

# مدل سازی و محاسبه زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده با سقف‌های تیرچه‌ای نیمه‌صلب

محمدعلی هادیان‌فرد<sup>۱\*</sup> و سعید صداقت<sup>۲</sup>

## اطلاعات مقاله

### چکیده

در آیین‌نامه‌های زلزله دنیا مقدار نیروی زلزله وارد بر ساختمان بستگی به زمان تناوب سازه دارد، در اکثر آیین‌نامه‌ها برای محاسبه زمان تناوب سازه از روابط تجربی استفاده می‌شود. این روابط برای سازه‌هایی که عملکرد دیافراگم آنها صلب می‌باشد بدست آمده‌اند. بنابراین استفاده از این روابط برای سازه‌های با دیافراگم نیمه‌صلب یا انعطاف‌پذیر صحیح نمی‌باشد و باعث خطا در تعیین نیروی زلزله وارد بر سازه می‌گردد. این مسئله در سازه‌های سخت مانند سازه‌های همراه با دیوار برشی یا مهاربندی و سقف‌های تیرچه‌ای که در یک جهت دارای صلابت کمتری هستند و سقف دارای عملکرد نیمه‌صلب می‌باشد دارای اهمیت بیشتری است. در این تحقیق زمان تناوب ساختمان‌های مهاربندی اسکلت فولادی با سقف‌های تیرچه‌ای، در دو حالت مدل‌سازی واقعی ساختمان بدون فرض دیافراگم صلب و مدل‌سازی ایده‌آل با فرض دیافراگم صلب مقایسه شده است و نقش انعطاف‌پذیری دیافراگم بر زمان تناوب سازه مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین روابط ساده‌ای جهت محاسبه سریع و تقریبی زمان تناوب سازه‌ها با دیافراگم‌های انعطاف‌پذیر پیشنهاد گردیده است.

**واژگان کلیدی:**  
زمان تناوب سازه  
دیافراگم صلب  
سقف نیمه صلب  
سقف تیرچه‌ای  
ساختمان‌های فولادی

های کوتاه دارند و سختی آنها در مقایسه با دیگر اعضای سازه بسیار زیاد است، برای کاهش حجم محاسبات رفتار صلب برای آنها در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱). در این رفتار فرض می‌شود که دیافراگم به اندازه کافی دارای سختی درون سفحه‌ای می‌باشد و تغییر شکلی در صفحه آن ایجاد نمی‌شود. در این حالت دیافراگم مانند یک جسم صلب جابجا می‌گردد و تغییر مکان‌های گره‌های موجود در آن بهم وابسته می‌شوند. در اینصورت در مرکز جرم هر دیافراگم یک گره مرجع با سه درجه آزادی وجود دارد که شامل دو درجه آزادی انتقالی درون سفحه‌ای و یک درجه

### ۱- مقدمه

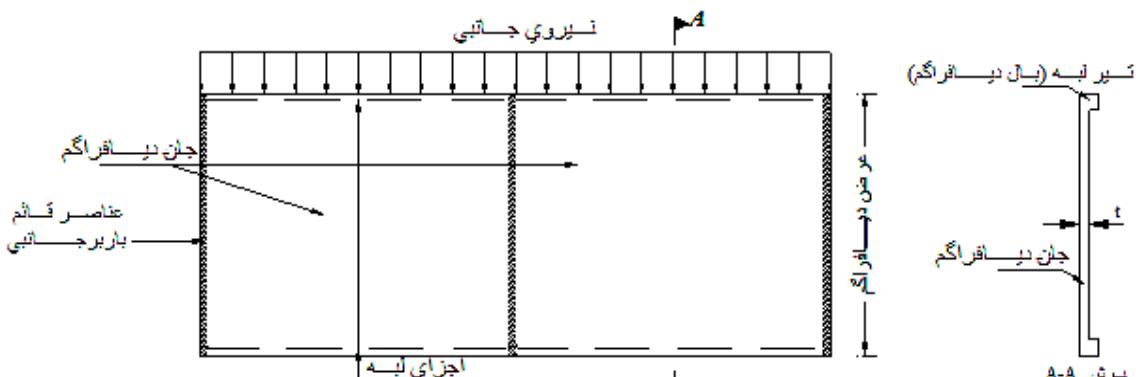
کف‌ها و دیافراگم‌های کف، اولین جزء از سیستم باربر جانی هستند که علاوه بر تحمل بارهای ثقلی وظیفه انتقال بارهای جانی به اعضای قائم سیستم باربر جانی را نیز بر عهده دارند. در تحلیل سازه به دلیل اینکه دیافراگم‌های کف رفتاری شبیه تیرهای عمیق با دهانه

\*پست الکترونیک نویسنده مسئول: hadianfard@sutech.ac.ir  
 ۱. دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی شیراز  
 ۲. دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست،  
 دانشگاه صنعتی شیراز

طراحی لزه‌ای این سازه‌ها و دیافراگم کف شد [۸]. اما رفتار دیافراگم‌ها برای سیستم‌های مختلف سازه و سقف به صورت قابل توجهی متفاوت است و بستگی به جزئیات سیستم دیافراگم کف و سازه دارد. یکی از سیستم‌های سازه‌ای که رفتار دیافراگم‌ها در آن ممکن است به صورت کاملاً صلب نباشد، ساختمان‌های مهاربندی اسکلت فولادی با سقف‌های تیرچه‌ای می‌باشد. در این سیستم سازه‌ای، سختی زیاد اعضاء قائم برابر جانبی (بادبندها) و صلبیت کمتر سقف‌های تیرچه‌ای در یک جهت شرایط استفاده از فرض دیافراگم صلب را با سوال روبرو می‌کند. در این سازه‌ها انعطاف پذیری دیافراگم کف با تغییر زمان تناوب سازه و در نتیجه تغییر مقدار نیروی وارد بر سازه و برهم زدن نحوه توزیع آن بین اعضای قائم برابر جانبی (بادبندها) بر پاسخ سازه اثر می‌گذارد [۹ و ۱۰]. مطالعه رفتار سازه‌های دارای سقف‌های انعطاف پذیر هنوز نیز مورد توجه محققان زیادی می‌باشد و با توسعه نرم افزارهای کامپیوتروی مطالعه تحلیلی اینگونه ساختمانها و انجام آنالیزهای دینامیکی خطی و غیر خطی آنها مورد توجه زیادی قرار گرفته است [۱۱ و ۱۲].

آزادی چرخشی خارج از صفحه می‌باشد و درجات آزادی سایر گره‌های دیافراگم به درجات آزادی این گره مرجع وابسته می‌گردد، در صورت استفاده از مدل واقعی دیافراگم، هر گره از کف دارای این سه درجه آزادی مستقل می‌باشد و تعداد درجات آزادی سازه افزایش می‌یابد [۱۲ و ۲۱].

