

## بررسی عددی تأثیرپذیری افت فشار از نحوه آرایش فیبرها در فیلترهای هوا با استفاده از روش شبکه بولتزمن

مرضیه بابایی ربیعی<sup>۱\*</sup>، شهرام طالبی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۱/۰۱	
پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۸/۲۴	
<b>واژگان کلیدی:</b> فیلتر هوا، محیط فیبری، شبیه سازی عددی، روش شبکه بولتزمن، افت فشار، آرایش تصادفی فیبرها.	فیلترهای فیبری از جمله رایج‌ترین سیستم‌های جمع‌آوری ذرات معلق در هوا هستند، یکی از کمیت‌های مهمی که در برآورد عملکرد فیلترها حائز اهمیت است، افت فشار می‌باشد. در این مقاله تأثیر نحوه چیدمان فیبرها در محیط فیلتر بر ضریب افت فشار بررسی شده است. سه آرایش موازی، جابجاشده و تصادفی برای مدل ساده شده فیلتر فیبری با کسر حجمی جامد متفاوت بررسی و تحلیل شده است. از آنجایی که روش شبکه بولتزمن در شبیه سازی هندسه های پیچیده بسیار تواناست، مدل سازی محیط فیلتر فیبری با استفاده از روش شبکه بولتزمن انجام شده است. نتایج حاصله با مراجع موجود مقایسه شده و مورد بحث قرار گرفته است. مشاهده می‌شود که مخصوصاً در کسر حجمی جامدهای پایین، استفاده از آرایش منظم به ضریب افت فشار بزرگتری نسبت به آنچه از آزمایشات تجربی به دست آمده و همچنین نسبت به آرایش تصادفی منجر می‌شود.

### ۱- مقدمه

در بسیاری از صنایع، فرآیند تولید منجر به ایجاد و پراکنش ذرات معلق در هوا می‌گردد که می‌تواند آسیب‌هایی جدی به سلامتی انسان وارد کند و منجر به کاهش کیفیت محصول تولیدی در آن صنعت گردد. یکی از رایج‌ترین راه‌کارهایی که برای کاهش میزان ذرات معلق مورد استفاده قرار می‌گیرد، به کار بردن محیط‌های فیبری به عنوان فیلترهای هوا برای جداسازی این ذرات از هوا است. در مراجع [۱-۳] مروری جامع بر پیشینه‌ی فیلتراسیون انجام شده است.

از آنجایی که افت فشار یکی از پارامترهای مهم در بررسی عملکرد فیلترهای فیبری است، پیش‌بینی مقدار

آن در طراحی فیلترهایی با عملکرد بالا بسیار حائز اهمیت است. بدین منظور تلاش‌های متعددی جهت ارائه رابطه‌ای برای تعیین ضریب افت فشار، که دیویس تعریف کرده [۴] انجام شده است. کارهای انجام شده یا بر اساس آزمایش‌های تجربی [۴ و ۵] یا با استفاده از روش‌های نیمه تحلیلی و عددی [۶ و ۷] صورت گرفته است. بررسی‌های تئوری در بسیاری از موارد بر اساس تئوری فیبر منفرد و استفاده از مدل سلولی انجام شده است که اولین بار کوابارا [۶] از آن استفاده کرده است و محدودیت‌هایی در استفاده از نتایج آن‌ها وجود دارد [۸ و ۹]. تلاشهایی نیز برای مدل‌سازی محیط فیلتر به صورت آرایه‌ای از فیبرهای منظم که به صورت موازی یا جابجاشده با مقاطع مختلف آرایش یافته‌اند، صورت گرفته است [۱۳-۸]. البته با توجه به اینکه نحوه چیدمان فیبرها روی افت فشار مؤثر است، بررسی بیشتر نتایج آنها می‌تواند مفید باشد. خصوصاً این-

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: mbrabiee@gmail.com

۱. دانشجوی دکترا، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

۲. استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

گرفته و با استفاده از روش شبکه بولتزمن میدان جریان سیال عبوری از آن را حل کردند. بعدها لانترمن و هائل [۲۲] همین کار را برای فیلتر مغناطیسی گسترش دادند. در بخش بعد، خلاصه‌ای از روابط مربوط به روش شبکه بولتزمن به عنوان روش عددی مورد استفاده در این مقاله ارائه خواهد شد. سپس مدل هندسی در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی محیط فیلتر فیبری و شرایط مرزی اعمالی برای آن بیان شده و نحوه‌ی اعمال این شرایط مرزی در روش شبکه بولتزمن توضیح داده شده است. در نهایت نتایج به دست آمده برای افت فشار بی‌بعد با آنچه در مراجع موجود است، مقایسه و بحث شده است.

