

# مدل سازی چقرمگی شکست تورق مود ترکیبی اول و دوم در نمونه یکسرگیردار دو لبه نامتقارن

## کامپوزیت های لایه ای

محمود مهرداد شکریه<sup>۱\*</sup> و افشین زین الدینی

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> تورق، چقرمگی شکست، روش بسته شدن مجازی ترک، کامپوزیت شیشه/پوکسی، مود ترکیبی اول و دوم.</p>	<p>در این تحقیق، تورق موجود در نمونه تیر یکسرگیردار دو لبه نامتقارن (ADCB) مطالعه شده است. یک رابطه نیمه تجربی برای محاسبه مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی و مقادیر موده های اول و دوم این پارامتر توسعه داده شده است. لازم بذکر است که از روش بسته شدن مجازی ترک (VCCT) برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی کامپوزیت های لایه ای استفاده شده است. با استفاده از این روش می توان نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ADCB و موده های آن را بدون استفاده از آزمایش تجربی نمونه ADCB و فقط با استفاده از یک آزمایش نمونه تک جهته تیر یکسرگیردار دولبه متقارن (DCB) محاسبه نمود. همچنین برای اعتبارسنجی مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی بدست آمده براساس رابطه نیمه تجربی از سه روش تجربی، مدل سازی و تحلیلی استفاده شده است. با استفاده از مدل سازی نمونه مذکور در نرم افزار ABAQUS می توان مقادیر موده های اول و دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی را محاسبه و نتایج بدست آمده از این روش را با نتایج حاصل شده از رابطه نیمه تجربی مقایسه نمود. در پایان مشاهده شد که نتایج بدست آمده با استفاده از رابطه نیمه تجربی مطابقت خوبی با نتایج تجربی، تحلیلی و مدل سازی عددی دارد. روش ارائه شده در تحقیق حاضر، حجم محاسبات عددی و نیز هزینه مطالعات آزمایشگاهی را به مقدار چشم گیری کاهش می دهد.</p>

### ۱- مقدمه

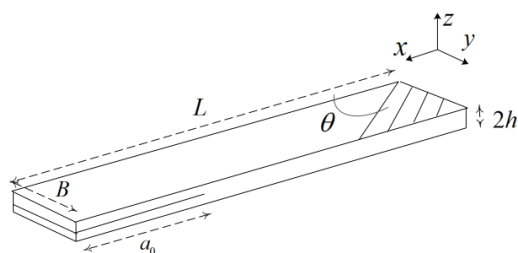
انرژی کرنشی (SERR) نامیده می شود. اگر این نرخ برابر یک مقدار بحرانی شود آنگاه ترک رشد می کند و تخریب بوجود می آید. مود ترکیبی اول و دوم یکی از مهم ترین موده های ترکیبی پدیده تورق در کامپوزیت های لایه ای است. تیر یکسر گیردار دو لبه نامتقارن (ADCB) یکی از قطعات پیشنهاد شده برای ایجاد و مشاهده موده های اول و دوم است. نمونه ADCB در واقع یک نمونه تیر یکسر گیردار دو لبه متقارن (DCB) است که بازوهای آن از

### ۱-۱- تورق

یکی از مهم ترین مکانیزم هایی که باعث تخریب مواد کامپوزیتی می شود، جدایش بین لایه ای یا تورق است. مولفه ای که رشد ترک را پیش بینی می کند نرخ رهایی

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Shokrieh@iust.ac.ir  
۱. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

DCB بصورت فراگیر در تمامی پژوهش ها در زمینه مود اول تورق مورد استفاده قرار گیرد، شکل ۲.



شکل ۲- شمای کلی نمونه DCB

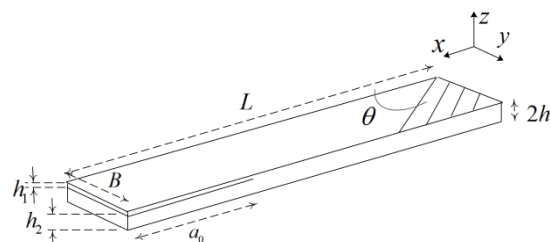
اما در مورد مود دوم، هیچ توافقی روی آزمایش خاصی انجام نشده است. مود دوم به دلیل مشکلات انجام این آزمایش یک مود بحث برانگیز است [۵]. یک روش بسیار متداول آزمایش نمونه با شکاف انتهایی است که برای چوب هم به کار برده شده است [۶]. آزمایش قطعه ENF بیشتر شناخته شده تر است و آزمایش های انجام شده توسط ESIS [۷-۹] روی این قطعه بوده است و ASTM نیز از آن حمایت کرده است. قطعه ENF که توسط برای کامپوزیت ارائه شده است شبیه آزمایش DCB است که بصورت خمش سه نقطه ای بارگذاری می شود [۵]. در این نمونه تقریباً مود دوم خالص در نوک ترک ایجاد می شود، استفاده و آنالیز آن ساده است اما یک عیب اساسی دارد آن هم این است که در این آزمایش ترک دارای رشد ناپایدار می باشد اما اگر  $a/L > 0.7$  این عیب برطرف می شود [۲].

