

## بررسی انتقال حرارت در فوم‌های فلزی در حضور جابجایی اجباری و تشعشع حرارتی به روش اغتشاش هموتویی

مازیار دهقان<sup>۱\*</sup>، یوسف رحمانی<sup>۲</sup>، سیف‌الله سعدالدین<sup>۴</sup>، محمدصادق ولیپور<sup>۵</sup>، داوود دومیری گنجی<sup>۶</sup>

| اطلاعات مقاله  | چکیده  |
|--|--|
| دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۲/۲   |  |
| پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۸/۵  |  |
| <b>واژگان کلیدی:</b>   |  |
| محیط متخلخل، اغتشاش هموتویی، مدل غیر داری، تشعشع حرارتی، فوم‌های فلزی. | جریان اجباری در محیط متخلخل فلزی اشباع از سیال در حضور تشعشع حرارتی به کمک روش اغتشاش هموتویی بررسی می‌شود. مدل داری-برینکمن برای جریان سیال در محیط متخلخل برای دیدن تاثیرات دیواره استفاده می‌شود. شار حرارتی ثابتی به دیواره کانال وارد و انتقال حرارت تشعشعی به کمک هدایت حرارتی متغیر با دما مدل‌سازی می‌شود. در مطالعه حاضر برای اولین بار مساله انتقال حرارت غیر خطی همبسته جابجایی-تشعشع به کمک یک روش نیمه تحلیلی حل می‌شود. تاثیرات پارامترهای تشعشعی ( $T_r$ و $\lambda$ ) و پارامتر شکل محیط متخلخل ( $S$ ) روی عدد ناسلت و پروفیل دمای بدون بعد بررسی و نشان داده می‌شود که محیط متخلخل و تشعشع حرارتی باعث افزایش میزان انتقال حرارت خواهد شد. همچنین بر دقت روش اغتشاش هموتویی و محدودیت‌های آن نیز بحث خواهد شد. |

### ۱- مقدمه

اتفاقاتی که در محیط متخلخل رخ می‌دهد داشته باشند. مطالعات بسیاری روی کانالی که با یک محیط متخلخل پر شده و تحت جابجایی حرارتی می‌باشد انجام شده است. وفایی و کیم [۱] کانال متخلخلی را که تحت جریان کاملاً توسعه یافته قرار گرفته است را در نظر گرفتند و جواب تحلیلی برای توزیع دما و سرعت بدست آوردند. در مطالعه آن‌ها، مشخصات محیط متخلخل و سیال، ایزوتروپیک و همگن در نظر گرفته شد. ناکایاما و شنوی [۲] انتقال حرارت جابجایی اجباری در کانال متخلخلی که با سیال غیر نیوتنی اشباع و با دو صفحه موازی محاصره شده است را بررسی کردند. آن‌ها یک مطالعه عددی با بهره‌گیری از جملات بسط برینکمن-فورچهایمر<sup>۲</sup> بر روی مشخصات انتقال حرارت انجام دادند. العزمی و وفایی [۳] یک مطالعه

مفهوم محیط متخلخل در بسیاری از مسائل مهندسی از قبیل مهندسی نفت (جریان گاز و نفت در مخازن گاز و نفت)، علم مواد، ژئومکانیک، مکانیک خاک و مخازن جذب انرژی خورشیدی نقش مهمی ایفا می‌کند. علی‌رغم تمام پیشرفت‌ها و تمام تلاش‌های تحلیلی، آزمایشگاهی و عددی، محققین به علت محدودیت‌هایی از قبیل معادلات غیرخطی حاکم، هنوز نتوانسته‌اند فهم کاملی از تمام

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m-dehghan@aut.ac.ir

۱. دانشجوی دوره دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۲. دانشجوی دوره دکترا، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۳. شرکت نفت مناطق مرکزی ایران، شرکت ملی نفت ایران

۴. دانشیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۵. استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۶. استاد، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

<sup>۲</sup>Brinkman-Forchheimer

در مسائل مربوط به محیط متخلخل می‌باشد. روش اغتشاش هموتویی توسط هی<sup>۶</sup> [۸] معرفی شده است. این روش به صورت گسترده‌ای توسط محققین بسیاری به کار گرفته شده است [۹-۱۲].

در مطالعه حاضر، انتقال حرارت جابجایی و تشعشعی در یک محیط متخلخل سلولی حاصل از فوم فلزی که توسط یک سیال عامل اشباع شده<sup>۷</sup> بین دو صفحه موازی بینهایت توسط روش نیمه تحلیلی اغتشاش هموتویی بررسی شده است. دیواره‌های کانال تحت شار حرارتی ثابتی قرار دارند. توزیع جریان بر اساس معادله دارسی-برینکمن<sup>۸</sup> مدل‌سازی شده و تشعشع حرارتی به صورت هدایت حرارتی متغیر با دما مدل‌سازی شده است. به عبارت دیگر در کنار هدایت حرارتی مولکولی ( $k_c$ ) که ثابت با دما فرض می‌شود، یک هدایت حرارتی تشعشعی ( $k_r$ ) وابسته به دما نیز فرض شده است. شرایط مرزی شار حرارتی ثابت در دیواره در حضور انتقال حرارت تشعشعی در تجهیزاتی که از انرژی خورشیدی و محیط متخلخل بهره می‌برند، بسیار مورد توجه محققین در سال‌های اخیر قرار گرفته است [۱۳-۱۶].

