

## مدل سازی سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه

روح اله نوروژی<sup>۱</sup> و منصور رفیعیان<sup>۲\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
<p><b>واژگان کلیدی:</b> روتور، روتور-یاتاقان، مدل سازی، نشیمنگاه.</p>	<p>به دلیل عدم دسترسی به قسمت‌های دوآر روتور تنها راه تشخیص عیب، اندازه‌گیری ارتعاشات روی قسمت‌های ثابت از جمله سطوح نشیمنگاه یاتاقان‌ها است. مرسوم است که در عمل با اندازه‌گیری ارتعاشات سطح نشیمنگاه یاتاقان در سه جهت و تحلیل آن، نوع اشکال به‌وجود آمده را پیش‌بینی و رفع می‌کنند. در نظرگیری اثرات نشیمنگاه بر پاسخ اندازه‌گیری شده از روتور، می‌تواند به پیش‌بینی صحیح رفتار روتور با استفاده از روش‌های تحلیلی کمک شایانی نماید. در این مقاله هدف مدل‌سازی یک سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه و بررسی اثرات در نظرگیری نشیمنگاه یاتاقان است. بدین منظور در ابتدا زیرسیستم روتور-یاتاقان با استفاده از تئوری تیر پیوسته‌ی رابلی و روش تقریبی مودهای فرضی مدل‌سازی می‌گردد. همچنین یک مدل المان محدود کامل و یک مدل جرم و فنر ساده‌ی معادل از نشیمنگاه تهیه می‌گردد. سپس نیروهای وارده از طرف زیرسیستم روتور-یاتاقان بر نشیمنگاه با استفاده از روش نیومارک محاسبه و با اعمال آن‌ها بر مدل نشیمنگاه، پاسخ‌های زمانی، منحنی‌های تغییر شکل و طیف فرکانسی ترسیم می‌گردد. تحقیق حاضر توانسته است علاوه بر مدل‌سازی صحیح یک سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه، به ناکافی بودن مدل جرم و فنر ساده به دلیل خطای بسیار و عدم توانایی در مدل‌سازی صحیح رفتار ارتعاشی نشیمنگاه اذعان نماید. بررسی‌ها نشان داده است که با وجود عدم نیروی محوری در زیرسیستم روتور-یاتاقان، نشیمنگاه دارای ارتعاشات محوری نیز خواهد بود و با وجود برابری تمامی شرایط در سیستم روتور-یاتاقان، انتظار پاسخی برابر در تمامی راستاهای نشیمنگاه را نباید داشت.</p>

### ۱- مقدمه

از زیرسیستم‌ها چشم‌پوشی می‌شود. واضح است که ساده‌سازی موجود باعث ایجاد خطای قابل توجه در بررسی رفتار ارتعاشی مجموعه می‌گردد. در این میان مطالعات انجام شده در زمینه‌ی اثرات نشیمنگاه در دینامیک روتورها سهم کمتری را به خود اختصاص داده و در سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه قرار گرفته است.

کانگ در سال ۲۰۰۰ به مطالعه‌ی اثرات فونداسیون بر مشخصه‌های دینامیکی سیستم روتور-یاتاقان بر اساس

یک سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه به پنج زیرسیستم به نام‌های شافت دوار، دیسک صلب، یاتاقان، ساختار نشیمنگاه و تعلیق قابل تقسیم است. اغلب به دلیل پیچیدگی‌های موجود در این سیستم، از اثرات برخی

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Rafeeyan@yazd.ac.ir

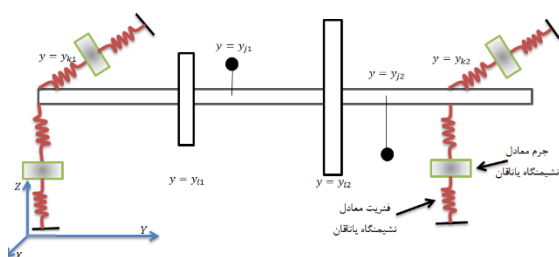
۱. کارشناس ارشد، دانشکده فنی، دانشگاه یزد

۲. دانشیار، دانشکده فنی، دانشگاه یزد

حاصل شده می‌تواند برای شناخت بهتر رفتار نشیمنگاه روتور و تحلیل صحیح داده‌های ارتعاشی یک سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه مفید واقع گردد.

## ۲- مدل سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه با شرایط دلخواه

در شکل ۱ یک مدل کامل از سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه، با فرض در نظرگیری اثرات نشیمنگاه تنها در دو جهت اصلی؛ نشان داده شده است. هر کدام از زیرسیستم‌های موجود در این سیستم می‌توانند به گونه‌ای متفاوت از یکدیگر مدل شده و با استفاده از شرایط سازگاری در یک مختصات جهانی ترکیب شده تا مدل کامل سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه را تشکیل دهند.



شکل ۱- مدل فیزیکی سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه با شرایط دلخواه

در این مدل تعداد دیسک و محل قرارگیری آن‌ها، تعداد یاتاقان و محل قرارگیری آن‌ها و همچنین تعداد جرم نابالانس با شعاع، مقدار و زاویه‌ی فاز متفاوت و محل قرارگیری آن به صورت کاملاً دلخواه و متغیر خواهد بود. در این مدل، شافت پیوسته بوده و فنرها که نماینده‌ی اثرات یاتاقان‌ها و نشیمنگاه هستند، در دو راستای افقی و عمودی حرکت خواهند کرد.

## ۳- عبارتهای انرژی سیستم روتور-یاتاقان

فرض شود که یک مدل پیچیده از روتور همانند شکل ۲ با تعداد دلخواهی دیسک، جرم نابالانس و یاتاقان با محل

روش المان محدود پرداخت. وی سه نوع مختلف فونداسیون جرم متمرکز، فونداسیون تیر پیوسته و فونداسیون نوع صفحه‌ای را مورد مطالعه قرار داد [۱]. در همان سال ادواردز به تحقیق روشی بر شناسایی پارامترهای تحریک و انعطاف‌پذیری تکیه‌گاه‌های سیستم روتور-یاتاقان-فونداسیون به صورت تجربی پرداخت [۲]. بوندلو در سال ۲۰۰۱ یک مدل امپدانس مکانیکی از سیستم کوپل شده‌ی روتور-یاتاقان-فونداسیون را توسعه داد و دو شرح از مدل نشان داد: یکی مدل تئوری خالص که در آن فونداسیون به عنوان یک تیر مدل می‌شد و دیگری مدل پیوندی که شامل برخی مقادیر از دینامیک فونداسیون بود و اذعان به وجود یک خطا در مدل تئوری خالص به دلیل صرف نظر کردن از حرکت پیشگی فونداسیون کرد [۳]. چوی در همان سال به بهبود مدل روتور با اثرات دینامیکی هم‌ارز ساختار تکیه‌گاه‌ها پرداخت. وی با در نظرگیری یه نوع تکیه‌گاه خاص، به استخراج مدل جرم و فنر با مشخصه‌های دینامیکی مشابه آن پرداخت [۴]. در سال ۲۰۰۶ کیرال داده‌های ارتعاشی برای کشف عیوب مختلف یاتاقان غلتشی در یک سیستم روتور را با در نظرگیری اثرات نشیمنگاه یاتاقان، با استفاده از تحلیل ارتعاشی المان محدود به دست آورد [۵]. در سال ۲۰۱۰ یونگ به شناسایی تکنیکی در تحلیل دینامیکی سیستم‌های روتور-یاتاقان-فونداسیون با استفاده از روش مودشیپ ساختگی پرداخت [۶].