### ۲-۱- روابط تحلیلی

- تیر یکسر گردار دولبه نامتقارن

در سال های اخیر مدلهایی تحلیلی برای تخمین نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ADCB گزارش شده است. ویلیامز [۱۰] روشی را برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه های آن (یعنی مودهای اول و دوم) ارائه نمود. این مدل براساس بارها و گشتاورهای خمشی اعمالی

مواد مختلفی ساخته شده اند و یا ضخامت دو بازوی آن غیریکسان هستند و یا ترکیبی از این دو حالت برای آن اتفاق می افتد. در این بخش منظور از قطعه ADCB یک نمونه DCB است که بازوهای آن ضخامت غیر یکسان دارند یا عبارتی تعداد لایه های دو بازو یکسان نیستند. برای نخستین بار این نمونه توسط بریدلی و چان [۱] پیشنهاد شده است. در نمونه ADCB پیشنهاد شده توسط بریدلی و چان بارهای متفاوتی (از نظر اندازه) به بازوهای این نمونه وارد شده است. منگگیری و همکاران برای نخستین بار این نمونه را برای مطالعه تورق ترکیب مودهای اول و دوم بکار گرفتند [۲]. آیو و همکاران [۳] نمونه ADCB را برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی تورق بین لایه ای موجود در قطعات دو ماده ای پلیمر/پلیمر و پلیمر/غیرپلیمر استفاده نمودند. تا به حال استاندارد برای انجام آزمایش نمونه ADCB در نظر گرفته نشده است و در تورق نمونه ADCB ترکیبی از مودهای اول و دوم شکست وجود دارد، شکل ۱، لذا برای تفکیک مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی به مودهای اول و دوم می توان از قطعات DCB و آزمایش نمونه خمشی با شکاف انتهایی (ENF) که به ترتیب به طور جداگانه مود اول و دوم تورق بین لایه ای را بوجود می آورند استفاده نمود.



شکل ۱- شمای کلی نمونه ADCB

به منظور بررسی مود اول تورق قطعه DCB معرفی شده است [۴]. سادگی ساخت، تقارن و نزدیکی بسیار زیاد مود شکست در این قطعه به مود اول باعث شده است، قطعه

فرض کردن پیشانی ترک نتایج قابل قبولی ارائه نمی‌کرد [۱۲]. سپس کنین [۱۳] برای در نظر گرفتن اثر برش و چرخش نوک ترک، تیر اولر- برنولی بر روی بستر الاستیک وینکلر را برای قطعه DCB همسانگرد متقارن ارائه کرد. کندو [۱۴] یک نمونه DCB را با بکارگیری تیر تیموشینکو قرار گرفته بر روی بستر الاستیک مدل و تحلیل کرد. اوزدیل و کارلسون [۱۵] تئوری تیر اولر- برنولی بر روی بستر الاستیک وینکلر را که کنین برای مواد همسانگرد استفاده کرده بود برای قطعه DCB تک‌جهته و چندجهته با معرفی مدول الاستیسیته کششی خارج صفحه‌ای به جای مدول الاستیسیته عرضی ارائه کردند. ویلیامز [۱۶] همان تحلیل انجام شده توسط کنین را برای نمونه DCB ارتوتروپیک تکرار کرد و نشان داد که با بیشتر در نظر گرفتن طول تیر، دقت بیشتری در محاسبات حاصل می‌شود. ویتنی [۱۷] با در نظر گرفتن اثرات برش، یک مدل کامل DCB را تحلیل کرد و در این تحلیل، ماده را ارتوتروپیک همگن در نظر گرفت. اولسون [۱۸] تحلیل‌های مختلف ارائه شده برای نمونه DCB را که مبتنی بر مدل‌های تیر بودند برای مواد مرکب کربن/اپوکسی بررسی کرد و به این نتیجه رسید که حل ویتنی در مقایسه با حل اجزا محدود، کمترین خطا را دارد. شکره و همکارانش [۱۹] برای تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی مود اول در قطعه DCB مدلی جدید با استفاده از مدل تیر تیموشینکو روی بستر الاستیک دو پارامتری ارائه کرده‌اند. در این روش با توجه به اهمیت دو عامل چرخش پیشانی تورق و اثر تغییر شکل‌های برشی، تیر تیموشینکو بر روی بستر الاستیک دو پارامتری برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی پیشنهاد شده است. در واقع بستر الاستیک دو پارامتری شامل فنرهای کششی و پیچشی است که ضعف بستر الاستیک وینکلر که تأثیر فنرهای کششی روی یکدیگر را در نظر نمی‌گیرد با استفاده از فنرهای پیچشی لحاظ می‌کند. رابطه بدست آمده در این روش برای نرخ رهایی انرژی کرنشی بصورت زیر می‌باشد:

بر نمونه ایجاد شده است. کرتون و همکاران [۱۱] یک رابطه برای محاسبه مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس تیر بر بستر الاستیک (مدل کنین) ارائه نمودند. براساس تئوری تیر الاستیک مدلی تحلیلی برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی در نمونه ADCB پایه‌گذاری شده است. در این روش هر بازو بصورت یک تیر یکسرگیردار الاستیک مدل‌سازی شده است [۴]. نهایتاً در این روش می‌توان با استفاده از رابطه زیر نرخ رهایی انرژی کرنشی را محاسبه نمود:

$$G = \frac{3\delta^2 E_1 E_2 h_1^3 h_2^3}{8a^4 (E_1 h_1^3 + E_2 h_2^3)} \quad (۱)$$

که در این رابطه  $E_1$  و  $E_2$  مدول‌های خمشی موثر هر یک از بازوها،  $h_1$  و  $h_2$  ضخامت بازوها،  $\delta$  جابجایی دهانه ترک و  $a$  طول ترک نمونه است.

