

## طراحی مسیر بهینه و بالانسینگ تکراری برای روبات متحرک در حرکات سریع

مجتبی مرادی<sup>۱</sup>، امین نیکوبین<sup>۲\*</sup>، ساسان آزادی<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۸/۱۱	
پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۸/۲۴	
<b>واژگان کلیدی:</b> بالانسینگ روبات متحرک، طراحی مسیر، پایداری دینامیکی، کنترل بهینه	زمانی که حرکت سریع یک روبات متحرک مورد نیاز باشد، مسائل متعددی از جمله پایداری و تعادل دینامیکی روبات مطرح می‌گردد. در نظر گرفتن سیگنال‌های کنترلی پایدار، باعث هزینه مصرفی بسیار زیادی با توجه به معادلات غیرخطی می‌شوند. بنابراین با ارائه مفهوم بالانسینگ روبات متحرک، می‌توان هزینه مصرفی بهینه را برای حرکت روبات بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش داد. در این مقاله روشی برای اعمال پایداری روبات، با استفاده از تکنیک نقطه ثابت، برای بدست آوردن مقادیر مناسب برای پایداری روبات در طراحی مسیر بهینه ارائه می‌گردد. روش ارائه شده روش جدیدی است که با نام بالانسینگ تکراری روبات متحرک شناخته می‌شود و هزینه مصرفی بسیار کمتری نسبت به حرکت مقید روبات خواهد داشت. با اضافه کردن مکانیزم جرم-لغزنده به ساختار روبات، قابلیت اعمال بالانسینگ تکراری به ازای هر شرط مرزی امکان‌پذیر می‌شود. این موضوع با شبیه‌سازی و طراحی حرکت با استفاده از کنترل بهینه نشان داده شده است.

ط

### ۱- مقدمه

روبات‌های متحرک در حال حاضر کاربردهای فراوانی در صنعت، خانه و غیره دارند که یقیناً در آینده‌ای نه چندان دور شاهد کارخانجاتی هستیم که در آنها تمامی کارها توسط این روبات‌ها انجام می‌شوند. روبات‌های متحرک اقسام متعددی داشته و شاید اقتصادی‌ترین و مهم‌ترین نوع آنها برای کاربردهای صنعتی، روبات‌های چرخ‌دار باشند که دارای قیود انتگرال‌ناپذیر یا ناهولونومیک می‌باشند [۱]. اساسی‌ترین مساله روبات نحوه تعیین مسیر یا طراحی مسیر اتوماتیک و خودبخودی می‌باشد. در این مساله روبات باید بتواند مسیر حرکتی خود را برای تمامی شرایط

مرزی مختلف بطور خودکار انجام دهد. اگرچه در اکثر روش‌های طراحی مسیر، سینماتیک سیستم برای طراحی مسیر کافی می‌باشد، اما در حرکت‌هایی که در زمانی کمتر از پاسخ دینامیکی مناسب مورد انتظار است، خطای صرف‌نظر کردن دینامیک سیستم به قدری است که روبات قابلیت انجام کار را از دست می‌دهد [۲]. نمونه این مساله در روبات‌هایی که دارای پایداری محدودی هستند کاملاً مشهود است. پایداری دینامیکی سیستم به پارامترهای بسیاری همچون اینرسی، شتاب، نیروهای خارجی و اثرگرانش وابسته می‌باشد و تعیین و محاسبه مسیر پایدار با روش‌ها و ابزار تحلیل غیرخطی همچون اصل حداکثری پونتریاگین ممکن می‌گردد [۳].

طراحی مسیر روبات متحرک با در نظر گرفتن دینامیک کامل آن توسط بسیاری از محققین مورد بررسی قرار

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: anikoobin@semnan.ac.ir

۱. کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه سمنان

۳. استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه سمنان

نیروی عکس‌العملی چرخ‌ها است و چنین موضوعی در این مقاله نیز مورد استفاده قرار می‌گیرد.

ایده اصلی این مقاله استفاده از بالانسینگ برای کاهش مصرف انرژی می‌باشد. بالانسینگ ارائه شده در این مقاله، بر مبنای استفاده از تکنیک نقطه ثابت و تکراری است که برای طراحی مسیر از حل دقیق غیرمستقیم مساله کنترل بهینه استفاده شده است. در شبیه‌سازی انجام شده سه حالت بررسی می‌گردد. در حالت اول حالت مسیر بهینه‌ای ارائه می‌گردد که ناپایدار بوده و قابلیت اعمال به روبات را ندارد. در حالت دوم مسیر بهینه را برای حالتی که قید پایداری در طراحی مسیر در نظر گرفته شده و نتیجه نشان‌دهنده افزایش هزینه بسیار زیاد می‌باشد. در حالت سوم با اضافه کردن جرم بالانس به روبات مسیر بهینه در داخل محدوده پایداری قرار گرفته و در نتیجه تنها با اضافه کردن جرم بالانس می‌توان مصرف انرژی بسیار کمتری نسبت به حالات قبل داشت. نتایج شبیه‌سازی در این مقاله نشان‌دهنده لزوم اعمال بالانسینگ برای کاهش و امکان اعمال طراحی مسیر برای یک روبات در حرکات سریع می‌باشد.

## ۲- طراحی مسیر دینامیکی

روش غیرمستقیم برای حل مساله کنترل بهینه در طراحی مسیر، روشی مناسب و مطمئن برای طراحی مسیر است که جواب‌هایی با دقت بالا ارائه می‌دهد [۳]. در این روش مسیر بهینه با استخراج معادلات دینامیکی و اعمال اصل حداقلی بدست می‌آید. از میان روش‌های مختلف برای استخراج معادلات دینامیکی، روش لاگرانژ روش عمومی بسیار مناسبی است که بر مبنای تغییرات انرژی محاسبه می‌گردد. فرض می‌شود که  $n$  مختصات تعمیم یافته  $q$  و  $\dot{q}$  برای روبات موجود است و این مختصات با  $m$  قید سینماتیکی به همدیگر مرتبط گردند [۵]. بنابراین ابتدا لاگرانژین سیستم را می‌توان بصورت

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (1)$$

$$= \frac{1}{2} \dot{q}^T B(q) \dot{q} - U(q),$$

بیان کرد که  $B(q)$  به عنوان ماتریس  $(n \times n)$  جرم و  $U$  انرژی پتانسیل سیستم می‌باشد. با اعمال رابطه اولر-