همانطور که توسط نایلد و کوزنتسوف [۱۷] اشاره شده است، تنها برای شرایط خاصی جواب‌های تحلیلی وجود دارد که توسط نایلد و کوزنتسوف [۴] و کوزنتسوف و نایلد [۱۸] انجام شده است. آن‌ها عدد ناسلت را در موارد حدی سیال عاری از محیط متخلخل ( $s = 0$ ) و جریان ایده‌آل دارسی ( $s \rightarrow \infty$ ) بدست آوردند. هنوز مطالعه‌ای تحلیلی یا نیمه تحلیلی بر روی انتقال حرارت در حضور هدایت حرارتی وابسته به دما برای مدل دارسی-برینکمن انجام نشده است. در مطالعه حاضر، اثرات پارامتر شکل محیط متخلخل<sup>۹</sup> ( $s$ ) و هدایت حرارتی وابسته به دما بر روی عدد ناسلت و توزیع دما با استفاده از روش اغتشاش هموتویی انجام شده است.

عددی بر روی کانالی مرکبی که تحت جابجایی اجباری قرار گرفته بود انجام دادند. آن‌ها اثرات شرایط مرزی مختلف صفحه میانی بر اعداد ناسلت، رینولدز و دارسی را بررسی کردند. نایلد و کوزنتسوف [۴] کانالی را که تحت انتقال حرارتی تشعشعی و جابجایی قرار داشته و از محیط متخلخل سلولی اشباع شده را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که عدد ناسلت با در نظرگیری هدایت حرارتی متغیر ناشی از تشعشع حرارتی، افزایش خواهد یافت. اخیراً در مطالعه‌ای دهقان و همکاران [۵] انتقال حرارت و جریان در محیط متخلخل اشباعی که بین دو صفحه موازی هم‌دما قرار داشته را با استفاده از روش‌های تحلیلی اغتشاشات<sup>۱</sup> و تقریب‌های متوالی<sup>۲</sup> بررسی کرده‌اند. آن‌ها یک گروه بی‌بعد جدید که نمایانگر میزان اهمیت شدت عدم تعادلی حرارتی محلی<sup>۳</sup> می‌باشد را پیشنهاد داده‌اند. دهقان و همکاران [۶] مطالعه انجام شده در مورد جریان درون کانال را به جریان درون مبدل‌های لوله‌ای اشباع شده از محیط متخلخل گسترش دادند.

علی‌رغم این حقیقت که بیشتر پدیده‌های حرارتی و سیالاتی با معادلات غیرخطی بیان می‌گردند، تنها روش‌های محدودی برای حل آن‌ها وجود دارد. در سال‌های اخیر، روش‌های نیمه تحلیلی به علت الگوریتم ساده و توانایی آن‌ها در حل معادلات غیر خطی، مورد توجه قرار گرفته‌اند. گنجی و صدیقی [۷] از دو روش نیمه تحلیلی اغتشاش هموتویی<sup>۴</sup> و تغییر تکرار<sup>۵</sup> جهت حل معادله غیر خطی انتقال حرارت حاکم در محیط متخلخل استفاده کرده‌اند. آن‌ها مقایسه‌هایی بین این روش‌ها انجام دادند و توانایی و عدم توانایی آن‌ها را برای حل این دست از معادلات بررسی کردند. روش اغتشاش هموتویی HPM یکی از مشهورترین روش‌های نیمه تحلیلی برای حل معادلات غیرخطی حاکم در مسائل مهندسی به خصوص

<sup>۱</sup>Perturbations<sup>۲</sup>Successive approximations<sup>۳</sup>Local Thermal Non-Equilibrium Condition<sup>۴</sup>Homotopy Perturbation Method (HPM)<sup>۵</sup>Vibrational Iteration Method (VIM)<sup>۶</sup> Ji-Huan He<sup>۷</sup> Saturated cellular porous medium<sup>۸</sup> Darcy-Brinkman<sup>۹</sup> Porous medium shape parameter

## ۲- مدل سازی مساله

که  $\phi$  تخلخل محیط را نشان می‌دهد. شرایط مرزی معادلات بقای مومنتوم و انرژی با توجه به تقارن هندسی به صورت زیر است.

$$\left. \frac{du}{dy^*} \right|_{y^*=0} = 0, \quad u(y^* = H) = 0 \quad (۴)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y^*} = 0 \quad \text{at} \quad y^* = 0 \quad (۵)$$

$$T = T_w \quad \text{at} \quad y^* = H$$

همانطور که در فرضیات آمده است، انتقال حرارت تشعشی در محیط‌های متخلخل سلولی و فوم‌های فلزی توسط مکانیزم پخش حرارتی و مشابه با هدایت حرارتی مدل سازی می‌شود. این ضریب هدایت حرارتی تشعشی متغیر با دما است [۴، ۲۰، ۲۱].

$$q_w'' = -(k_c + k_r) \frac{\partial T}{\partial y} = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (۶)$$

که در آن  $k_c$ ،  $k_r$  و  $k$  به ترتیب هدایت حرارتی مولکولی، تشعشی و موثر می‌باشند.  $k_r$  توسط رابطه زیر ارائه می‌شود.