کرتون و همکاران [۱۱] یک رابطه برای محاسبه مقدار SERR براساس تیر بر بستر الاستیک (مدل کنین) ارائه نمودند. در این روش مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی با استفاده از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$G = \frac{3\delta^2 E_1 E_2 h_1^3 h_2^3 (C_1^2 E_2 h_2^3 + C_2^2 E_1 h_1^3)}{8a^4 (C_2^3 E_1 h_1^3 + C_1^3 E_2 h_2^3)^2} \quad (۲)$$

در رابطه فوق  $E_1$  و  $E_2$  مدول‌های خمشی موثر هر بازو،  $h_1$  و  $h_2$  ضخامت هر یک از بازوها،  $\delta$  جابجایی دهانه ترک،  $a$  طول ترک نمونه، و  $C_1$  و  $C_2$  پارامترهای هندسی هستند که با استفاده از روابط زیر تخمین زده شده‌اند:

$$C_1 = 1 + 0.64(h_1/a) \quad (۳)$$

$$C_2 = 1 + 0.64(h_2/a) \quad (۴)$$

- تیر یکسر گیردار دولبه متقارن

محققین همواره به دنبال روش‌های تحلیلی مختلفی برای پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی در نمونه DCB بوده‌اند. اولین بار قطعه DCB بصورت یک تیر با طولی برابر طول ترک که در محل پیشانی ترک کاملاً درگیر شده است شبیه‌سازی شد. این مدل به دلیل کاملاً صلب

این فرضیه در حالتی که طول رشد ترک در مقایسه با طول ترک کوچک فرض شود، قابل قبول است. روش بسته شدن مجازی ترک به طور گسترده برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس نتایج حاصل از آنالیز سه بعدی المان محدود بکار می رود. برای تورق در مواد مرکب لایه ای که در آن معیار شکست بسیار وابسته به نسبت اختلاط مودها است و رشد تورق در صفحه چندلایه ای اتفاق می افتد، VCCT جهت تعیین نرخ رهایی انرژی کرنشی بیشترین استفاده را داشته است. در یک مدل المان محدود سه بعدی که از المان های سه بعدی توپر یا صفحه یا پوسته تشکیل شده است، تورق به طول  $a$  بصورت یک ناپیوستگی دو بعدی بین دو سطح تعریف می شود. بعد سوم این امکان را فراهم می کند که توزیع نرخ رهایی انرژی کرنشی در طول نوک ترک بدست آید و  $G_{III}$  محاسبه شود که در مدل های دو بعدی برابر با صفر است. گره ها در سطوح بالایی و پایینی مختصات یکسانی دارند اما متصل نیستند در شکل ۳ قسمتی از ناحیه تورق نشان داده شده است که با المان ۸ گرهی مدل سازی شده است. مؤلفه های نرخ رهایی انرژی کرنشی یعنی  $G_I$ ،  $G_{II}$  و  $G_{III}$  بصورت زیر قابل محاسبه هستند:

$$G_I = -\frac{1}{2\Delta A} \cdot Z_{Li} \cdot (w_{Ll} - w_{Ll}^*) \quad (8)$$

$$G_{II} = -\frac{1}{2\Delta A} \cdot X_{Li} \cdot (u_{Ll} - u_{Ll}^*) \quad (9)$$

$$G_{III} = -\frac{1}{2\Delta A} \cdot Y_{Li} \cdot (v_{Ll} - v_{Ll}^*) \quad (10)$$

که در این روابط  $\Delta A = \Delta a \times b$ ، مساحتی است که بصورت مجازی بسته می شود و  $b$  پهناي المان ها است.  $Z_{Li}$  و  $X_{Li}$  و  $Y_{Li}$  نشان دهنده نیروهای نوک ترک در ستون  $L$  و سطر  $i$  می باشند. جابجایی های متناظر پشت تورق در سطح بالایی و در سطح پایینی مطابق شکل ۳ نشان داده شده اند.

$$G_{DCB} = \frac{12P^2 a^2}{E_{fx} B^2 h^3} \left[ 1 + 1.16 \sqrt{\frac{E_{fx}}{E_z} + \frac{E_{fx}}{6kG_{xz}} + \frac{kG_{xz}}{E_z}} \left(\frac{h}{a}\right) + 0.49 \left(\frac{E_{fx}}{6kG_{xz}} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{E_{fx}}{E_z}}\right) \left(\frac{h}{a}\right)^2 \right] \quad (5)$$

- تیر خمشی با شکاف انتهایی

کاربرد تحلیل تئوری تیر کلاسیک تنها در موادی با صلبیت برشی بالا و نسبت ضخامت به طول ترک ( $h/a$ ) کم معتبر است. مقدار مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی از رابطه زیر بدست می آید.

استحکام کششی در راستای الیاف است، **Error! Bookmark not defined.**  $P_C$  عرض نمونه و  $P_C$  بار بحرانی برای شروع پیشروی ترک است [۲۰].

$$G_{ENF} = \frac{9P^2 a^2}{16E_x B^2 h_1^3} \quad (6)$$

با در نظر گرفتن نرمی برشی تیر و اعمال تئوری تیر تیموشنکو نرخ رهایی انرژی کرنشی کل برابر می شود با:

$$G_{ENF} = \frac{9a^2 P^2}{16B^2 h_1^3 E_1} \left[ 1 + 0.2 \frac{E_{fx}}{G_{xz}} \left(\frac{h_1}{a}\right)^2 \right] \quad (7)$$

### ۳-۱- مدل سازی عددی

روش های گوناگونی برای محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس نتایج بدست آمده از آنالیزهای اجزا محدودی استفاده شده است. یکی از پر کاربردترین روش های پیش بینی چقرمگی شکست در مواد کامپوزیتی روش بسته شدن مجازی ترک است، که روشی تقریبی بر پایه مکانیک شکست است [۲۱ و ۲۲]. این روش بر پایه دو فرض عمده بنا شده است:

۱. زمانی که ترک رشد می کند مقدار انرژی آزاد شده برابر با مقدار انرژی لازم برای بستن دهانه ترک است.
۲. در زمان رشد ترک، حالت تنش در نوک ترک بصورت یکنواخت فرض می شود.