فرض دیافراگم صلب هم اکنون توسط اکثر آینه‌های معترض دنیا پذیرفته شده است و نیروها و خصوصیات دینامیکی سازه بر اساس فرض دیافراگم صلب بدست می‌آیند [۲۳]. بطور مثال در این آینه‌ها مقدار نیروی زلزله وارد بر سازه بستگی به زمان تناوب سازه دارد و برای محاسبه زمان تناوب سازه از روابط تجربی استفاده می‌شود که این روابط برای سازه‌هایی که عملکرد دیافراگم آنها صلب می‌باشد بدست آمده‌اند. اما استفاده از فرض دیافراگم صلب و روابطی که با توجه به این فرض بدست می‌آیند برای سازه‌هایی که نسبت سختی اعضای قائم برابر جانبی نسبت به سختی دیافراگم کف قبل توجه است ممکن است صحیح نباشد و منجر به خطا در برآوردهای نیروها و پاسخ سازه گردد. برای این سازه‌ها، انعطاف پذیری دیافراگم می‌تواند رفتار دینامیکی سازه را تغییر دهد [۴-۷]. اگر چه عملکرد غیرمنتظره سازه‌های پارکینگی در زلزله نورتیریج منجر به بازبینی در روش



شکل (۱): تشییه عملکرد تیری دیافراگم

عنوان نسبت دهانه به عرض نامیده می‌شود، پارامتر مهمی در ارزیابی میزان صلبیت سقف‌ها می‌باشد. بطوری که با افزایش این نسبت بر میزان انعطاف پذیری سقف افزوده می‌گردد. در این تحقیق پنچ نسبت دهانه به عرض ۴، ۳، ۶، ۵، و ۷ در تحلیل‌ها استفاده شده است. ارتفاع تمام طبقات ۳ متر و اندازه دهانه‌ها ۴ متر فرض شده است. مدل‌ها با فرض دیافراگم صلب و تحلیل استاتیکی خطی مطابق مبحث دهم مقررات ملی برای کاربری مسکونی و مناطق با خطر نسبی خیلی زیاد و تیپ خاک III طراحی شده‌اند.

برای مدل کردن رفتار واقعی دیافراگم (دیافراگم نیمه صلب)، کل سقف توسط المان‌های پوسته مدل می‌شود. در این حالت از گزینه سقف صلب نرم افزار استفاده نمی‌گردد. جهت مدل کردن سقف‌های سازه که صرفاً تحت بار جانبی قرار می‌گیرند، استفاده از یک المان چهار گرهی که هر گره آن دارای دو درجه آزادی می‌باشد کافی است. اما از آنجا که باید مدل سازه به صورت سه بعدی همراه با المان‌های تیر و ستون و مهاربندی‌ها انجام گیرد، تغییر شکل کلی سازه ناشی از بار جانبی باعث به وجود آمدن خمش در دیافراگم می‌گردد. بنابراین سقف سازه حتی بدون در نظر گرفتن بارهای ثقلی هم رفتاری غشایی- خمشی خواهد داشت. در این بخش برای مدل‌سازی دیافراگم کف از المان پوسته استفاده شده است. این المان برای مدل‌های مختلفی از جمله سازه‌های صفحه‌ای و پوسته‌ای سه بعدی، سازه‌های غشایی دو و سه بعدی و سیستم‌های سازه‌ای دارای خمش در صفحه استفاده می‌شود. این المان چهار گرهی ترکیبی از رفتار غشایی و خمشی را در بر دارد (شکل ۲).

بر اساس آیین‌نامه زلزله ایران (استاندارد ۲۸۰۰)، برای محاسبه زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده از رابطه تجربی (۱) استفاده می‌شود [۳].

$$T = 0.05H^{\frac{3}{4}} \quad (1)$$

که در رابطه فوق،  $H$  ارتفاع ساختمان بر حسب متر از تراز پایه می‌باشد. همچنین به جای استفاده از رابطه تجربی (۱) می‌توان از رابطه (۲) نیز استفاده نمود، ولی مقدار آن باید از  $1/25$  برابر زمان تناوب به دست آمده از رابطه (۱) بیشتر اختیار شود.

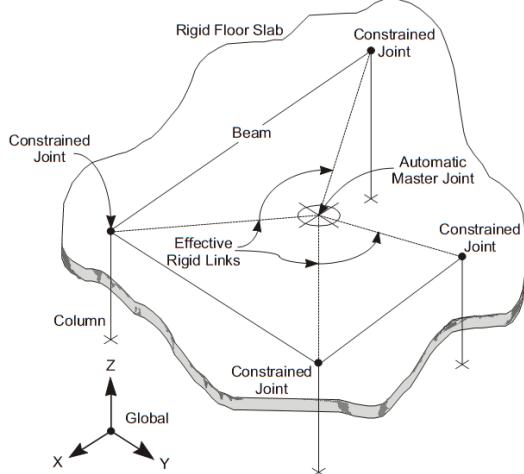
$$T = 2\pi \sqrt{\left[ \sum_{i=1}^n w_i \delta_i^2 \right] \div \left[ g \sum_{i=1}^n F_i \delta_i \right]} \quad (2)$$

در این رابطه  $F_i$ ،  $\delta_i$ ،  $w_i$ ،  $g$  به ترتیب نیروی جانبی وارد به طبقه، تغییر مکان ناشی از نیروی جانبی، وزن طبقه و شتاب ثقل زمین است.

در این تحقیق زمان تناوب ساختمان‌های مهاربندی اسکلت فولادی با سقف‌های تیرچه‌ای که از روش‌های مختلف شامل: مدل تحلیلی سه بعدی در نرم افزار اجزا محدود بدون فرض دیافراگم صلب، مدل تحلیلی سه بعدی در نرم افزار اجزا محدود با رفتار ایده‌آل فرض دیافراگم صلب و روش‌های بیان شده در استاندارد ۲۸۰۰ شامل رابطه تجربی (۱) و رابطه (۲) بدست آمده است، مقایسه شده و نقش پارامترهای مختلف بر زمان تناوب سازه مورد بررسی قرار گرفته است و روش تقریبی برای تعیین زمان تناوب اینگونه سازه‌ها بیان شده است.

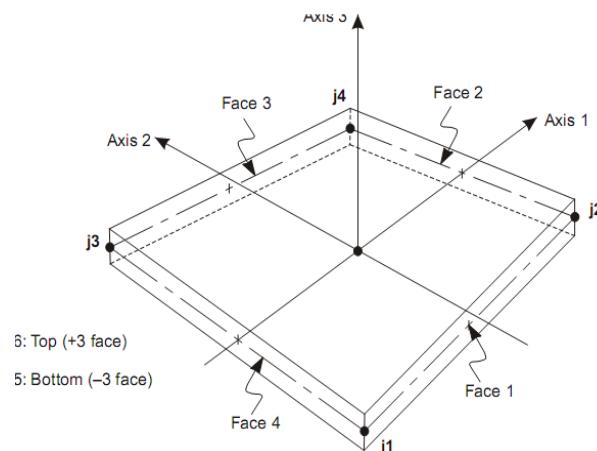
## ۲- روش مدل‌سازی

مدل‌های مورد بررسی در این تحقیق ساختمان‌های فولادی مهاربندی شده یک و سه طبقه با سقف تیرچه‌ای می‌باشند. اگر بزرگترین فاصله بین دو قاب مهاربندی شده مجاور را دهانه مهار نشده بنامیم و نسبت آن را به عرض پلان ساختمان (عرض ساختمان موازی با محور مهاربندی شده) محاسبه نمائیم، عدد حاصله که از این به بعد به