گرفته است [۵ و ۴]. اغلب این تحقیقات برای بررسی و استخراج معیار پایداری دینامیکی یک روبات بصورت بلادرنگ که کاربردهای فراوانی در صنایع نظامی داشته است، انجام گرفته است. دابوسکی [۶] فوکودا [۷] روشی برای فایق آمدن بر پایداری استاتیکی یا بالانس استاتیکی یک روبات متحرک ارائه کرده‌اند. سوگانو و همکاران [۸] روشی بر مبنای پتانسیل ارائه داده است که طراحی مسیر دینامیکی پایداری با استفاده از میدان پتانسیل با در نظر گرفتن معیار ZMP برای تخمین پایداری روبات ممکن می‌سازد [۱۰ و ۱۱] ری و پاپادوپولوس [۱۱ و ۱۲] با استفاده از پیش‌بینی و تخمین پایداری روش دیگری برای بررسی دینامیکی پیاده‌سازی کرده‌است. روش‌های مختلف دیگری توسط محققین برای پایداری ارائه شده است که در آن سیستم‌های هوشمند نظیر شبکه عصبی، منطق فازی نیز به چشم می‌خورد [۱۳]. در تحقیقات ارائه شده رابطه مشهودی مابین مصرف انرژی برای حرکت روبات و پایداری آن قابل مشاهده نبوده است و اغلب در تحلیل پایداری قابلیت اجرای مسیر مورد نظر توسط روبات مقصود بوده است. این در صورتی است که رابطه تنگاتنگی بین مصرف انرژی و پایداری مخصوصاً در حرکات‌های سریع روبات متحرک وجود دارد [۵]. در صورتیکه مسیر بهینه بدون در نظر گرفتن قیود پایداری، پایدار نباشد مسلماً اعمال قید پایداری، هزینه بیشتری را بر روبات تحمیل خواهد کرد. هرچه اثر ناپایداری بیشتر باشد، مسیر مقید از مسیر بهینه نامقید بیشتر فاصله گرفته و مصرف انرژی مزاد بیشتر می‌گردد. کاملاً روشن است که پایداری در حرکات سریع، بسیار کاهش می‌یابد. این موضوع علاوه بر مشکل اینرسی در سرعت‌های زیاد، باعث افزایش بسیار شدید هزینه مصرفی در حالت مقید می‌گردد. در این مقاله پیشنهاد اضافه کردن جرم برای افزایش پایداری روبات را بدین منظور ارائه می‌دهد. ریچیور و همکاران [۱۴] اقدام به یک سیستم پیش‌بینی کننده پایداری برای خودروهایی که می‌توانند در شیب حرکت کنند، کرده‌اند. ایده اصلی دستگاه ساخته شده توسط آنها، بر مبنای اندازه‌گیری

ماتریس قیود باشد، یعنی  $A^T(q)G(q)=0$ ، در نتیجه با ضرب بر  $G^T(q)$  می‌توان ضرایب لاگرانژ را حذف نمود. باید مقادیر شتاب را نیز با مقادیر حالت جدید با مشتق گرفتن نسبت به زمان با شبه‌شتاب جاگذاری نمود.

$$\ddot{q} = \dot{G}(q)v + G(q)\dot{v}, \quad (6)$$

برای حذف قید سینماتیکی با ضرب ماتریس  $G(q)$  در معادله دینامیکی مقید

$$G^T(q)(B(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q})) = G^T(q)S(q)\tau \quad (7)$$

سیستمی دارای  $m$  معادله دیفرانسیل بدست می‌آید که قیود سینماتیکی آن بطور کامل حذف شده است. معادله تغییر یافته و کاهش یافته که نامقید می‌باشد را می‌توان بصورت

$$M(q)\dot{v} + m(q, v) = G^T(q)S(q)\tau, \quad (8)$$

بیان کرد که در این رابطه

$$M(q) = G^T(q)B(q)G(q)$$

$$m(q, v) = G^T(q)B(q)\dot{G}(q)v + G^T(q)n(q, G(q)v),$$

$$\dot{G}(q)v = \sum_{i=1}^m \left( v_i \frac{\partial g_i}{\partial q} \right) G(q)v.$$

در نهایت می‌توان فضای حالت سیستم را بصورت زیر بیان کرد [۵].

$$\dot{q} = G(q)v \quad (9)$$

$$\dot{v} = M^{-1}(q)m(q, v) + M^{-1}(q)G^T(q)S(q)\tau.$$

در نتیجه می‌توان با تعریف بردار حالت  $\mathbf{x}=[\mathbf{q} \ \mathbf{v}]$  معادلات فضای حالت را بصورت زیر بیان کرد:

$$f = \begin{bmatrix} G(x_1)x_2 \\ M^{-1}(x_1)m(x_1, x_2) \\ +M^{-1}(x_1)G^T(x_1)S(x_1)\tau \end{bmatrix}. \quad (9)$$

شرط کنترل‌پذیری برای سیستم کاهش یافته به شدت به ماتریس  $G(q)$  وابسته می‌باشد. این معیار را می‌توان بصورت زیر بیان نمود.

$$\det(G^T(q)S(q)) \neq 0 \quad (10)$$

لاگرانژ معادلات غیرخطی با فرض قیود بصورت زیر استخراج می‌گردد.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right)^T = S(q)\tau + A(q)\lambda, \quad (2)$$

که  $S(q)$  ماتریسی است با اندازه  $(n \times m)$  که بردار وروی-های واقعی  $\tau$  با اندازه  $(m \times 1)$  را به نیروهای تعمیم یافته اعمالی برمختصات تعمیم یافته می‌نگارد. در این معادله  $A(q)$  ترانهاده ماتریس با اندازه  $(k \times n)$  نمایش-دهنده  $k$  قید سینماتیکی پفآفین و  $\lambda$  بردار  $(k \times 1)$  ضرایب لاگرانژ که نشان‌دهنده نیروهای قیدی است. قیود سینماتیکی، قیود دربردارنده موقعیت و سرعت، به فرم  $a_i(q, \dot{q}) = 0, i = 1 \dots k < n$  می‌باشند که این قیود حرکت آبی روبات را در موقعیت مورد نظر محدود می‌سازند. معمولاً می‌توان این محدودیت را به فرم ماتریسی زیر بیان کرد

$$A(q)\dot{q} = 0. \quad (3)$$

با اعمال این قید معادلات دینامیکی بصورت تحریک کامل تبدیل شده و به  $k$  معادله کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان معادلات دیفرانسیل دینامیکی را بصورت زیر بیان کرد.

$$B(q)\ddot{q} + n(q, \dot{q}) = S(q)\tau + A^T(q)\lambda \quad (4)$$

$$A^T(q)\dot{q} = 0,$$

که

$$n(q, \dot{q}) = \dot{B}(q)\dot{q} -$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial}{\partial q} (\dot{q}^T B(q) \dot{q}) \right)^T + \left( \frac{\partial U(q)}{\partial q} \right)^T.$$

حال با استفاده از یک تغییر متغیر و تعریف شبه‌سرعت، می‌توان قیود دیفرانسیلی را حذف نمود. شبه‌سرعت بیان شده را می‌توان بصورت [۵]

$$\dot{q} = G(q)v = \sum_{i=1}^m g_i(q)v_i, \quad (5)$$

که  $v \in \mathbb{R}^m$  بردار شبه‌سرعت است، تعریف کرد. انتخاب ماتریس  $G$  برای حذف قیود سینماتیکی بسیار مهم است. در صورتیکه ماتریس  $G(q)$  از ترکیب فضای پوچی

$$\dot{x} = f(x, u),$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H^T}{\partial x} = -\frac{\partial L}{\partial x} - \lambda^T \frac{\partial f}{\partial x}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = 0 \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \tau} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial \tau} = 0$$

$$x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f,$$

استخراج می‌شوند. بنابراین مساله طراحی مسیر بهینه به یک مساله مقدار مرزی تبدیل شده که با حل این معادلات دیفرانسیل، مسیر به طور کامل استخراج می‌گردد.

### ۳-۲ اعمال قیود پایداری

اگرچه روش‌های متعدد اندازه‌گیری عددی پایداری موجود می‌باشد (مانند [۹] ZMP [۹] Force-Angle [۱۰] و غیره) اما شاید محافظه‌کارانه‌ترین روش برای اعمال قیود دینامیکی پایداری در طراحی مسیر، محاسبه عکس‌العمل چرخ‌های روبات می‌باشد که پایداری سیستم را در شرایطی که از نظر کنترلی تغییری در سیستم مدل‌شده ایجاد نشود، بررسی می‌کند. چنین روشی نیز توسط ریچیر و همکاران [۱۴] مورد استفاده قرار گرفته است. روش عکس‌العملی علاوه بر فرمولاسیون ساده می‌تواند در سطوح شیب‌دار نیز مورد استفاده قرار بگیرد. در نتیجه با استفاده از این روش، سیستم از لحاظ دینامیکی و کنترلی پایدار می‌باشد برای محاسبه عکس‌العمل چرخ‌ها در حین حرکت می‌توان نیروهای عکس‌العمل روبات نشان‌داده شده در شکل ۱ را با استفاده از آنالیز دینامیکی نیوتن-اولر مشخص کرد.

