مساله بهینه‌سازی پورتفولیوی چندهدفه با اهداف حداکثر کردن بازده، حداقل کردن ریسک و حداقل کردن تعداد دارایی

عباس رستمی[۱]، امیر نوروزی[*۲]، هادی مختاری[۳] و یاسر نعمتی[۴]

اطلاعات مقاله

واژگان کلیدی:
انتخاب پورتفولیو؛
مدلسازی چندهدفه؛
شبیه‌سازی تبرید؛
لینگو

چکیده

نظریه انتخاب پورتفوی بهینه از دهه ۱۹۵۰ تا کنون بخش مهمی از تحقیقات را به خود معطوف کرده است. از جمله مواردی که در اکثر مدل های ارائه شده می توان دید، لحاظ کردن ریسک و بازده سرمایه گذاری در مدل ها می باشد. در این مقاله، یک مدل چند هدفه با محدودیت های مناسب برای ارضای نیاز های سرمایه گذار در نظر گرفته شده است. اهداف در نظر گرفته شده در مدل عبارتند از حداکثر کردن بازده، حداقل کردن ریسک و حداقل کردن تعداد دارایی در پرتفوی است. به منظور حل مدل ارائه شده در این مقاله ابتدا سهام انتخاب شده از بورس اوراق بهادار تهران بوسیله الگوی کلاس بندی به خوشه هایی که از نظر سطح بازده (اختلاف سطوح بازده) به هم نزدیک ترند، انتخاب شده و در خوشه های مورد نظر قرار می گیرند، در مرحله بعد از داخل خوشه های تشکیل شده اولیه، سهام انتخاب می گردد و یک پورتفوی نزدیک به بهینه که ارضا کننده نیاز های مساله باشد تشکیل می شود. از آنجایی که از نظر پیچیدگی محاسباتی جزو گروه NP-hard قرار می‌گیرد و از طرف دیگر روش های حل دقیق برای مسائل با ابعاد بزرگ کارایی خودشان را از دست می دهند، لذا در این مقاله از الگوریتم فرا ابتکاری شبیه‌سازی تبرید برای حل مدل استفاده شده و با حل مساله توسط لینگو (Lingo) مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

۱- مقدمه

مساله بهینه سازی سبد سهام یکی از موضوعات مهم در حوزه مباحث مالی می باشد که در سال های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در واقع تصمیم گیری در ارتباط با انتخاب سبد سهام بهینه به تخصیص یک پورتفولیوی راضی کننده برای سرمایه گذار می پردازد. این مساله شامل محاسبه تخصیص بودجه به سهم های موجود است که نخستین بار توسط مارکویتز ارائه شد. مدل اولیه ای که مارکویتز[۲] [1] معرفی کرد شامل دو معیار ریسک و بازده است که هدف از آن نیز پیدا کردن سبدی با مینیمم ریسک و حداکثر بازده می باشد. این مدل با دو معیار تنها یک سبد بهینه ارائه نمی کند بلکه

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: amir_noroozie@iust.ac.ir
[۱] دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه رجاء قزوین، قزوین، ایران
[۲] دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران
[۳] استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران
[۴] دانشجوی دکتری رشته مدیریت صنعتی، دانشکده علوم اداری و مدیریت، دانشگاه مازندران، ایران

2. Markowitz

Archive of SID
www.SID.ir

مجموعه ای از سبدهای بهینه ارائه می دهد که پرتفو های بهینه نامیده می شوند. فرضیات مدل مارکویتز به صورت زیر است:

۱- سرمایه گذار در پی حداکثر نمودن بازده مورد انتظار است.
۲- سرمایه گذارن ریسک گریزند.
۳- اتخاذ تصمیم سرمایه گذار بر اساس بازدهی و انحراف معیار مورد انتظار است.
۴- سرمایه گذاران افق سرمایه گذاری یکسانی دارند.
۵- بازارها کامل هستند.

او تعیین فرصت های سرمایه گذاری، تشکیل پورتفولیو، فرموله کردن و حل مساله را به کمک برنامه ریزی درجه دوم[1] انجام داد. مدل پایه ای که مارکویتز ارائه کرد قادر به توضیح دادن تمامی تبادلات دنیای واقعی، مانند فروش استقراضی، مدیریت هزینه‌ها، اندازه پورتفولیو، هزینه معاملات، ترجیحات سرمایه گذار و ... نبود که این موارد با اضافه کردن قیدهایی به مدل استاندارد، قابل دستیابی است و این منجر به ارائه مدل های مختلفی بر اساس مدل استاندارد می‌گردد. مدل مارکویتز اشاره می کند که وزن دارایی ها نمی توانند منفی باشند. اگر در مدل استاندارد قید $x_i \geq 0$ را با $x_i \epsilon \mathcal{R}$ جایگزین نماییم مدلی که بدست می آید شامل فروش استقراضی نیز می گردد که به *Black model* معروف است.بلک به این مدل که به مدل *Black* معروف است نیز می توان محدودیت دیگری اضافه کرد، به این صورت که قید $x_{n+1} \geq 0$ که در واقع یک دارایی بدون ریسک است را نیز به مدل اضافه نمود که این مدل جدید به مدل دوم *Black*[2] معروف است. از طرف دیگر از معیار های مختلفی برای محاسبه ریسک بازده پورتفولیوی استفاده شده که از جمله آن می توان به ارزش در معرض خطر[3] اشاره کرد. باسل [2] معیار دیگری که به عنوان ریسک استفاده شده را "قدر مطلق انحراف از میانگین[4]" می‌نامند که توسط کانو و یامازاکی [3] ارائه گردید. کار با این معیار به دلیل عدم استفاده از ماتریس کواریانس راحت تر می باشد. لوین و همکاران [4] مدلی چند هدفه به منظور بهینه سازی پورتفولیو ارائه نمودند که شامل ماکزیمم سازی سود و حداقل نمودن ریسک بوده است که در آن محدودیت های تعداد سهام در پورتفولیو و میزان سرمایه گذاری محدود برای هر سهم را در نظر گرفتند و مساله را با الگوریتم های فرا ابتکاری $NSGA-II$[5] ، $SPEA\text{-}2$[6] ، $PAES$[7] و $PEAS-II$[8] حل و مقایسه نمودند. هسو [5] از رویکردی یکپارچه براساس تحلیل پوششی داده ها و با الگوریتم های زنبور و ژنتیک برای حل مساله بهینه سازی پرتفوی چند هدفه استفاده نمود در آن زمان بندی خرید و فروش سهام را نیز لحاظ کرد. آرمانزاس و لوزانو [6] الگوریتم فرا ابتکاری جستجوی حریصانه، شبیه سازی تبرید و الگوریتم مورچگان را برای حل یک مسئله چند هدفه بهینه سازی سبد سهام بکار گرفتند.