شکل (۳)- قید دیافراگم استفاده شده در نرم افزار Sap2000

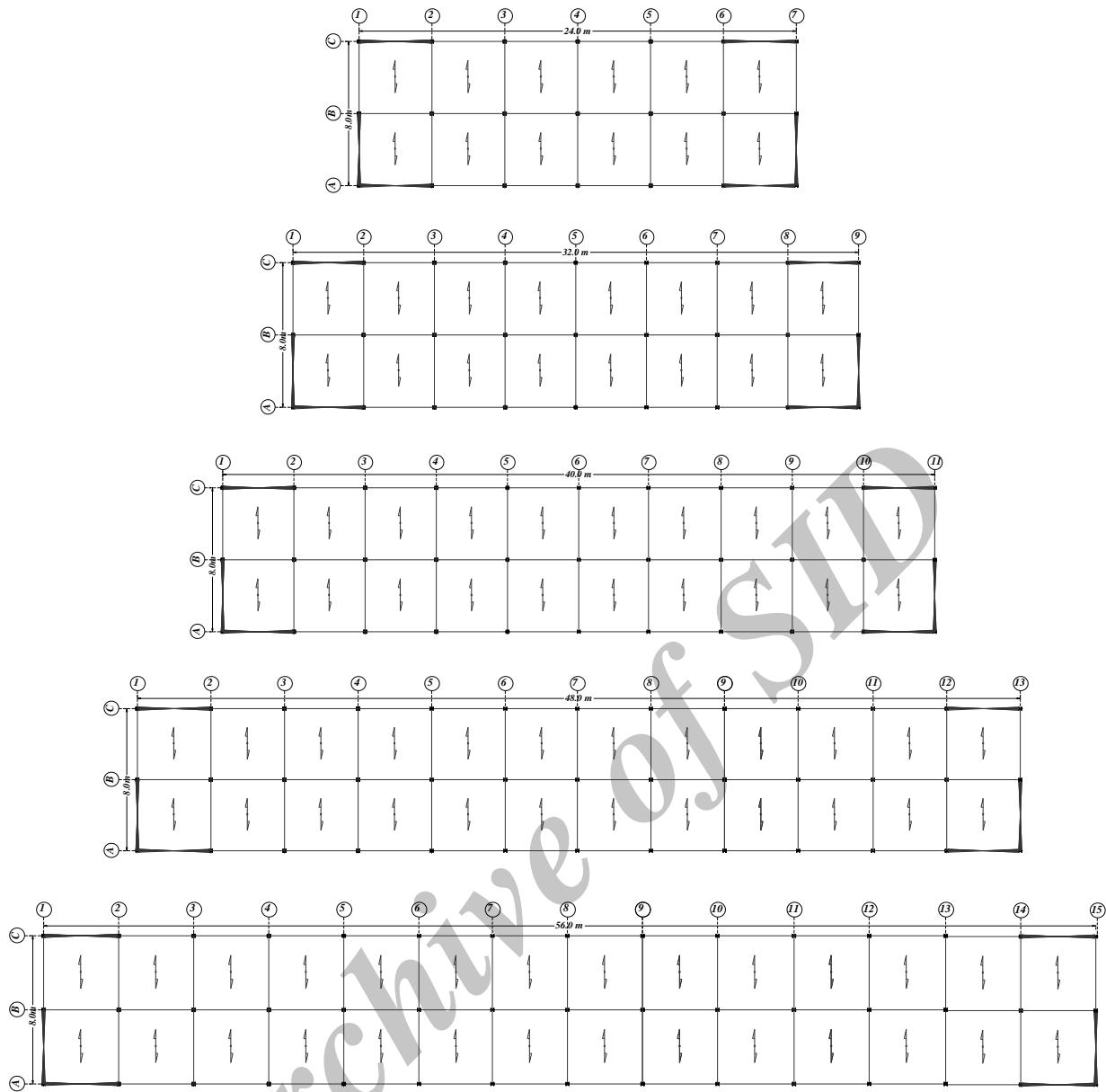
برای محاسبه تغییر شکلها و نیروهای داخلی در دیافراگم کف‌ها از تحلیل تاریخچه زمانی خطی در نرم افزار SAP2000 استفاده شده است. برای تحلیل تاریخچه زمانی رکورد سه زلزله طبس (ایران، ۱۹۷۸)، رودبار (ایران، ۱۹۹۰) و السنترو<sup>۱</sup> (امپریال ولی، ۱۹۴۰) که هر کدام دارای دو مؤلفه طولی و عرضی می‌باشند انتخاب شده است که برای سازگاری بیشتر زمین لرزه‌های انتخابی پا طیف طرح استاندارد ۲۸۰۰ ایران، مطابق این آیین نامه رکوردهای زلزله برای شتاب ۰.۳۵g مقیاس شده‌اند. نتایج این تحلیل‌ها به صورت کامل در مراجع [۱] و [۲] آمده است و در اینجا فقط به ذکر نتایج مربوط به خواص دینامیکی سازه (محاسبه زمان تناوب طبیعی سازه) اکتفا گردیده است. همچنین در این مراجع صلبیت سقف تیرچه و بلوك در دوجهت موازی با تیرچه‌ها و عمود بر تیرچه‌ها با هم مقایسه گردیده است. بر اساس نتایج حاصله صلبیت سقف تیرچه بلوك در جهت عمود بر تیرچه‌ها بیشتر از جهت موازی با تیرچه‌ها می‌باشد که بحث در این خصوص خارج از حوصله این مقاله می‌باشد و در مراجع [۱] و [۲] به صورت کامل ارائه گردیده است.



شکل (۲): المان پوسته استفاده شده در نرم افزار Sap2000

برای مدل‌سازی تیرچه‌ها و اعضای قاب شامل تیر و ستون‌ها از المان تیر استفاده شده است. برای مدل کردن ساختمان با فرض دیافراگم صلب از تعریف گره مرکز جرم (Master joint) و اعمال قید دیافراگم (Diaphragm Constraint) استفاده شده است (شکل (۳)). به کمک این قید می‌توان تغییر مکان‌های کلیه نقاط واقع بر یک دیافراگم را در صفحه آن به هم وابسته نمود. این قید هیچ محدودیتی برای تغییر مکان در خارج از صفحه ایجاد نمی‌نماید. اتصال بین المان‌ها نیز توسط گره‌های مشترک روی نقاط مرزی آن‌ها تعریف می‌شود. در تحلیل استاتیکی معادل، معمولاً نیروهای جانبی افقی به گره مرجع در کف صلب اعمال می‌گردد. ولی در یک سازه با کف نیمه صلب یا انعطاف‌پذیر، اضافه نمودن این نیروها تنها به گره واقع در مرکز جرم منجر به ایجاد تمرکز تنش در نزدیکی مرکز جرم می‌گردد، بنابراین در این تحقیق نیروی جانبی زلزله به صورت یک بار گستردۀ در تراز هر طبقه بر روی کف، پخش شده است. پلان ساختمان سه طبقه برای نسبت دهانه به عرض ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ در شکل (۴) نشان داده شده‌اند.