با اعمال اصل دالامبر می‌توان نیروهای عکس‌العمل را بیان کرد که عبارت خواهند بود از

برای استخراج کامل معادلات برای یک روبات دارای قید ناهولونومیک و تبدیل آن به فضای حالت رجوع کنید به [۵].

### ۳- فرآیند طراحی مسیر

#### ۳-۱ شرایط بهینگی مسیر

حال که معادلات حالت سیستم استخراج شد، در این قسمت به نحوه طراحی مسیر با اتکاء به اصل حداکثری پرداخته می‌شود. در مساله طراحی مسیر با استفاده از تئوری کنترل بهینه، مساله به پیدا کردن کنترل بهینه‌ای به صورت  $u: [t_0, t_f] \rightarrow \Omega \subseteq \mathbb{R}^m$  محدود می‌شود که باعث حرکت سیستم در مسیری به فرم  $x: [t_0, t_f] \rightarrow \mathbb{R}^n$  شود، بطوریکه تابع هزینه

$$J = \phi(x_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(x, u) dt, \quad (11)$$

نسبت به قیود دینامیکی

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (12)$$

$$u_{\min}(x) \leq u \leq u_{\max}(x),$$

و شرایط مرزی

$$x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f, \quad (13)$$

حداقل گردد [۳]. در این رابطه  $x \in \mathbb{R}^n$  بردار حالت،  $u \in \mathbb{R}^m$  بردار کنترل،  $t_0$  و  $t_f$  زمان ابتدا و انتها،  $x_0$  و  $x_f$  شرایط مرزی تعریف شده مساله می‌باشند. تابع هزینه تشکیل شده است از دو تابع اسکالر نهایی  $\phi$  و مسیر  $L$ . برای رفع قید دیفرانسیلی می‌توان با تعریف بردار شبه‌حالت هم‌اندازه با بردار حالت، همیلتونین را بصورت زیر تعریف کرد

$$H = L + \lambda^T f. \quad (14)$$

که  $f$  در معادله (۱۰) ارائه شده است. حال با اعمال اصل حداکثری پونتریاگن معادلات بهینگی به صورت

همان‌طور که در شبیه‌سازی هم نشان‌داده خواهد شد در سرعت‌ها و پیچش‌های شدید یا در سطح ناهموار اتفاق می‌افتد، موکول به مطالعات بعدی می‌شود. برای جلوگیری از واژگونی به رو یا به پشت، معیار پایداری را باید بر حسب نیروی عکس‌العمل چرخ جلو، بصورت زیر بیان کرد

$$0 \leq f_f \leq Mg \quad (17)$$

$$\Rightarrow c_{\min} \leq \frac{a_y}{g} \leq c_{\max},$$

که ضرایب قید پایداری بصورت زیر می‌باشند:

$$c_{\min} = -\frac{Mr}{z_g} \left( \frac{Ml - m_c l - m_a y_a l - d}{m} \right)$$

$$c_{\max} = \frac{m_c l + md + m_a y_a}{m z_g}.$$

در نتیجه می‌توان این قید پایداری را به گشتاورهای ورودی مربوط کرد.

$$u_{\min} \leq \frac{u_r + u_l}{2} \leq u_{\max}, \quad (18)$$

که مقادیر حدی نیروی پیش‌راننده عبارتند از:

$$u_{\min} = -\frac{Mr}{m z_g} \left( \frac{m_c g l + mgd + m_a g y_a - Mgl}{m} \right) \quad (19)$$

$$u_{\max} = \frac{Mr}{m z_g} (m_c g l + mgd + m_a g y_a).$$

رابطه (۱۹) براساس شرایط نیروی عکس‌العمل چرخ جلو نوشته شده است که بر اساس آن نمی‌توان نیروی چرخ منفی (که به معنای جدا شدن از سطح زمین است) و یا بیشتر از وزن (که بمعنای جدایش چرخ‌های دیگر است) باشد. با در نظر گرفتن تغییر متغیر ورودی‌ها بصورت

$$u_r = \frac{u+v}{2}, u_l = \frac{u-v}{2}, \quad (20)$$

معادله قیدی بصورت تک نیرویی تبدیل شده و در نتیجه با اعمال شرایط اشباع بر روی ورودی، قید پایداری در حین طراحی مسیر اعمال می‌گردد. این قید را می‌توان برای یک ورودی تغییر یافته بصورت زیر ارائه کرد

$$u_{\min} \leq u \leq u_{\max}. \quad (21)$$

$$f_f = m_c g + m \left( \frac{gd - a_y z_g}{l} \right) + \quad (16)$$

$$m_a g \frac{y_a}{l}$$

$$f_l = \frac{g}{2} \left[ \begin{array}{l} M - m_c + m \left( \frac{dg - a_y z_g}{gl} \right) - \\ m_a \frac{y_a}{l} - (m_a z_a + m z_g) \frac{a_x}{bg} \end{array} \right]$$

$$f_r = Mg - f_f - f_l.$$

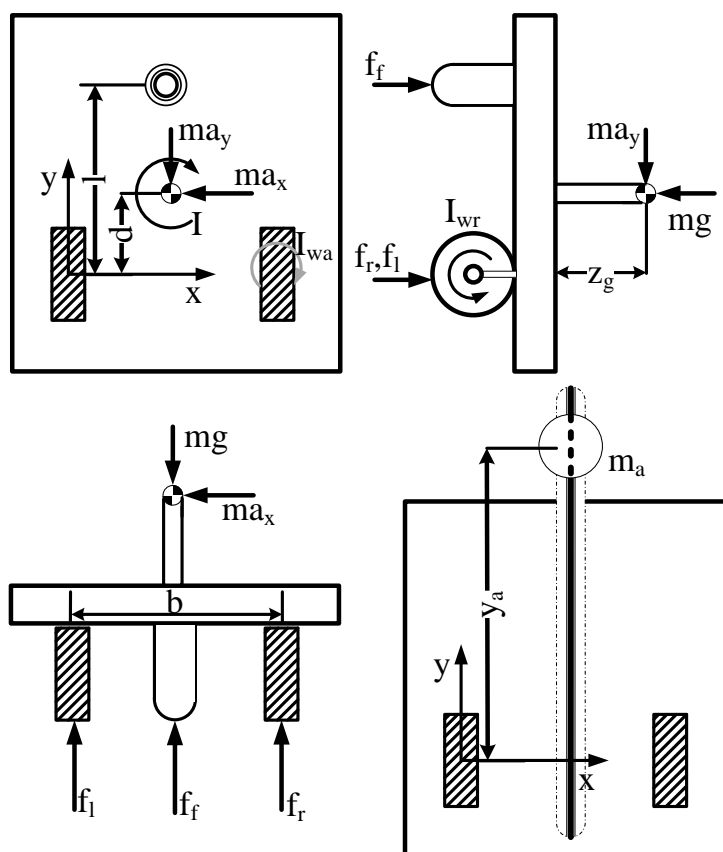
پارامترها در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