در مقاله‌ای که پیندوریا و همکاران [7] ارائه کردند رویکردی برای تولید و انتخاب پورتفولیو بر اساس معیارهای بازده و واریانس و چولگی ارائه گردید که در واقع بسط مدل استاندارد هری مارکویتز بوده است و فرض اساسی در آن این بوده که توزیع بازده دارایی های موجود در آن از تابع نرمال پیروی نمی کند. مدل اشاره شده با الگوریتم فرا ابتکاری ذرات انبوه چند هدفه[9] برای یافتن مرز کارا، حل گردید.

جانا و روی [8] در مقاله ای که ارائه کردند ابتدا مدل چند هدفه ای که شامل میانگین- واریانس و چولگی بود ارائه کردند و سپس به مدل خود تابع هدف دیگری تحت عنوان "آنتروپی[10]" برای انتخاب یک پورتفولیوی خوب با تنوع مناسب افزودند و برای حل مدل خود نیز از تکنیک های برنامه ریزی فازی بهره گرفتند. اندرو و دیگران [9] نقد شوندگی[11] دارایی ها را به عنوان یکی از مهمترین معیارهای مورد نظر سرمایه گذاران در چارچوب بهینه سازی استاندارد پورتفولیو معرفی کردند. لین و لیو [10] یک مدل تصمیم گیری برای انتخاب پرتفوی با در نظر گرفتن حداقل کردن هزینه معاملات[12] به کار بردند و مساله مورد نظر را با الگوریتم ژنتیک حل کردند. کراما و

1 . Quadratic Programming
2 . Black Second Model
3 . Value at Risk
4 . Mean-Absolute-Deviation

5 . Non-dominated Sorting Genetic Algorithm
6 . Strength Pareto Evolutionary Algorithm
7 . Pareto Envelope-based Selection Algorithm
8 . Multi objective particle swarm optimization
9 . Multi objective particle swarm optimization
10 . Entropy
11 . Liquidity
12 . Transaction Lots

www.SID.ir
Archive of SID

شاینز [11] از الگوریتم شبیه سازی تبرید برای حل مساله انتخاب پرتفوی استفاده کردند. ارگات و همکاران [12] یک مدل چندهدفه را برای بسط مدل مارکویتز ارائه کردند. آنها در مدل خود از ۵ تابع هدف برای نشان دادن ریسک و بازده استفاده کردند و مدل خود را با الگوریتم های ژنتیک، شبیه سازی تبرید و جستجوی ممنوع حل کردند. گومز و فرناندز [13] هیورستیکی را بر پایه شبکه های عصبی ایجاد کردند و آن را برای ردیابی منحنی کارآمدی در مساله انتخاب سبد سهام بکار بردند. چانگ و همکاران [14] مساله بهینه سازی پورتفولیو را با در نظر گرفتن اندازه ریسک های مختلف که شامل، نیم واریانس، قدر مطلق انحراف از میانگین، و واریانس با چولگی بوده است را به کمک الگوریتم ژنتیک حل کرده اند. یائوو همکاران [15] از یک الگوریتم شبکه عصبی جدید برای انتخاب بهینه پورتفولیو، براساس ترجیحات سرمایه گذار استفاده کردند. مدلی که ارائه نمودند بر اساس میانگین، بازده و چولگی بوده است.

کورا [16] یک رویکرد جمعیت ذرات انبوه را برای حل مساله انتخاب پورتفولیو بکار گرفت. چن و زانگ [17] مساله انتخاب پورتفولیوی بهینه را با این فرض که مقداری خطای قابل قبول برای ریسک و بازده وجود دارد ارائه کردند و برای حل آن نیز یک الگوریتم فرا ابتکاری بهینه سازی ذرات انبوه بهبود داده شده برای مساله مورد نظر پیشنهاد دادند. سلیمانی و همکاران [18] در مقاله خود از محدودیت های مختلفی برای ارضای نیاز های سرمایه گذار بهره گرفتند. آنها علاوه بر در نظر گرفتن محدودیت های هزینه معاملات و تعداد سهام در پورتفولیو، به عامل جدیدی به نام "جمع سرمایه بازار[1]" نیز در تحقق خود اشاره کرند که تا آن زمان به آن اشاره ای نشده بود و مدل پیشنهادی خود را با الگوریتم ژنتیک حل کردند. رنکوویک و همکاران [19]، مدل چند هدفه با هدف حداکثر سازی بازده و حداقل نمودن ریسک را با در نظر گرفتن معیار ارزش در معرض خطر[2] به عنوان عامل ریسک از طریق الگوریتم ژنتیک بررسی و حل نموده اند. به منظور محاسبه ارزش در معرض خطر نیز از سری های زمانی استفاده نموده اند و به منظور استخراج مرز کارا برای سهام در محدوده بهینه مساله را بصورت تک هدفه و چند هدفه حل نموده و با هم مقایسه نموده اند. لاجوردی و رازی [20] برای انتخاب بهینه سبد سهام در بازار تهران از الگوریتم تحلیل رابطه خاکستری [3] از طریق روش های انتخاب ویژگی سهام[4] استفاده نموده اند. که ابتدا از طریق روش شناسایی ویژگی، معیارهای مناسب را انتخاب شرکت ها/دارایی های مناسب شناسایی نموده و در ادامه از روش تحلیل رابطه خاکستری به رتبه بندیو انتخاب سههام به منظور ایجاد سبد بهینه سهام پرداخته اند.