<sup>۱</sup>-Elcentro



شکل ۴- پلان مدل‌ها برای نسبت دهانه به عرض ۳، ۴، ۵، ۶، ۷

جدول (۲) زمان تناوب اصلی سازه در دو مدل یک و سه طبقه با دیافراگم انعطاف‌پذیر و صلب حاصل از تحلیل سازه و روش‌های ارائه شده در استاندارد ۲۸۰۰ آورده شده است. همان‌طور که این جداول نشان می‌دهند با افزایش نسبت دهانه به عرض، زمان تناوب سازه در مدل‌های انعطاف‌پذیر نسبت به مدل صلب افزایش یافته است. اگر نسبت بی بعد  $T_{ratio}$  به صورت نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب دیافراگم صلب تعريف شود، مشاهده می‌شود که با افزایش نسبت دهانه به عرض

### ۳- مقایسه زمان تناوبهای بدست آمده از روش‌های مختلف

زمان تناوب سازه علاوه بر روش‌های عنوان شده در استاندارد ۲۸۰۰ ایران [۳] توسط آنالیز دینامیکی در نرم افزار نیز محاسبه گردیده است. زمان‌های تناوب بدست آمده در نرم افزار مربوط به مود اول ارتعاش سازه می‌باشد که برای محور موازی با عرض ساختمان یعنی جهت موازی با تیرچه‌ها محاسبه گردیده است. در جدول (۱) و

ارائه شده در استاندارد ۲۸۰۰ نیز اختلاف مشاهده می‌شود به طوری که روش تجربی که در رابطه (۱) ارائه شده زمان تناوب کوتاهتری نسبت به رابطه (۲) می‌دهد. در حالی که زمان تناوب محاسبه شده از رابطه (۲) برای سازه‌های با دیافراگم صلب به زمان تناوب بدست آمده از روش تحلیلی با فرض دیافراگم صلب نزدیک می‌باشد. در نتیجه استفاده از روابط تجربی آینه‌نامه برای ساختمنهای با دیافراگم انعطاف‌پذیر که خود نسبت به حالت دیافراگم صلب زمان تناوب طولانی‌تری دارند منجر به خطای زیادی در محاسبه زمان تناوب این سازه‌ها و از طرفی افزایش زیاد برش پایه می‌شود. این افزایش زیاد برش پایه می‌تواند منجر به طراحی محافظه کارانه و غیر اقتصادی در سازه شود.

دیافراگم، این نسبت افزایش پیدا می‌کند. به طوری که در مدل یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۷ این نسبت ۲/۶۵ بدست آمده است در حالی که در مدل یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۳ این نسبت ۱/۴۸ می‌باشد. به عبارت دیگر با افزایش انعطاف‌پذیری دیافراگم کف، تفاوت بین زمان تناوب بدست آمده از فرض دیافراگم صلب و دیافراگم انعطاف‌پذیر افزایش می‌یابد. همچنین شکل (۵) نشان می‌دهد که اختلاف بین زمان تناوب در مدل دیافراگم انعطاف‌پذیر و مدل دیافراگم صلب با کاهش طبقات ساختمن افزایش می‌یابد. به طور مثال مقدار  $T_{ratio}$  در مدل سه طبقه با نسبت دهانه به عرض ۷ برابر ۱/۵۹ می‌باشد در حالی که در مدل یک طبقه  $T_{ratio}$  برای همین مدل ۲/۶۵ بدست آمده است. از طرفی همان‌طور که جدول (۱) و جدول (۲) نشان می‌دهند بین دو روش

جدول ۱- زمان تناوب بدست آمده از روش‌های مختلف در مدل ۱ طبقه

مدل	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۱) (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۲) (ثانیه)	زمان تناوب با فرض دیافراگم صلب (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف‌پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب $T_{ratio}$ دیافراگم صلب
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۱۱۴	۰/۱۰۵	۰/۱۰۵	۰/۱۶۱	۱/۵۰
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۱۱۴	۰/۱۲۶	۰/۱۳۰	۰/۲۱۴	۱/۸۵
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۱۱۴	۰/۱۳۷	۰/۱۴۲	۰/۲۹۲	۲/۰۶
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۱۱۴	۰/۱۵۰	۰/۱۵۳	۰/۳۴۹	۲/۲۸
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۱۱۴	۰/۱۶۷	۰/۱۶۵	۰/۴۳۹	۲/۶۵

جدول ۱- زمان تناوب بدست آمده از روش‌های مختلف مدل ۳ طبقه

مدل	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۱) (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۲) (ثانیه)	زمان تناوب با فرض دیافراگم صلب (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف‌پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب $T_{ratio}$ دیافراگم صلب
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۲۶۰	۰/۳۵۵	۰/۳۵۱	۰/۳۸۴	۱/۱۰
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۲۶۰	۰/۳۷۰	۰/۳۶۸	۰/۴۳۶	۱/۱۸
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۲۶۰	۰/۳۸۵	۰/۳۸۹	۰/۵۴۰	۱/۳۱
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۲۶۰	۰/۴۰۵	۰/۴۱۰	۰/۶۱۳	۱/۴۹
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۲۶۰	۰/۴۶۱	۰/۴۶۴	۰/۷۴۰	۱/۵۹



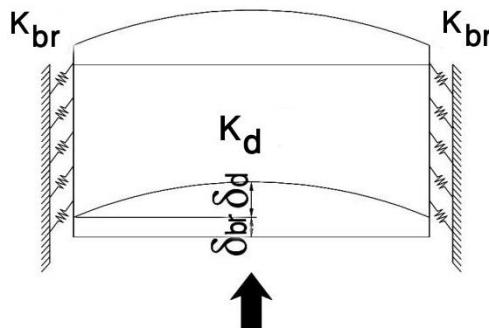
شکل ۵- تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم بر روی زمان تناوب سازه

۴-۱- روش تقریبی محاسبه زمان تناوب سازه های یک طبقه با دیافراگم نیمه صلب برای محاسبه زمان تناوب سازه های یک درجه آزادی دو روش در این تحقیق پیشنهاد شده است. در روش اول برای بدست آوردن زمان تناوب سازه، دیافراگم سقف را به صورت یک تیر عمیق فرض نموده و علاوه بر تعیین زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب، زمان تناوب خود دیافراگم را نیز تعیین نموده و نتایج را به صورت دو سیستم سری با هم ترکیب می نماییم. در روش دوم با اصلاح سختی سازه، زمان تناوب سازه با تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم محاسبه می گردد.

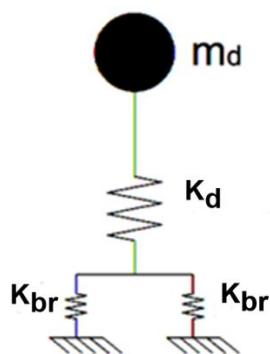
۴-۱-۱- روش اول : فرض دیافراگم به صورت تیر عمیق برای محاسبه زمان تناوب دیافراگم، می توان دیافراگم را مانند یک تیر عمیق فرض نمود، که بر روی تکیه گاه های که همان اجزای قائم باربر جانبی (بادبندها) هستند واقع شده است شکل (۶). اگر مجموع سختی بادبندها با  $K_{br}$  و سختی درون صفحه ای دیافراگم با  $K_d$  و جرم موثر طبقه باشد مدل تحلیلی دیافراگم را می توان به صورت شکل (۷) نشان داد.