جدول ۱- پارامترهای مورد استفاده در مقاله

نیروی عکس‌العمل چرخ جلو	$f_f$
نیروی عکس‌العمل چرخ چپ	$f_l$
نیروی عکس‌العمل چرخ راست	$f_r$
جرم پلتفرم روبات	$m$
جرم کستر	$m_c$
جرم اضافه شده به عنوان بالانسینگ	$m_a$
مجموع جرم روبات، جرم چرخ کستر و جرم بالانس	$M$
ارتفاع مرکز جرم کل روبات	$z_g$
فاصله طولی مرکز جرم کل روبات از اکسل عقب روبات	$d$
فاصله طولی چرخ کستر و اکسل عقب روبات	$l$
شعاع چرخ‌های عقب	$r$
فاصله عرضی اکسل بین دو چرخ عقب	$b$
فاصله طولی جرم اضافه شده به عنوان بالانسینگ از اکسل عقب	$y_a$
ارتفاع جرم بالانس	$z_a$
شتاب‌های مرکز جرم روبات حین حرکت	$a_x$ و $a_y$
شتاب گرانشی زمین	$g$

توجه شود که جرم بالانس اضافه شده، در یک فاصله طولی بصورت ثابت قرار گرفته است. نحوه جابجایی آن ممکن است توسط یک جک کنترلی تعیین گردد.

اگرچه باید نیروهای عکس‌العمل هر سه چرخ مورد تحلیل قرارگیرد، ولی چون در این مطالعه تنها بررسی اثرات بالانسینگ روبات متحرک مورد نظر می‌باشد، بنابراین تنها مهم‌ترین حالت واژگونی یعنی واژگونی به طرف پشت و جلو مورد بررسی قرار می‌گیرد. بنابراین واژگونی جانبی



شکل ۱- دیاگرام نیروهای وارد بر روبات متحرک (ریل قرار گیری جرم بالانس به همراه پارامترهای آن نمایش داده شده است)

مقادیر جرم و موقعیت وزنه بالانس به یک مقدار ثابت همگرا می‌شوند. در واقع این عمل را با اعمال قید در ورودی با استفاده از تغییر ساختار یک روبات بیان کرد. همان‌طور که بیان شد در ابتدای الگوریتم مقادیر کنترل محاسبه می‌گردد. سپس با در نظر مقادیر جرم و موقعیت آن به نحوی محاسبه می‌گردد که در مسیر طراحی شده کنونی پایداری بدست آید.

با مفروض دانستن مقادیر حدی نیروی پیشراننده و حل دو معادله دو مجهول (۲۰)، می‌توان مقادیر جرم و موقعیت وزنه بالانس را برای اجرای تکرار بعدی بدست آورد.

$$m_a = M - \frac{2(u_{\max} + u_{\min})}{gl} \quad (22)$$

$$y_a = \frac{m_c gl + mgl - 2u_{\min}}{m_a g}$$

البته باید در نظر گرفته شود که مقدار جرم نمی‌تواند در تکرار بعد منفی گردد که این قید در مقدار جرم را نیز باید

#### ۴- بالانسینگ روبات متحرک

بالانسینگ روبات متحرک، در واقع پایدار کردن مسیر بهینه با اضافه کردن یک وزنه بر روی روبات است. بدین منظور روشی در این مقاله ارائه می‌شود که با در نظر گرفتن کران‌های پایداری مقادیر جرم و موقعیت وزنه را بدست می‌آورند. بنابراین در الگوریتم بالانسینگ تکراری ابتدا یک مقدار اولیه برای موقعیت و جرم بالانس انتخاب شده و سپس مسیر بهینه بدست می‌آید. پس از محاسبه مسیر بهینه مقادیر حداکثری و حداقلی قید در مسیر مورد نظر محاسبه شده و با مقادیر جرم و موقعیت وزنه بالانس طوری انتخاب می‌شود که کران بالا و پائین مسیر بهینه طراحی شده با کران پایداری برابر گردد. از آنجائیکه جرم و موقعیت وزنه بالانس تغییر یافته است، در نتیجه مسیر بهینه و کنترل بهینه نیز باید دوباره طراحی گردد. با طراحی دوباره و اجرای متوالی این اعمال کران‌های پایداری و کران‌های حداکثری مسیر بر هم منطبق شده و

$$\left| \frac{y_a}{m_a} \right| < \frac{1 - 2 \frac{Mr}{mz_g}}{2 \left| \frac{Mr}{mz_g} - 1 \right|} \quad (27)$$

که چون سمت چپ یک مقدار مثبت می‌باشد، لذا سمت راست نیز باید مثبت باشد، بنابراین شرط مهم برای همگرایی بصورت زیر ساده می‌شود:

$$2Mr < mz_g \quad (28)$$

که برای مقادیر ارائه شده در شبیه‌سازی این مقاله صادق است:

$$2 \times 97 \times 0.075 < 90 \times 0.25$$

$$14.55 < 22.5$$

البته توجه گردد که، این شرط باید در هر مرحله از اجرا بررسی گردد و همگرایی را به دلیل حذف اثرات حل معادله مقدار مرزی بطور مقطعی در نظر می‌گیرد.

#### ۶- شبیه‌سازی

در این قسمت به بررسی و آزمایش روش ارائه شده با استفاده از شبیه‌سازی پرداخته می‌شود. در شبیه‌سازی سه حالت در نظر گرفته خواهد شد. در حالت اول، بدون در نظر گرفتن وزنه بالانس و قیود پایداری مسیر طراحی می‌گردد. مسلم است که مسیر طراحی شده ممکن است ناپایدار باشد و در صورت ناپایداری، اعمال مسیر به روبات ممکن نیست. بنابراین برای امکان اعمال مسیر به روبات، باید قیود پایداری در سیستم در نظر گرفته شوند. در حالت دوم، این قیود پایداری به مسیر اعمال شده و مسیر با فرض قیود پایداری بصورت قید کنترلی-حالتی در طراحی مسیر مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین برخلاف مسیر اول، مسیر بدست آمده در حالت دوم قابل اعمال می‌باشد. در حالت سوم مسیر قابل اعمال دیگری با فرض بالانسینگ تکراری و اضافه کردن جرم در نظر گرفته می‌شود. مقادیر استفاده شده برای شبیه‌سازی روبات نشان-داده شده در شکل ۱، در جدول ۲ ارائه شده است.

در هر مرحله چک کرد. که به صورت ریاضی با عبارت  $Mgl \geq 2u_{\max} + 2u_{\min}$  بیان می‌شود. الگوریتم بالانسینگ تکراری را می‌توان در شکل ۲ ارائه کرد.