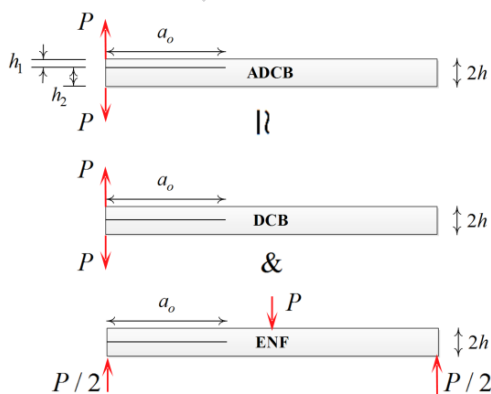
قطعه ADCB هستند. همچنین  $G_{ENF}$  و  $G_{DCB}$  به ترتیب مقادیر مود اول نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه DCB و مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ENF با چیدمان تک‌جهته با ضخامت  $2h_1$  می‌باشند. روابط فوق را می‌توان بصورت زیر نیز نوشت:

$$G_I = \begin{cases} G_{DCB} & \frac{h_2}{h_1} = 1 \\ \left(\frac{h_1}{h_2}\right) \left\{ \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}h_2}{8h_1}\right)^4} \right\} & \frac{h_2}{h_1} \neq 1 \end{cases} \quad (13)$$

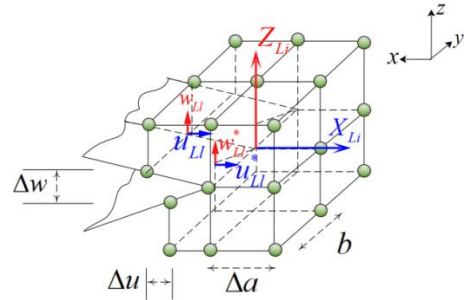
$$G_{II} = \begin{cases} 0 & \frac{h_2}{h_1} = 1 \\ \left(\frac{h_2}{h_1}\right) G_{ENF} & \frac{h_2}{h_1} \neq 1 \end{cases} \quad (14)$$

توجه شود که مقادیر بار اعمالی، خواص الاستیک و پارامترهای هندسی در روابط (۱۳) و (۱۴) همان مقادیر مربوط به آزمایش نمونه ADCB هستند. مقادیر  $G_{DCB}$  و  $G_{ENF}$  با استفاده از روابط تحلیلی قابل محاسبه هستند. پیشتر روابط تحلیلی محاسبه مود اول نرخ رهایی انرژی کرنشی در تورق قطعه DCB و مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی در تورق قطعه ENF معرفی شدند. با جایگذاری روابط (۵) و (۷) در رابطه (۱۳) می‌توان مود اول و با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۱۴) می‌توان مود دوم چقرمگی شکست در قطعه ADCB را محاسبه نمود. به علاوه، با استفاده از رابطه زیر مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی قابل محاسبه است:

$$G_T = G_I + G_{II} \quad (15)$$



شکل ۴- شمای کلی روش نیمه تجربی



شکل ۳- روش VCCT برای المان ۸ گرهی سه بعدی [۲۲]

## ۲- ارائه مدل نیمه تجربی

### ۲-۱- محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی و تفکیک مود

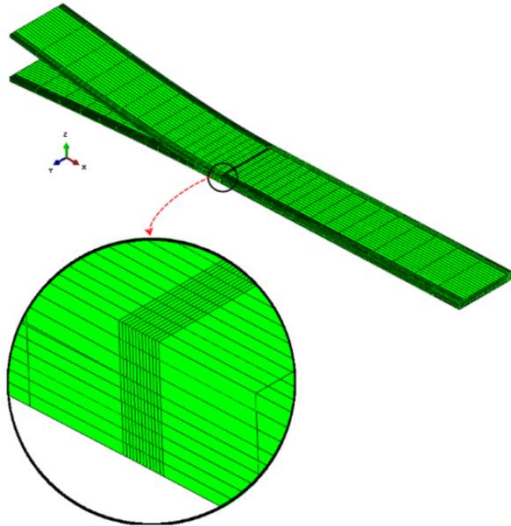
این مدل براساس این فرض بنا شده است که اختلاف ضخامت بازوهای موجود در نمونه ADCB عامل بوجود آورنده مود دوم در چیدمان تک‌جهته این نمونه است. همانطور که پیشتر تعریف شد نمونه ADCB در واقع یک نمونه DCB است که ضخامت دو بازوی آن غیریکسان هستند و از آنجایی که در نمونه‌های تک‌جهته قطعه DCB مود خالص اول تورق اتفاق می‌افتد لذا این فرض درستی است که اختلاف ضخامت بازوهای موجود در قطعه ADCB با چیدمان تک‌جهته، عامل بوجود آورنده مود دوم در این نمونه است. بنابراین برای تفکیک مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی به مدهای اول و دوم می‌توان از قطعات استاندارد DCB و ENF که به ترتیب به طور جداگانه مود اول و دوم تورق بین‌لایه‌ای را بوجود می‌آورند، استفاده نمود، شکل ۴. بر این اساس روابط نیمه تجربی زیر تخمین زده شده‌اند:

$$G_{DCB} = \begin{cases} \left(\frac{h_2}{h_1}\right) \frac{G_I^2 - G_{II}^2}{G_I} & \frac{h_2}{h_1} \neq 1 \\ G_I & \frac{h_2}{h_1} = 1 \end{cases} \quad (11)$$

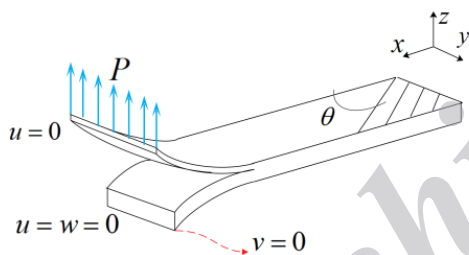
$$G_{ENF} = \begin{cases} 0 & \frac{h_2}{h_1} = 1 \\ \left(\frac{h_1}{h_2}\right) G_I & \frac{h_2}{h_1} \neq 1 \end{cases} \quad (12)$$