#### ۴- ارائه روش تقریبی برای محاسبه زمان تناوب سازه با دیافراگم انعطاف پذیر

به طور کلی برای تحلیل سازه در برابر نیروی زلزله سه روش کلی وجود دارد. این سه روش عبارتند از روش استاتیکی معادل، روش شبیه دینامیکی (طیفی) و روش دینامیکی تاریخچه زمانی. در هر سه روش بیان شده تعیین زمان تناوب اصلی سازه ضروری بوده و دقت نتایج کاملاً به دقت در تخمین زمان تناوب سازه وابسته می باشد. همانطور که در بخش قبل اشاره شد روابط آینین نامه تجربی و ساده بوده و بر اساس فرض دیافراگم صلب بدست آمده است در تعیین زمان تناوب سازه های با دیافراگم انعطاف پذیر دارای خطای زیادی می باشد. به طور کلی بهترین روش برای تعیین زمان تناوب این سازه ها، استفاده از مدل سه بعدی سازه با در نظر گرفتن تمام جزئیات در نرم افزارهای اجزای محدود می باشد. اما برای سهولت در این بخش، روابط ساده و روشی جهت محاسبه زمان تناوب این سازه ها پیشنهاد می گردد.



شکل ۶- مدل تیر عمیق دیافراگم



شکل ۷- مدل تحلیلی دیافراگم با در نظر گرفتن سختی دیافراگم و بادبندها

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} \rightarrow \frac{1}{K} = \frac{T^2}{4\pi^2 m} \quad (5)$$

با استفاده از رابطه (۴) و رابطه (۵) می‌توان نوشت:

$$\frac{T_{eq}^2}{4\pi^2 m_d} = \frac{T_r^2}{4\pi^2 m_d} + \frac{T_d^2}{4\pi^2 m_d} \quad (6)$$

$$T_f^2 = T_{eq}^2 = T_r^2 + T_d^2 \quad (7)$$

$$T_f = \sqrt{T_r^2 + T_d^2} \quad (8)$$

که در این رابطه  $T_d$  زمان تناوب دیافراگم،  $T_r$  زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب،  $T_f$  زمان تناوب معادل سازه با در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری دیافراگم کف می‌باشد.

با توجه به اشکال (۱۰) و (۱۱) جابجایی کل و سختی معادل سیستم را می‌توان به صورت رابطه زیر بیان نمود.

$$\delta_{TOT} = \delta_d + \delta_{br} \quad (3)$$

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{br}} + \frac{1}{K_d} \quad (4)$$

که در این روابط  $\delta_d$  تغییر شکل دیافراگم،  $K_{br}$  جابجایی نسبی طبقه،  $K_d$  سختی معادل دیافراگم،  $K_{eq}$  سختی معادل بادبندها و  $K_{br}$  سختی معادل کل سیستم می‌باشد.

با توجه به اینکه سختی معادل دیافراگم و سختی معادل کل بادبندها به صورت سری به هم متصل هستند، زمان تناوب اصلی ارتعاش کل سیستم را می‌توان به طور تقریبی از دو ترم جداگانه با استفاده از جذر مجموع مربعات به صورت زیر بدست آورد:

با جایگذاری رابطه (۱۱) و رابطه (۱۲) در رابطه (۱۰) می‌توان سختی درون صفحه‌ای دیافراگم را به صورت تقریبی مطابق رابطه (۱۳) حساب نمود.

$$K_d = \frac{1}{\frac{5L^3}{384EI} + \frac{\alpha L}{8GA}} \quad (13)$$

با محاسبه سختی از رابطه (۱۳) و محاسبه زمان تناوب تقریبی دیافراگم با استفاده از رابطه (۹) و محاسبه زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب مطابق روش‌های تجربی آیننامه یا روش تحلیلی، می‌توان زمان تناوب سازه با دیافراگم انعطاف‌پذیر را با استفاده از رابطه (۸) بدست آورد. به طور مثال برای مدل یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۳ می‌توان مشخصات دیافراگم شامل ممان اینرسی دیافراگم، مساحت دیافراگم، سختی و زمان تناوب دیافراگم را به این صورت بدست آورد:

$$I = 4.21m^4$$

$$A = 0.67m^2$$

$$K_d = \frac{1}{\frac{5 \times 24^3}{384 \times 2.18e^6 \times 4.21} + \frac{1.5 \times 24}{8 \times 0.4 \times 2.18e^6 \times 0.67}}$$

$$K_d = 36640 \text{ton/m}$$

مقدار وزن موثر دیافراگم برابر ۱۴۶ تن می‌باشد

$$T_d = 2\pi \sqrt{\frac{146}{9.81} \times \frac{1}{36640}} = 0.125s$$

$$T_f = 0.163 = \sqrt{0.105^2 + 0.125^2}$$

برای محاسبه زمان تناوب دیافراگم بر حسب وزن موثر (W) و سختی دیافراگم (K<sub>d</sub>) می‌توان از رابطه (۹) استفاده نمود:

$$T_d = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g} \times \frac{1}{K_d}} \quad (9)$$

مطابق رابطه (۱۰) سختی دیافراگم را می‌توان بر حسب نیروی جانبی وارد بر دیافراگم (F<sub>d</sub>) و تغییر شکل دیافراگم (δ<sub>d</sub>) تحت این بار بدست آورد.

$$K_d = \frac{F_d}{\delta_d} \quad (10)$$

برای محاسبه تغییر شکل دیافراگم مانند تیرهای عمیق باید علاوه بر تغییر شکل خمشی (δ<sub>f</sub>)، تغییر شکل برشی (δ<sub>s</sub>) نیز منظور گردد. به عنوان نمونه تغییر شکل خمشی و تغییر شکل برشی برای دیافراگمی که با تیر عمیق دو سر ساده مدل شده است از رابطه (۱۱) بدست می‌آید.

$$\omega = \frac{F_d}{L} \quad (11)$$

$$\delta_d = \delta_f + \delta_s = \frac{5\omega L^4}{384EI} + \frac{\alpha\omega L^2}{8GA} \quad (12)$$

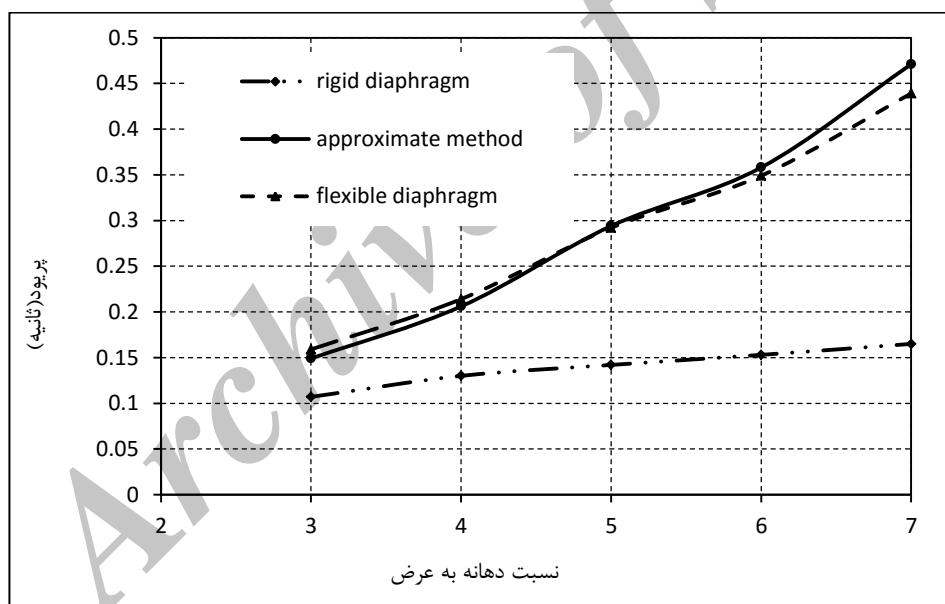
در این رابطه ω بار گستردگی در واحد طول تیر، L طول تیر، E مدول الاستیسیته و I ممان اینرسی مقطع، α ضریب شکل (برای دالهای بتنی برابر با ۱/۵ فرض می‌شود)، A سطح مقطع کل دیافراگم و G مدول برشی مصالح دیافراگم می‌باشد که برای بتن برابر ۰/۴ مقدار مدول ارجاعی آن در نظر گرفته می‌شود.