$$k_r = \frac{16\sigma T^3}{3\beta_R} \quad (۷)$$

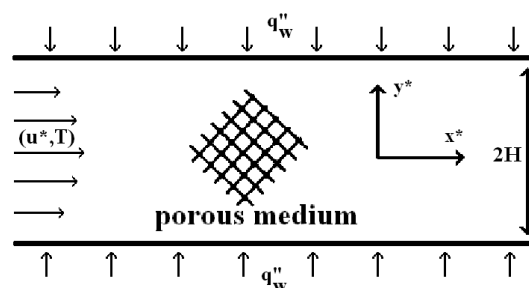
که  $\beta_R$  ضریب متوسط روزلاند<sup>۲</sup> و  $\sigma$  ثابت استفان-بولتزمن<sup>۳</sup> می‌باشد. بنابراین ضریب هدایت حرارتی موثر به صورت زیر درمی‌آید.

$$k = k_c + \frac{16\sigma T^3}{3\beta_R} \quad (۸)$$

برای حل معادلات بیان شده در حالت کلی و جامع، ابتدا لازم است که معادلات و شرایط مرزی به صورت بدون بعد مطابق روابط زیر درآیند [۵].

$$\frac{d^2 u}{dy^2} - s^2 u + \frac{1}{M} = 0 \quad (۹)$$

شکل ۱ هندسه و شرایط مرزی مساله را نشان می‌دهد. در مساله حاضر فرض شده است که شار حرارتی ثابتی به دیواره کانال وارد می‌شود؛ محیط متخلخل اشباع، همگن و همسان گرد است؛ هم جریان و هم حرارت توسعه یافته‌اند؛ برای تشعشع حرارتی یک ضریب هدایت حرارتی متغیر با دما در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۱- هندسه و شرایط مرزی مساله حاضر

بر مبنای فرضیات بیان شده، معادله مومنتوم به صورت زیر می‌باشد [۱۹].

$$\mu_{eff} \frac{d^2 u^*}{dy^{*2}} - \frac{\mu}{K} u^* + G = 0 \quad (۱)$$

در معادله (۱)  $\mu$  ویسکوزیته سیال،  $K$  تراوایی<sup>۱</sup> محیط متخلخل،  $\mu_{eff}$  ویسکوزیته موثر سیال در مدل برینکمن،  $u^*$  سرعت سیال،  $y^*$  فاصله سیال از خط مرکزی کانال و  $G$  منفی گرادیان فشار محوری می‌باشد. معادله بقای انرژی در محیط متخلخل نیز از قرار زیر است [۱۹].

$$\rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x^*} = \frac{\partial}{\partial y^*} \left( k \frac{\partial T}{\partial y^*} \right) \quad (۲)$$

که در آن  $T$  دمای محیط متخلخل،  $\rho$  چگالی سیال،  $c_p$  ظرفیت حرارتی سیال در فشار ثابت و  $k$  ضریب هدایت حرارتی محیط متخلخل می‌باشد که توسط رابطه زیر بیان می‌شود [۱۹].

$$k = \phi k_f + (1 - \phi) k_s \quad (۳)$$

<sup>۱</sup> Rosseland mean extinction coefficient

<sup>۲</sup> Stefan-Boltzmann constant

<sup>۱</sup> Permeability

بررسی انتقال حرارت در فوم‌های فلزی در حضور جابجایی اجباری و تشعشع حرارتی به روش اغتشاش هموتویی

$$T^3 = T_w^3 + 3T_w^2(T - T_w) + 3T_w(T - T_w)^2 + (T - T_w)^3 \quad (18)$$

$$k = k_0[1 + (3\lambda T_r)\theta + (3\lambda T_r^2)\theta^2 + (\lambda T_r^3)\theta^3] \quad (19)$$

$$\lambda = \frac{1}{1 + \left(\frac{3\beta_R k_c}{16\sigma T_w^3}\right)}, T_r = \frac{T_m - T_w}{T_w} \quad (20)$$

$$k_0 = k_c + \frac{16\sigma T_w^3}{3\beta_R}$$

با ادغام معادلات (۲)، (۵)، (۱۴)، (۱۶)، (۱۹) و (۲۰) خواهیم داشت:

$$-\frac{Nu}{4}\hat{u} = \frac{d}{dy} \left\{ [1 + (3\lambda T_r)\theta + (3\lambda T_r^2)\theta^2 + (\lambda T_r^3)\theta^3] \frac{d\theta}{dy} \right\} \quad (21)$$

$$\frac{d\theta}{dy} \Big|_{y=0} = 0, \quad \theta(1) = 0 \quad (22)$$

که  $Nu$  عدد ناسلت بر مبنای قطر هیدرولیک کانال ( $4D$ ) و  $\hat{u}$  سرعت نرمال شده می‌باشد.

$$Nu = \frac{q''_w(4H)}{k_0(T_w - T_m)} \quad (23)$$

$$\hat{u} = \frac{u^*}{u^*_m} = \frac{s}{s - \tanh(s)} \left( 1 - \frac{\cosh(sy)}{\cosh(s)} \right) \quad (24)$$

با نگاه مجدد به معادله بدون بعد حاکم بر بقای انرژی (۲۱) مشخص می‌شود که یک معادله دیفرانسیل غیر خطی از درجه ۳ است. طبق دسته بندی معادلات غیر خطی، این دسته معادلات یک معادله با شدت غیر خطی بالا<sup>۲</sup> به حساب می‌آیند [۲۳].