## ۲- روش شبکه بولتزمن

در روش شبکه‌ی بولتزمن توصیفی آماری از یک سیستم ذرات در موقعیت  $\vec{r}$  و زمان  $t$  در جهت  $\vec{e}$  با تابع توزیع  $f(\vec{r}, \vec{e}, t)$  بیان می‌شود که تغییرات این تابع توزیع بر اساس معادله‌ی انتقال بولتزمن تعیین می‌شود. حل معادله بولتزمن به علت عملگر پیچیده‌ی برخورد موجود در آن مشکل است. در سال ۱۹۵۴ بهاتناگر، گروس و کروک مدل ساده‌ای، تقریب BGK، برای عملگر برخورد ارائه کردند که با جایگزینی آن معادله شبکه بولتزمن می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\frac{\partial f_i(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{e}_i \cdot \vec{\nabla} f_i(\vec{r}, t) = \frac{f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)}{\tau} \quad (1)$$

که  $\tau$  زمان آسودگی نامیده می‌شود. همچنین  $f_i^{eq}$  تابع توزیع تعادلی محلی است که در ادامه تحت عنوان تابع توزیع ماکسول-بولتزمن معرفی خواهد گردید.

تعداد راستاهای حرکتی ذرات بستگی به چیدمان یا آرایش شبکه دارد. در مدل  $D_2Q_9$  که رایج‌ترین مدل دو بعدی می‌باشد، احتمال حرکت ذره در ۸ مسیر فراهم است. بنابر این، در هر گره هشت تابع توزیع مربوط به هر مسیر، همراه با تابع توزیع مربوط به خود گره وجود دارند.

که در محیط‌های فیبری لزوماً فیبرها به صورت منظم آرایش نمی‌یابند.

در سالهای اخیر مجموعه کارهایی روی شبیه سازی و تحلیل فیلتر سه بعدی با استفاده از نرم افزار فلوئنت صورت گرفته است که عمدتاً به تأثیر شرایط مختلف فیبرها و تأثیر گذاری آنها روی عملکرد فیلتر پرداخته‌اند و در آنها فیلتر همواره تمیز فرض شده است [۱۸-۱۴]. از آنجایی که شبیه سازی سه بعدی محیط فیلتر هزینه‌بر است، با مروری بر شبیه‌سازیهای سه بعدی انجام شده، می‌توان استنباط کرد که در مواردی خاص استفاده از مدل دوبعدی به منظور کاهش هزینه‌ی محاسباتی بلامانع است. در کار حاضر سعی شده است به مواردی پرداخته شود که می‌توان از نتایج شبیه سازی دوبعدی محیط فیلتر به جای شبیه سازی سه‌بعدی بهره برد. در [۱۴] با استفاده از نرم افزار فلوئنت تأثیر جهت‌گیری فیبرها روی عملکرد فیلتر سه بعدی بررسی شده است. جهت‌گیری فیبرها با استفاده از دو زاویه که یکی جهت‌گیری فیبر در داخل صفحه و دیگری جهت‌گیری خارج صفحه‌ای را نشان می‌دهد، مشخص شده است. نتایج آنها نشان داده که در حالتی که اندازه ذرات آئروسول در حد میکرون است، کوچکتر شدن هر دو زاویه منجر به افزایش عملکرد فیلتر می‌شود که هدف نهایی در طراحی فیلترهاست. بنابراین با انتخاب زاویه‌ی درون صفحه و خارج صفحه‌ای صفر، می‌توان برای فیلتر کردن ذرات درشت، فیلتر مناسبی داشت. در چنین حالتی با توجه به موازی بودن فیبرها و طولی بودن آنها می‌توان هندسه فیلتر را به صورت دو بعدی در نظر گرفت.