که در روابط فوق  $h_1$  و  $h_2$ ،  $G_I$  و  $G_{II}$  ضخامت بازوها و مولفه (مود) های اول و دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی

شرایط مرزی مدل را نشان می‌دهد. از تغییر مکان‌های لبه پایینی و بالایی در جهت  $x$  ممانعت می‌شود یعنی  $u = 0$ . برای جلوگیری از حرکت جسم صلب تغییر مکان در جهت  $y$ ،  $v$ ، گرہ گوشه پایین را صفر در نظر می‌گیریم.



شکل ۵- نمونه مدل‌سازی شده و بزرگنمایی اطراف ترک



شکل ۶- شرایط بارگذاری و مرزی نمونه مدل‌سازی شده

#### ۴- نتایج تجربی

برای اعتبارسنجی مدل ارائه شده، از نتایج تجربی موجود در مرجع [۲۳] استفاده می‌شود. داسپت و همکاران [۲۳] نمونه‌های ADCB را با ضخامت کل ۵، طول ترک ۳۵ و عرض ۲۰ میلی‌متر ساختند و آزمایش نمودند. ماده کامپوزیتی استفاده شده در این تحقیق شیشه/اپوکسی است که خواص الاستیک برای هر لایه  $E_1 = 25.7GPa$ ،  $E_2 = 6.5GPa$ ،  $\nu_{12} = 0.32$  و  $G_{12} = 2.5GPa$  اندازه‌گیری شده‌اند. لازم بذکر است که ۱۶ لایه تک‌جهته با ضخامت

#### ۲-۲- محاسبه نرخ رهایی انرژی کرنشی براساس آزمایش نمونه DCB

در روابط مربوط به نرخ رهایی انرژی کرنشی قطعات DCB و ENF مشاهده می‌شود که مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ENF با دقت خوبی مضربی از مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه DCB است، یعنی می‌توان نوشت که:

$$G_{ENF} \approx \left(\frac{9}{16}\right)\left(\frac{1}{12}\right)G_{DCB} \quad (16)$$

لذا در این روش می‌توان نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه ADCB و موده‌های آن را بدون استفاده از آزمایش تجربی نمونه ADCB و فقط با استفاده از یک آزمایش نمونه تک‌جهته DCB با ضخامت  $2h_1$  (که  $h_1$  ضخامت بازوی نازکتر نمونه ADCB می‌باشد) محاسبه نمود. بعبارت دیگر اگر نتایج تجربی نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه تک‌جهته DCB وجود داشته باشد با استفاده از فرمول ارائه شده (۱۳ تا ۱۵) می‌توان مقدار کلی و همچنین مقادیر موده‌های اول و دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی نمونه‌های ADCB که ضخامت بازوی نازکتر آن  $h_1$  است را پیش‌بینی نمود. توجه شود که در این روش ضخامت بازوی دیگر نمونه ADCB قابل تغییر است. در این روش پیش‌بینی پارامترهای هندسی طول ترک، طول و عرض نمونه، و ماده کامپوزیتی مورد استفاده، تغییر نمی‌کنند.

#### ۳- مدل‌سازی قطعات ADCB

مدل‌سازی با استفاده از نرم افزار ABAQUS بصورت سه بعدی و با در نظر گرفتن المان‌های آجری هشت‌گره‌ای انجام شده است. لازم بذکر است که نتایج ارائه شده برای  $\Delta a = t/20$  بدست آورده شده‌اند. شکل (۵) مش‌بندی در مدل اجزا محدودی و بزرگنمایی نزدیک نوک ترک برای نمونه را نشان می‌دهد. شکل (۶) شمانیک بارگذاری و

منحنی توزیع نسبت مودهای چقرمگی شکست به مقدار کلی آن در راستای عرض نمونه ADCB با استفاده از مدل‌سازی المان محدود و روش VCCT در شکل‌های (۷) تا (۱۲) ترسیم شده‌اند. همانطور که انتظار می‌رفت با افزایش مقدار نسبت ضخامت نسبت مود دوم به مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی افزایش می‌یابد. مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار نسبت ضخامت منحنی‌های توزیع نسبت‌های مود اول به مقدار کلی و مود دوم به مقدار کلی اختلاف کمتری دارند.

جدول ۲- نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن ( $j/m^2$ ) با استفاده از روش تجربی [۲۳]

$G_{II}$	$G_I$	$G_T$	$h_1 / h_2$
۰	۲۴۶	۲۴۶	۱
۱۰	۳۲۰	۳۳۰	۰/۷۸
۳۴	۳۰۱	۳۳۵	۰/۶۰
۶۴	۲۸۶	۳۵۰	۰/۴۵
۱۰۴	۳۱۱	۴۱۵	۰/۳۳
۲۰۰	۴۰۰	۶۰۰	۰/۲۳

جدول ۳- نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن ( $j/m^2$ ) با استفاده از روش مدل‌سازی عددی (VCCT)

$G_{II}$	$G_I$	$G_T$	$h_1 / h_2$
۰	۲۵۱	۲۵۱	۱
۲۸	۳۲۱	۳۴۹	۰/۷۸
۶۵	۳۵۵	۴۲۰	۰/۶۰
۹۳	۳۰۶	۳۹۹	۰/۴۵
۱۴۵	۳۱۹	۴۶۴	۰/۳۳
۲۰۲	۳۶۶	۵۶۸	۰/۲۳

اسمی ۰/۳۱۲۵ میلی‌متر برای ساخت این نمونه‌ها، بر روی هم چیده شده‌اند.