می‌دهد روش تقریبی تخمین قابل قبولی از زمان تناوب واقعی سازه می‌زند و از این روش می‌توان برای تخمین زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده با دیافراگم انعطاف پذیر استفاده نمود.

در جدول (۳) و شکل (۵) مقایسه‌ای بین زمان تناوب بدست آمده از روش تقریبی و روش تحلیلی سه بعدی با در نظر گرفتن انعطاف پذیری دیافراگم و روش دیافراگم صلب انجام شده است. همانطور که شکل (۸) نشان

جدول ۳- مقایسه زمان تناوب بدست آمده از روش تقریبی و روش تحلیلی برای مدل ۱ طبقه

مدل	زمان تناوب با فرض دیافراگم صلب (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه تقریبی (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف پذیر به زمان تناوب روش تقریبی $T_{ratio}$
۳	۰/۱۰۵	۰/۱۶۳	۰/۱۶۱	۰/۹۸
۴	۰/۱۳۰	۰/۲۰۶	۰/۲۱۴	۱/۰۴
۵	۰/۱۴۲	۰/۲۹۴	۰/۲۹۲	۰/۹۹
۶	۰/۱۵۳	۰/۳۵۸	۰/۳۴۹	۰/۹۷
۷	۰/۱۶۵	۰/۴۷۱	۰/۴۳۹	۰/۹۳



شکل ۸- مقایسه بین روش تقریبی و روش‌های تحلیلی با فرض دیافراگم صلب و انعطاف پذیر

صلب می‌باشد)، را ضریب انعطاف‌پذیری طبقه،  $\gamma$  بنامیم این ضریب از رابطه (۱۴) بدست می‌آید.

$$\gamma = \frac{\delta_d}{\delta_{br}} \quad (14)$$

در این رابطه  $\delta_d$  حداکثر جابجایی نسبی طبقه و  $\delta_{br}$  حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها در حالت دیافراگم صلب می‌باشد.

#### ۲-۱-۴- روش دوم: اصلاح سختی سازه

در روش تقریبی دوم با اصلاح سختی سازه، زمان تناوب سازه با استفاده از روابط تجربی آیین نامه حساب می‌شود. اگر نسبت میزان حداکثر تغییر شکل درون صفحه دیافراگم طبقه به حداکثر جابجایی نسبی طبقه (که برابر با حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها در حالت دیافراگم

$$\text{در نتیجه با محاسبه ضریب } \beta = \frac{1}{1+\gamma} \text{ و محاسبه}$$

زمان تناوب سازه با استفاده روابط آیین نامه می‌توان زمان تناوب سازه را برای حالت انعطاف‌پذیری دیافراگم اصلاح نمود. بطور مثال برای سازه یک طبقه با نسبت دهانه به عرض ۳ ضریب  $\beta = 0.65$  بدست می‌آید با جایگذاری این مقدار در رابطه (۲۲) زمان تناوب سازه با سقف انعطاف‌پذیر به صورت زیر بدست می‌آید:

$$T_{flex} = \beta^{-0.5} T_{rigid} = (0.65)^{-0.5} \times 0.105 = 0.130s$$

#### ۴-۲-۴ روش تقریبی محاسبه زمان تناوب سازه های

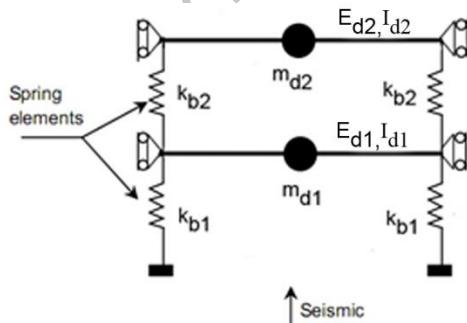
چند درجه آزادی با دیافراگم های نیمه صلب برای سازه های چند طبقه (چند درجه آزادی) نیز به دو روش زیر می‌توان زمان تناوب سازه را با تأثیر انعطاف‌پذیری دیافراگم تعیین نمود.

(الف) روش تحلیلی و دقیق با استفاده از اصلاح ماتریس سختی سازه

(ب) روش تقریبی، با استفاده از روابط تجربی آئین نامه و در نظر گرفتن انعطاف‌پذیری دیافراگم توسط اعمال ضرائب اصلاحی در زمان تناوب.

#### ۴-۲-۱ روش تحلیلی

در شکل (۹) مدل تحلیلی یک سازه دو طبقه با دیافراگم غیر صلب نشان داده شده است.



شکل ۹- مدل تحلیلی ساختمان دو طبقه

با توجه به رابطه های زیر می‌توان نسبت سختی دیافراگم به مجموع سختی بادبندهای طبقه را به صورت زیر نوشت

$$K_{br} = \frac{F_d}{\delta_{br}} \quad (15)$$

$$K_d = \frac{F_d}{\delta_d} \quad (16)$$

$$K_d = \frac{K_{br}}{\gamma} \quad (17)$$

که  $F_d$  نیروی جانبی طبقه آام و  $K_{br}$  مجموع سختی بادبندهای طبقه آام می‌باشد. با توجه به اینکه دیافراگم طبقه به صورت یک فنر سری به اعضای باربر جانبی (بادبندها) متصل می‌باشند می‌توان سختی سازه در حالت دیافراگم انعطاف‌پذیر در هر طبقه را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{K_{eq}} = \frac{1}{K_{br}} + \frac{\gamma}{K_{br}} \quad (18)$$

$$K_{eq} = \frac{K_{br}}{1 + \gamma} \quad (19)$$

$$\text{اگر } \beta = \frac{1}{1 + \gamma} \text{ باشد:}$$

$$K_{eq} = \beta K_{br} \quad (20)$$

$$T_{rigid} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{br}}} \quad (21)$$

$$T_{flex} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\beta K_{br}}} = \beta^{-0.5} T_{rigid} \quad (22)$$

$$K_{dn} = \frac{K_{bm}}{\gamma_n} \quad (29)$$

که  $F_{dn}$  نیروی جانبی طبقه آم و  $K_{bm}$  مجموع سختی بادبندهای طبقه آم می‌باشد.