از آنجایی که هندسه‌ی در نظر گرفته شده برای فیلترهای فیبری تا حدودی پیچیده است، استفاده از روش شبکه بولتزمن می‌تواند برای حل این نوع هندسه مفید باشد. ونگ و همکارانش با استفاده از روش شبکه بولتزمن به همراه مدل احتمالی ماشین سلولی به بررسی عملکرد فیلترهای فیبری پرداختند [۱۹ و ۲۰]. فیلیپوا و هائل [۲۱] محیط فیلتر را به صورت دو فیبر متقاطع در نظر

$$\vec{u} = \frac{1}{3p} \sum_{i=1}^8 f_i \vec{e}_i \quad (7)$$

شرایط مرزی به کار رفته در مسائل حل شده در این مقاله، عموماً شرط مرزی تناوبی برای مرزهای بالا و پایین، فشار معلوم برای مرز سمت راست و سرعت معلوم (یکنواخت) در مرز سمت چپ میدان حل است. این شرایط مرزی با استفاده از روش زو و هی [۲۴] در روش شبکه بولتزمان اعمال شده است. به منظور دستیابی به دقت مناسب در مرزهای منحنی، این شرط مرزی با استفاده از روش می و همکارانش [۲۵، ۲۶] برای مرزهای منحنی در روش شبکه بولتزمان اعمال شده است. در این روش با در نظر گرفتن گره  $r_s$  داخل سطح جامد، گره  $r_w$  بر روی مرز و گره  $r_f$  و  $r'_f$  به ترتیب به عنوان اولین و دومین گره مجاور در سیال نزدیک مرز، کمیت جدیدی با عنوان  $\Delta$  به صورت زیر تعریف می گردد که در بازه  $(0, 1)$  قرار دارد:

$$\Delta = \frac{|r_f - r_w|}{|r_f - r_s|} \quad (8)$$

مجهول مورد نظر، تابع توزیع برخورد گره  $r_s$  است. در این روش پس از اعمال درون یابی خطی می توان مجهول (تابع توزیع پس از برخورد)، را با در نظر گرفتن سرعت بر روی مرز،  $u_w$ ، به صورت زیر بیان کرد [۲۵]:

$$\vec{f}_{-i}(\vec{r}_s, t) = (1 - \chi) \vec{f}_i(\vec{r}_f, t) + \chi \cdot \vec{f}_i^*(\vec{r}_s, t) + \omega_i \rho \frac{1}{c^3} \vec{e}_{-i} \cdot \vec{u}_w \quad (9)$$

در این رابطه زیر نویس  $i$  جهت رو به مرز و  $-i$  بیان کننده جهت لینک مقابل آن است. تابع توزیع  $\vec{f}_i^*$  از رابطه زیر به دست می آید:

$$\vec{f}_i^*(\vec{r}_s, t) = \omega_i \rho (r_f) \left[ 1 + \frac{3}{c^3} (\vec{e}_i \cdot \vec{u}_{SF}) + \frac{9}{2} \frac{(\vec{e}_i \cdot \vec{u}_F)^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{u_F^2}{c^2} \right] \quad (10)$$

در این رابطه  $\vec{u}_{SF} = \vec{u}(r_f, t)$  و  $\chi$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\Delta < 1/2 \quad \text{برای} \quad \vec{u}_{SF} = \vec{u}_{FF}, \quad \chi = \frac{(2\Delta - 1)}{(\tau - 2)} \quad (11)$$

$$\Delta \geq 1/2 \quad \text{برای}$$

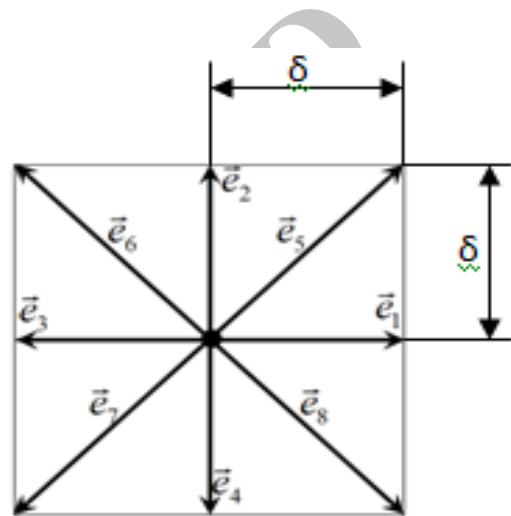
این شبکه و بردارهای سرعت مرتبط با آن در شکل ۱ نشان داده شده است.