در این تحقیق، هدف بررسی رفتار ارتعاشی یک سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه با در نظرگیری روتور پیوسته، دیسک صلب، یاتاقان‌های خطی، مدل جرم و فنر ساده و مدل کامل المان محدود از نشیمنگاه است. برای این منظور از تئوری تیر رایلی استفاده و عبارتهای انرژی سیستم روتور-یاتاقان با استفاده از روش تقریبی مودهای فرضی استخراج و نیروهای حاصله از طرف سیستم روتور-یاتاقان بر نشیمنگاه با استفاده از روش نیومارک به دست می‌آید. در نهایت پاسخ‌های زمانی و نمودارهای طیف فرکانسی نقاط مختلف نشیمنگاه به دست می‌آیند. نتایج

ثابت است. با فرض دوران پادساعتگرد روتور، تغییر مکان جرم نابالانس در راستای محورهای  $x$  و  $z$  به ترتیب به صورت  $u + d_U \sin \Omega t$  و  $w + d_U \cos \Omega t$ ، و در راستای  $y$  ثابت خواهد بود. در نتیجه انرژی جنبشی جرم نابالانس به صورت نشان داده شده در رابطه‌ی (۴) بیان می‌گردد [۸]. بنابراین برای یک سیستم روتور-یاتاقان با چند جرم نابالانس که هر یک با زاویه‌ی فاز  $\varphi_{U_n}$  از خط افق و در فاصله‌ی  $y = y_U$  از سر شافت قرار دارند، انرژی جنبش به فرم رابطه‌ی (۵) بیان می‌گردد.

$$T_U \cong m_U \Omega d_U (\dot{u} \cos \Omega t - \dot{w} \sin \Omega t) \quad (4)$$

$$T_{U_n} \cong m_{U_n} \Omega d_{U_n} (\dot{u} \cos(\Omega t + \varphi_{U_n}) - \dot{w} \sin(\Omega t + \varphi_{U_n})) \Big|_{y=y_{U_n}} \quad (5)$$

با گذشت از ترم‌های غیرخطی و فرض متقارن بودن سطح مقطع شافت، انرژی کرنشی شافت به صورت رابطه‌ی (۶) به دست می‌آید [۷]. انرژی کرنشی و اتلافی هر یک از یاتاقان‌ها نیز با فرض فنریت و میرایی خطی، و ضرایب فنریت و میرایی متقاطع صفر، به ترتیب به صورت روابط (۷) و (۸) بیان می‌گردد.

$$U_s = \frac{EI}{2} \int_0^L \int_A \left[ \left( \frac{d\theta_x}{dy} \right)^2 + \left( \frac{d\theta_z}{dy} \right)^2 \right] dA dy \quad (6)$$

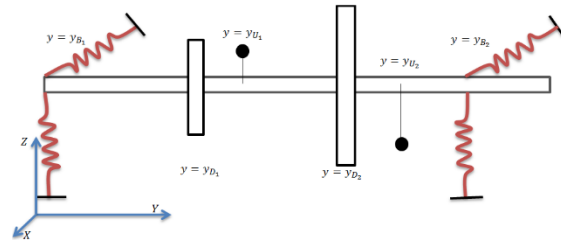
$$U_{B_n} = \frac{1}{2} K_{u_n} u^2 + \frac{1}{2} K_{w_n} w^2 \Big|_{y=y_{B_n}} \quad (7)$$

$$D_{B_n} = \frac{1}{2} C_{u_n} \dot{u}^2 + \frac{1}{2} C_{w_n} \dot{w}^2 \Big|_{y=y_{B_n}} \quad (8)$$

#### ۴- معادلات کلی سیستم روتور-یاتاقان

بدیهی است که اگرچه با استفاده از عبات‌های انرژی به دست آمده و جایگذاری آنها در معادلات لاگرانژ یا اصل هامیلتون و انجام عملیات جبری زیاد به معادلات حاکم و دقیق می‌رسیم که پیچیدگی حل آنها نیاز به استفاده از روش‌های تقریبی را توجیه می‌کند. پس می‌توانیم با منطق دیگری روند کار را بهتر جلو ببریم. از آنجا که

قرارگیری دلخواه و سوار بر شافت انعطاف‌پذیر پیوسته مدنظر است.



شکل ۲- مدل فیزیکی سیستم روتور-یاتاقان با شرایط دلخواه

انرژی جنبشی یک دیسک صلب سوار بر شافت انعطاف‌پذیر را می‌توان به صورت نشان داده شده در رابطه‌ی (۱) نوشت. در این رابطه ترم آخر بیانگر اثرات ژيروسکوپی (کریولیس) دیسک خواهد بود. همچنین انرژی جنبشی شافت انعطاف‌پذیر به صورت رابطه‌ی (۲) قابل بیان است. در این رابطه انتگرال اول بیان کلاسیک انرژی جنبشی شافت در خمش، انتگرال دوم بیانگر اثرات ثانویه اینرسی دورانی و انتگرال آخری ناشی از اثرات ژيروسکوپی شافت است [۷]. برای این مدل، با فرض وجود چند دیسک صلب در فواصل مختلفی از سر شافت بر روی آن، انرژی جنبشی هر یک از دیسک‌ها به صورت نشان داده شده در رابطه‌ی (۳) قابل می‌باشند. شایان ذکر است که در روابط زیر  $\theta_x = \frac{dw}{dy}$  و  $\theta_z = -\frac{du}{dy}$  خواهد بود.

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{I_{dx}}{2} (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2) + I_{dy} \Omega \dot{\theta}_z \theta_x \quad (1)$$

$$T_S = \int_0^L \frac{\rho A}{2} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dy + \int_0^L \frac{\rho I}{2} (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2) dy + 2 \int_0^L \rho I \Omega \dot{\theta}_z \theta_x dy \quad (2)$$

$$T_{D_n} = \frac{1}{2} M_{D_n} (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{I_{dx_n}}{2} (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_z^2) + I_{dy_n} \Omega \dot{\theta}_z \theta_x \Big|_{y=y_{D_n}} \quad (3)$$

انرژی موجود در جرم نابالانس به صورت انرژی جنبشی  $T_u$  خواهد بود. فرض شود که این جرم کوچک در صفحه‌ای عمود بر محور  $y$  باقی مانده و موقعیت آن در طول محور

برای راستاهای مورد مطالعه، در نظر گرفت. در این روابط  $\phi_i(y)$  و  $\psi_i(y)$  ها توابع آزمایشی مورد قبول معلوم هستند که می‌توانند مجموعه‌ای از مودشپ‌های فرض شده، چند جمله‌ای‌ها و یا حتی توابع ویژه باشند.

در رابطه‌ی (۱۴) خارج قسمت رایلی آورده شده است. در این رابطه،  $\pi_{\max}$  و  $T_{\max}^*$  بیان‌گر ماکزیمم انرژی کرنشی و جنبشی سیستم می‌باشند. با مینیمم شدن خارج قسمت رایلی رابطه‌ی (۱۵) حاصل می‌گردد، که در آن  $\lambda_i^{(2n)}$  مقادیر ویژه خواهند بود. ریشه‌های این مقادیر ویژه نشان‌دهنده‌ی فرکانس‌های طبیعی و هر یک از  $\{q^{(i)}\}$  ها بردارهای ضرایب ریتز خواهند بود [۱۰] که تعداد آن‌ها برابر  $2n$  است.

$$R = \omega^2 = \frac{\pi_{\max}}{T_{\max}^*} \quad (14)$$

$$[[K] - \lambda_i^{(n)} [M]] \{q^{(i)}\} = \bar{0} \quad (15)$$

با دقت در روابط (۲) و (۳) روشن است که در این روابط دو ترم اول دارای توان‌های زوج و ترم سوم دارای توانی فرد از تغییرات توابع شیب بر حسب زمان است. بنابراین با توجه به ماهیت روش مودهای فرضی، ترم‌های اول و دوم این روابط تشکیل دهنده‌ی  $T_{\max}^*$  و مجموع روابط (۶) و (۷) تشکیل دهنده‌ی  $\pi_{\max}$  خواهند بود.

$$m_{ij} = \int_0^l \rho A \phi_i \phi_j dy + \int_0^l \rho A \psi_i \psi_j dy + \int_0^l \rho I \frac{d\psi_i}{dy} \frac{d\psi_j}{dy} dy + \int_0^l \rho I \frac{d\phi_i}{dy} \frac{d\phi_j}{dy} dy + M_{D_n} \phi_i \phi_j \Big|_{y=y_{D_n}} + M_{D_n} \psi_i \psi_j \Big|_{y=y_{D_n}} + I_{dx_n} \phi_i \phi_j \Big|_{y=y_{D_n}} + I_{dx_n} \psi_i \psi_j \Big|_{y=y_{D_n}} \quad (16)$$

پاسخ‌های روتور در هر نقطه و زمانی مقادیر توابع  $u$  و  $w$  هستند، به جای استفاده از روش مودهای فرضی در انتهای کار از همین ابتدا مقادیر این دو تابع را با استفاده از روش مودهای فرضی به صورت روابط (۹) و (۱۰) در نظر می‌گیریم.

$$u(y, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(y) \eta_i(t) \quad (9)$$

$$w(y, t) = \sum_{i=1}^n \psi_i(y) \xi_i(t) \quad (10)$$

در این روابط  $\phi_i(y)$  و  $\psi_i(y)$  توابع معلوم و  $\eta_i(t)$  و  $\xi_i(t)$  توابع مجهولی از زمان و  $n$  تعداد توابع آزمایشی هستند، با جایگذاری روابط اخیر در روابط انرژی، ماتریس‌های تقریبی جرم، سختی و میرایی سیستم تولید و دستگاه معادلات زیر حاصل می‌گردد.

$$[M] \{\ddot{q}\} + [D] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = [F] \quad (11)$$

در این رابطه بردار  $\{q\}$  یک بردار  $2n \times 1$  است که به صورت رابطه‌ی (۱۲) تعریف می‌شود. همچنین ماتریس میرایی هر دو اثر ژيروسکوپیک و میرایی را به فرم معادله (۱۳) شامل می‌گردد.