#### ۵- شرایط همگرایی

از آنجائیکه، روش استفاده شده در بالانسینگ تکراری، تکرار نقطه ثابت می‌باشد، لذا باید از شرط همگرایی روش نقطه ثابت بدین منظور استفاده کرد. از این دیدگاه زمانی محاسبه همگراست که:

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{G}(\mathbf{x}_n) \Rightarrow \left\| \frac{d\mathbf{G}}{d\mathbf{x}} \right\| < 1 \quad (23)$$

که برای مقادیر مثبت همگرایی بصورت یکنواخت و برای مقادیر منفی مشتق، همگرایی نوسانی اتفاق می‌افتد. لذا می‌توان برای روش فوق نوشت:

$$\left\| \begin{array}{c} \frac{2}{gl} \left( \frac{du_{\max}}{dm_a} + \frac{du_{\min}}{dm_a} \right) \frac{-2 \frac{du_{\min}}{dm_a} - y_a g}{m_a g} \\ \frac{2}{gl} \left( \frac{du_{\max}}{dy_a} + \frac{du_{\min}}{dy_a} \right) \frac{-2 \frac{du_{\min}}{m_a g dy_a}}{m_a g dy_a} \end{array} \right\| < 1$$

لذا با جاگذاری مقادیر خواهیم داشت:

$$\frac{du_{\min}}{dm_a} = -\frac{Mrg}{mz_g} y_a \quad (24)$$

$$\frac{du_{\min}}{dy_a} = -\frac{Mrg}{mz_g} m_a$$

$$\frac{du_{\max}}{dm_a} = \frac{Mrg}{mz_g} y_a$$

$$\frac{du_{\max}}{dy_a} = \frac{Mrg}{mz_g} m_a$$

لذا رابطه همگرایی خواهد بود:

$$\left\| \begin{array}{c} 0 \\ \frac{2y_a}{m_a} \left( \frac{Mr}{mz_g} - 1 \right) \\ 0 \\ \frac{2Mr}{mz_g} \end{array} \right\| < 1 \quad (25)$$

که یک فرض محافظه کارانه برای نرم حداکثری آن عبارتست از:

$$\left| \frac{y_a}{m_a} \left( \frac{Mr}{mz_g} - 1 \right) \right| + \frac{Mr}{mz_g} < \frac{1}{2} \quad (26)$$

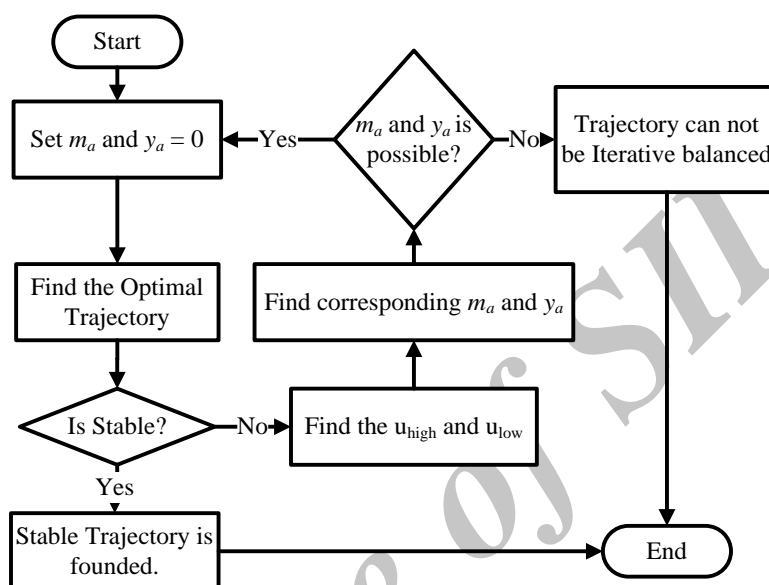
که در نتیجه شرط همگرایی عبارت خواهد بود از

مقادیر ثابتی همگرا می‌شوند. نحوه همگرایی این مقادیر، در شکل ۳ و جدول ۲ نمایش داده شده است. جدول ۱ نیز نشان‌دهنده عددی برای همگرایی سریع بالانسینگ تکراری می‌باشد.

تابع هزینه مورد استفاده برای بهینه‌سازی عبارتست از:

$$J = \int_0^2 (\tau_1^2 + \tau_2^2) dt \quad (29)$$

با انجام الگوریتم بالانسینگ تکراری مقادیر جرم و موقعیت به سرعت همگرا می‌گردد. با اجرای الگوریتم ارائه شده در شکل ۲، مقادیر جرم و موقعیت آن به سرعت به



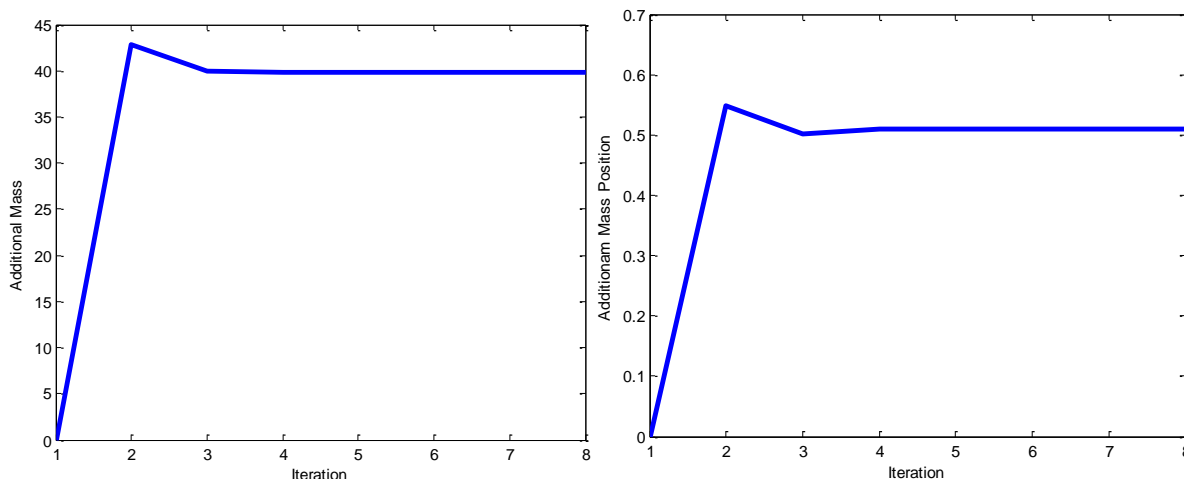
شکل ۲- الگوریتم ارائه شده برای بالانسینگ تکراری

جدول ۲- مقادیر استفاده شده برای شبیه‌سازی روبات

مقدار	کمیت	مقدار	کمیت
$I_{wa}=0/5, I_{wr}=0/9$ (*)	ممان چرخ (Iwr, Iwa)	۱۷,۱ سانتیمتر	عرض اکسل (b)
۲۵ سانتیمتر	ارتفاع مرکز جرم (zg)	۷,۵ سانتیمتر	شعاع چرخ (r)
۵۰ سانتیمتر	طول کستر تا اکسل (l)	۱۹ سانتیمتر	طول مرکز تا اکسل (d)
۹۰ کیلوگرم	جرم روبات (m)	۶,۶۰۹ (*)	ممان چرخشی روبات (I)
۳ کیلوگرم	جرم چرخ (m <sub>w</sub> )	۰,۶ (*)	ممان چرخ کستر (I <sub>c</sub> )
۹۷ کیلوگرم + جرم بالانس	جرم کل (M)	۱ کیلوگرم	جرم کستر (m <sub>c</sub> )

\* واحد ممان عبارت است از: نیوتن در مجذور ثانیه بر متر  $Ns^2/m$ .