### ۳- روش اغتشاش هموتویی (HPM)

برای تشریح روش HPM معادله انتزاعی زیر را در نظر می‌گیریم.

$$\frac{du}{dy} \Big|_{y=0} = 0, \quad u(y=1) = 0 \quad (10)$$

که در آن  $y$  فاصله بی‌بعد از محور مرکزی کانال،  $u$  سرعت بدون بعد،  $M$  نسبت ویسکوزیته،  $s$  پارامتر شکل محیط متخلخل<sup>۱</sup> و  $Da$  عدد دارسی می‌باشد [۵، ۶].

$$y = \frac{y^*}{H}, \quad u = \frac{\mu u^*}{GH^2}, \quad M = \frac{\mu_{eff}}{\mu} \quad (11)$$

$$Da = \frac{K}{H^2}, \quad s = \frac{1}{\sqrt{DaM}} = \sqrt{\frac{\phi}{Da}} \quad (12)$$

حل تحلیلی معادله (۹) به همراه شرایط مرزی (۱۰) به صورت رابطه (۱۳) درمی‌آید.

$$u = Da \left( 1 - \frac{\cosh(sy)}{\cosh(s)} \right) \quad (13)$$

برای حل معادله انرژی ابتدا تعاریف جدیدی ارائه می‌شوند.

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_m - T_w} \quad (14)$$

$$T_m = \frac{1}{Hu_m} \int_0^H u^* T dy^* \quad (15)$$

که  $\theta$  دمای بدون بعد و  $T_m$  دمای متوسط سیال در تمام سطح مقطع کانال می‌باشد. با نوشتن قانون اول ترمودینامیک در یک حجم کنترل دیفرانسیلی خواهیم داشت [۵]:

$$\frac{\partial T}{\partial x^*} = \frac{q''_w}{\rho c_p u^*_m H} \quad (16)$$

که در آن  $u^*_m$  سرعت متوسط سیال در هر مقطع از کانال است.

$$u^*_m = \frac{1}{H} \int_0^H u^* dy^* \quad (17)$$

برای اینکه بتوان توسط تعاریف ارائه شده، هدایت حرارتی موثر را به صورت بدون بعد بیان نمود لازم است مراحل زیر انجام شود [۴، ۲۲].

<sup>۲</sup> High non-linear differential equations

<sup>۱</sup> Porous medium shape parameter

بر اساس روش HPM، معادله (۲۱) با توجه به معادله (۲۷) بازنویسی خواهد شد.

$$\begin{aligned}
 H(\theta, p) = & (1-p)\left\{\frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{Nu}{4} \frac{s}{s - \tanh(s)} \left(1 - \frac{\cosh(sy)}{\cosh(s)}\right)\right\} + p\left\{\frac{d^2\theta}{dy^2} + \right. \\
 & + (3\lambda T_r) \frac{d^2\theta}{dy^2} \theta(y) + (3\lambda T_r^2) \frac{d^2\theta}{dy^2} \theta^2(y) + \\
 & + (\lambda T_r^3) \frac{d^2\theta}{dy^2} \theta^3(y) + (3\lambda T_r) \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 + \\
 & + (6\lambda T_r^2) \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 \theta(y) + (3\lambda T_r^3) \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 \theta^2(y) + \\
 & \left. + \frac{Nu}{4} \frac{s}{s - \tanh(s)} \left(1 - \frac{\cosh(sy)}{\cosh(s)}\right)\right\}
 \end{aligned} \quad (32)$$

با جایگزینی معادله (۳۱) در معادله (۳۲) و همچنین با مرتب سازی سری ایجاد شده برحسب توان‌های مختلف  $p$  داریم:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{Nu}{4} \frac{s}{s - \tanh(s)} \left(1 - \frac{\cosh(sy)}{\cosh(s)}\right) + \\
 + p\left\{\frac{d^2\theta_1}{dy^2} + (3\lambda T_r^3) \frac{d\theta_0}{dy} + \dots\right\} + \\
 + p^2\left\{(3\lambda T_r) \frac{d^2\theta_0}{dy^2} \theta_1(y) + \dots\right\} + \dots = 0
 \end{aligned} \quad (33)$$

ضرایب  $p^i$  در معادله (۳۳) باید صفر باشد تا تابع بی‌بعد دما ( $\theta_i(y)$ ) بدست آید. دقت شود که شرایط مرزی برای  $p^i$  برابر است با:

$$\left. \frac{d\theta_i}{dy} \right|_{y=0} = 0, \quad \theta_i(1) = 0 \quad (34)$$

برای حل تحلیلی فرایند فوق‌الذکر، از نرم‌افزار Maple استفاده شده است. اما حل هر معادله مربوط به توان‌های  $p$  با اعمال شرایط مرزی دارای جواب‌های بدیهی خواهد بود. بدین منظور جهت دستیابی به جوابی تحلیلی که شرایط مرزی را هم ارضا کند، دو انتگرال زیر به کار گرفته شده است.