## ۵- مقایسه نتایج تجربی، مدل‌سازی، روابط تحلیلی و رابطه نیمه تجربی ارائه شده

نسبت ضخامت بازوهای نمونه‌های ADCB، جابجایی دهانه ترک و بار بحرانی هر نمونه در جدول (۱) آورده شده‌اند.

جدول ۱- جابجایی دهانه ترک ( $\delta_{ADCB}$ ) بر حسب میلی‌متر و بار بحرانی ( $P_C$ ) بر حسب نیوتن هنگام شروع تورق نمونه‌های ADCB [۲۳]

$h_1 / h_2$	۱	۰/۷۸	۰/۶	۰/۴۵	۰/۳۳	۰/۲۳
$\delta_{ADCB}$	۲/۸	۴/۲	۵/۱	۵/۸	۷/۳	۱۲/۱
$P_C$	۴۹/۰	۵۲/۳	۵۰/۵	۴۰/۰	۳۲/۱	۲۳/۶

در جدول‌های (۲) تا (۵) مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن، برای نمونه‌های مذکور براساس نتایج تجربی، مدل‌سازی عددی، روابط تحلیلی مدل تیر الاستیک و تیر بر بستر الاستیک، و مدل نیمه تجربی (ارائه شده در بخش قبل) آورده شده‌اند. با کاهش نسبت ضخامت‌ها مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی افزایش می‌یابد. همانطور که انتظار می‌رفت برای نسبت ضخامت یک مقدار مود دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی برابر صفر است و مقدار مود اول نرخ رهایی انرژی کرنشی کمترین مقدار را در همین نسبت داراست. مشاهده می‌گردد که با افزایش نسبت ضخامت هر دو مقدار مود اول و دوم نرخ رهایی انرژی کرنشی افزایش می‌یابند. این نتایج در هر سه روش تجربی، تحلیلی و مدل نیمه تجربی ارائه شده معتبر هستند. در جدول‌های (۶) تا (۸) خطای روش‌های مختلف نسبت به روش تجربی ذکر شده‌اند. همانطور که از نتایج این جدول‌ها بر می‌آید خطای مدل نیمه تجربی ارائه شده در این تحقیق نسبت به روش‌های دیگر قابل قبول است.

جدول ۴- نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن ( $j/m^2$ ) با استفاده از روش نیمه تجربی ارائه شده در این مقاله (روابط ۱۳،

۱۴ و ۱۵)

$G_{II}$	$G_I$	$G_T$	$h_1 / h_2$
۰	۲۵۳	۲۵۳	۱
۲۳	۳۳۰	۳۵۳	۰/۷۸
۴۴	۳۷۴	۴۱۷	۰/۶۰
۶۵	۳۱۴	۳۷۹	۰/۴۵
۱۱۰	۳۱۲	۴۲۲	۰/۳۳
۱۹۴	۳۴۴	۵۳۸	۰/۲۳

جدول ۷- خطای نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن با استفاده از روش نیمه تجربی نسبت به روش تجربی [۲۳]

$G_{II}$	$G_I$	$G_T$	$h_1 / h_2$
۰	۲/۸	۲/۸	۱
۵۶/۵	۳	۶/۵	۰/۷۸
۲۲/۷	۱۹/۵	۱۹/۶	۰/۶۰
۱/۵	۸/۹	۷/۶	۰/۴۵
۵/۴	۰/۳۲	۱/۷	۰/۳۳
-۳/۱	-۱۶/۳	-۱۱/۵	۰/۲۳

جدول ۵- مقدار کلی نرخ رهایی انرژی کرنشی ( $j/m^2$ ) با استفاده از روابط تحلیلی

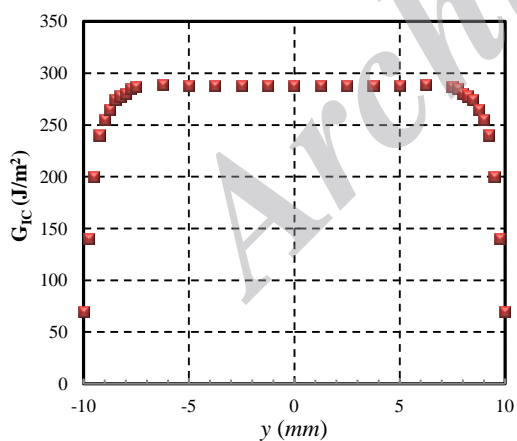
تیر بر بستر الاستیک	تیر الاستیک	$h_1 / h_2$
۲۱۴	۲۵۵	۱
۴۴۲	۵۲۴	۰/۷۸
۵۰۶	۵۸۸	۰/۶۰
۴۲۴	۴۷۹	۰/۴۵
۳۷۲	۴۰۹	۰/۳۳
۴۶۷	۵۰۱	۰/۲۳

جدول ۸- خطای نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن با استفاده از روابط تحلیلی نسبت به روش تجربی [۲۳]

تیر بر بستر الاستیک	تیر الاستیک	$h_1 / h_2$
-۱۵	۳/۵	۱
۲۵/۳	۳۷	۰/۷۸
۳۳/۸	۴۳	۰/۶۰
۱۷/۵	۲۶/۹	۰/۴۵
-۱۱/۶	-۱/۵	۰/۳۳
۲۸/۵	-۱۹/۸	۰/۲۳