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \{\eta_i(t)\} \\ \{\xi_i(t)\} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$[D] = [c] + [G] = \begin{bmatrix} [c_{11}] & [c_{12}] \\ [c_{21}] & [c_{22}] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G^d + G^s \\ G^d + G^s \end{bmatrix} \quad (13)$$

در رابطه‌ی بالا، ماتریس  $[c]$  مربوط به میرایی سیستم،  $[G^d]$  ماتریس ژيروسکوپیک مربوط به دیسک و  $[G^s]$  ماتریس ژيروسکوپیک مربوط به شافت است [۹]. استخراج هر یک از ماتریس‌های بیان شده در رابطه‌ی (۱۱) با استفاده از روش مودهای فرضی در ادامه آورده شده است.

#### ۴-۱- استخراج ماتریس‌های جرم و سختی

طبق روش مودهای فرضی می‌توان مجموعه‌ای از توابع آزمایشی همانند آنچه در روابط (۹) و (۱۰) آمده است را

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial T_{u_n}}{\partial u} \delta u dt = \int_{t_1}^{t_2} (m_{U_n} \Omega^2 d_{U_n} \sin(\Omega t + \varphi_{U_n})) \delta u dt \quad (21)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{\partial T_{w_n}}{\partial w} \delta w dt = \int_{t_1}^{t_2} (m_{U_n} \Omega^2 d_{U_n} \cos(\Omega t + \varphi_{U_n})) \delta w dt \quad (22)$$

بنابراین انتگراند این روابط به ترتیب نیروهای خارجی حاصل از نابالانسی در جهات  $u$  و  $w$  خواهند بود. از طرفی با توجه به اینکه جرم نابالانس ممکن است در هر فاصله‌ای از سر شافت قرار داشته باشد، ماتریس تشکیل دهنده‌ی نیروی خارجی متأثر از مکان قرارگیری آن خواهد بود. بنابراین نیروی خارجی وارد بر سیستم به صورت رابطه‌ی (۲۳) است که در آن  $\{F_u\}$  و  $\{F_w\}$  به صورت روابط (۲۴) و (۲۵) خواهند بود.

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} \{F_u\} \\ \{F_w\} \end{Bmatrix} \quad (23)$$

$$\{F_u\} = \begin{Bmatrix} \phi_1(y_{U_n}) \\ \phi_2(y_{U_n}) \\ \vdots \\ \phi_n(y_{U_n}) \end{Bmatrix} m_{U_n} \Omega^2 d_{U_n} \sin(\Omega t + \varphi_{U_n}) \quad (24)$$

$$\{F_w\} = \begin{Bmatrix} \psi_1(y_{U_n}) \\ \psi_2(y_{U_n}) \\ \vdots \\ \psi_n(y_{U_n}) \end{Bmatrix} m_{U_n} \Omega^2 d_{U_n} \cos(\Omega t + \varphi_{U_n}) \quad (25)$$

#### ۴-۴- انتخاب توابع آزمایشی

در این تحقیق، فرض بر این بوده است که یک روتور شامل یک دیسک، جرم نابالانس و دو یاتاقان در دو طرف شافت آن مورد تحلیل قرار گیرد. بنابراین با توجه به مدل روتور و شرایط مرزی حاکم بر مسئله، از توابع آزمایشی

$$k_{ij} = \int_{A_0}^l EI \frac{d^2 \psi_i}{dy^2} \frac{d^2 \psi_j}{dy^2} dA dy + \int_{A_0}^l EI \frac{d^2 \phi_i}{dy^2} \frac{d^2 \phi_j}{dy^2} dA dy + (K_{u_n} \phi_i \phi_j + K_{w_n} \psi_i \psi_j) \Big|_{y=y_{B_n}} \quad (17)$$

بنابراین عبارت‌های هر یک از ماتریس‌های جرم و سختی برای یک سیستم روتور-یاتاقان با چند دیسک صلب در نقاط مختلف شافت به صورت نشان داده شده در روابط (۱۶) و (۱۷) خواهند بود.

#### ۴-۲- ماتریس میرایی و ژيروسکوپی

ترم سوم در روابط (۲) و (۳) مربوط به اثرات ژيروسکوپی و رابطه‌ی (۸) مربوط به اثرات دمپینگ در سیستم است. بنابراین، عبارت‌های هر یک از ماتریس‌های ژيروسکوپی بیان شده در رابطه‌ی (۱۳) و میرایی به صورت نشان داده شده در روابط (۱۸) تا (۲۰) خواهند بود.

$$G_{ij}^s = 2\Omega \int_0^l \rho I \frac{d\phi_i}{dy} \frac{d\psi_j}{dy} dy \quad (18)$$

$$G_{ij}^d = \Omega I_{dy} \frac{d\phi_i}{dy} \frac{d\psi_j}{dy} \Big|_{y=y_{D_n}} \quad (19)$$

$$c_{ij} = (C_{u_n} \phi_i \phi_j + C_{w_n} \psi_i \psi_j) \Big|_{y=y_{B_n}} \quad (20)$$

#### ۴-۳- بردار نیرو

با توجه به رابطه‌ی (۵)، انرژی حاصل از نیروی نابالانسی را می‌توان به صورت جملاتی از انرژی جنبشی نشان داد. این دو عبارت که به صورت یک انرژی جنبشی خارجی وارد شده بر سیستم خود را ظاهر کرده‌اند را می‌توان به صورت یک نیروی خارجی اعمالی بر سیستم در نظر گرفت. با اعمال اصل هامیلتون بر رابطه‌ی (۵)، دو رابطه به فرم زیر به دست می‌آید.

مدل سازی سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه

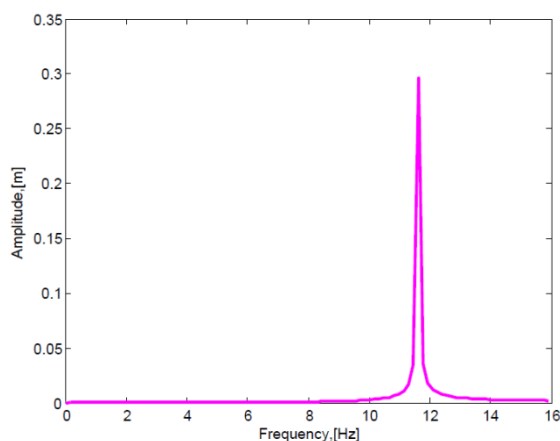
نظر گرفتن ۱۹ المان برای شافت و جرم متمرکز دیسک در مرکز شافت به دست آمده است. مقایسه نتایج حاصله با نتایج روش المان محدود، صحت محاسبات انجام شده را به خوبی نشان می دهد.

جدول ۲- مقایسه فرکانس های طبیعی نتیجه شده از این تحقیق با فرکانس طبیعی به دست آمده با مرجع [۱۱]، بر حسب هرتز.

مود	مرجع [۱۱]	تحقیق حاضر	درصد انحراف
اول	۱۲/۱۲	۱۲/۱۰	۰/۱۶
دوم	۴۱/۹۹	۴۴/۱۰	۴/۷
سوم	۳۵۲/۳	۳۵۷/۷	۱/۵
چهارم	۳۵۲/۳	۳۸۳/۷	۷/۹

### ۲-۵- مثال ۲

برای بررسی پاسخ اجباری سیستم، در این مثال پاسخ فرکانسی روتور موجود در مثال ۱ با فرض لنگی  $0.001 m$  برای دیسک، مدنظر قرار می گیرد. سختی هریک از یاتاقانها برابر  $4 KN/mm$  و میرایی آنها برابر  $2000 N-s/m$  فرض می شود. برای یافتن پاسخ روتور به این بار نابالانس، پاسخ هارمونیک برای محدوده سرعت دورانی صفر تا هزار دور بر دقیقه محاسبه گردیده است. نمودار تابع پاسخ فرکانسی روتور برای محل دیسک در شکل ۳ ترسیم گردیده که تطابق خوبی با نمودار آورده شده در شکل ۴ از مرجع [۱۱] دارد.