$$\frac{d\theta_i}{dy} = -\int (Eq_i) dy \Big|_{y=0} + \int (Eq_i) dy \quad (35)$$

$$\theta(y)_i = -\int \left(\frac{d\theta_i}{dy}\right) dy \Big|_{y=1} + \int \left(\frac{d\theta_i}{dy}\right) dy \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
 A(u) - f(r) = 0 \quad r \in \Omega \\
 bc : B\left(u, \frac{\partial u}{\partial n}\right) = 0 \quad r \in \Gamma
 \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن  $A$  عملگر دیفرانسیلی عمومی،  $B$  عملگر مرزی،  $f(r)$  تابع تحلیلی و  $\Gamma$  مرز ناحیه  $\Omega$  می‌باشد.  $A$  را می‌توان به دو بخش تقسیم کرد.  $(L)$  بخش خطی معادله و  $(N)$  بخش غیر خطی آن. معادله (۲۵) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد.

$$L(u) + N(u) - f(r) = 0 \quad r \in \Omega \quad (26)$$

ساختمان روش اغتشاش هموتوبی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\begin{aligned}
 H(v, p) = & (1-p)[L(v) - L(u_0)] + \\
 & + p[A(v) - f(r)] = 0
 \end{aligned} \quad (27)$$

where:  $v(r, p) : \Omega \times [0, 1] \rightarrow R$

در معادله (۲۷)،  $p \in [0, 1]$  پارامتر ضمنی<sup>۱</sup> می‌باشد و  $u_0$  تقریب اولیه‌ای است که شرایط مرزی را ارضاء خواهد کرد. می‌توان جواب معادله (۲۶) را به صورت یک سری توانی از پارامتر  $p$  نوشت.

$$v = v_0 + v_1 p + v_2 p^2 + \dots \quad (28)$$

بهترین تقریب برای جواب، زمانی بدست خواهد آمد که:

$$u = \lim_{p \rightarrow 1} (v_0 + v_1 p + v_2 p^2 + \dots) \quad (29)$$

در این مطالعه، معادله انرژی به صورت زیر می‌باشد.

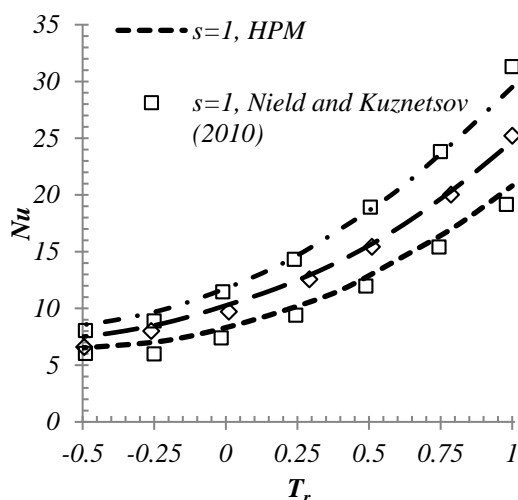
$$\begin{aligned}
 \frac{d^2\theta}{dy^2} + (3\lambda T_r) \frac{d^2\theta}{dy^2} \theta(y) + (3\lambda T_r^2) \frac{d^2\theta}{dy^2} \theta^2(y) + \\
 + (\lambda T_r^3) \frac{d^2\theta}{dy^2} \theta^3(y) + (3\lambda T_r) \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 + \\
 + (6\lambda T_r^2) \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 \theta(y) + (3\lambda T_r^3) \left(\frac{d\theta}{dy}\right)^2 \theta^2(y) + \\
 + \frac{Nu}{4} \frac{s}{s - \tanh(s)} \left(1 - \frac{\cosh(sy)}{\cosh(s)}\right) = 0
 \end{aligned} \quad (30)$$

بر اساس معادله (۲۸)، توزیع دما به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

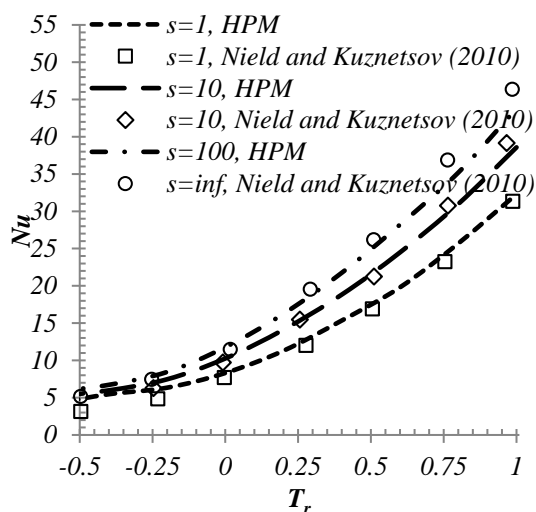
$$\theta(y) = \sum_{i=0}^5 p^i \theta_i(y) \quad (31)$$

<sup>۱</sup> Embedding parameter

حالت حدی سیال خالص ( $s \rightarrow 0$ ) و رژیم دارسی ( $s \rightarrow \infty$ ) وجود دارد. همچنین مشاهده می‌شود که عدد  $Nu$  به آرامی با افزایش پارامتر شکل محیط متخلخل ( $s$ ) افزایش می‌یابد [۵، ۶].



شکل ۲- تغییرات عدد ناسلت با  $T_r$  ( $\lambda=0.5$ )



شکل ۳- تغییرات عدد ناسلت با  $T_r$  ( $\lambda=1$ )

نمودار تغییرات دمای بی‌بعد بر حسب فاصله از محور مرکزی کانال ( $y$ ) در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است.