۲- مدل برنامه ریزی چند هدفه

مدل ریاضی ارائه شده مربوط به مدلی است که آناگنوستپوس و مامانیز [21] ارائه کرده اند. که به صورت زیر می باشد. این مدل شامل ۳ تابع هدف می‌باشد که شامل حداقل کردن ریسک، حداکثر کردن بازده مورد انتظار و حداقل کردن تعداد سهام در پورتفولیو می‌باشد.

$$\textbf{Minimize}\ \ \delta_p^2:\ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i . x_j . \sigma_{ij} \qquad (1)$$

$$\text{Maximize}\ \ R_p = \sum_{i=1}^{n} \mu_i * x_i \qquad (2)$$

$$\text{Minimize}\ \ \sum_{i=1}^{n} 1_{x_i>0} \qquad (3)$$

S.t.

$$l_i z_i \le x_i \le u_i z_i, \quad i = 1,2,\dots,n \qquad (4)$$

$$L_m \le \sum_{i\epsilon G_m} x_i \le U_m, \quad m = 1,2,\dots M \qquad (5)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \qquad (6)$$

$$x_i \ge 0 \quad i = 1,\dots,n \qquad (7)$$

$$z_i \epsilon \{0,1\} \ \ i = 1,2,\dots,n \qquad (8)$$

که در آن x_i میزان سرمایه گذاری در دارایی i ام به کل مبلغ سرمایه گذاری شده μ_i به عنوان بازده دارایی i ام، σ_{ij} به عنوان معیار ریسک (واریانس)، u_i و l_i به عنوان حد پایین و بالای سرمایه گذاری در دارایی ها، u_m و l_m به عنوان حد پایین و بالای کلاس های مشخص شده است.

مدل اولیه بهینه سازی سبد سهام توسط مارکویتز ارائه گردید که از رویکرد حداقل واریانس استفاده نموده که نسبت به مدل چند هدفه دارای معایبی است:

۱. رویکرد حداقل واریانس فرض می کند تنها هدف سرمایه گذار حداقل کردن ریسک است، در صورتیکه شاید

1 . Market(sector) Capitalization
2 .Value at Risk
3 . Gray Relational analysis
4 .Feature Selection Model

Archive of SID
www.SID.ir

آن فرض مناسبی برای افرادی که بشدت ریسک پذیرند[1] و به دنبال ریسک می گردند نباشد.

رویکرد حداقل واریانس، سرمایه گذار را ملزم به مشخص کردن سطحی از بازده می نماید در صورتی که در برخی مواقع سرمایه گذار میزان بازده مورد انتظار خود از سرمایه گذاری را نمی داند و یا اینکه هیچ قیدی را برای سرمایه گذاری اش قرار نمی دهد (نمی پذیرد).

از طرفی مدل های متعددی برای بهینه سازی پورتفوی چند هدفه ارائه گردیده است که در هر کدام از آنها معیارهای مختلفی برای تابع هدف و محدودیت ها در نظر گرفته شده است.

برای نمونه می توان به مواردی مانند:

ماکزیمم کردن سود سهام[2]

ماکزیمم کردن مقادیر سرمایه گذاری شده در توسعه و تحقیق[3]

ماکزیمم کردن نقد شوندگی

مینیمم کردن انحراف مقادیر تخصیص داده شده به دارایی ها

مینیمم کردن Short Selling

ضمنا می توان مدل را برای دارایی های با ریسک یا بدون ریسک نیز استفاده نمود که به فراخور، مدل قابل بسط می باشد.

و روش های مختلفی نیز برای حل مدل استفاده شده است.

(الگوریتم های هیورستیک و متا هیورستیک، برنامه ریزی پویا و ...)

مدل فوق مدل استانداری می باشد که برای بازار بورس ایران اجرا و پیاده سازی گردید و شرایط بازار ایران با توجه به نوسانات زیاد داخلی (تاثیر زیاد قیمت نفت، تغییرات زیاد سیاست های دولتی و...) تفاوت زیادی نسبت به سایر بازارهای مشابه دنیا دارد و تغییرت آن زیاد می باشد.

در مدلی که ارائه می گردد، مساله انتخاب پورتفوی با سه تابع هدف برای پیدا کردن روابط بین ریسک، بازده و تعداد سهم در پورتفوی می باشد.

محدودیت های سرمایه گذاری روی دارایی ها و همچنین گروهی از دارایی ها برای جلوگیری از نگهداری پورتفوهای بسیار کوچک و یا سرمایه گذاری بسیار زیاد در داراییهایی که مشخصه بارزی ندارند اعمال شده است.

الف) تابع هدف(۱) به دنبال حداقل کردن ریسک پورتفوی

ب) تابع هدف (۲) به دنبال حداکثر کردن بازده

ج) تابع هدف (۳) به دنبال مینیمم کردن تعداد سهام در پورتفوی

دیدگاه سنتی متنوع سازی بر این موضوع تاکید داشت که نگهداری بیش از یک سهم بهتر است، اما متنوع سازی از نوع مارکویتز بر کیفیت سهام تاکید می کند و معتقد است سهامی را بایستی انتخاب کرد که با یکدیگر همبستگی مثبت کمتری داشته باشند.از طرفی استیور و همکاران در مقاله خود بیان کردند که" ما زمانی یک تابع هدف را از یک محدودیت تشخیص می دهیم که درنظر گرفتن مقدار سمت راست[4] برای آن بدون در نظر گرفتن تبادلات بین دیگر اهداف مشکل باشد".

د) محدودیت اول (۴)، ایجاد کننده حد بالا و پایین برای میزان سرمایه گذاری در سهم نوع i ام

با وجود این قید سرمایه گذار بایستی حداقل و حداکثر میزان از یک دارایی خاص را در پورتفوی خود نگهداری نماید. در واقع سهم سرمایه گذاری شده در یک دارایی خاص (در صورت وجود در پورتفوی) در یک بازه خاص به صورت زیر تغییر می کند.

$$l_i z_i \le x_i \le u_i z_i, \quad i = 1,2,\dots,n$$

که اگر z_i یک باشد یعنی سهم i ام در پورتفوی وجود دارد و حد بالا و پایین آن به ترتیب u_i و l_i می باشد.

ه) محدودیت دوم (۵)، حد بالا و پایین برای گروه های انتخاب شده از سهام(خوشه ها) در نظر می گیرد.

قید خوشه بندی به این منظور که سرمایه گذار به دنبال سهام خاصی که مشابهت بیشتری به هم دارند می باشد. این مشابهت می تواند بسته به نوع سهام (صنعتی، بیمه ای، خدماتی و...) باشد و یا اینکه بر اساس معیار هایی مانند نزدیکی بازده سهام به هم، میزان ریسک و... باشد. قرار دادن حد بالا و پایین برای خوشه های تشکیل شده و همچنین در نسبت دارایی ها (قید ۴) به منظور جلوگیری

1. Risk Seeking
2. Dividend
۲۱. R&D

4 .Right-hand Side

Archive of SID

www.SID.ir

از نگهداری پورتفوی های بسیار کوچک و یا سرمایه گذاری بسیار زیاد در دارایی هایی که مشخصه خاصی ندارند صورت می گیرد.