شکل ۳- نمودار تابع پاسخ فرکانسی مرکز روتور.

داده شده در رابطه ی زیر برای هر دو راستای ارتعاشات افقی و عمودی روتور استفاده گردیده است.

$$\phi_i(y) = \begin{cases} i=1 & 1 \\ i \geq 2 & \left( \frac{2}{L} \left( y - \frac{L}{2} \right) \right)^{i-1} \end{cases} \quad (26)$$

### ۵- حل مثال و بررسی روش

برای بررسی صحت مدل سازی انجام شده، روش حل مسئله و کدنویسی انجام شده در نرم افزار متلب، دو مثال در این بخش آورده شده و صحت نتایج به دست آمده در این تحقیق با نتایج به دست آمده در مراجع دیگر مورد ارزیابی قرار می گیرد.

### ۱-۵- مثال ۱

در این مثال هدف تعیین فرکانس های طبیعی یک روتور ساده شامل شافت بدون جرم، دیسک سنگین مستقر در مرکز شافت و یاتاقان هایی با سختی  $1 \times 10^{10} N/m$  است. خواص این مدل در جدول ۱ آورده شده است.

جدول ۱- خصوصیات جرمی و هندسی داده شده [۱۱]

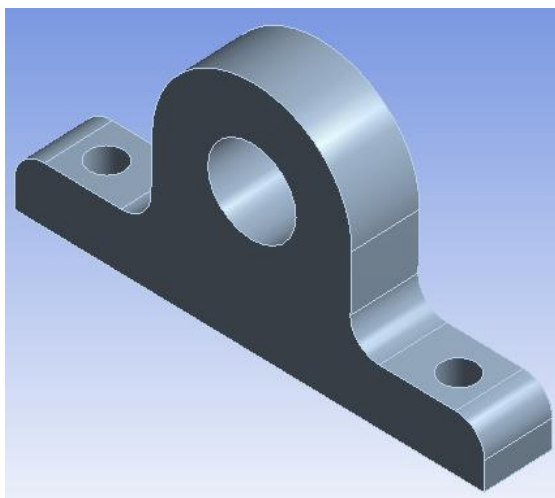
پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
طول شافت	۱/۲(m)	ضریب پواسون	۰/۳
قطر شافت	۰/۰۴(m)	جرم	۱۲۰/۰۷۲(kg)
مدول یانگ	$2/1e11(N/m^2)$	اینرسی قطبی	$3/6932(kgm^2)$
دانسیته	$7800(kg/m^3)$	ممان اینرسی	$7/3544(kgm^2)$

روتور با مشخصات معرفی شده در جدول ۱ تحلیل و چهار فرکانس طبیعی اول آن با آنچه در مرجع [۱۱] آمده است مورد مقایسه قرار گرفته و نتایج حاصله در جدول ۲ آورده شده اند. گفتنی است که نتایج موجود در مرجع مذکور با استفاده از روش المان محدود و نرم افزار انسیس و با در

همچنین فرض می‌شود که روتور دارای سرعت دورانی ۲۵۰۰ دور بر دقیقه بوده و ضخامت دیسک برابر با ۲۴ میلی‌متر و یاتاقان‌ها بدون میرایی باشند.

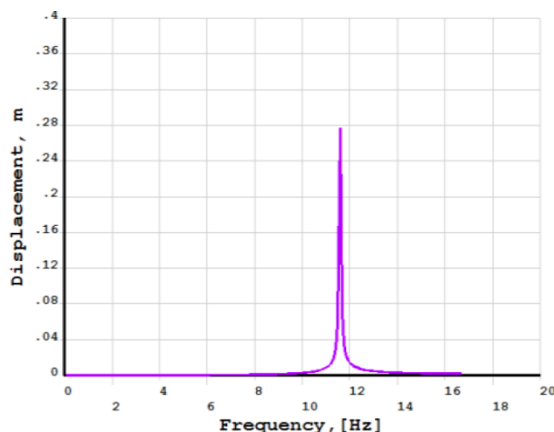
### ۷- مدل المان محدود نشیمنگاه

از آنجایی که نشیمنگاه یاتاقان به صورت یک جسم سه‌بعدی است که می‌تواند در هر یک از جهات محور مختصات رفتار ارتعاشی داشته باشد، مدل دو نقطه‌ای خطی نشان داده شده در قسمت قبل با ساده‌سازی بسیار زیادی همراه خواهد بود. با در نظرگیری یک مدل نسبتاً کاملی از نشیمنگاه یاتاقان، می‌توان رفتار آن را به درستی مدل کرده و تمامی موده‌های ارتعاشی موجود در نشیمنگاه را مورد مطالعه قرار داد. یک مدل عمومی سه بعدی نسبتاً کامل نشیمنگاه در شکل ۵ نشان داده شده است. در این مدل، سوراخ‌های کوچک نشان داده شده در قسمت پایین محل قرارگیری پیچ‌های اتصال و سوراخ بزرگ نشان داده شده در قسمت بالا محل قرارگیری یاتاقان خواهد بود. سطح زیرین نشیمنگاه به‌صورت کاملاً صلب به زمین متصل گردیده و دارای قید ثابت با زمین است.



شکل ۵- مدل سه‌بعدی نسبتاً کاملی از نشیمنگاه یاتاقان.

پیچ‌های اتصال نیز با اعمال فشار لازم بر پایه‌های نشیمنگاه، محدوده‌ی تحت بار خود را کاملاً تحت پوشش قرار داده و تا حدود زیادی از حرکت آن جلوگیری



شکل ۴- نمودار تابع پاسخ فرکانسی مرکز روتور [۱۱].

علاوه بر آن ماکزیمم تغییر مکان روتور و همچنین سرعت بحرانی روتور در جدول ۳ آورده شده و مورد مقایسه قرار گرفته است.

جدول ۳- مقایسه‌ی سرعت بحرانی و ماکزیمم تغییر مکان نتیجه شده از این تحقیق با مرجع [۱۱].

پاسخ روتور	مرجع [۱۱]	تحقیق حاضر	درصد انحراف
سرعت بحرانی (دور بر دقیقه)	۶۹۵/۵۲	۶۹۷/۱۹	۰/۲
ماکزیمم تغییر مکان روتور (متر)	۰/۳۰۳۸	۰/۳۰۱۴	۰/۸

### ۶- مدل مورد مطالعه

فرض می‌شود که یک سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه شامل شافت پیوسته، یک دیسک صلب در میانه و دو یاتاقان و نشیمنگاه یاتاقان در دو انتهای آن مد نظر باشد. این سیستم که دارای یک نابالانسی استاتیکی است، از نظر پیچشی و محوری صلب بوده و دارای ارتعاشات عرضی است. مشخصات هندسی و خصوصیات جرمی مدل روتور-یاتاقان آن در جدول ۴ داده شده است.

جدول ۴- خصوصیات جرمی و هندسی مدل روتور-یاتاقان

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
طول شافت	۱/۲(m)	جرم نابالانس	۰/۰۱(kg)
قطر شافت	۰/۰۴(m)	شعاع دیسک	۰/۲۴(m)
مدول یانگ	$2 \times 10^{11} (N/m^2)$	شعاع نابالانسی	۰/۲(m)
دانسیته	$7800 (kg/m^3)$	سختی یاتاقان	$1 \times 10^8 (N/m)$

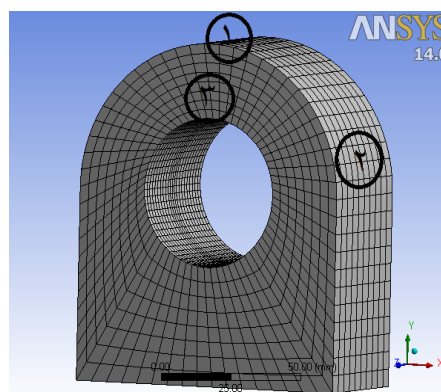
جدول ۵- خصوصیات جرمی نشیمنگاه یاتاقان

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
مدول صلابت	۴۱/۴ GPa	مدول الاستیک	۱۰۰ Gpa
دانسیته	۷/۲ Mg / m <sup>3</sup>	ضریب پواسون	۰/۲۱۱