حل معادله انتقال بولتزمان در شبکه در دو مرحله انجام می شود [۲۳]. مرحله اول، برخورد:

$$\vec{f}_i(\vec{r}, t + \delta t) = f_i + \frac{f_i^{eq} - f_i}{\tau} \quad (2)$$

که تابع توزیع بعد از برخورد است. مرحله دوم، جاری شدن است:

$$f_i(\vec{r} + \vec{e}_i \delta t, t + \delta t) = \vec{f}_i(\vec{r}, t + \delta t) \quad (3)$$



شکل ۱- شبکه  $D_2Q_8$

زمان آسودگی و تابع توزیع تعادلی ماکسول-بولتزمان که معادله ناور استوکس را ارضا می کنند، در شبکه  $D_2Q_8$  با در نظر گرفتن  $\delta x = \delta t = 1$  به صورت زیر بیان می-شوند:

$$\tau = \frac{1}{\nu} + 3g \quad (4)$$

$$f_i^{eq} = 3p\omega_i \left[ 1 + 3\vec{e}_i \cdot \vec{u} + \frac{4.5}{2} (\vec{e}_i \cdot \vec{u})^2 - 1.5 \|\vec{u}\|^2 \right] \quad (5)$$

که  $\nu$  لزجت سینماتیک و  $u$  سرعت سیال می باشند. ضرایب وزنی  $\omega_i$  برای هر جهت برابر است با:

$$\omega_{1,2,3,4} = 1/9,$$

$$\omega_{5,6,7,8} = 1/36, \quad \omega_0 = 4/9$$

پس از تعیین توابع توزیع، متغیرهای اصلی دینامیک جریان، فشار و سرعت، به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$p = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^8 f_i \quad (6)$$

دیویس با انجام آزمایشهایی روی تعداد زیادی محیط لایه‌ای تخت از فیلتر فیبری، رابطه‌ای تجربی برای افت فشار بی‌بعد به دست آورده است [۴]:

$$f(\alpha) = 16\alpha^{3/2}(1 + 56\alpha^3) \quad (16)$$

با توجه به بررسی تهیر و تفرشی [۲۷]، این رابطه برای فیبرهای با جهت‌گیری تصادفی در صفحه دقت خوبی دارد. رابطه‌ی تجربی دیگری که جکسون و جیمز [۵] برای فیلترهای فیبری سه بعدی ارائه کرده‌اند، به صورت زیر است:

$$f(\alpha) = 20\alpha / (3[-\ln(\alpha) - 0.931]) \quad (17)$$

این روابط ضریب افت فشار را تنها تابعی از کسر حجمی جامد معرفی می‌کنند. لیو و ونگ [۹] بیان کرده‌اند که متغیرهای مؤثر بر افت فشار در طول فیلتر عبارتند از: دبی جریان  $Q$ ، مساحت سطح مقطع  $A$ ، ضخامت فیلتر  $L$ ، لزجت  $\mu$ ، چگالی  $\rho$  و طول آزاد میانگین  $\lambda$  گاز، فاصله افقی  $l_h$  و عمودی  $l_v$  بین مراکز فیبرها و قطر میانگین فیبر  $D$ . هندسه در نظر گرفته شده توسط آنها برای مدل‌سازی محیط فیلتر، مجموعه سیلندر با آرایش منظم موازی یا جابجا شده است. البته آنها تنها یک فیبر را در نظر گرفته و به منظور ایجاد مجموعه سیلندر از مرزهای تناوبی استفاده کردند. از آنجایی که برخی از متغیرهای عنوان شده توسط لیو و ونگ به هم وابسته هستند، آنها با استفاده از تئوری باکینگهام و با توجه به تعاریف مربوط به عدد رینولدز،  $Re = \frac{DQ\rho}{\mu A}$ ، عدد نادسن،  $Kn$ ، کسر حجمی جامد فیلتر،  $\alpha$ ، و ضریب افت فشار،  $f$ ، کمیات مؤثر بر افت فشار را به صورت رابطه بین کمیتهای بدون بعد زیر را به دست آورده‌اند [۹]:

$$f = W(Re, \alpha, Kn, \frac{l_h}{l_v}) \quad (18)$$

دیویس [۴] نشان داده است که افت فشار زمانی که عدد نادسن کوچک است، مستقل از آن است. در مورد فیلترهای فیبری که ابعاد فیبرهای آن در مقیاس میکرو هستند، با توجه به طول آزاد میانگین هوا، در حدود  $0.7\mu\text{m}$ ، عدد نادسن کوچک (در حدود  $0.07$ ) خواهد

$$u_{SF} = \left(1 - \frac{3}{2\Delta}\right) \cdot u_F + \frac{3}{2\Delta} u_W \quad (12)$$

$$\chi = \frac{(2\Delta - 1)}{(\tau + 0.5)}$$

که در آن  $u_{FF} = u(r'_F, t)$  است [۲۶].