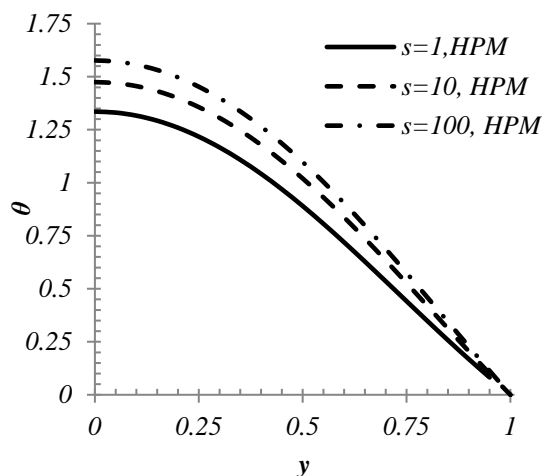
که در آن‌ها  $Eq_i$  معادله متناسب با توان  $i$ -ام  $p$  می‌باشد. با نوشتن کدی در نرم‌افزار Maple، این الگوریتم برای توان‌های  $p'$  تا  $p^\circ$  اعمال شده است. با حل هر مرحله، شرایط برای حل مرحله بعدی فراهم می‌شود. این راه حل نیمه تحلیلی نیازمند مقدار بسیار بالایی از حافظه کامپیوتری است و توان‌های بالاتر  $p$  منجر به استفاده حداکثری از ظرفیت ۶ گیگابایتی حافظه رم کامپیوتر خواهد شد. بدین منظور، هر مرحله به چندین مرحله دیگر شکسته شده تا مشکل کمبود حافظه به وجود نیاید.

#### ۴- نتایج و بحث

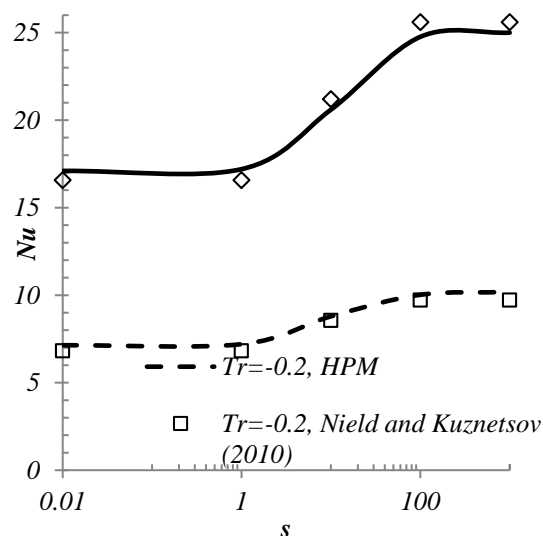
شکل‌های ۲ و ۳ مقایسه بین جواب‌های روش نیمه تحلیلی HPM و نتایج مطالعه عددی نایلد و کوزنتسوف [۴] را ارائه می‌دهد.  $Nu$  با افزایش  $T_r$  و  $\lambda$  افزایش می‌یابد به این علت که افزایش  $T_r$  و  $\lambda$  بیانگر مقادیر بالای انتقال حرارتی تشعشعی خواهد بود. به عبارت دیگر، زمانی  $Nu$  افزایش خواهد یافت که هدایت موثر محیط افزایش یابد [۲۲، ۲۴]. نتیجه دیگری که از مقایسه شکل‌های ۲ و ۳ بدست می‌آید این است که دقت روش HPM با افزایش مقادیر مطلق  $T_r$  کاهش می‌یابد. روند مشابهی برای زمانیکه  $\lambda$  افزایش می‌یابد وجود خواهد داشت. از آنجایی که در عمل تنها جملات محدودی از توان‌های  $p$  را می‌توان برای تقریب جواب نهایی در نظر گرفت، دقت روش HPM با غیرخطی‌تر شدن معادله کاهش می‌یابد. متعاقباً، جواب‌های عدد ناسلت بدست‌آمده از روش HPM با خطی‌تر شدن معادله (یعنی زمانیکه  $T_r$  یا  $\lambda$  به صفر نزدیک می‌شود) به جواب‌های عددی نزدیک‌تر می‌شود. جواب قسمت خطی معادله انرژی، تنها مقدار ثابتی ( $k$ ) را برای هدایت محیط در نظر می‌گیرد.

شکل‌های ۴ و ۵ به منظور نشان دادن اثرات پارامتر شکل محیط متخلخل ( $s$ ) بر عدد  $Nu$  رسم شده است. همانطور که انتظار می‌رود، دو مقدار حدی برای عدد  $Nu$  در دو

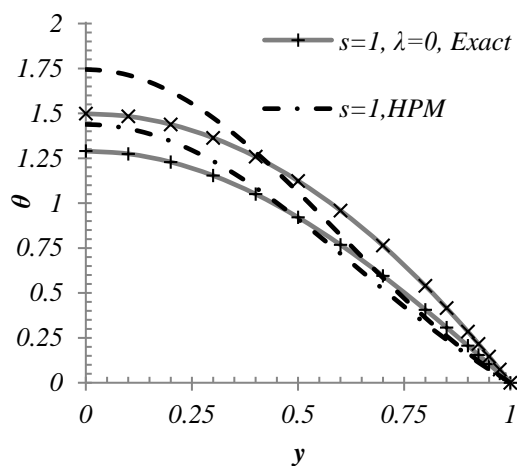
که پروفیل دما بی بعد بدست آمده از روش HPM در حضور تشعشع حرارتی در واقع فرم تغییر یافته پروفیل دمای حاصله از جواب خطی توسط ترم‌های غیر خطی تشعشعی می‌باشد.