### ۸- فرضیات انجام شده در صورت مسئله

برای کوپل کردن دو زیرسیستم مجموعه‌ی روتور-یاتاقان و نشیمنگاه دو راهکار می‌توان در نظر گرفت. اول آنکه نشیمنگاه را به صورت فنر و میراگرهای خطی در دو راستای افقی و عمودی در نظر گرفته و اثرات متقابل روتور بر نشیمنگاه و نشیمنگاه بر روتور دیده شود. واضح است که استفاده از این مدل با تقریب و خطای بسیاری همراه خواهد بود. راهکار دوم آن است که مدل نشیمنگاه به صورت مدل المان محدود کامل در نظر گرفته شود. در این حالت کوپلینگ بین المان‌های روتور و نشیمنگاه کاری مشکل است. هر چند که در هر صورت به دلیل المان‌های در نظر گرفته برای روتور به ساده‌سازی‌هایی همچون فرض المان‌های با درجات آزادی کمتر برای نشیمنگاه نیاز می‌شود. در نظر گرفتن المان‌های با درجات آزادی کمتر برای نشیمنگاه نیز با توجه به هدف تعریف شده در صورت مسئله، برای اندازه‌گیری ارتعاشات محوری وارد شده بر نشیمنگاه، امکان‌پذیر نخواهد بود. بنابراین جستجوی راه حل دیگری برای یافتن پاسخ مطلوب مسئله ایجاب می‌شود. بدین منظور از فرض نزدیک به واقعیت عدم تأثیرگذاری سختی نشیمنگاه بر پاسخ‌های روتور استفاده می‌گردد. این فرض با توجه به بالا بودن نسبت فرکانس‌های طبیعی نشیمنگاه به فرکانس‌های طبیعی زیرسیستم روتور-یاتاقان کاملاً معقول و منطقی است. این مهم از مقایسه‌ی فرکانس‌های طبیعی نشیمنگاه در نرم‌افزار انسیس، با فرکانس‌های طبیعی روتور کاملاً قابل مشاهده و دفاع است. بدین منظور در ابتدا فرض می‌شود که نشیمنگاه صلب است. سپس نیروهای وارد از طرف زیرسیستم روتور-یاتاقان به تکیه‌گاه‌هایش به عنوان

می‌کنند. می‌توان با ترسیم خطوط فشار، محدوده‌ای که پیچ‌های اتصال تحت سلطه‌ی خود قرار می‌دهند را مشخص نمود. برای تعیین مساحت تحت فشار می‌توان از یک مخروط فشار با زاویه‌ی رأس ۴۵ درجه استفاده کرد، که میزان سفتی سطوح تحت فشار به سمت بینهایت میل خواهند کرد [۱۲]. بنابراین با توجه به مدل نشیمنگاه و با عنایت به ناحیه‌ی تحت فشار پیچ‌های اتصال، می‌توان با حذف زبانه‌های دوطرف نشیمنگاه، مدل المان محدود آن را به صورت نشان داده شده در شکل ۶ و با فرض اتصال صلب در سطح زیرین نشیمنگاه در نظر گرفت.



شکل ۶- مدل مش‌بندی شده‌ی نشیمنگاه با استفاده از انسیس.

فرض می‌گردد که نشیمنگاه از جنس چدن خاکستری EN-GJL-250 بوده که خصوصیات جرمی آن به صورت ارائه شده در جدول ۵ است. همچنین از ابعاد نشیمنگاه استاندارد HZ050 که مربوط به نشیمنگاه یاتاقان‌های لغزشی است، استفاده شده است. با توجه به ابعاد هندسی داده شده و خصوصیات جرمی پذیرفته شده و همچنین قیود و شرایط مرزی بررسی شده، مدل المان محدود نشیمنگاه در نرم‌افزار انسیس تولید گردیده است. برای المان‌بندی قطعه مورد نظر، با توجه به هندسه قطعه و مطلوب مسئله، از المان‌های سالیید استفاده گردیده و نشیمنگاه به صورت سه بعدی مدل گردیده است. برای مش‌بندی این قطعه با استفاده از روش هکس-دومینیت<sup>۱</sup>، از ۴۳۱۹۱ گره و ۱۱۳۴۶ المان استفاده گردیده است.

۱. Hex Dominant



جرم معادل افقی نشیمنگاه مورد نظر می‌توان آن را به صورت یک تیر یکسر درگیر مدل کرد. از طرفی معادله‌ی منحنی الاستیک یک تیر یکسر درگیر به طول  $L$  و تحت بار  $P$  به صورت زیر است [۱۴]:

$$y = \frac{P}{6EI} (x^3 - 3Lx^2) \quad (29)$$

واضح است که در یک تیر یکسر درگیر ماکزیمم تغییر مکان تیر در انتهای آزاد آن خواهد بود. بنابراین می‌توان رابطه‌ی بین سرعت هر نقطه از تیر با نقطه‌ی ماکزیمم سرعت تیر را به صورت زیر نوشت.

$$\dot{y} = \frac{\dot{y}_{\max}}{2} (x^3 - 3Lx^2) \quad (30)$$

بنابراین با جایگذاری رابطه‌ی ۳۰ در رابطه‌ی ۲۸، جرم معادل نشیمنگاه در راستای افقی به صورت نشان داده شده در رابطه‌ی ۳۱ حاصل می‌گردد. در این رابطه  $m_{u-eff}$  جرم معادل نشیمنگاه در راستای افقی و  $m_f$  جرم کامل نشیمنگاه است.

$$m_{u-eff} = \frac{33}{140} m_f L^6 \quad (31)$$

همچنین برای به دست آوردن جرم معادل راستای عمودی نشیمنگاه، با فرض اینکه تغییرات طول به صورت خطی باشد، می‌توان آن را همانند یک میله یا یک فنر با جرم گسترده مدل کرد. بنابراین جرم معادل عمودی نشیمنگاه برابر یک سوم جرم نشیمنگاه فرض می‌گردد، به عبارت دیگر  $m_{w-eff} = 1/3 m_f$  خواهد بود.

مقادیر جرم و فنریت به دست آمده در دو طرف مدل روتور به صورت جرم متمرکز و فنر خطی اضافه گردیده‌اند. ماتریس‌های جرم، سختی و نیروی خارجی مدل کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه حاصل با استفاده از المان‌های تیر رابلی برای شافت و روش تقریبی مودهای فرضی به دست آمده است. سپس با استفاده از روش نیومارک مورد تحلیل قرار گرفته و منحنی‌های خط مسیر نقاط ابتدایی و میانی شافت به دست آمده و ترسیم گردیده‌اند.

نیروهای وارده بر نشیمنگاه پذیرفته می‌شود. در مرحله‌ی بعد با ورود این نیروها بر مدل المان محدود نشیمنگاه و با در نظرگیری سختی و میرایی جنس آن به تحلیل ارتعاشات، پاسخ‌های زمانی و طیف فرکانسی نقاط مختلف نشیمنگاه پرداخته می‌شود.

## ۹- اثرات متقابل روتور و نشیمنگاه بر

### یکدیگر

برای مدل کردن جرم و سختی معادل نشیمنگاه از مدل المان محدود آن استفاده می‌شود. بدین صورت که دو نیروی واحد یکی در راستای افقی و دیگری در راستای عمودی به سطح دایروی سوراخ داخلی نشیمنگاه وارد می‌شود. مقدار حداکثر جابجایی آن در دو راستای افقی و عمودی با استفاده از نرم‌افزار انسیس و با فرض سرعت دورانی ۲۵۰۰ دور بر دقیقه برای روتور، به دست آورده می‌شود. با توجه به نیروی واحد اعمالی و مقدار جابجایی انجام شده، سختی افقی و عمودی نشیمنگاه قابل استخراج است. این مقادیر در زیر نشان داده شده‌اند که در آن  $K_u$  سختی افقی و  $K_w$  سختی عمودی است.

$$K_u = 1062687962.9 N / m$$

$$K_w = 2118868524.2 N / m \quad (27)$$

برای به دست آوردن جرم معادل در هر یک از راستاهای افقی و عمودی نیز می‌توان با ساده‌سازی‌هایی به صورت زیر عمل کرد:

در روش رابلی که هم برای سیستم‌های با چند جرم و هم برای سیستم‌های با جرم توزیعی کاربرد دارد، انرژی جنبشی سیستم را می‌توان به صورت زیر نوشت.  $m_{eff}$  جرم مؤثر یا معادل متمرکز شده و  $\dot{y}_{\max}$  حداکثر سرعت در نقطه‌ی مشخص شده است [۱۳].

