحراف پوسته مشبک مخروطی تحت بار محوری با تغییر پهناى ریب‌ها (Thickness=18mm)

با توجه به نمودار شکل ۱۲ می‌توان دریافت که با افزایش ضخامت (تقریباً بالای ۲۰ میلی‌متر) المان تیر از دقت بالایی برای همگرایی نتایج تحلیلی و عددی برخوردار نمی‌باشد. تعدادی از کانتورهای کم‌انحراف سازه مشبک مخروطی با ضخامت‌های مختلف در شکل ۱۳ نمایش داده شده است.



۵ میلی‌متر



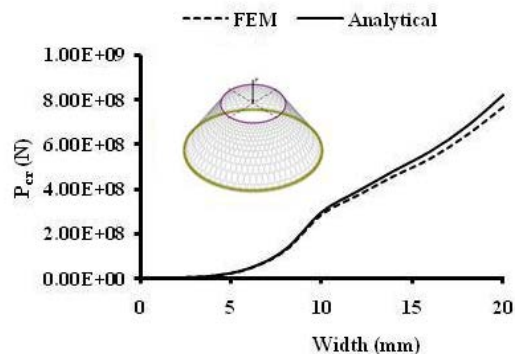
۱۵ میلی‌متر

شکل ۱۳- نمایی از مود اول کم‌انحراف پوسته مشبک مخروطی تحت بار محوری با تغییر ضخامت ریب‌ها (Width=5.75mm)

### ۶- نتیجه‌گیری

طراحی سازه مشبک مخروطی نیازمند در نظر گرفتن پارامترهای مختلف می‌باشد. این پارامترها یا به صورت مستقل توسط طراح انتخاب می‌شوند و یا به صورت وابسته می‌باشند. برای تحلیل کم‌انحراف سازه مشبک مخروطی تحت بار محوری باید سفتی معادل پوسته در جهات محوری، محیطی و مار بر مخروط استخراج گردد. ماتریس سفتی سازه مشبک علاوه بر خواص مکانیکی ریب‌های مارپیچی و دایره‌ای، به هندسه سلول‌های سازه مشبک و همچنین زاویه ریب‌های هلیکال در نقاط مختلف ارتفاعی

همچنین با افزایش پهناى ریب‌های مارپیچی و دایره‌ای، بار بحرانی کم‌انحراف به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد (شکل ۱۴).



شکل ۱۴- تغییرات بار بحرانی کم‌انحراف نسبت به افزایش پهناى ریب‌های دایره‌ای و مارپیچی



- وابسته می‌باشد. در تحلیل کمانش سازه مشبک مخروطی تحت بار محوری نتایج زیر حاصل می‌گردد:
- با افزایش نسبت  $\frac{a_c}{b_h}$  بار محوری بحرانی افزایش می‌یابد.
- با افزایش نسبت  $\frac{a_c}{b_c}$  بار محوری بحرانی کاهش می‌یابد.
- با افزایش نسبت  $\frac{a_h}{b_h}$  بار محوری بحرانی کاهش می‌یابد.
- با افزایش ضخامت ریب‌های دایره‌ای و مارپیچی، بار بحرانی کمانش به صورت غیرخطی افزایش می‌یابد.
- با افزایش پهناى ریب‌های دایره‌ای و مارپیچی، بار محوری بحرانی افزایش می‌یابد.

## ۷-مراجع

- [1] Vasiliev, V.V., Pichkhadze. G.P. (1982), "Composite shells and plates with spatial reinforcement: Design, analysis and testing of composite structures". Central Aerohydrodynamics Institute, Vol. 9, pp. 83-90. (In Russian).
- [2] Huybrechts, S., Meink, T.E. (1997), "Advanced grid stiffened structures for the next generation of launch vehicles". IEEE Aerospace Conference Proceedings, Vol. 1, pp. 263-270.
- [3] Huybrechts, S., Meink, T.E. (1996), "Hybrid tooling for advanced grid stiffened structures (AGS)". SAMP Technical Conference Proceedings, Vol. 2, pp. 220-242.
- [4] Wodesenbet, E., Kidane, S., Pang, S. (2003), "Optimization for buckling loads of grid stiffened composite panels". Composite Struct., Vol. 60, pp. 159-169.
- [5] Kidane, S., Li, G., Helms, J., Pang, S., Woldesenbet, E. (2003), "Buckling load analysis of grid stiffened composite cylinders". Composites, Part B: Eng., Vol. 34, pp. 1-9.
- [6] Kim, T.D. (2000), "Fabrication and testing of thin composite isogrid stiffened panel". Composite Struct., Vol. 49, pp. 21-25.
- [7] Kim, T.D. (1999), "Fabrication and testing of composite isogrid stiffened cylinder". Composite Struct., Vol. 45, pp. 1-6.
- [8] Goldfeld, Y., Arbocz, J., Rothwell, A. (2005), "Design and optimization of laminated conical shells for buckling". Thin-Walled Struct., Vol. 43, pp. 107-133.
- [9] Goldfeld, Y., Arbocz, J. (2004), "Buckling of laminated conical shells taking into account the variations of the stiffness coefficients". AIAA, Vol. 42, No. 3, pp. 642-649.
- [10] Blom, A.W., Setoodeh, Sh., Hol, J.M.A.M., Gurdal, Z. (2008), "Design of variable-stiffness conical shells for maximum fundamental eigenfrequency". Comput. Struct., Vol. 86, No. 9, pp. 870-878.
- [11] Morozov, E.V., Lopatin, A.V., Nesterov, V.A. (2011), "Finite-element modelling and buckling analysis of anisogrid composite lattice cylindrical shells". Composite Struct., Vol. 93, pp. 308-323.
- [12] Morozov, E.V., Lopatin, A.V., Nesterov, V.A. (2011), "Buckling analysis of anisogrid composite lattice conical shells". Composite Struct., Vol. 93, pp. 3150-3162.
- [13] Totaro, G., Gurdal, Z. (2009), "Optimal design of composite lattice shell structures for aerospace applications". Aerosp. Sci. Technol., Vol. 13, pp. 157-164.
- [14] Weingarten, V.J., Morgan, E.J., Seide, P. (1965), "Elastic stability of thin-walled cylindrical and conical shells under axial compression". AIAA J., Vol. 3, No.3, pp. 500-505.

## DESIGN OF ANISOGRID CONICAL LATTICE STRUCTURES

**J. Eskandari Jam<sup>1\*</sup>, M. Noorabadi<sup>2</sup> and S.H. Taghavian<sup>2</sup>**

1. Composite Materials & Technology Center, MUT, Tehran, Iran
2. Composite Materials & Technology Center, Tehran, Iran

\*Corresponding Author: [jejaam@gmail.com](mailto:jejaam@gmail.com)

---

### ARTICLE INFO

---

#### Keywords:

Rib,  
Stiffness Matrix,  
Lattice Structure,  
Finite Elements.

### ABSTRACT

---

Lattice structures, due to their low weight and high performance as structural elements, have been widely used in different aerospace applications. In this paper, effective parameters on the design of anisogrid lattice conical shells are investigated. First, filament winding patterns regarding the desired axial strength is decided. Then, regarding geometrical relations, effective parameters in order to form the anisogrid cell are identified. Distance of circular ribs from each other has an important role in determining the conical lattice structure and eventually in deriving the stiffness matrix. Finally, considering the relations, finite element analysis model of the lattice conical structure has been performed by ABAQUS software and buckling analysis under axial loading is done. In deriving the strength results, the verifications of references of this paper and the classic theory have been used.

---