و) محدودیت سوم (۶)، برای اینکه سرمایه گذارکل موجودی خود را سرمایه گذاری کند.

قید کلاس بندی به این منظور که سرمایه گذاران به دنبال سهام خاصی که مشابهت بیشتری به هم دارند می باشند. این مشابهت می تواند بسته به نوع سهام (صنعتی، بیمه ای، خدماتی و...) باشد و یا بر اساس معیار هایی مانند نزدیکی بازده سهام به هم، میزان ریسک و غیره. قرار دادن حد بالا و پایین برای کلاس های تشکیل شده و همچنین در نسبت دارایی ها (قید ۴) به منظور جلوگیری از نگهداری پورتفولیوهای بسیار کوچک و یا سرمایه گذاری بسیار زیاد در دارایی هایی که مشخصه خاصی ندارند صورت می گیرد.

۳- روش حل مساله

۳-۱- کلاس بندی سهام

برای گروه بندی سهام، روش های متفاوتی وجود دارد که از آن جمله می توان به روش هایی که وب [22] در مقاله خود بیان نمود اشاره کرد. دراین مقاله کلاس بندی سهام با الگوریتمهای متفاوت بررسی گردید که روش سلسله مراتبی(با تابع ارتباط Average) با احتساب فاصله اقلیدسی از طریق نرم افزار Minitab مورد استفاده قرار گرفت. که مسیر آن در نرم افزار Minitab (Stat/Multivariate/Cluster Observation) است.

۳-۲- شبیه سازی تبرید

بازپخت شبیه سازی شده[1] یک روش جستجوی محلی فرا ابتکاری شناخته شده برای مسائل بهینه سازی است. این روش بیشتر برای حل مسائل بهینه سازی گسسته نسبت به مسائل پیوسته استفاده می گردد. نکته حائز اهمیت در این روش این است که این روش ابزاری برای ما فراهم می نماید که بتوان از نقاط بهینه محلی[2] فرار کرد و بوسیله پذیرش جواب های بدتر با یک احتمال مشخص، به نقطه بهینه سراسری[3] دست یافت.

1. Simulated Annealing
2 .Local Optimal
3. Global Optimal

۳-۲-۱- نحوه نمایش جواب و تولید جواب اولیه

برای مساله پورتفولیو n سهمی برای نمایش جواب در محیط شبیه سازی تبرید از کروموزوم سه سطری استفاده شده که هر سطر دارای n بایت(سلول) می باشد که سطر اول مقادیر {o,1} را به صورت تصادفی انتخاب می کند. هر بایت متناظر یک سهم می باشد. مثلا اگر بایت i ام از سمت چپ مقدار یک بگیرد یعنی سهم i ام انتخاب شده است و اگر صفر باشد یعنی سهم مورد نظر انتخاب نشده است. w_i نیز به طور تصادفی مقادیری بین صفر و یک می گیرد که همان وزن تصادفی سهم انتخاب شده می باشد که از روی آن و با استفاده از فرمول های (۳-۱) و (۳-۲) گفته شده در زیر نسبت نهایی سرمایه گذاری شده روی هر سهم(x_i) تولید می شود. لذا برای تولید جواب اولیه به صورت تصادفی در سلول های سطر اول مقادیر صفر و یک قرار داده و در سلول های سطر دوم، متناظر با سلول های سطر اولی که مقادیر یک دارند اعداد تصادفی بین صفر و یک قرار می دهیم. در سطر سوم نیز همان طور که گفته شد نسبت واقعی سرمایه گذاری در هر سهم بدست می آید.

جدول1 -۳-نمایش کروموزوم ها و تولید جواب اولیه

$z_1 = 1$	$z_2 = 0$	$z_3 = 1$	.....	$z_i = 1$	$z_n = 1$
W_1		W_3	.....	W_i	W_n
X_1		X_3	.....	X_i	X_n

در این مرحله به وزن هر سهم در خوشه(میزان سرمایه گذاری در هر سهم) و میزان سرمایه گذاری در هر خوشه نیازمندیم که به صورت زیر بدست می آید.

الف) محاسبه میزان سرمایه گذاری در هر گروه:

$$\mathrm{rcp(m)} = \mathrm{L_m} + \frac{\mathrm{c_m}}{\sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{M}} \mathrm{c_j}}\left(1 - \sum_{\mathrm{j=1}}^{\mathrm{M}} \mathrm{L_j}\right),\ \mathrm{m} = 1,2,\dots,\mathrm{M} \qquad (1-3)$$

که در آن $rcp(m)$، میزان سرمایه گذاری در خوشه m می باشد. از طرفی L_m حد پایین خوشه مربوطه و c_m وزن خوشه مورد نظر می باشد. ضریب $\frac{c_m}{\sum_{j=1}^{M} c_j}$ نیز موجب نرمال شدن وزن خوشه ها می گردد که عاملی برای آن است که مجموع وزن ها برابر یک گردند.

ب) محاسبه وزن هر دارایی در پورتفولیوی بدست آمده:

Archive of SID

www.SID.ir

$$x_i = l_i z_i + \frac{w_i . z_i}{\sum_{j \epsilon G_{class(i)}} w_i . z_i} \left(rcp(class(i)) - \sum_{j \epsilon G_{class(i)}} l_i . z_i \right), i = 1,2,..,n \quad (۲-۳)$$

که در آن z_i معرف وجود یا عدم وجود دارایی در پورتفولیو می باشد و از طرفی w_i سهمی از بودجه که در دارایی مورد نظر سرمایه گذاری شده است. l_i حد پایین سهم مورد نظر در صورت وجود در پورتفولیو می‌باشد.

$\Delta = \{z_1, z_2, \dots, z_n\},\ z_i \epsilon \{0,1\},\ i = 1,2,\dots,n$

$w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}, 0 \le w_i \le 1, i = 1,2,\dots,n$

با این روش کدینگ، در اکثر موارد برای مساله، جواب شدنی بدست خواهد آمد. اما در برخی موارد نیز ممکن است جوابی که بدست می آید نشدنی باشدکه موارد مورد نظر به همراه راه حل برای رفع مشکلشان در زیر آورده شده است:

الف) در مورد انتخاب سبد نهایی که بایستی از سبد ها (خوشه های تشکیل شده) انتخاب گردد ممکن است از یک خوشه خاص اصلا سهمی انتخاب نگردد. یعنی یک خوشه خاص هیچ عضوی در پورتفولیوی نهایی نداشته باشد و این در حالی است که در خوشه بندی، میزان حد پایین برای آن خوشه L_m مثبت در نظر گرفته شده است. به طور واضح از فرمول (۳-۱) مشخص است که اگر سهم خاصی هم در سبد نباشد، میزان سرمایه گذاری آن خوشه در سبد نهایی مثبت می گردد. راه حل ساده ای که برای رفع این مشکل وجود دارد این است که به طور تصادفی به خوشه مورد نظر یک سهم اضافه می گردد.