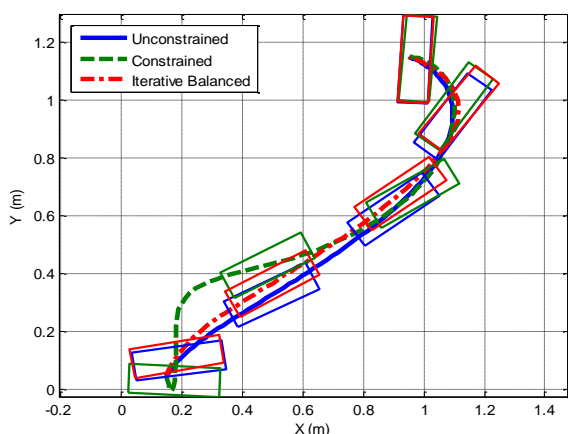




شکل ۳- همگرایی مقدار و موقعیت جرم وزنه تعادل

جدول ۳- همگرایی مقدار و موقعیت جرم وزنه تعادل

Iter.	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$ma$	۴۲.۹۰۳۰	۳۹.۹۹۷۰	۳۹.۸۰۵۴	۳۹.۸۵۰۱	۳۹.۸۵۵۳	۳۹.۸۵۴۷	۳۹.۸۵۴۷
$ya$	۰.۵۴۸۴	۰.۵۰۱۴	۰.۵۰۹۲	۰.۵۱۰۴	۰.۵۱۰۳	۰.۵۱۰۳	۰.۵۱۰۳
$u_{max}$	۵۵.۸۲۵۴	۱۸۸.۱۵۳۶	۱۶۸.۶۸۴۷	۱۶۹.۴۰۸۰	۱۶۹.۷۷۹۲	۱۶۹.۷۷۹۶	۱۶۹.۷۷۷۵
$u_{min}$	-۹۸.۰۱۱۷	-۱۳۱.۸۶۳	-۱۳۸.۱۷۵	-۱۳۶.۵۹۴	-۱۳۶.۴۲۳	-۱۳۶.۴۴۶	-۱۳۶.۴۴۵
$u'_{max}$	۱۸۸.۱۴۵۴	۱۶۸.۶۹۱۰	۱۶۹.۴۰۸۷	۱۶۹.۷۸۳۵	۱۶۹.۷۸۵۲	۱۶۹.۷۷۸۳	۱۶۹.۷۷۸۸
$u'_{min}$	-۱۳۱.۸۷۱	-۱۳۸.۱۶۷	-۱۳۶.۵۹۲	-۱۳۶.۴۱۷	-۱۳۶.۴۳۸	-۱۳۶.۴۴۲	-۱۳۶.۴۴۲

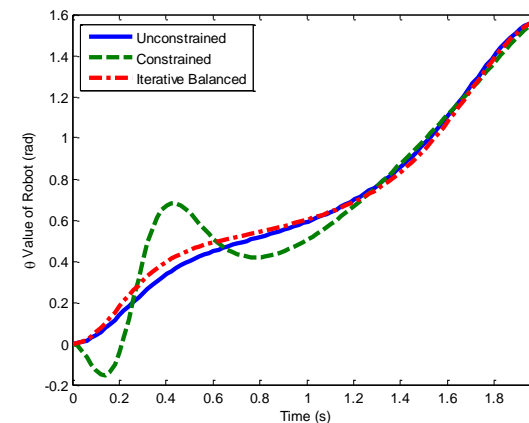
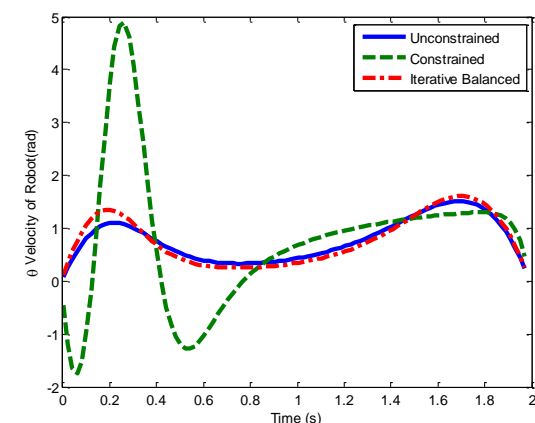
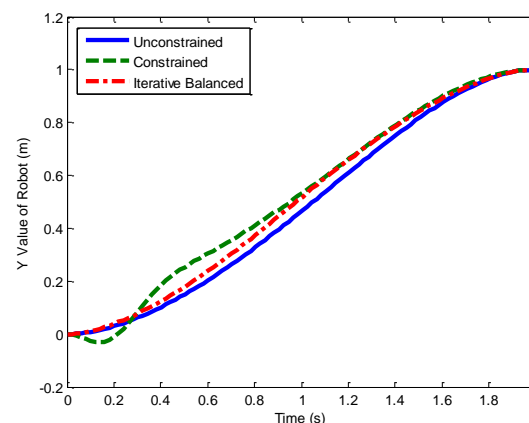
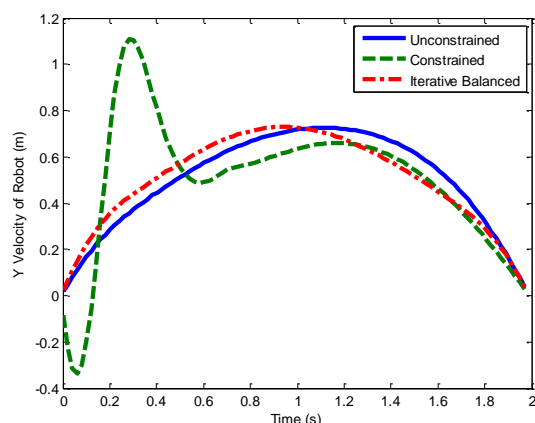
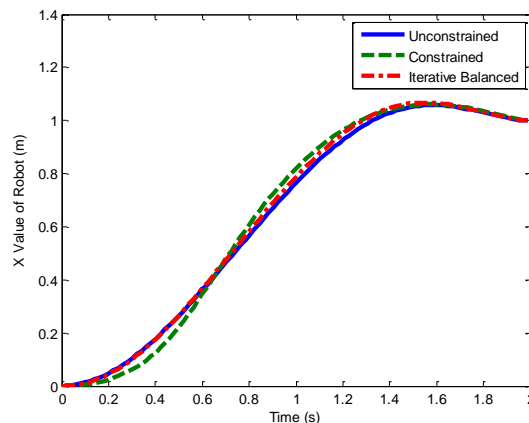
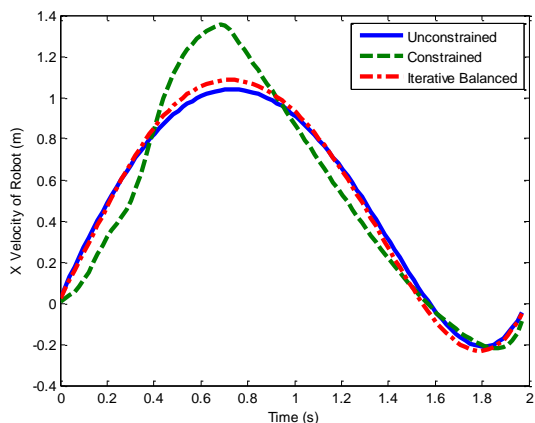


شکل ۴- مسیرهای بهینه ناپایدار، مقید و بالانس شده

در شکل ۵ موقعیت‌های بهینه مرکز جرم روبات و نیز جهت‌گیری بهینه آن به نمایش درآمده است. در شکل ۶ نیز مقادیر مشتقات این مقادیر نشان داده شده است.

در جدول ۱ علاوه بر مقادیر جرم و موقعیت آن، مقادیر حداقلی و حداکثری برای ورودی در مسیر بدست آمده و نیز مقادیر حداقلی و حداکثری که برای پایداری مورد نیاز است ارائه شده است. در شکل ۴ نیز، مقایسه‌ای از مسیرهای هر سه روش بالانس نشده نامقید (غیرقابل اعمال)، بالانس شده مقید (قابل اعمال)، بالانس شده ارائه شده است. مشاهده می‌شود که بالانس روبات باعث کاهش جابجایی‌های عرضی برای روبات خواهد شد. این جابجایی‌ها زمانیکه نیاز به شتاب گرفتن باشد به دلیل ایجاد نیروی اینرسی به مرکز جرم روبات که در موقعیتی بالاتر از چرخ‌ها وارد می‌شود، باعث ایجاد گشتاور ناپایداری می‌گردد. بنابراین برای رفع گشتاور ناپایدار، معمولاً در شروع و پایان حرکت شاهد حرکت‌های عرضی در حرکات سریع روبات هنگام شروع حرکت خواهیم بود.