### ۳- طرح مساله

افت فشار کمیت مهمی در ارزیابی عملکرد فیلترها است که به لزجت هوا،  $\mu$ ، ضخامت فیلتر،  $L$ ، سرعت جریان ورودی،  $U_0$  و شعاع فیبر  $r_f$  به صورت زیر بستگی دارد [۴]:

$$\frac{\Delta p}{L} = f \frac{\mu U_0}{r_f^2} \quad (13)$$

که در آن  $f$  ضریب افت فشار است. روابط مختلفی بر اساس تئوری‌های متفاوت برای آن ارائه شده است که اغلب تنها تابعی از کسر حجمی جامد،  $\alpha$  یا  $SVF$ ، است. کسر حجمی جامد بیانگر نسبت سطح اشغال شده توسط فیبرها به سطح کل محیط فیبری است. این تئوری‌ها عموماً با استفاده از هندسه‌های فیبری دوبعدی که در آن فیبرها عمود بر جهت جریان چیده شده‌اند توسعه یافته‌اند. کوابارا [۶] اولین کسی بود که یک تئوری ریاضی (مدل سلولی) برای پیش‌بینی ضریب افت فشار در فیلترهای فیبری ارائه کرد:

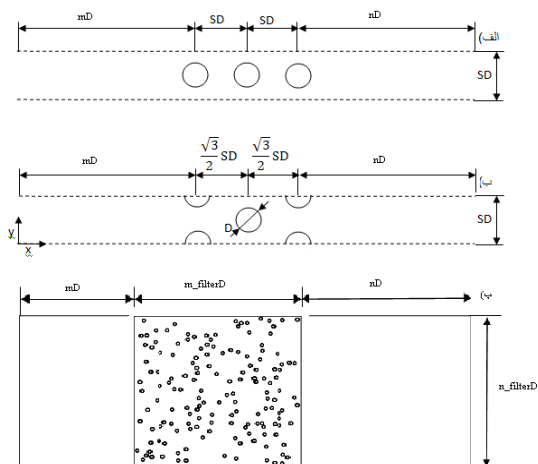
$$f(\alpha) = \frac{4\alpha}{Ku} \quad (14)$$

که در آن ضریب هیدرودینامیک کوابارا برابر است با:

$$Ku = -\left(\ln \frac{\alpha}{3}\right) - \frac{3}{4} + \alpha - \frac{\alpha^2}{4} \quad (15)$$

دقت شود که در رابطه (۱۳) از شعاع فیبر استفاده شده است اما در برخی مراجع روابط ارائه شده بر اساس ضریب افت فشار تعریف شده بر اساس قطر فیبر است بنابراین مقدار آن ۴ برابر مقدار متناظر بر اساس شعاع فیبر خواهد بود. همانطور که در [۹] نشان داده شده است، رابطه به دست آمده بر خلاف آنچه خود کوابارا ادعا کرده است برای آرایش تصادفی سیلندرها معتبر نیست بلکه تنها برای حالتی که فاصله افقی و عمودی بین سیلندرها با هم برابر باشد صادق است.

۰/۰۱ بوده و شرط عدم لغزش برای مرز فیبرها معقول است.



شکل ۲- طرحواره ای از آرایش‌های مختلف فیبرها در مدل ساده شده فیلتر (الف) موازی (ب) جابجاشده (پ) تصادفی

#### ۴- نتایج

به منظور اعتبار سنجی نتایج حاصل از کد نوشته شده، ابتدا جریان حول سیلندر با مقطع دایره‌ای واقع در بین دو صفحه ساکن شبیه سازی و با نتایج و روابط ارائه شده در [۲۹] مقایسه شده است. عدد رینولدز براساس سرعت متوسط جریان در ورودی و قطر سیلندر تعریف  $Re = U_0 D / \nu$  و برابر ۰/۱ انتخاب شده است. شرط مرزی عدم لغزش برای مرزهای بالا و پایین، فشار معلوم برای مرز سمت راست و سرعت معلوم (توزیع سرعت سهموی) در مرز سمت چپ در نظر گرفته شده است. نیروی درگ بی-بعد حاصله از کد با آنچه در مقاله [۲۹] به صورت عددی به دست آمده و همچنین با روابط تحلیلی اشاره شده در همان مقاله که از مراجع دیگری بوده اند مقایسه گردید که در جدول ۱ بیان شده است. اختلاف نسبی نتیجه حاصل از کد حاضر با نتیجه حل عددی انجام شده توسط بن ریچاو ۲,۷٪ است اما خطای نسبی با رابطه ارائه شده توسط فاکسن [۳۰] که در مقاله بن ریچاو به آن ارجاع داده شده، کمتر از ۰/۲٪ است.