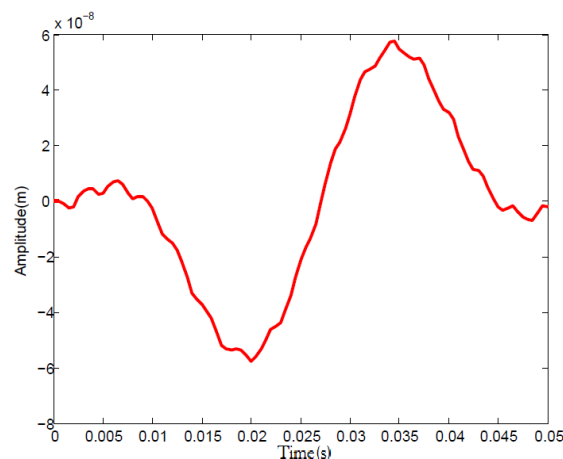
$$T_{\max} = \frac{1}{2} m_{eff} (\dot{y}_{\max})^2 \quad (28)$$

در سیستم‌های با جرم توزیعی مانند فنرها و تیرها، قبل از اینکه بتوان انرژی جنبشی را محاسبه کرد اطلاع از توزیع دامنه‌ی ارتعاشات ضروری است [۱۳]. برای تقریب زدن

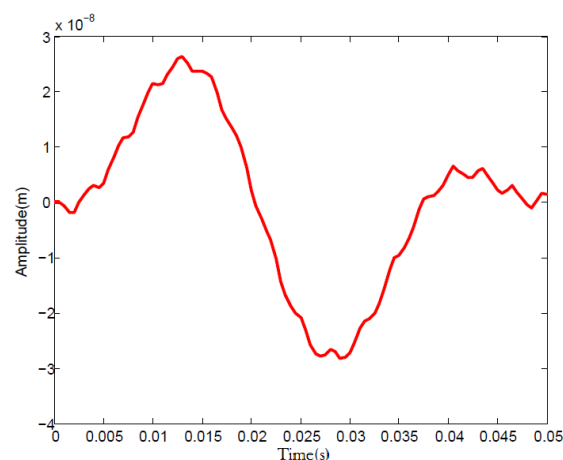
## ۱۰- میزان ارتعاش حاصل از اعمال نیروها بر

### مدل المان محدود نشیمنگاه

در این بخش پاسخ‌های زمانی و میزان ارتعاش نشیمنگاه برای مدل روتور-یاتاقان سوار بر مدل المان محدود کامل نشیمنگاه با استفاده از نرم‌افزار انسیس به دست آمده است. تفاوت موجود در پاسخ‌های حاصله در این سیستم و سیستم با جرم و فنر معادل برای نشیمنگاه در این است که به دلیل این‌که یک مدل المان محدود کاملی از نشیمنگاه مورد بررسی قرار می‌گیرد، علاوه بر ارتعاشات افقی و عمودی، نشیمنگاه دارای ارتعاشات محوری نیز خواهد بود. بنابراین پاسخ‌های مربوط به هر مدل سیستم روتور-یاتاقان پیوسته، پاسخ‌های زمانی مربوط به ارتعاشات محوری را نیز شامل خواهند شد. پاسخ‌های زمانی حاصل از ارتعاشات نشیمنگاه یاتاقان در نقاط ۱، ۲ و ۳ نشان داده شده در شکل ۶ که بیانگر ارتعاشات عمودی، افقی و محوری نشیمنگاه است با استفاده از روش المان محدود و نرم‌افزار انسیس به دست آمده و در شکل‌های ۹ تا ۱۱ آورده شده است. با توجه نمودارهای ترسیمی واضح است که با وجود اینکه تمامی شرایط روتور شامل شافت، دیسک، جرم نابالانس و سختی یاتاقان‌ها به صورت متقارن و آیزوتروپیک در نظر گرفته شده است، دامنه‌ی ارتعاش افقی و عمودی در نشیمنگاه برابر نخواهد بود. واضح است که نابرابر بودن دامنه‌ی ارتعاش در راستای افقی و عمودی به دلیل نامتقارن بودن خواص هندسی نشیمنگاه در این جهت خواهد بود. همچنین دیده می‌شود که با وجود اینکه هیچگونه نیروی محوری برای مجموعه‌ی روتور در نظر گرفته نشده است، نشیمنگاه دارای حرکت ارتعاشی در راستای محوری نیز خواهد بود. هر چند که دامنه‌ی ارتعاش در راستای محوری در مقایسه با راستاهای افقی و عمودی بسیار کوچکتر است.



شکل ۷- پاسخ زمانی نشیمنگاه معادل در راستای محور افقی.



شکل ۸- پاسخ زمانی نشیمنگاه معادل در راستای عمود.

با مقایسه‌ی نمودارهای ترسیم شده در این اشکال با نمودارهای به دست آمده از سیستم روتور-یاتاقان و بدون در نظرگیری اثرات نشیمنگاه روشن گردیده است که جرم و سختی نشیمنگاه با خواص داده شده تأثیر چندانی بر پاسخ‌های روتور در نقاط دیگر نداشته و بنابراین می‌توان مدل المان محدود کاملی از نشیمنگاه را با فرض عدم تأثیرگذاری خواص جرمی و فنریت آن بر پاسخ دیگر اجزاء سیستم روتور-یاتاقان مورد تحلیل قرار داد. در این بخش همچنین پاسخ‌های زمانی ارتعاشات در راستاهای افقی و عمودی معادل نشیمنگاه در شکل‌های ۷ و ۸ آورده شده‌اند. این نمودارها می‌توانند برای صحت‌سنجی تحلیل المان محدود مدل کامل نشیمنگاه نیز مورد استفاده قرار گیرند.

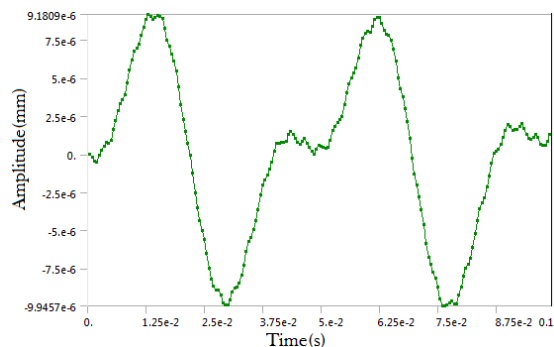
به تغییر مدل جرم و فنر ساده‌ی معادل به مدل المان محدود کاملی از نشیمنگاه پذیرفتنی است. از طرف دیگر اختلاف نشان داده شده بیانگر این واقعیت است که مدل جرم و فنر ساده‌ی معادل برای شناخت صحیح و دقیق رفتار ارتعاشی نشیمنگاه ناکافی خواهد بود.

## ۱۱- تحلیل فرکانسی سیستم روتور-

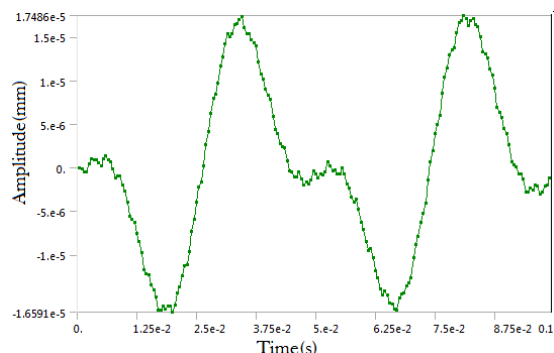
### یاتاقان-نشیمنگاه

علاوه بر نشان دادن دامنه‌ی ارتعاشات بر حسب زمان، راه‌های دیگری برای نمایش ارتعاشات وجود دارد. یکی از این راه‌ها حوزه‌ی فرکانس است. حوزه‌ی فرکانس ترسیمی از دامنه بر اساس فرکانس است. نمایش بر اساس فرکانس راهی مطمئن در تعیین وضعیت ماشین است [۱۵]. تبدیل فوریه یک روش کلاسیک برای تجزیه‌ی تاریخچه‌ی زمانی به اجزاء فرکانسی را فراهم می‌کند. تبدیل فوریه‌ی سریع یا به‌طور کوتاه FFT نیز یک الگوریتم عددی برای محاسبه‌ی تبدیل فوریه‌ی مجزا یا DFT است [۱۶]. در ارتعاشات به تبدیل فوریه‌ی سریع یک سیگنال، طیف آن سیگنال گویند.