خیلی سریع ممکن است که ناپایداری در این چرخ‌های نیز که به واژگونی جانبی منجر می‌شود بینجامد.

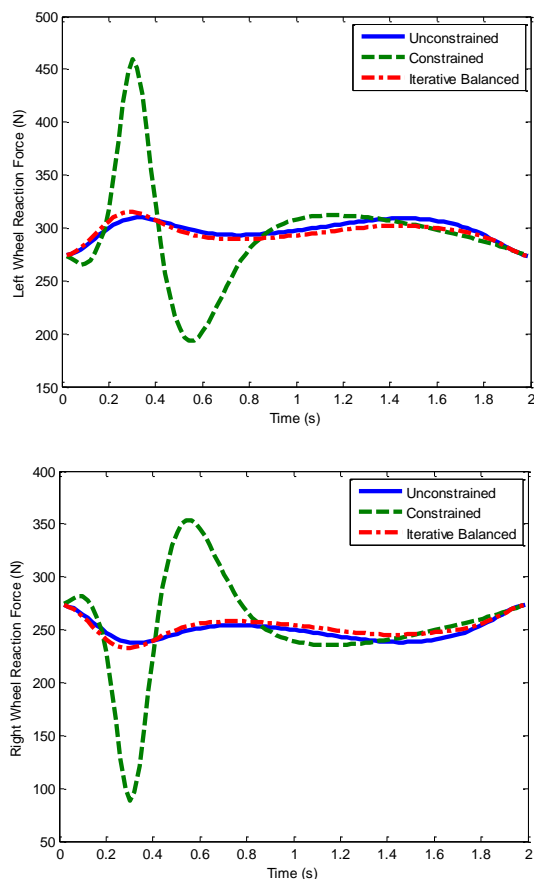


شکل ۵- طول، عرض و زاویه روبات

شکل ۶- سرعت‌های طولی، عرضی و دورانی روبات اما در هر صورت، در این مقاله هدف اعمال بالانسینگ کامل برای تمامی حرکات نبوده، تنها به بررسی موردی این بالانسینگ برای حالتی که تنها واژگونی طولی مورد نظر است، پرداخته می‌شود. بررسی اثرات ناپایداری جانبی به بررسی‌های آینده و تحقیقات آینده موکول شده است. البته اثر بالانسینگ در عکس‌العمل این چرخ‌ها نیز

مقادیر کنترل بهینه متناظر با مسیرهای شکل ۵ و ۶ در شکل ۷ نمایش داده شده‌است. مشاهده می‌شود که در حالت دوم یا نابالانس مقید مقادیر گشتاور خیلی بیشتر از دو حالت دیگر است. البته دوباره تأکید می‌شود که حالت اول قابلیت اعمال به روبات را به دلیل عدم وجود پایداری ندارد. در شکل ۸ مقادیر نیروهای عکس‌العمل چرخ‌های کناری (چپ و راست) نشان داده شده‌است. در حرکات

امعمال خود را از دست می‌دهند. در حالت دوم (نابالانس)، مقید) با اعمال قید، در شکل ۹، کاملاً مشخص است که نیروی عکس‌العمل در مقادیر مرزی و کرانی به حالت اشباع در می‌آید.

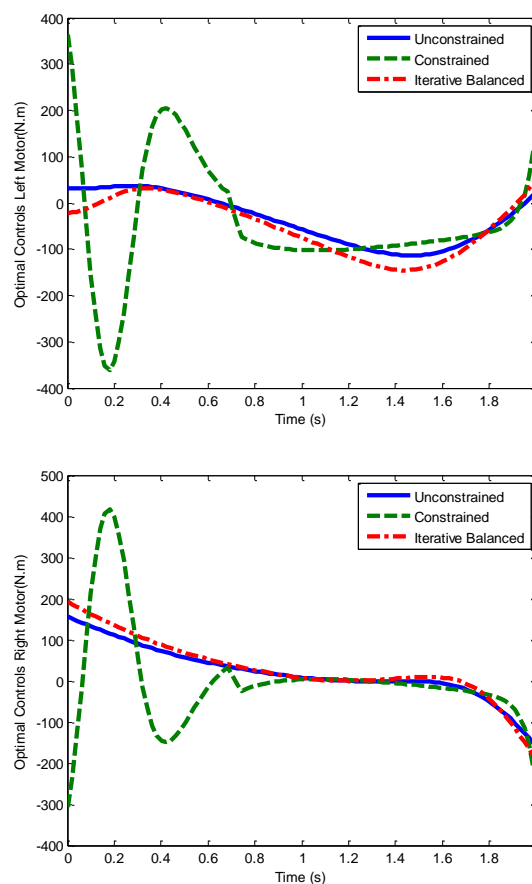


شکل ۸- نیروهای عکس‌العمل چرخ‌های محرک

با اضافه کردن جرم به روبات، به دلیل تغییر نیروهای استاتیکی و دینامیکی و اثر آن در نیروی عکس‌العمل چرخ جلو، مقدار سطح قیدی نیز تغییر می‌کند. سطح قیدی که با نقطه خط - - - - تعیین شده است برای حالتی که بالانس و اضافه‌سازی جرم انجام شده است، اعمال می‌گردد. مشاهده می‌شود که با اعمال بالانسینگ تکراری می‌توان نیروی عکس‌العمل چرخ را جابجا کرده و در ناحیه پایدار مورد نظر قرار داد.

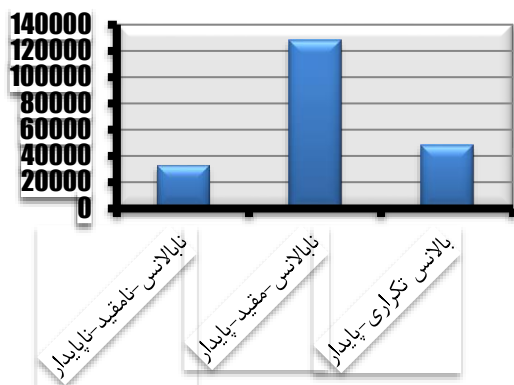
هزینه محاسبه شده برای این سه حالت در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. این توابع هزینه برای حالت معمولی<sup>۲</sup>  $33175(N.m)$ ، مقید<sup>۲</sup>  $128350(N.m)$  و

مشاهده می‌شود و واژگونی جانبی نیز با اعمال این بالانسینگ کمتر محتمل است.