با توجه به اینکه دیافراگم هر طبقه به صورت یک فنر سری به اعضای باربر جانبی (بادبندها) متصل می‌باشند می‌توان سختی سازه در حالت دیافراگم انعطاف پذیر در هر طبقه را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{1}{K_{eqn}} = \frac{1}{K_{bm}} + \frac{\gamma_n}{K_{bm}} \quad (30)$$

$$K_{eqn} = \frac{K_{bm}}{1 + \gamma_n} \quad (31)$$

اگر  $\beta_n = \frac{1}{1 + \gamma_n}$  باشد:

$$K_{eqn} = \beta_n K_{bm} \quad (32)$$

در نتیجه با اصلاح ماتریس سختی سازه و حل معادله مشخصه برای سازه با دیافراگم انعطاف پذیر می‌توان فرکانس و زمان تناوب طبیعی سازه را بدست آورد. به طور مثال برای سازه دو طبقه معادله مشخصه و حل این معادله به صورت روابط (۳۳) و (۳۴) ظاهر می‌شود:

$$\begin{vmatrix} \beta_1 K_{br1} + \beta_2 K_{br2} - m_{d1}\omega^2 & -\beta_2 K_{br2} \\ -\beta_2 K_{br2} & \beta_2 K_{br2} - m_{d2}\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \omega_n^2 &= \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_1 K_{br1} + \beta_2 K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{\beta_2 K_{br2}}{M_{d2}} \right) \pm \\ &\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\beta_1 K_{br1} + \beta_2 K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{\beta_2 K_{br2}}{M_{d2}} \right)^2 - \left( \frac{4\beta_1 K_{br1} \beta_2 K_{br2}}{M_{d1} M_{d2}} \right) \right]^{0.5} \end{aligned} \quad (34)$$

#### ۴-۲-۲-۲- روشن تقریبی

در روش تقریبی زمان تناوب تجربی عنوان شده در آئینه نامه جهت ساختمان با دیافراگم صلب، به صورت تقریبی

در صورتی که دیافراگم این سازه صلب در نظر گرفته شود می‌توان فرکانس طبیعی این سازه را با استفاده از حل معادله مشخصه سیستم مطابق رابطه (۲۳) بدست آورد .[۱۳]

$$[K_{br}] - \omega^2 [M] = 0 \quad (23)$$

در این رابطه  $[K_{br}]$  ماتریس سختی سازه،  $[M]$  ماتریس جرم و  $\omega$  فرکانس طبیعی سازه می‌باشد. از بسط این دترمینان و حل معادله خواهیم داشت:

$$\begin{vmatrix} K_{br1} + K_{br2} - m_{d1}\omega^2 & -K_{br2} \\ -K_{br2} & K_{br2} - m_{d2}\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} \omega_n^2 &= \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{br1} + K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{K_{br2}}{M_{d2}} \right) \pm \\ &\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{K_{br1} + K_{br2}}{M_{d1}} + \frac{K_{br2}}{M_{d2}} \right)^2 - \left( \frac{4K_{br1}K_{br2}}{M_{d1}M_{d2}} \right) \right]^{0.5} \end{aligned} \quad (24)$$

اگر نسبت میزان حداکثر تغییر شکل درون صفحه دیافراگم طبقه آم به حداکثر جابجایی نسبی طبقه آم که برابر با حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها در حالت دیافراگم صلب می‌باشد،  $\gamma_n$  (ضریب انعطاف‌پذیری طبقه آم) تعریف شود رابطه (۲۶) مطابق زیر حاصل می‌گردد:

$$\gamma_n = \frac{\delta_{dn}}{\delta_{bm}} \quad (26)$$

در این رابطه  $\delta_{dn}$  حداکثر جابجایی نسبی طبقه آم،  $\delta_{bm}$  حداکثر تغییر شکل نسبی بادبندها در حالت دیافراگم صلب می‌باشد.

با توجه به رابطه‌های زیر می‌توان نسبت سختی دیافراگم به مجموع سختی بادبندهای طبقه را به صورت زیر نوشت

$$K_{bm} = \frac{F_{dn}}{\delta_{bm}} \quad (27)$$

$$K_{dn} = \frac{F_{dn}}{\delta_{dn}} \quad (28)$$

مقدار وزن موثر دیافراگم طبقه سوم ۳۶۱ تن، وزن موثر طبقه دوم ۳۹۷ تن و طبقه اول ۳۹۹ تن می باشد. که بر اساس وزن های فوق الذکر زمان تناوب دیافراگم سقف طبقات مطابق زیر محاسبه می گردد:

$$T_{d3} = 2\pi \sqrt{\frac{361}{9.81} \times \frac{1}{3745}} = 0.622s$$

$$T_{d2} = 2\pi \sqrt{\frac{397}{9.81} \times \frac{1}{3745}} = 0.653s$$

$$T_{d1} = 2\pi \sqrt{\frac{399}{9.81} \times \frac{1}{3745}} = 0.653s$$

$$T_f = 0.693 = \sqrt{0.26^2 + \left( \frac{0.653 + 0.653 + 0.622}{3} \right)^2}$$

همانطور که دیده می شود زمان تناوب حاصل از رابطه تقریبی ( $T=0.693$ ) با مقدار دقیق حاصل از آنالیز اجزای محدود سازه ( $T=0.740$ ) ، در قیاس با مقدار تجربی آئین نامه ( $T=0.260$ ) بسیار نزدیک بوده و از دقت خوبی برخوردار می باشد.

در جدول (۴) زمان تناوب های محاسبه شده برای ساختمنهای سه طبقه با نسبت های مختلف دهانه به عرض به روش های دقیق و تقریبی محاسبه و با هم مقایسه گردیده اند. نتایج این جدول حاکی از دقت بسیار خوب روش تقریبی بوده و نشان دهنده این است که با روش های تقریبی می توان زمان تناوب تجربی آئین نامه را که برای ساختمنهای با دیافراگم های انعطاف پذیر دارای خطای زیادی می باشد، به میزان بسیار خوبی بهبود بخشید.

اصلاح می گردد. به عنوان نمونه در مرجع [۶] با جمع کردن زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب با مقدار زمان تناوب مربوط به دیافراگم، زمان تناوب کل سازه با دیافراگم انعطاف پذیر تخمین زده می شود. روش پیشنهادی در این مقاله که از روش های پیشنهادی توسط سایر محققین دقیق تر می باشد، از روش عنوان شده جهت سازه های یک طبقه اقتباس شده است.

در این روش می توان با استفاده از رابطه تجربی آئین نامه مقدار زمان تناوب سازه با فرض دیافراگم صلب را بدست آورد. در مرحله بعد با استفاده از رابطه (۹) مقدار زمان تناوب دیافراگم طبقات را محاسبه نموده و میانگین مقادیر را بدست می آوریم و در آخر با استفاده از روش جذر مجموع مربعات مطابق رابطه (۳۵) زمان تناوب سازه با تأثیر انعطاف پذیری دیافراگم حساب می گردد.

$$T_f = \sqrt{T_r^2 + \left( \frac{\sum T_{di}}{n} \right)^2} \quad (35)$$

در این رابطه  $T_{di}$  زمان تناوب دیافراگم طبقه  $i$  ام است و  $n$  تعداد طبقات سازه می باشد.