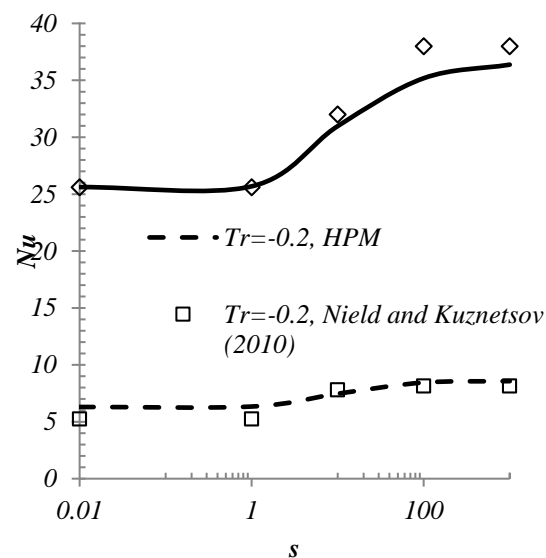
شکل ۴- تغییرات دمای بدون بعد در سطح مقطع کانال ( $T_r = -$ ) متخلخل  $s$  ( $\lambda = 0,5$  و  $T_r = -0,2, 0,8$ )



شکل ۵- تغییرات عدد ناسلت با پارامتر شکل محیط متخلخل  $s$  ( $\lambda = 1$  و  $T_r = -0,2, 0,8$ )



شکل ۶- تغییرات دمای بدون بعد در سطح مقطع کانال ( $T_r = -$ ) متخلخل  $s$  ( $\lambda = 0,9$  و  $T_r = -0,2, 0,8$ )



شکل ۷- تغییرات عدد ناسلت با پارامتر شکل محیط متخلخل  $s$  ( $\lambda = 0,5$  و  $T_r = -0,2, 0,8$ )

### ۵- نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر، اثرات انتقال حرارت تشعشعی بر روی انتقال حرارت جابجایی اجباری در محیط‌های متخلخل

همانند تاثیر پارامترهای تشعشعی روی عدد ناسلت در شکل‌های ۲ تا ۵، مشاهده می‌شود که با افزایش تاثیر انتقال حرارت تشعشعی تغییر شکل پروفیل دما بیشتر خواهد بود. برای درک بهتر، علاوه بر جواب غیر خطی حاصل از حضور تشعشع، جواب دقیق معادله خطی انرژی در شکل ۷ آورده شده است. می‌توان مشاهده کرد

مقطع کانال پخش شود، انتقال حرارت بهبود خواهد یافت.

• جواب روش اغتشاش هموتویی در انتقال حرارت تشعشعی در مطابقت مناسبی با جواب‌های عددی قرار گرفته است که نشان دهنده این مطلب است که روش اغتشاش هموتویی برای این دست از مسائل قابل اعمال می‌باشد.

• دقت روش اغتشاش هموتویی با افزایش پارامترهای تشعشعی ( $\lambda$  و  $Tr$ ) کاهش خواهد یافت. به عبارت دیگر، هرچه معادلات غیرخطی‌تر گردد دقت آن کاهش خواهد یافت و باید برای حفظ محدوده دقت، از جملات با توان‌های بالاتر  $p$  استفاده کرد. اما استفاده از توان‌های بالاتر هزینه محاسبات را افزایش می‌دهد.

سلولی که بین دو صفحه موازی بینهایت قرار گرفته، در حضور شار حرارتی ثابت روی صفحه‌ها بررسی شده است. معادله دارسی-برینکمن برای مدل‌سازی جریان محیط متخلخل استفاده شده است. مدل‌سازی انتقال حرارت تشعشعی مشابه فرایند پخش حرارتی با معرفی هدایت تشعشعی صورت گرفته است. معادله انرژی که ترکیبی از هدایت-تشعشع-جابجایی می‌باشد، با استفاده از روش نیمه تحلیلی اغتشاش هموتویی برای اولین بار مورد بررسی قرار گرفته است. دیگر نتایج این مطالعه به صورت فهرست‌وار در ادامه آمده است:

• عدد ناسلت با افزایش پارامترهای تشعشعی ( $\lambda$  و  $Tr$ ) افزایش می‌یابد. از دیدگاه مدل‌سازی استفاده شده در مطالعه حاضر، با افزایش میزان تشعشع، هدایت حرارتی موثر محیط افزایش یافته و به طبع آن عدد ناسلت بهبود می‌یابد

• عدد ناسلت با افزایش ضریب شکل محیط متخلخل ( $S$ )، افزایش خواهد یافت. این بدین معناست که هرچه جریان به صورت یکنواخت‌تری در سطح