شکل ۷- کنترل‌های بهینه ورودی گشتاور چرخ‌های روبات

در نهایت در شکل ۹، عکس‌العمل چرخ جلو که به عنوان معیار پایداری مطرح شده است مورد بررسی و مقایسه کامل قرار می‌گیرد. در شکل ۹ سه نیروی عکس‌العمل برای هر سه حالت نشان داده شده است. علاوه بر این سه نیرو، دو سطح قیدی نیز نشان داده شده است. در شکل ۹، سطح قیدی - - - - حد پایداری برای حالت اول و حالت دوم می‌باشد. همان‌طور که در قسمت‌های قبل بیان شد، حالت اول (نابالانس، نامقید) هنگام شتاب و ایست، ناپایدار می‌گردد. البته این ناپایداری ممکن است موجب واژگونی نگردد. اما، در هر صورت چون دینامیک سیستم تغییر می‌کند، بنابراین سیگنال‌های بهینه طراحی شده برای دینامیک سیستم به دلیل تغییر سیستم، قابلیت



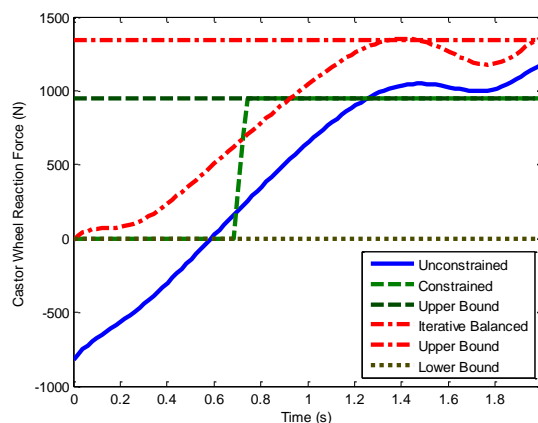
شکل ۱۰- هزینه مصرفی برای حالات مختلف

## ۷- نتیجه گیری

در این مقاله روشی مناسب برای پایداری روبات متحرک و کاهش مصرف انرژی بیان گردید. در ابتدا تصور می شد که اضافه کردن یک جرم به روبات متحرک، افزایش هزینه مصرفی بهینه را برای روبات دربر خواهد داشت. اما در این مقاله نشان داده شد که در صورت قرارگیری مناسب این جرم، علاوه بر افزایش پایداری، مصرف انرژی نیز کاهش می یابد. هزینه مصرفی در حالتی که روبات بدون جرم بالانس است، با در نظر نگرفتن قید پایداری مقدار ۳۳۱۷۵ مجذور نیوتن متر است که واضح است نمی توان به دلیل عدم وجود پایداری به روبات اعمال کرد. در صورتی که قید پایداری به روبات اعمال گردد، به دلیل حرکت سریع روبات و ارضاء پایداری، روبات با حرکات تکراری جانبی، همزمان با شتاب گیری، مانع واژگونی می گردد. اما این حرکات اضافی که برای رفع ناپایداری اعمال می گردد، باعث افزایش ۲۸۶٪ مصرف انرژی می گردد. برای رفع مشکل و دستیابی به سرعت های بالا، بالانسینگ روبات متحرک در این مقاله ارائه گردید که با اضافه کردن جرم تنها افزایش هزینه ۴۶٪ در حرکت یکسان مشاهده می شود که در حدود ۷۹۸۱۴ مجذور نیوتن متر صرفه جویی را در بر خواهد داشت.

در ادامه پژوهش می توان بالانسینگ تکراری را بصورت کامل با دو جرم و در نظر گرفتن عکس العمل هر سه چرخ در نظر گرفت. مقادیر بهینه وزنه های تعادل نیز موضوع پژوهشی مناسبی برای تکمیل این بحث می باشد.

بالانس تکراری  $48536(N.m)^2$  در یک حرکت ۲ ثانیه ای خواهد بود. توجه گردد که در صورتی یک جواب بهینه قابل قبول است که در قید پایداری صدق کند. لذا نابالانس نامقید اگرچه هزینه کمتری دارد ولی قابل قبول نیست.



شکل ۹- نیروی عکس العمل چرخ کستر به عنوان معیار پایداری

در شکل ۱۰ کاملاً مشهود است که در صورت نیاز به یک حرکت سریع، باید بالانسینگ روبات انجام شود و با انجام این کار هزینه بسیار زیادی حدود ۷۴٪ هزینه مصرفی صرفه جویی می گردد که لزوم بالانسینگ روبات را بیان می کند. البته تأکید دوباره ای بر عدم امکان اعمال مسیر طراحی شده برای حالت نابالانس-نامقید-ناپایدار لازم است، در حالیکه در حالت معمول برای طراحی مسیر در حرکت سریع، حتماً باید قیود پایداری را در نظر گرفت که در نتیجه این فرض، حالت دوم یا نابالانس-مقید-پایدار پیش می آید که هزینه مصرفی بسیار زیادتری نسبت به حالت سوم یا حالت بالانس تکراری-پایدار خواهد داشت.

پژوهش برای در نظر گرفتن بالانسینگ دینامیکی خواهد بود. اثرات بازو و بالانسینگ روبات‌های متحرک دارای بازو نیز بررسی‌های مفصلی را نیازمند می‌باشد.

می‌توان پلت‌فرم متحرک مناسبی برای حرکات سریع ارائه کرد. بالانسینگ دینامیکی یک روبات متحرک پایدار یا حتی ناپایدار موضوعات تحقیقاتی مناسبی برای ادامه این

## ۸- مراجع

- [۱] G. Campion, G. Bastin, and B. D'Andranovel, "Structural Properties and Classification of Kinematic and Dynamic Models of Wheeled Mobile Robots", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 12, No. 1, pp. 47-62, February 1996.
- [۲] J.P. Desai and V. Kumar, "Motion planning for cooperating mobile manipulators," Journal of Robotic Systems, 16(10), pp. 557-79, 1999.
- [۳] A. Nikoobin and M. Moradi, "Optimal balancing of robot manipulators in point-to-point motion", Robotica, Available on CJO 24 Mar 2010 doi:10.1017/S0263574710000093.
- [۴] A. Kelly and B. Nagy, "Reactive nonholonomic trajectory generation via parametric optimal control", International Journal of Robotics Research, Vol. 22, No. 8, pp. 583-601, 2003.
- [۵] M. H. Korayem, V. Azimirad, A. Nikoobin and Z. Boroujeni, "Maximum load-carrying capacity of autonomous mobile manipulator in an environment with obstacle considering tip over stability", Int J Adv Manuf Technol, DOI 10.1007/s00170-009-2146-0, June 2009
- [۶] S. Dubowsky and E. Vance, "Planning mobile manipulator motions considering vehicle dynamics stability constraints," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1271-1276, 1989.
- [۷] T. Fukuda, Y. Toshio, F. Kosuge, K. Arai, F. Muro, E. Hoshino, H. Miyazaki and K. Uehara, "Manipulator/vehicle system for man-robot cooperation," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 74-79, 1992
- [۸] S. Sugano, Q. Huang, and I. Kato, "Stability criteria in controlling mobile robotic systems," in Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 832-838, 1993.
- [۹] M. Vukobratovic, A. A. Frank, and D. Juricic, "On the stability of biped locomotion," IEEE Transaction on Bio-medical Engineering, Vol. BME-17, pp. 25-36, Jan. 1970.
- [۱۰] A. Takanishi, M. Tochizawa, T. Takeya, H. Karki, and I. Kato, "Realization of dynamic biped walking stabilized with trunk motion under known external force," in International Conference on Advanced Robotics, pp. 299-310, 1989.
- [۱۱] E. G. Papadopoulos and D. A. Rey, "A new measure of tip-over stability margin for mobile manipulators," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3111-3116, 1996.
- [۱۲] D. A. Rey and E. G. Papadopoulos, "On-line automatic tip-over prevention for mobile manipulators," in Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 1273-1278, 1997
- [۱۳] A. Meghdari, D. Naderi, and M.R. Alam, "Tip-over Stability Estimation for Autonomous Mobile Manipulator Using Neural Network", 2004 Japan-USA Symposium on Flexible Automation, JUSFA 2004, Colorado, July 19-21, 2004.
- [۱۴] M. Richier, R. Lenain, B. Thuilot, C. Debain, "On-line estimation of stability metric including grip conditions and slope: Application to rollover prevention for All-Terrain Vehicles", IEEE/RSJ International conference on intelligent robots and systems, San Francisco, USA, 25-30 September, 2011