ب) این احتمال هم که درموقع بدست آوردن $rcp(m)$ عدد داخل پرانتز در فرمول(۳-۲) عدد منفی بدست آید نیز وجو دارد. مثلا فرض کنید که حداقل میزان سرمایه گذاری در یک خوشه (۰,۰۵) انتخاب گردد و ما در خوشه مورد نظر ۶ سهم یا بیشتر داشته باشیم که میزان سرمایه گذاری هر سهم نیز حداقل (۰,۰۱) باشد در این صورت حد پایین خوشه مورد نظر (۰,۰۶) بدست می آید، که این از میزان حد پایین سرمایه گذاری در خوشه بیشتر است و بایستی حد پایین آن (۰,۰۵) باشد. برای حل این مشکل یک سهم به طور تصادفی حذف می گردد و این کار نیز معمولا با سهمی که کوچکترین وزن را داراست آغاز می گردد.

ج) در برخی موارد نیز ممکن است مقدار $rcp(m)$ از حد بالای آن خوشه تجاوز نماید، که در این صورت دوباره وزن های بدست آمده نرمال می گردند تا قید حد بالا نیز ارضاء گردد.

$$rcp_{new}(m) = L_m + \frac{rcp_{old}(m)}{\sum_{j=1}^{M} rcp_{old}} \left(1 - \sum_{j=1}^{M} L_j\right),\ m = 1,2,\dots,M \quad (۳-۳)$$

قابل ذکر است که در حل مساله به وسیله شبیه سازی تبرید دمای اولیه بین ۱۵۰-۲۰۰ و دمای نهایی صفر در نظر گرفته شده است. از طرفی نرخ تبرید (۰,۰۱) و تعداد همسایگی ۲۰ می باشد.

۳-۲-۲- تولید جواب جدید

در فرایند تولید جواب جدید، سطر اول که شامل اعداد صفر و یک بوده و وجود یا عدم وجود سهام را نشان می دهند، برای تولید جواب جدید به طور تصادفی در سطر اول، یک بایت(سلول) را انتخاب کرده عدد آن را تغییر می دهیم (از صفر به یک یا بر عکس). در ادامه مطابق روند قبلی در سطر دوم ، متناظر سلول هایی که در سطر اول مقادیر یک دارند یک عدد تصادفی بین صفر و یک قرار می دهیم که همان وزن هر سهم می باشد.مرحله آخر که تولید نسبت سرمایه گذاری در هر سهم می باشد که مطابق فرمول (۱و۲) در بالا بدست می آیند.

۱	۰	۱	.....	۰	۱	۱
۰	۰	۱		۰	۱	۱
$\acute{w_1}$		$\acute{w_3}$	.....		$\acute{w_t}$	$\acute{w_n}$
$\acute{x_1}$		$\acute{x_3}$	.....		$\acute{x_t}$	$\acute{x_n}$

قابل ذکر است که در این مرحله نیز مانند تولید جواب اولیه، برای جلوگیری از تولید جواب غیر موجه ، تست های موجه بودن جواب نیز انجام می گیرد. جواب تولید شده جدید اگر بهتر از جواب قبلی باشد جایگزین جواب قبلی گردیده و حل مساله برای بهبود جواب ادامه پیدا می یابد.

قابل ذکر است که در این مساله شرط توقف الگوریتم به صورت زیر است:

۱) دما از دمای نهایی کمتر گردد.
۲) به تعداد تکرار مورد نظرمان رسیده باشیم.

Archive of SID

www.SID.ir

۴- بدست آوردن مقدار تابع هدف

در این مساله در مورد ادغام تابع هدف، از رویکرد حل مسائل چند هدفه LP-metric استفاده شده است. منظور از این روش و روش های مشابه آن، حداقل کردن انحراف توابع هدف موجود از یک مدل چند هدفه نسبت به یک راه حل ایده آل می باشد. نقطه x^* را یک نقطه ایده آل می نامند، چنانچه کلیه اهداف موجود از مساله را به طور همزمان بهینه سازد. این راه خل بهینه x^* به گونه ای خواهد بود که داریم:

$$F(x^*) = \{f_1(x^*), f_2(x^*), \dots, f_m(x^*)\}$$

$F(x^*)$ در فضای اهداف، مشخص کننده بهینه اهداف بوده به طوری که x^* می تواند هر $f_i(x)$ را بهینه نماید. لکن وجود چنین راه حلی، به علت تعارضات موجود در اهداف مختلف غیر معمول است و از این رو ترجمان دیگری از این نقطه ایده آل و غیر قابل حصول این است که هر تابع هدف را به طور مجزا بهینه سازیم. یعنی راه حل ایده آل تعدیل شده از حل k مساله یک هدفه حاصل می گردد.

لذا ابتدا مقادیر ماکزیمم و مینیمم تک تک تابع هدف ها را با فرض نبود توابع دیگر بدست می آوریم که جزء ورودی های مساله می باشد. این رویکرد به صورت:

$$L-P = \left\{\sum_{i=1}^{k} w_i \left[\frac{f_i(x)-f_{min}(x)}{f_{max}(x)-f_{min}(x)}\right]^p\right\}^{1/p} \quad (۴-۳)$$

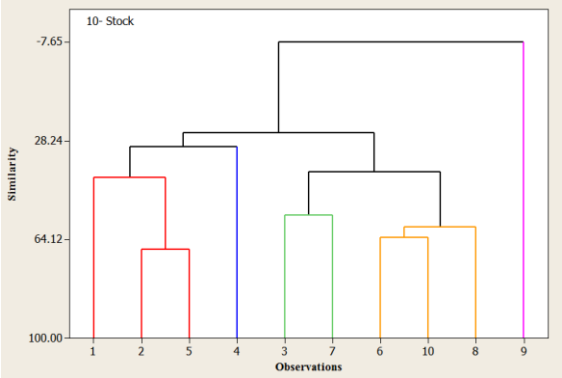
که در آن k=3 تعداد توابع هدف این مساله و $f_{min}(x)$ و $f_{max}(x)$ به ترتیب مینیمم و ماکزیمم هر تابع هدف خاص می باشند که قبلا بدست آمده اند. w_i نشان دهنده درجه اهمیت(وزن) برای هر تابع هدف می باشد. تابع هدف نهایی به دنبال حداقل کردن انحرافات است لذا بایستی کمینه گردد.