به طور مثال برای مدل سه طبقه با نسبت دهانه به عرض ۷ زمان تناوب سازه مطابق زیر محاسبه می گردد: با توجه به اینکه شکل هندسی و المان های مرزی دیافراگم طبقات شبیه هم می باشد، سختی دیافراگم ها هم تقریباً یکسان است.

$$I = 4.21m^4$$

$$A = 0.67m^2$$

$$K_d = \frac{1}{\frac{5 \times 56^3}{384 \times 2.18e^6 \times 4.21} + \frac{1.5 \times 56}{8 \times 0.4 \times 2.18e^6 \times 0.67}}$$

$$K_d = 3745ton/m$$

جدول ۴- مقایسه زمان تناوب بدست آمده از روش تقریبی و روش تحلیلی برای مدل ۳ طبقه

مدل	زمان تناوب با استفاده از رابطه (۱) (ثانیه)	زمان تناوب با استفاده از رابطه تقریبی (۳۵) (ثانیه)	زمان تناوب با دیافراگم انعطاف‌پذیر (ثانیه)	نسبت زمان تناوب دیافراگم انعطاف‌پذیر به زمان تناوب روش تقریبی $T_{ratio}$
نسبت دهانه به عرض ۳	۰/۲۶۰	۰/۳۰۴	۰/۳۸۴	۱/۲۶
نسبت دهانه به عرض ۴	۰/۲۶۰	۰/۳۵۴	۰/۴۲۶	۱/۲۳
نسبت دهانه به عرض ۵	۰/۲۶۰	۰/۴۴۸	۰/۵۴۰	۱/۲۰
نسبت دهانه به عرض ۶	۰/۲۶۰	۰/۵۳۶	۰/۶۱۳	۱/۱۴
نسبت دهانه به عرض ۷	۰/۲۶۰	۰/۶۹۳	۰/۷۴۰	۱/۰۷

به خطای زیادی در محاسبه زمان تناوب این سازه‌ها و از طرفی افزایش زیاد برش پایه می‌شود. این افزایش زیاد برش پایه می‌تواند منجر به طراحی محافظه‌کارانه و غیراقتصادی در سازه شود. در این تحقیق علاوه بر بررسی اثر انعطاف‌پذیری سقف‌ها بر زمان تناوب سازه، روش‌های تقریبی نیز برای بدست آوردن سریع و آسان زمان تناوب سازه‌های با دیافراگم انعطاف‌پذیر ارائه گردیده است. در روش‌های تقریبی دیافراگم سقف و عناصر باربر جانبی هر طبقه به صورت فترهای سری در نظر گرفته شده و زمان تناوب کل سیستم با ترکیب زمان تناوب سازه با دیافراگم صلب و زمان تناوب سقف‌های انعطاف‌پذیر و یا با اصلاح سختی سیستم محاسبه می‌گردد. روش‌های تقریبی پیشنهادی در این مقاله برای سازه‌های یک طبقه و چند طبقه دارای کاربرد بوده و از دقت نسبتاً بالائی برخوردار می‌باشند و به کمک آنها می‌توان زمان تناوب تجربی عنوان شده در آئین نامه‌های زلزله را که برای ساختمنهای با دیافراگم صلب ارائه گردیده است جهت ساختمنهای با دیافراگم‌های انعطاف‌پذیر اصلاح نمود.

## ۵- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این تحقیق تأثیر انعطاف‌پذیری دیافراگم کف بر زمان تناوب سازه‌های فولادی مهاربندی شده با سقف تیرچه‌ای مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش نسبت دهانه به عرض، زمان تناوب سازه در مدل‌های انعطاف‌پذیر نسبت به مدل صلب افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر با افزایش انعطاف‌پذیری دیافراگم کف، تفاوت بین زمان تناوب بدست آمده از فرض دیافراگم صلب و دیافراگم انعطاف‌پذیر بیشتر می‌شود، و این اختلاف قابل توجه ایجاد خطای زیادی در برآورد نیروی زلزله وارد بر ساختمان می‌نماید. اختلاف بین زمان تناوب در مدل دیافراگم انعطاف‌پذیر و مدل دیافراگم صلب با کاهش تعداد طبقات ساختمان افزایش می‌یابد. همچنین بین دو روش ارائه شده در استاندارد ۲۸۰۰ نیز اختلاف مشاهده می‌شود بطوری که روش تجربی ارائه شده زمان تناوب کوتاه‌تری نسبت به رابطه تحلیلی آئین نامه می‌دهد. در نتیجه استفاده از روابط تجربی آئین نامه برای ساختمنهای با دیافراگم انعطاف‌پذیر که خود نسبت به حالت دیافراگم صلب زمان تناوب طولانی‌تری دارند منجر

## ۶- مراجع

- [۱] صداقت، س، هادیان فرد، م.ع، لشکری، ع. (۱۳۹۰). "مقایسه عملکرد سازه‌های فولادی با دیافراگم صلب و نیمه صلب در محدوده خطی و غیرخطی". ششمین کنفرانس بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، پژوهشگاه بین‌المللی زلزله‌شناسی و مهندسی زلزله، تهران، ایران.

- [۲] صداقت، س. (۱۳۹۰). "بررسی شرایط صلبیت و انعطاف پذیری سقف های تیرچه ای در سازه های فولادی مهاربندی شده و اثر آن بر طرح لرزه ای سازه در محدوده خطی و غیر خطی". پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شیراز.
- [۳] استاندارد ۲۸۰۰ ایران (ویرایش سوم). (۱۳۸۴). "آینه نامه طرح ساختمانها در برابر زلزله". انتشارات مرکز تحقیقات ساختمان و مسکن، تهران.

- [4] Ju, S.H., Lin, M.C. (1996). "Comparison of building analyses assuming rigid or flexible floors". Journal of Structural Engineering, Vol. 122, pp. 439–445.
- [5] Al Harash, M., Panahshahi, N., Truman, K. (2008). "Inelastic seismic response of reinforced concrete buildings with floor diaphragm openings". 14th World Conference on Earthquake Engineering, Structural and Environmental Engineering, Beijing, China.
- [6] Sadashiva, V.K., MacRae, G.A., Deam, B.L., Spooner, M.S. (2009). "Quantifying the seismic response of structures with flexible diaphragms". NZSEE Conference.
- [7] Fleischman, R.B., Sauser, R., Pessiki, S., Rhodes, A.B. (1998). "Seismic behavior of parking structure diaphragms". PCI Journal, Vol. 43, pp. 39–53.
- [8] Barron, J.M., Hueste, M.B. (2004). "Diaphragm effects in rectangular reinforced concrete". ACI Structural Journal, Vol. 101, pp. 615-624.
- [9] Hadianfard, M.A., Sedaghat, S. (2011). "Nonlinear seismic response of braced steel structures with flexible block-joist floor". World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics, Seoul, Korea, September.
- [10] Tremblay, R., Stiemer, S.F. (1996). "Seismic behavior of single-story steel structures with a flexible roof diaphragm". Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 23, pp. 49-62.
- [11] Sadashiva, V.K., MacRae, G.A., Deam, B.L., Spooner, M.S. (2012). "Quantifying the seismic response of structures with flexible diaphragms". Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 41(10), pp. 1365-1389.
- [12] Humar, J., Popovski, M. (2013). "Seismic response of single-story buildings with flexible diaphragms". Canadian Journal of Civil Engineering, 40(9), pp. 875-886.
- [13] Chopra, A.K. (2000). "Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering". New Jersey, Prentice Hall.