بود. بنابر این تأثیرپذیری افت فشار ایجاد شده در طول فیلتر تنها از سه پارامتر باید بررسی شود. عدد رینولدز که به گونه‌ای بیانگر شرایط جریان است، کسر حجمی جامد فیلتر که نشان دهنده فشردگی فیبرها نسبت به هم است و در نهایت نسبت فاصله افقی به عمودی فیبرها نسبت به هم. پارامتر آخر را می‌توان نماینده چیدمان فیبرها دانست. در کار لیو و ونگ [۹] آرایش منظم در نظر گرفته شده بود و این نسبت را به عنوان نحوه چیدمان مورد بررسی قرار دادند. در صورتی که آرایش تصادفی باشد، باید به گونه‌ای دیگر این موضوع را بررسی کرد. پارامتری که می‌توان تأثیر چیدمان فیبرها را با استفاده از آن به صورت کمی مشاهده کرد، تورتوسیتی است که به نوعی نمایانگر پیچ و خم جریان در محیط متخلخل است. تورتوسیتی متوسط به صورت نسبت متوسط مقدار سرعت به متوسط قدر مطلق سرعت در راستای جریان،  $tortuosity = \langle u \rangle / \langle u_x \rangle$ ، تعریف می‌شود [۲۸]. با توجه به این که چیدمان فیبرها می‌تواند روی افت فشار بی‌بعد تأثیر گذار باشد، در کار حاضر دو نوع آرایش منظم، موازی و جابجاشده، و همچنین آرایش تصادفی برای فیبرها مورد بررسی قرار گرفته است (شکل ۲). نتایج به دست آمده برای ضریب افت فشار با آنچه از روابط تئوری حاصل می‌شود، مقایسه شده است. در هر سه مورد فرض شده است که در ورودی جریان با سرعت یکنواخت ثابت وارد شده و در خروجی فشار در تمام مقطع معلوم و ثابت است. مرزهای ورودی و خروجی به اندازه‌ی کافی از محیط فیلتر فاصله دارند تا در جایی بدور از گرادیانهای شدید سرعت و یا فشار قرار گرفته باشند. با بررسی‌های انجام شده مشاهده شده است که فاصله‌ی  $3D$  از ورودی و فاصله‌ی  $7D$  از خروجی نسبت به محیط فیلتر مناسب است. در مرزهای بالایی و پایینی، شرط تناوبی اعمال شده است. روی مرز فیبرها (فصل مشترک جامد و سیال) شرط عدم لغزش استفاده شده است. با توجه به اینکه قطر فیبرها به عنوان طول مشخصه از مرتبه‌ی  $10 \mu m$  است، با این شرایط عدد نادسن جریان هوا روی فیبرها کمتر از

شده‌اند. در مورد آرایش منظم با توجه به تناوبی بودن هندسه و شرایط جریان در مرزهای بالا و پایین، تنها تغییر ضخامت محیط فیلتر بررسی می‌شود که در واقع این ضخامت به تعداد ردیف فیبر در نظر گرفته شده برای آن آرایش، وابسته است.

در شکل ۳ تغییرات ضریب افت فشار برای آرایش موازی و جابجاشده بر حسب ضخامت بی‌بعد محیط فیلتر برای کسر حجمی جامد کم و زیاد آورده شده است. مشاهده می‌شود که در کسر حجمی‌های کمتر به ضخامت بیشتری احتیاج است تا ضریب افت فشار از ضخامت فیلتر تقریباً مستقل باشد. برای کسر حجمی‌های نشان داده شده در شکل برای مقادیر بیشتر کسر حجمی ضخامت حدافل در حدود ۲۵-۳۰ برابر قطر سیلندر و برای کسر حجمی‌های پایین‌تر ضخامت حدافل ۳۵-۴۰ برابر قطر سیلندر برای استقلال ضریب افت فشار از ضخامت فیلتر لازم است. همچنین واضح است که ضخامت لازم برای آرایش موازی در هر دو مورد بیشتر از حالت مشابه در آرایش جابجاشده است. در مورد آرایش تصادفی، به منظور کاهش نوسانات آماری ناشی از چیدمان تصادفی، در هر مورد شبیه سازی حدافل ۵ بار تکرار شده و مقدار میانگین آنها به عنوان نتیجه در نظر گرفته می‌شود.