## ۶- مراجع

- [۱] Vafai, K., Kim, S.J. (1989). "Forced convection in a channel filled with a porous medium: An exact solution". J. Heat Transfer 111, pp. 1103-1106.
- [۲] Nakayama, A., Shenoy, A.V. (1993). "Non-Darcy Forced Convective Heat Transfer in a Channel Embedded in a Non-Newtonian Inelastic Fluid-Saturated Porous Medium". Can. J. Chem. Eng. 71, pp. 168-173.
- [۳] Alazmi, B., Vafai, K. (2001). "Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer Interfacial Conditions Between a Porous Medium and a Fluid Layer". Int. J. Heat Mass Transfer 44, pp. 1735-1749.
- [۴] Nield, D.A., Kuznetsov, A.V. (2010). "Forced convection in cellular porous materials: Effect of temperature-dependent conductivity arising from radiative transfer". Int. J. Heat Mass Transfer 53, pp. 2680-2684.
- [۵] Dehghan, M., Valipour, M.S., Saedodin, S. (2014). "Perturbation analysis of the local thermal non-equilibrium condition in a fluid saturated porous medium bounded by an iso-thermal channel". Transport in Porous Media 102 (2), pp. 139-152.
- [۶] Dehghan, M., Jamal-Abad, M.T., Rashidi, S. (2014). "Analytical interpretation of the local thermal non-equilibrium condition of porous media imbedded in tube heat exchangers". Energy Conversion Management 85, pp. 264-271.
- [۷] Ganji, D.D., Sadighi, A. (2007). "Application of homotopy-perturbation and variational iteration methods to nonlinear heat transfer and porous media equations". Journal of Computational and Applied Mathematics 207, pp. 24.



- [۸] He, J.H. (1999). "Homotopy perturbation technique". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 178, pp. 257–262.
- [۹] Bararnia, H., Ghasemi, E., Soleimanikutanaei, S., Barari, A., Ganji, D.D (2011). "HPM-PADE Method on Natural Convection of Darcian Fluid About a vertical Full Cone Embedded in Porous Media". *Journal of Porous Media* 14, pp. 545-553.
- [۱۰] Hatami, M., Ganji, D.D. (2013). "Thermal performance of circular convective–radiative porous fins with different section shapes and materials". *Energy Conversion and Management* 76, pp. 185–93.
- [۱۱] Jalilpour, B., Jafarmadar, S., Ganji, D.D, Shotorban, A.B, Taghavifar, H. (2014). "Heat generation/absorption on MHD stagnation flow of nanofluid towards a porous stretching sheet with prescribed surface heat flux". *Journal of Porous Media* 195, pp. 194-204.
- [۱۲] Hatami, M., Ganji, D.D. (2014). "Thermal and flow analysis of microchannel heat sink (MCHS) cooled by Cu–water nanofluid using porous media approach and least square method". *Energy Conversion and Management* 78, pp. 347–358.
- [۱۳] Wu, Z., Caliot, C., Flamant, G., Wang, Z. (2011). "Coupled radiation and flow modeling in ceramic foam volumetric solar air receivers". *Solar Energy* 85, pp. 2374–2385.
- [۱۴] Xu, C., Song, Z., Chen, L., Zhen, Y. (2011). "Numerical investigation on porous media heat transfer in a solar tower receiver". *Renewable Energy* 36, pp. 1138-1144.
- [۱۵] Bayraka, F., Oztop, H.F., Hepbasli, A. (2013). "Energy and exergy analyses of porous baffles inserted solar air heaters for building applications". *Energy and Buildings* 57, pp. 338–345.
- [۱۶] Kandasamy, R., Muhaimin, I., Rosmila, A.K. (2014). "The performance evaluation of unsteady MHD non-Darcy nanofluid flow over a porous wedge due to renewable (solar) energy". *Renewable Energy* 64, pp. 1-9.
- [۱۷] Nield, D.A., Kuznetsov, A.V. (2013). "An historical and topical note on convection in porous media". *J. Heat Transfer* 135, doi:10.1115/1.4023567.
- [۱۸] Kuznetsov, A.V., Nield, D.A. (2010). "The Cheng-Minkowycz problem for cellular porous materials: effect of temperature-dependent conductivity arising from radiative transfer". *Int. J. Heat Mass Transfer* 53, pp. 2676–2679.
- [۱۹] Nield, D.A., Bejan, A. (2006). "Convection in Porous Media". 3<sup>rd</sup> Ed., Springer, NY.
- [۲۰] Zhao, C.Y., Tassou, S.A., Lu, T.J. (2008). "Analytical considerations of thermal radiation in cellular metal foams with open cells". *Int. J. Heat Mass Transfer* 51, pp. 929–940.
- [۲۱] Viskanta, R. (2009). "Overview of radiative transfer in cellular porous materials". *Proceedings of ASME 2009 Heat Transfer Summer Conference, San Francisco, CA, July 19–23*.
- [۲۲] Dehghan, M., Rahmani, Y., Ganji, D.D., Saedodin, S., Valipour, M.S., Rashidi, S. (2015). "Convection–radiation heat transfer in solar heat exchangers filled with a porous medium: Homotopy perturbation method versus numerical analysis". *Renewable Energy* 74, pp. 448-455.
- [۲۳] Ganji, D.D., Languri, E.M. (2010). "Mathematical methods in nonlinear heat transfer: a semi-analytical approach". Xlibris, IN.
- [۲۴] Mirzaei, M., Dehghan, M. (2013). "Investigation of flow and heat transfer of nanofluid in microchannel with variable property approach". *Heat Mass Transfer* 49, pp. 1803-1811.