۵- مثال عملی و نتاج حل مساله:

5-۱- حل مدل با ۱۰ سهم با الگوریتم شبیه سازی تبرید و مقایسه نتایج آن با لینگو

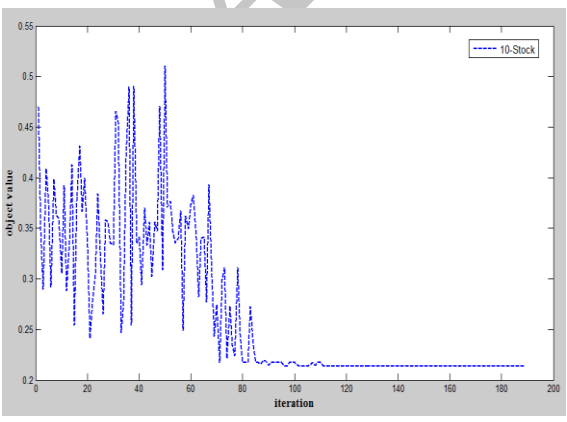
برای نشان دادن عملکرد الگوریتم مورد استفاده و مقایسه آن با Lingo، مساله با ۱۰ سهمی، ۲۰ سهمی، ۳۰ سهمی، ۴۰ سهمی و در نهایت ۹۰ سهمی حل گردیده وجواب های بدست آمده از هر دو روش مورد مقایسه قرار می داده شده است.. قابل ذکر است که معیار های مقایسه، شامل بهترین جواب، بدترین جواب، میانگین جواب ها و انحراف معیار آنها می باشد. در این تحقیق از داده های بازار بورس ایران استفاده شده است و از قیمت سهام ۹۰ سهم از تاریخ ۱۳۸۸/۸/۱۱ تا تاریخ ۱۳۸۹/۸/۱۱ استفاده شده است.

ابتدا مساله با ۱۰ سهم توسط روش کلاس بندی به ۵ کلاس تقسیم شده است و در ادامه مساله با الگوریتم شبیه سازی تبرید حل شده و نتایج بدست آمده آن با حل مدل توسط لینگو مورد مقایسه قرار گرفته که به صورت زیر است.



شکل ۱- کلاس بندی ۱۰ سهم با نرم افزار Minitab

همانطوری که در شکل (۱) پیداست ۱۰ سهم انتخاب شده به ۵ گروه متمایز تقسیم شده اند. در شکل (۲) خروجی حل شبیه سازی تبرید توسط نرم افزار Matlab نشان داده شده است که در کمتر از ۱۵۰ تکرار به همگرایی رسیده است.



شکل ۲- خروجی نرم افزار Matlab برای مساله ۱۰ سهمی

Archive of SID

www.SID.ir

X_3=0.12095 X_4=0.175 X_5=0.225 X_7=0.079045 X_1=0.225 X_9=0.175

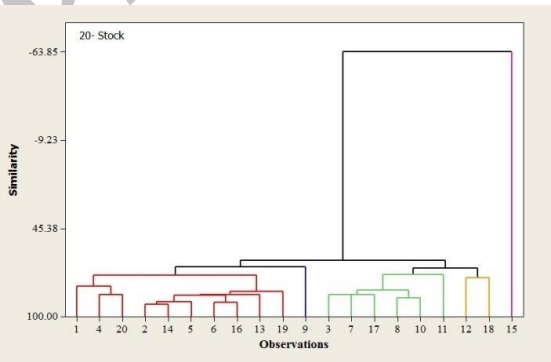
در جدول (۲) مقایسه نتایج خروجی حل مساله با الگوریتم شبیه سازی تبرید و لینگو آمده است.

جدول ۲- مقایسه نتایج خروجی شبیه سازی تبرید و لینگو برای ۱۰ سهم

لینگو					شبیه سازی تبرید				
زمان	انحراف استاندارد	بدترین جواب	بهترین جواب	میانگین جواب ها	زمان	انحراف استاندارد	بدترین جواب	بهترین جواب	میانگین جواب ها
3 ثانیه	0.136	0.35	0.27	0.32	2 ثانیه	0.087	0.214	0.213	0.214

۵-۲- حل مدل با ۲۰ سهم با الگوریتم شبیه سازی تبرید و مقایسه نتایج آن با لینگو

برای حل مساله با ۲۰ سهم با محدودیت کلاس بندی ابتدا این ۲۰ سهم با استفاده از الگوریتم کلاس بندی به ۵ کلاس مختلف تقسیم شده است که در شکل(۳) نشان داده شده است.



شکل ۳- کلاس بندی ۲۰ سهم با Minitab

در ضمن مدل حل شده با شبیه سازی تبرید توسط نرم افزار Matlab در کمتر از ۱۵۰ تکرار به همگرایی رسیده که خروجی آن به صورت زیر می باشد.

در جدول(۳) مقایسه نتایج خروجی حل مساله با شبیه سازی تبرید و لینگو نشان داده شده است.

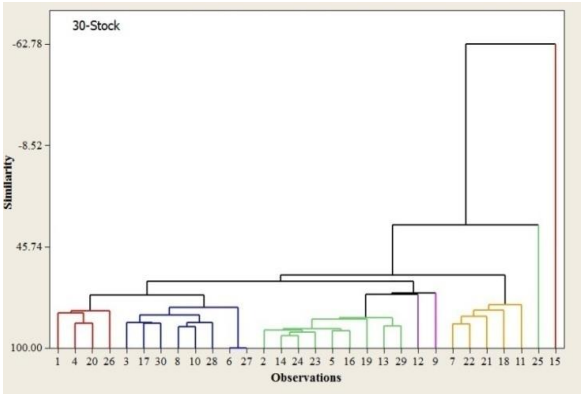
X_3=0.25 X_6=0.25 X_9=0.15 X_{14}=0.15 X_{17}=0.2

جدول ۳- مقایسه نتایج خروجی شبیه سازی تبرید و لینگو برای ۲۰ سهم

لینگو					شبیه سازی تبرید				
زمان	انحراف استاندارد	بدترین جواب	بهترین جواب	میانگین جواب ها	زمان	انحراف استاندارد	بدترین جواب	بهترین جواب	میانگین جواب ها
4 ثانیه	0.008	0.02	0.017	0.019	2 ثانیه	0.021	0.0537	0.0537	0.0537

۵-۳- حل مدل با ۳۰ سهم با الگوریتم شبیه سازی تبرید و مقایسه نتایج آن با لینگو

مساله با ۳۰ سهم همانطور که در شکل(۴) نشان داده شده است با نرم افزار Minitab حل شده و به ۸ کلاس مختلف تقسیم شده است.