در شکل ۴ برای دو نمونه از آرایش تصادفی فیبرها با کسر حجمی جامد ۰/۱۵ کانتورهای فشار، سرعت و بردارهای سرعت متناظر با هر کدام از آنها، نشان داده شده است. هندسه‌ی تصادفی محیط فیلتر با استفاده از توابع تولید اعداد تصادفی در زبان برنامه نویسی فرترن و استفاده از اعداد تصادفی به دست آمده به عنوان مراکز فیبرها ایجاد شده است. توجه شود که به منظور استفاده از روش می و همکاران [۲۵] برای محاسبات مربوط به مرز منحنی، حدافل فاصله بین مرزهای سیلندرهای مجاور، ۴ واحد شبکه در نظر گرفته شده است.

در مورد آرایش تصادفی علاوه بر ضخامت محیط فیلتر، تأثیر ارتفاع دامنه‌ی حل نیز روی ضریب افت فشار بررسی شده است. در [۳۱] محیط فیلتر به صورت مربع در نظر

جدول ۱- نیروی درگ بی‌بعد برای سیلندر واقع در بین دو صفحه موازی در جریان خزشی

$F_D/\mu U_0$	
کار حاضر	۸/۹۱۶
بن ریچاو و همکاران [۲۹]	۹/۲۳۵
فاکسن [۳۰]	۸/۹۰۶

#### ۴-۱- بررسی استقلال نتایج از تراکم شبکه

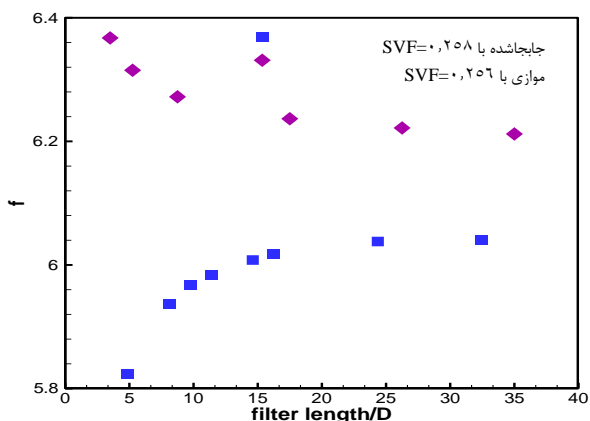
برای هر یک از آرایش‌های موازی (برای حالت  $\alpha=0/349$ ) و جابجاشده (برای حالت  $\alpha=0/403$ )، ضریب افت فشار برای تعداد تقسیمات مختلف قطر فیبر، جدول ۲، تعیین شده است. در مورد آرایش تصادفی، از آنجایی که تولید تصادفی مراکز سیلندرها با توجه به موقعیت آنها بر حسب قطر کنترل و مقید شده تا از هم‌پوشانی آنها اجتناب شود، با تغییر قطر شرایط چیدمان تغییر می‌کند و چون مقدار افت فشار به چیدمان وابسته است، مقایسه‌ی مقادیر به دست آمده از دو تقسیم بندی مختلف قطر منطقی به نظر نمی‌رسد بنابراین در حالت تصادفی نیز از نتیجه به دست آمده برای آرایش منظم بهره گرفته شده است. بنابراین با توجه به تغییرات کمتر از ۱٪ با ظریفتر شدن مش نسبت به  $D/24$  این شبکه به عنوان مناسب‌ترین شبکه جهت دستیابی به دقت مناسب و هزینه محاسباتی معقول برای شبیه سازی انتخاب شده است.

جدول ۲- تغییرات ضریب افت فشار با تعداد تقسیمات قطر سیلندر

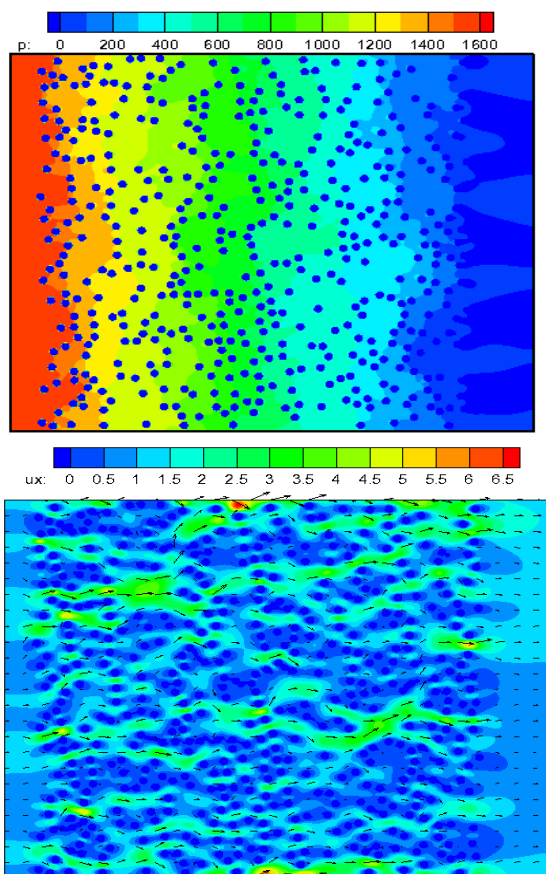
فاکتور افت فشار		$\Delta$
موازی	جابجا شده	
۱۶/۹۶	۲۲/۰۹	D/۱۸
۱۶/۴۶	۲۲/۷۱	D/۲۴
۱۶/۵۰	۲۲/۸۱	D/۳۶
۱۶/۵۴	۲۲/۸۱	D/۴۸