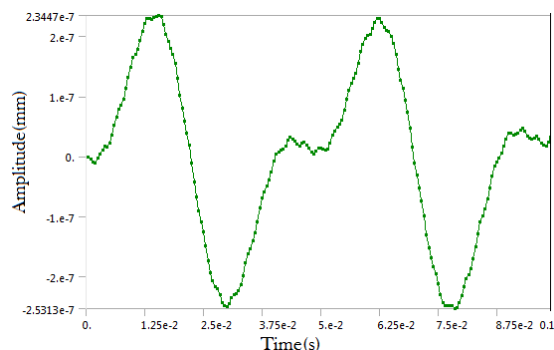
در شکل‌های ۱۲ تا ۱۷ به ترتیب نمودارهای FFT به دست آمده از نمودارهای جابجایی و شتاب نقاط ۱، ۲ و ۳ روی نشیمنگاه نشان داده شده است. برای ترسیم هر یک از نمودارهای نشان داده شده، در ابتدا داده‌های نمودارهای جابجایی و شتاب نقاط مذکور با استفاده از نرم‌افزار انسیس استخراج گردیده، سپس با استفاده از کدنویسی در مطلب نمودارهای FFT ترسیم شده است. نمودارهای ترسیم شده در این حالت با نمودارهای مربوط به سیستم روتور-یاتاقان و بدون در نظرگیری نشیمنگاه، قابل مقایسه است. مشاهده گردیده است که، با در نظرگیری اثرات نشیمنگاه دامنه‌ی نمودارهای ترسیمی کاهش خواهد یافت.



شکل ۹- پاسخ زمانی ارتعاشات نشیمنگاه در نقطه‌ی ۱، در راستای عمودی.



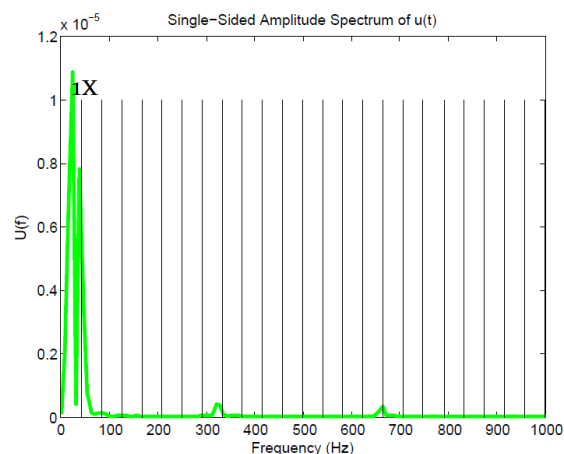
شکل ۱۰- پاسخ زمانی ارتعاشات نشیمنگاه در نقطه‌ی ۲، در راستای افقی.



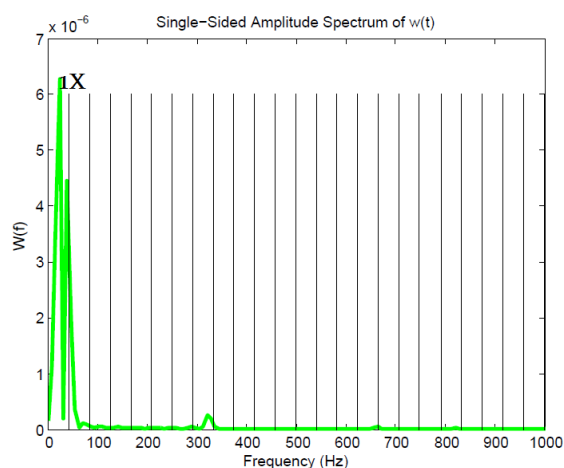
شکل ۱۱- پاسخ زمانی ارتعاشات نشیمنگاه در نقطه‌ی ۳، در راستای محوری.

علاوه بر آن واضح است که رفتار ارتعاشی نشیمنگاه در نقطه‌ی ۳ بسیار شبیه به نقطه‌ی ۱ خواهد بود. نمودارهای ترسیمی در شکل‌های ۹ و ۱۰ با نمودارهای ترسیمی در شکل‌های ۷ و ۸ که مربوط به جرم معادل و سختی معادل نشیمنگاه است، قابل مقایسه است. به خوبی واضح است که نمودارهای ترسیم شده دارای رفتار کاملاً مشابهی خواهند بود. همچنین دامنه‌ی ارتعاشات نشان داده شده مبین اختلافی بین نمودارهای ترسیمی است که با توجه

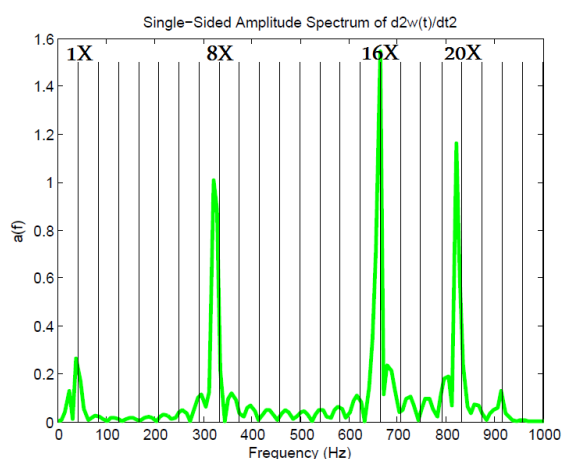
قرارگیری قله‌ها در سیستم بدون در نظرگیری اثرات نشیمنگاه و سیستم با در نظرگیری اثرات نشیمنگاه تطابق کامل وجود دارد. همچنین دیده می‌شود که نمودارهای طیف فرکانسی موجود در شکل‌های ۱۴ و ۱۷ که مربوط به نقطه‌ی ۳ بر روی نشیمنگاه است با نمودارهای موجود در شکل‌های ۱۲ و ۱۵ به غیر از دامنه، دارای شباهت کامل است. نکته‌ی قابل توجهی دیگر آن است که در نمودارهای طیف فرکانسی موجود در شکل‌های ۱۳ و ۱۶ که مربوط به نقطه‌ی ۲ بر روی نشیمنگاه است، علاوه بر تفاوت دامنه با نمودارهای شکل‌های ۱۲ و ۱۵، برخی از قله‌های فرکانس بالا حذف گردیده است. این حقیقت به دلیل تفاوت ساختاری نشیمنگاه در هر یک از جهات محور مختصات و نقاط مورد آزمایش است.



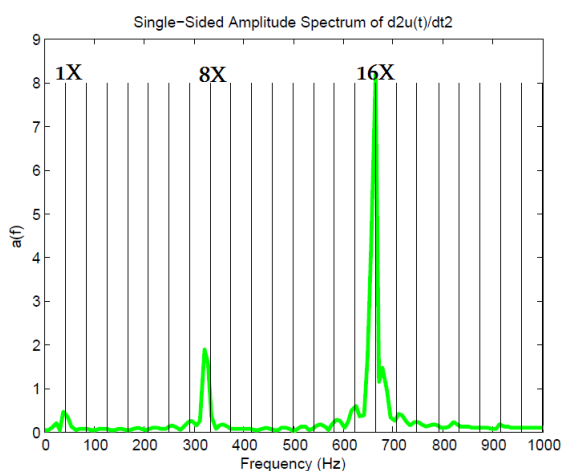
شکل ۱۲- نمودار FFT جایجایی راستای عمودی نشیمنگاه در نقطه‌ی ۱.



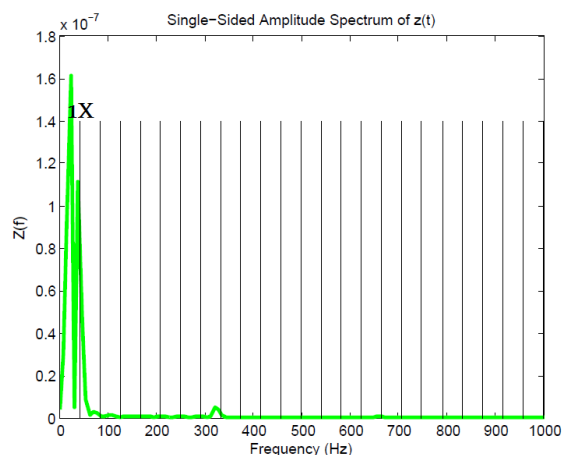
شکل ۱۳- نمودار FFT جایجایی راستای افقی نشیمنگاه در نقطه‌ی ۲.



شکل ۱۵- نمودار FFT شتاب راستای عمودی در نقطه‌ی ۱.



شکل ۱۶- نمودار FFT شتاب راستای افقی در نقطه‌ی ۲.



شکل ۱۴- نمودار FFT جایجایی راستای محوری نشیمنگاه در نقطه‌ی ۳.