شکل ۴- کلاس بندی ۳۰ سهم با Minitab

در ضمن مدل حل شده با شبیه سازی تبرید توسط نرم افزار Matlab در کمتر از ۱۵۰ تکرار به همگرایی رسیده که خروجی آن که در واقع همان نسبت سرمایه گذاری شده در هر سهم در پورتفولیو است به صورت زیر می باشد.

در جدول(۴) مقایسه نتایج خروجی حل مساله با شبیه سازی تبرید و لینگو نشان داده شده است.

X_1=0.16 X_3=0.16 X_9=0.16 X_{12}=0.16 X_{15}=0.16 X_{18}=0.16
X_{23}=0.16 X_{25}=0.16

جدول ۴- مقایسه نتایج خروجی شبیه سازی تبرید و لینگو برای ۳۰ سهمی

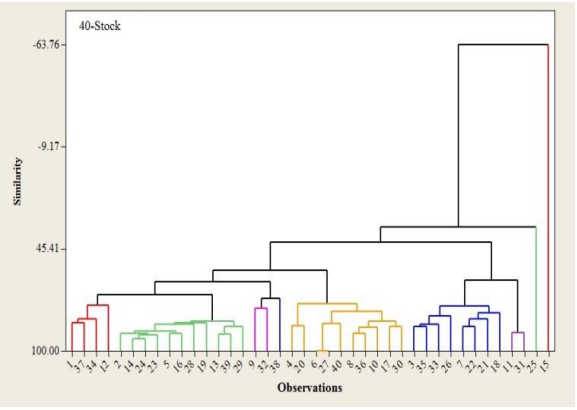
لینگو					شبیه سازی تبرید				
زمان	انحراف استاندارد	بدترین جواب	بهترین جواب	میانگین جواب ها	زمان	انحراف استاندارد	بدترین جواب	بهترین جواب	میانگین جواب ها
15دقیقه	0.043	0.11	0.102	0.086	3 ثانیه	0.066	0.17518	0.1751	0.1751

۵-۴- حل مدل با ۴۰ سهم با الگوریتم شبیه سازی تبرید و مقایسه نتایج آن با لینگو

در شکل(۵) خوشه بندی مساله ۴۰ سهمی نشان داده شده است که حاکی از آن است که ۴۰ سهم مورد نظر به ۹ کلاس مختلف تقسیم شده است.

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۵-کلاس بندی ۴۰ سهم با Minitab

در ضمن مدل حل شده با شبیه سازی تبرید توسط نرم افزار Matlab در کمتر از ۱۵۰ تکرار به همگرایی رسیده که خروجی آن که در واقع همان نسبت سرمایه گذاری شده در هر سهم در پورتفولیو است به صورت زیر می باشد. در جدول(۵) مقایسه نتایج خروجی حل مساله با شبیه سازی تبرید و لینگو نشان داده شده است.

X_4=0.09 X_9=0.09 X_{15}=0.09 X_{25}=0.07 X_{26}=0.13 X_{31}=0.12
X_{37}=0.09 X_{38}=0.14 X_{39}=0.18

جدول ۵-مقایسه نتایج خروجی شبیه سازی تبرید و لینگو برای ۴۰ سهمی

لینگو					شبیه سازی تبرید				
زمان	انحراف استاندارد	بدترین استاندارد	بهترین جواب	میانگین جواب ها	زمان	انحراف استاندارد	بدترین استاندارد	بهترین جواب	میانگین جواب ها
....	....	....	....	....	4 ثانیه	0.057	0.14096	0.14085	0.14087

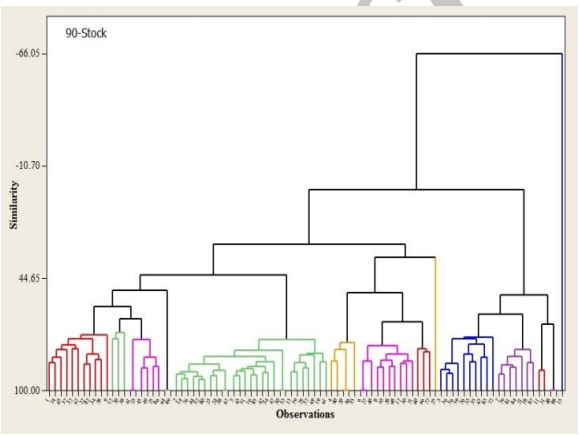
۵-۵- حل مدل با ۹۰ سهم با الگوریتم شبیه سازی تبرید و مقایسه نتایج آن با لینگو

جدول نشان میدهد که ۹۰ سهم انتخاب شده از بورس اوراق بهادار تهران به ۱۴ کلاس متفاوت تقسیم شده است.

جدول ۶- سهم های موجود در کلاس های مختلف مساله ۹۰ سهمی

کلاس اول	۱-۷۴-۶۵-۳۷-۳۲-۶۷-۲۲-۸۲-۳۴-۷۸-۹
کلاس دوم	۱۲-۷۰-۳۸-
کلاس سوم	۴۱-۷۳-۴۵-۴۹-۷۵-۸۶-
کلاس چهارم	۶۴-۸۹
کلاس پنجم	۲-۱۴-۷۶-۴۴-۵۲-۸۰-۲۳-۲۴-۵۸-۶۲-۵-۴۳-۵۱-۱۶-۸۵-۴۲-۵۴-۴۷-۵۰-۵۳-۱۳-۳۹-۲۹-۵۷-۶۹-۱۹-۶۷-
کلاس ششم	۴-۹۰-۲۰-۴۶-۵۵
کلاس هفتم	۶-۲۷-۴۰-۸-۱۰-۲۸-۶۸-۱۷-۳۰-۷۱-
کلاس هشتم	۶۰-۶۶-۷۷
کلاس نهم	۲۵
کلاس دهم	۳-۳۶-۵۶-۵۹-۲۶-۳۳-۳۵-۶۳-۷۲
کلاس یازدهم	۷-۷۹-۸۱-۸۴-۲۱-۱۸-۸۷
کلاس دوازدهم	۱۱-۳۱-
کلاس سیزدهم	۴۸-۸۸
کلاس چهاردهم	۱۵

در شکل زیر خروجی Minitab نشان داده شده است که نحوه خوشه بندی این ۹۰ سهم نشان داده شده است. از روی نمودار نیز مشخص است که این ۹۰ سهم به ۱۴ کلاس متمایز تقسیم شده اند.