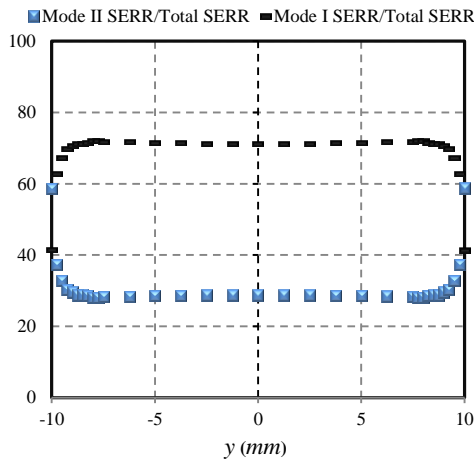
جدول ۶- خطای نرخ رهایی انرژی کرنشی و مولفه‌های آن با استفاده از روش VCCT نسبت به روش تجربی [۲۳]

$G_{II}$	$G_I$	$G_T$	$h_1 / h_2$
۰	۲	۲	۱
۶۴/۳	۰/۳	۵/۴	۰/۷۸
۴۷/۷	۱۵/۲	۲۰/۲	۰/۶۰
۳۱/۲	۶/۵	۱۲/۳	۰/۴۵
۲۸/۳	۲/۵	۱۰/۵	۰/۳۳
۰/۹۹	-۹/۳	-۵/۶	۰/۲۳

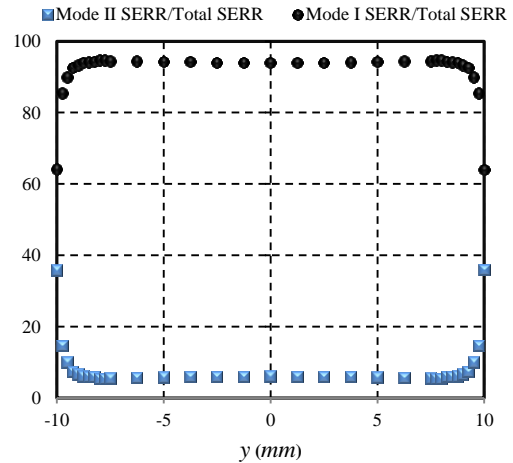


شکل ۷- منحنی توزیع چقرمگی شکست در راستای عرض نمونه با چیدمان  $[0^\circ / 0^\circ]$  (یا  $h_1 / h_2 = 1$ )

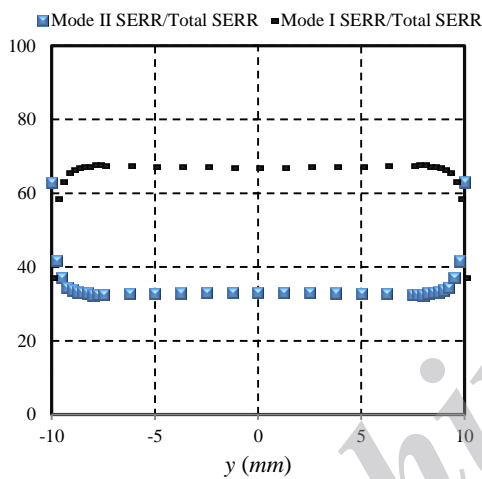




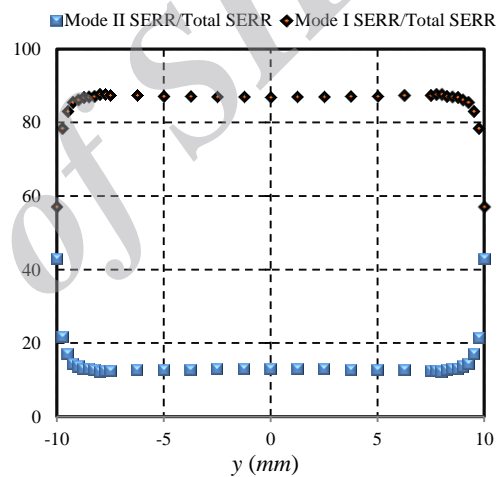
شکل ۱۱- منحنی توزیع نسبت موده‌های چقرمگی شکست به مقدار کلی آن در راستای عرض نمونه با  $h_1 / h_2 = 0.33$



شکل ۸- منحنی توزیع نسبت موده‌های چقرمگی شکست به مقدار کلی آن در راستای عرض نمونه با  $h_1 / h_2 = 0.78$



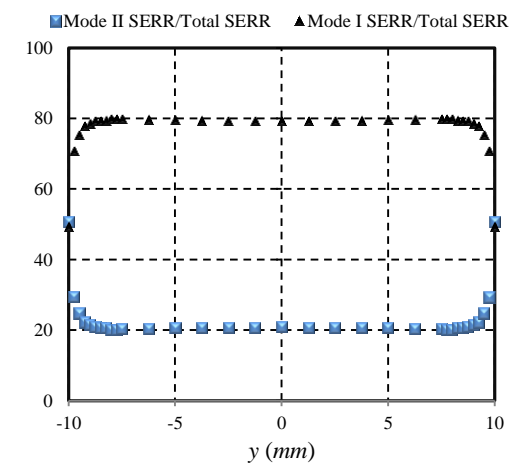
شکل ۱۲- منحنی توزیع نسبت موده‌های چقرمگی شکست به مقدار کلی آن در راستای عرض نمونه با  $h_1 / h_2 = 0.23$



شکل ۹- منحنی توزیع نسبت موده‌های چقرمگی شکست به مقدار کلی آن در راستای عرض نمونه با  $h_1 / h_2 = 0.6$

### ۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این تحقیق روش‌های تحلیلی، تجربی و مدلسازی عددی مربوط به تورق مود ترکیبی اول و دوم در قطعات ADCB مورد مطالعه قرار گرفت. همچنین روشی نیمه تجربی برای محاسبه موده‌های اول و دوم تورق در قطعات ADCB ارائه شد. همانطور که مشاهده گردید روش VCCT روشی ساده اما بسیار کاربردی، در زمینه مطالعه قطعات کامپوزیتی تحت شکست است. معذک بایستی توجه داشت که این روش دارای محدودیت‌های زیر است:



شکل ۱۰- منحنی توزیع نسبت موده‌های چقرمگی شکست به مقدار کلی آن در راستای عرض نمونه با  $h_1 / h_2 = 0.45$

۱. ضخامت بازوی قطعات DCB و ENF بایستی با ضخامت بازوی نازکتر قطعه ADCB برابر باشند.
۲. این روش فقط برای نمونه‌های ADCB تک‌جهته معتبر است.
- علیرغم محدودیت‌های مذکور، مزایای روش نیمه تجربی نسبت به سایر روش‌ها عبارتست از:
  ۱. کاهش هزینه ناشی از ساخت قطعات DCB و هزینه مطالعات آزمایشگاهی
  ۲. صرفه‌جویی در زمان محاسبات
  ۳. خطای بسیار کمتر نسبت به روش تحلیلی
  ۴. قابل استفاده برای کامپوزیت‌های لایه‌ای مختلف
  ۵. مستقل بودن این روش از ابعاد هندسی نمونه
  ۶. سادگی دستیابی به پاسخ

## ۷- مراجع

- [1] Bradley W.L, Cohen R.N, (1985), "Matrix deformation and fracture in graphite-reinforced epoxies, Delamination and Debonding of Materials". American Society for Testing and Materials, Philadelphia, ASTM STP Vol. 876, pp. 389-410.
- [2] Davies P, Blackman B.R.K, Brunner A.J, (1998), "Standard test methods for delamination resistance of composite materials: current status". Appl Compos Mater, Vol. 5(6), pp. 345-64.
- [3] Xiao F., Hui C.-Y, Kramer E.J, (1993), "Analysis of a mixed mode fracture specimen: the asymmetric double cantilever beam". Journal of Materials Science, Vol. 28, pp. 5620-562.
- [4] ASTM D5528, (2007), "Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fiber-reinforced polymer matrix composites". Annual book of ASTM standards, Vol. 15, pp. 1-12.
- [5] Sriharan.S, (2008), "Delamination Behavior of composite". Published by Woodhead Publishing and Maney Publishing on behalf of The Institute of materials, Mainerals & Mining, CRC Press Boca Raton Boston New York Washington.
- [6] Sheinman I, Kardomateas G.A, (1997), "Energy release rate and stress intensity factors for delaminated composite laminates". Int J Solids Struct, Vol. 34(4), pp. 451-9.
- [7] Sela N, Ishai O, (1989), "Interlaminar fracture toughness and toughening of laminated composite materials". a review. Composites, Vol. 20(5), pp. 416.
- [8] Barrett J.D, Foschi R.O, (1977), "Mode II stress intensity factors for cracked wood beams". Engng Fract Mech, Vol. 9(3), pp. 371-8.
- [9] O'Brien T.K, (1982), "Characterization of delamination onset and growth in a composite laminate". In: Reifsnider KL, editor. Damage in composite materials. American Society for Testing and Materials, ASTM STP 775, pp. 140-67.
- [10] Williams J.G, (1988), "On the calculation of energy release rates for cracked laminates". International Journal of Fracture, Vol. 36(2), pp. 101-119.
- [11] Creton C, Kramer E.J, Hui C.Y, Brown H.R, (1992), "Failure mechanisms of polymer interfaces reinforced with block copolymers". Macromolecules, Vol. 25, pp. 3075-3088.
- [12] Kanninen M.R, (1974), "A dynamic analysis of unstable crack propagation and arrest in the DCB test specimen". International Journal of Fracture, Vol. 10(3), pp. 415-430.
- [13] Kanninen M.F, (1973), "An augmented double cantilever beam model for studying crack propagation and arrest". Int. J. Fracture, Vol. 9(1), pp. 83-92.

- [14] Kondo K, (1995), "Analysis of double cantilever beam specimen". *Adv. Composite Materials*, Vol. 4(4), pp. 355-366.
- [15] Ozdil F, Carlsson L. A, (1999), "Beam analysis of angle-ply laminate DCB specimens". *Composites Science and Technology*, Vol. 59 (2), pp. 305-315.
- [16] Williams J.G, (1989), "End Corrections for Orthotropic DCB Specimens". *Composite Science and Technology*, Vol. 35, pp. 367-376.
- [17] Whitney J.M, (1985), "Stress Analysis of the Double Cantilever Beam Specimen". *Composite Science and Technology*, Vol. 23, pp. 201-219.
- [18] Olsson R.A, (1992), "A simplified improved beam analysis of the DCB specimen", *Composite Science and Technology*, Vol. 43, pp. 329-338.
- [19] Shokrieh M.M, Heidari Rarani M, Ayatollahi M.R, (2011), "Calculation of GI for a multidirectional composite double cantilever beam on two-parametric elastic foundation", *Aerosp Sci Technol*, Vol. 15, pp. 534-543.
- [20] Gdoutos E.E, Pilakoutas K. Chris A. Rodopoulos, (2000), "Failure Analysis of Industrial Composite Materials", McGraw-Hill Professional, 553 pages.
- [21] Krueger R, (2002), "The Virtual Crack Closure Technique: History, Approach and Applications", NASA/CR-211628.
- [22] Shivakumar K.N, Tan P. W, Newman J. C, (1988), "A Virtual Crack Closure Technique for Calculating Stress Intensity Factors for Cracked Three-Dimensional Bodies", *Int. J. Fract.* Vol. 36, pp. 43-50.
- [23] Ducept F, Gamby D, Davies P, (1999), "A mixed-mode failure criterion derived from tests on symmetric and asymmetric specimens", Vol. 59, pp. 609-619.