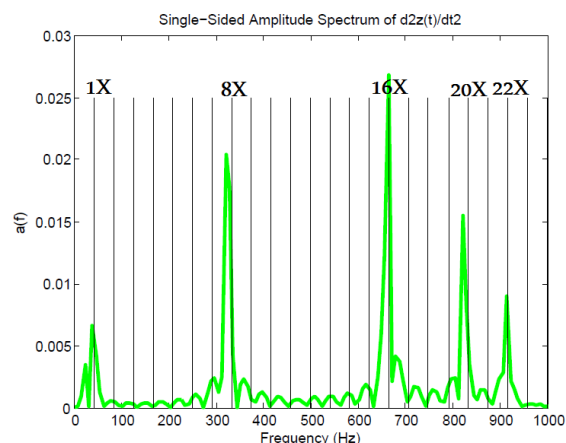
این کاهش دامنه در فرکانس‌های بالا و بالاخص نمودار طیف فرکانسی حاصل از نمودارهای شتاب بسیار شدیدتر خواهد بود. تغییرات حاصله به‌گونه‌ای است که در محل

تحلیل ارتعاشی نشیمنگاه نشان داد که برای یک سیستم روتور-یاتاقان-نشیمنگاه با وجود برابری تمامی شرایط در سیستم روتور-یاتاقان، انتظار پاسخی برابر در تمامی راستاهای اندازه‌گیری شده در نشیمنگاه را نباید داشت. همچنین روشن گردید که رفتار ارتعاشی راستای محوری نشیمنگاه در نقطه‌ی ۳ بسیار شبیه به رفتار ارتعاشی راستای عمودی نشیمنگاه در نقطه‌ی ۱ خواهد بود، در حالی که در دامنه‌ی ارتعاش این دو نقطه تفاوت بسیار زیادی دیده می‌شود. بررسی‌ها نشان داد که با در نظرگیری اثرات نشیمنگاه دامنه‌ی نمودارهای طیف فرکانسی، مخصوصاً در فرکانس‌های بالا کاهش خواهد یافت. علاوه بر آن روشن شد که در نمودارهای طیف فرکانسی نقطه‌ی ۲ روی نشیمنگاه، برخی از قله‌های موجود در فرکانس‌های بالا حذف می‌گردد.

### ۱۳- فهرست علائم و نشانه‌ها

#### ۱۳-۱- فهرست علائم

$A$	سطح مقطع شافت ( $m^2$ )
$A_m$	دامنه‌ی ارتعاش (m)
$C_u$	میرایی یاتاقان در راستای $u$ ( $N.s/m$ )
$C_w$	میرایی یاتاقان در راستای $w$ ( $N.s/m$ )
$d_U$	شعاع نابالانسی (m)
$E$	مدول یانگ (GPa)
$f$	فرکانس (Hz)
$K_u$	سختی یاتاقان در راستای $u$ ( $N/m$ )
$K_w$	سختی یاتاقان در راستای $w$ ( $N/m$ )
$L$	طول شافت (m)
$M_D$	جرم دیسک (Kg)
$m_U$	جرم نابالانس (Kg)
$R$	شعاع شافت (m)
$I$	ممان سطح شافت ( $m^4$ )
$I_{dx}$	ممان اینرسی دیسک، حول محور عمود بر شافت ( $Kg.m^2$ )



شکل ۱۷- نمودار FFT شتاب راستای محوری نشیمنگاه در نقطه‌ی ۳.

### ۱۲- نتیجه‌گیری

نشیمنگاه یاتاقان قسمت ثابت یک ماشین دوار و محل اندازه‌گیری ارتعاشات و تشخیص عیب سیستم خواهد بود. در نظرگیری اثرات نشیمنگاه بر پاسخ اندازه‌گیری شده از روتور، می‌تواند به پیش‌بینی صحیح رفتار روتور با استفاده از روش‌های تحلیلی کمک شایانی نماید. در این تحقیق یک سیستم کامل روتور-یاتاقان-نشیمنگاه به‌طور صحیح مدل‌سازی و راستایی آزمایشی شد. برای بررسی اثرات نشیمنگاه بر پاسخ‌های به دست آمده، دو مدل از نشیمنگاه مورد بررسی قرار گرفت. در حالت اول با ساده‌سازی‌های بسیاری از یک مدل جرم و فنر ساده برای مدل‌سازی استفاده گردید و روشن شد که با توجه به ابعاد داده شده، می‌توان از اثرات نشیمنگاه بر پاسخ‌های دیگر اجزاء روتور چشم‌پوشی کرد. بنابراین با فرض عدم تأثیرگذاری پاسخ‌های نشیمنگاه بر روتور، هدف مورد نظر پیگیری شد. در حالت دوم از یک مدل المان محدود کامل از نشیمنگاه استفاده گردید و روشن شد که مدل جرم و فنر ساده به دلیل خطای بسیار و عدم توانایی در مدل‌سازی صحیح رفتار ارتعاشی نشیمنگاه ناکافی است. همچنین روشن گردید که با وجود نداشتن هیچ‌گونه نیروی محوری در سیستم روتور-یاتاقان، نشیمنگاه دارای ارتعاشات محوری نیز خواهد بود.

$\Omega$ سرعت زاویه ای روتور (rad/s)	ممان قطبی دیسک، حول محور شافت	$I_{dy}$ (Kg.m <sup>2</sup> )
$\varphi_U$ زاویه‌ی فاز جرم نابالانس (rad)		
	$T$ زمان (s)	
۱۳-۳- زیرنویس‌ها	$u$ تغییر مکان در راستای افقی (m)	
	$w$ تغییر مکان در راستای عمودی (m)	
$B$ مربوط به یاتاقان		
$D$ مربوط به دیسک		
$n$ شمارنده‌ی دیسک، یاتاقان و جرم نابالانس		۱۳-۲- علایم یونانی
$U$ مربوط به جرم نابالانس	$\rho$ دانسیته شافت (Kg/m <sup>3</sup> )	

## ۱۴- مراجع

- [1] Kang, Y., et.al, (2000). "An investigation in stiffness effects on dynamics of rotor-bearing-foundation systems", Journal of sound and vibration, Vol. 231(2), pp. 343-374.
- [2] Edwards, S., Lees, A. W., Friswell, M. I., (2000). "Experimental identification of excitation and support parameters of a flexible rotor-bearing-foundation system from a single run-down", Journal of sound and vibration, Vol. 232(5), pp. 963-992.
- [3] Bondell, P., Brennan, M. J., (2001). "Modeling the dynamics behaviour of a supercritical rotor on a flexible foundation using the mechanical impedance technique", Journal of sound and vibration, Vol. 239(3), pp. 445-466.
- [4] Choi, B. L., Park, J. M., (2001). "An improved rotor model with equivalent dynamic effects of the support structure", Journal of sound and vibration, Vol. 244(4), pp. 569-581.
- [5] Kiral, Z., Karagulle, H., (2006). "Vibration analysis of rolling element bearings with various defects under the action of unbalanced force", Mechanical systems and Signal Processing, Vol. 20, pp. 1967-1991.
- [6] Chen, Y., et.al, (2010). "Accurate identification for the frequency response functions for the rotor-bearing-foundation system using the modified pseudo mode shape method", Journal of sound and vibration, Vol. 329, pp. 644-658.
- [7] Ma, H., et.al, (2013). "Effects of eccentric phase difference between two discs on oil-film instability in a rotor-bearing system", Mechanical Systems and Signal Processing, In Press.
- [8] Shad, M. R., (2011). "Modelling and analysis of nonlinear dynamic behaviour of rotors", PhD thesis, University of Toulouse.
- [9] Atepor, L., (2008). "Vibration analysis and intelligent control of flexible rotor systems using smart materials", PhD thesis, University of Glasgow.
- [10] Choi, B. L., Park, J. M., (1986). "Finite element analysis of rotor bearing systems using a modal transformation matrix", Journal of sound and vibration, Vol. 111(3), pp. 441-456.
- [11] Rao, S. (2007), "Vibration of Continuous Systems", John Wiley & Sons.
- [12] Budynas, N. (2006), "Shigley's Mechanical Engineering Design", McGraw-Hill Primis.
- [۱۳] تامسون، و. ت.، مترجم پوستی، ب. (۱۳۸۴)، *تئوری ارتعاشات با کاربردهای آن*، انتشارات شهر آب، چاپ احیا پژوهاک اندیشه.
- [14] Beer, F. P., Johnston, E. R., Dewolf, J. T. (2006), "Mechanics of Materials", McGraw-Hill, Fourth Edition in SI Units.
- [۱۵] ووک، و.، مترجم رفیعیان، م.؛ عزیزیان، ح. (۱۳۹۰)، *ارتعاشات ماشین‌های صنعتی*، انتشارات دانشگاه یزد.
- [16] Newland, D. E. (1975), "An Introduction to Random Vibrations, Spectral & Wavelet Analysis", Dover Publications, Inc, Third Edition.