شکل ۶- کلاس بندی ۹۰ سهم با minitab

مساله با ۹۰ سهم با الگوریتم شبیه سازی تبرید حل شده که خروجی متلب آن در کمتر از ۱۵۰ تکرار به همگرایی رسیده است. نسبت های سرمایه گذاری شده در هر سهم

Archive of SID

www.SID.ir

خروجی حاصل از حل مساله با شبیه سازی تبرید است که به صورت زیر است.

X_{11}=0.0625 X_{15}=0.10625 X_{25}=0.0625 X_{30}=0.05 X_{32}=0.125 X_{38}=0.0625 X_{46}=0.0375 X_{48}=0.10625 X_{54}=0.075 X_{60}=0.0375 X_{64}=0.0625 X_{72}=0.075 X_{75}=0.0625 X_{81}=0.075

۶-جمع بندی

در این مقاله مساله بهینه سازی پورتفولیوی چند هدفه با اهداف حداکثر کردن بازده، حداقل کردن ریسک و حداقل کردن تعداد دارایی مدلسازی و رویکرد حلی بر اساس روش شبیه‌سازی تبرید جهت آن ارائه شد. مسائل نمونه با ۱۰، ۲۰ ،۳۰، ۴۰ و ۹۰ سهم حل گردید و خروجی های مساله با Lingo و SA مورد مقایسه قرار گرفت.

بدست آمده از این رویکرد در اندازه نرمالی بوده که براحتی می توان آنرا مدیریت نمود. نتایج حل مساله در دو حالت حاکی از آن است که در تمامی موارد، شبیه سازی تبرید در مدت زمان کمتری به جواب مورد نظر دست یافته است و جواب‌های بدست آمده از شبیه سازی تبرید نیز تا حد زیادی به خروجی حل دقیق (لینگو) نزدیک است. از طرفی در ابعاد ۴۰ به بالا لینگو قادر به پیدا کردن جواب نبوده است در صورتیکه شبیه سازی تبرید در زمان قابل قبولی به جواب رسیده است.

۷- مراجع

[1] Markowitz.H.M, (1952) "Portfolio selection", Journal of Finance, 77-91.

[2] Basel Committee on Banking Supervision. International Convergence of Capital Measurementand Capital Standards, a revised framework, 2004.

[3].Yamazaki H, Konno H. and, "Mean absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market". Management Science, 37:519–531, 1991.

[4]. Lwin K , Rong Qu, Kendall GH. (2014) " A learning-guided multi-objective evolutionary algorithm forconstrained portfolio optimization". Applied Soft Computing 24 (2014) 757–772

[5] Hsu. Chih-Ming, (2012), " An integrated portfolio optimisation procedure based on data envelopment analysis, artificial bee colony algorithm and genetic programming", International Journal of Systems Science

[6] Armananzas. R , Lozano.J.A ,(2011), "A multiobjective approach to the portfolio opti-mization problem, in: The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation", vol. 2, IEEE, 2005, pp. 1388–1395.

[7] Pindoriya, N.M, Singh, S.N, Singh. S.K. (2010), "Multi-objective mean-varianceskewness model for generation portfolio allocation in electricity market", Electric Power Systems Research 80, 1314-1321.

[8] Jana.P, Roy.T.K, Mazumder.S.K. (2007) "Multi-objective Mean-variance-skewness model for Portfolio optimization". AMO- Advanced Modeling and Optimization, 9, 1.

[9] Andrew. W, Constantin. P and Wierzbicki. M, (2003), " IT IS 11 PM- DO YOU KNOW YOUR LIQUIDITY IS? THE MEAN VARIANCE FRONTIER", Journal of investment management, Vol.1, No.1, pp. 55-93.

[10] Lin, Chang-Chun and Liu, Yi-Ting. (2008) "Genetic algorithms for portfolio selection problems with minimum transaction" lots, European Journal of Operational Research, 371-379.

[11] Carma Y. and Schyns M, (2003) "Simulated annealing for complex portfolio problem", European Journal Of Operational Research, 546-571.

Archive of SID

www.SID.ir

[12] Matthias Ehrgott, Kathrin Klamroth, Christian Schwehm, (2004) "An MCDM approach to portfolio optimization", European Journal Of Operational Research, 752-770.

[13] Fernandez. A, Sergio. G, (2007) "Portfolio selection using neural networks", Computer & Operation Research 34, 1177-1191.

[14] Chang, Tun-Jen, Sang-Chin Yang, Kuang-Jung Chang. (2009) "Portfolio optimization problems in different risk measure using genetic algorithm", Expert System With Application 36 10529-10537.

[15] Yu, Lean, Wang, Shouyang, Lai, Kin Keung. (2008) "Neural network-based mean-varianceskewness model for portfolio selection". Computers & Operation Research 3534-46.

[16] Cura, Tunchan, (2009), "Particle swarm optimization approach to portfolio optimization". Nonlinear Analysis: Real World Application 10-2396-2406.

[17] Chen. Wei, Zhang Wei-Guo,(2010), "The admissible portfolio selection problem with transaction costs and an improved PSO algorithm". Physica A 389-2070-2076.

[18] Soleimani.H, Golmakani.H Reza, S. Hossein. M, (2009) "Markowitzbasedportfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints andregarding sector capitalization using genetic algorithm". Expert System With Application 36 5058-5063.

[19] Ranković. V, Drenovak. M, Stojanović.B, Kalinić . Z , Arsovski. Z; (2013), "The mean-Value at Risk static portfolio optimization using genetic algorithm", Computer Science and Information Systems 11(1):89–109.

[20] Lajevardi. M and Faezy Razi.F (2014), "A Hybrid Portfolio Selection Model based on Grey Relational Analysis and Feature Selection: Evidence on Listed Firms in Tehran Stock Exchange". J. Appl. Sci. & Agric., 9(6): 2539-2545.

[21] Anagnostopoulos. K. P, Mamanis. G. (2010) "A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables". Computers & Operations Research. 37(2010) 1285-1297.

[22] Web. A. R (2002). "Statistical Pattern Recognition", John Wiley & Sons, 2002.

Archive of SID

www.SID.ir