#### ۴-۲- بررسی استقلال نتایج از اندازه محیط فیلتر

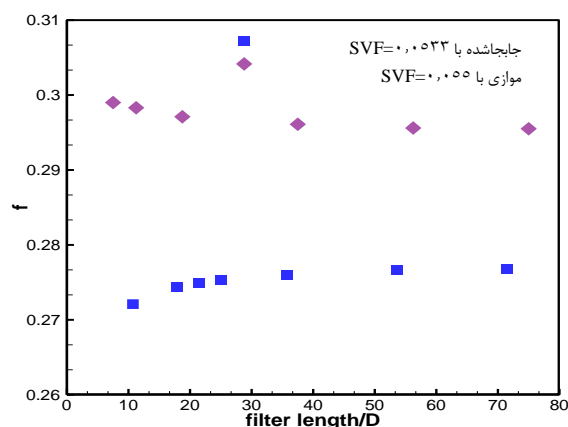
به منظور داشتن نتایجی که به اندازه‌ی میدان حل وابسته نباشد، هم برای آرایش منظم و هم برای آرایش تصادفی فیبرها در دو کسر حجمی جامد کم و زیاد، ضریب افت فشار برای محیط‌های فیلتر با اندازه‌های مختلف مقایسه



شکل ۳- تغییرات ضریب افت فشار با ضخامت محیط فیلتر برای دو آرایش موازی و جایجاشده در SVF پایین (سمت راست) و SVF بالا (سمت چپ)

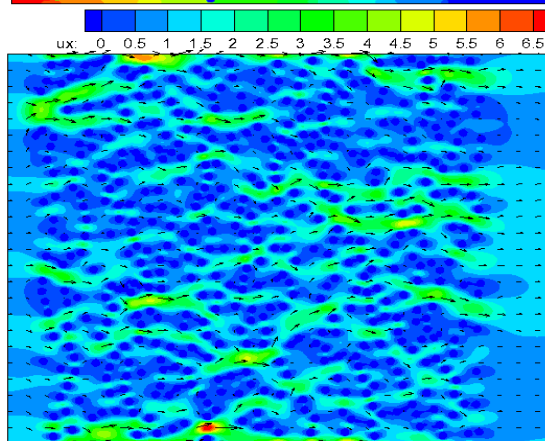
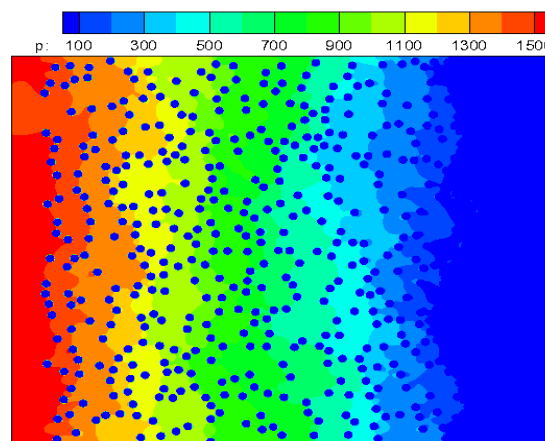


گرفته شده است که اندازه‌ی آن با استفاده از کسر حجمی جامد مورد نظر و تعداد سیلندرها قابل محاسبه است. آنها عدم وابستگی افت فشار را به تعداد سیلندر معیار بزرگی اندازه‌ی محیط فیلتر دانستند در حالی که در بررسی‌هایی که در تحقیق حاضر صورت گرفته است مشخص است که ارتفاع دامنه‌ی حل تأثیر بیشتری در کاهش نوسانات آماری ناشی از توزیع تصادفی فیبرها دارد. در واقع با افزایش ارتفاع محیط فیلتر، چیدمان تصادفی را به حالتی واقعی نزدیک‌تر شده و تأثیر مرزهای تناوبی روی آرایش فیبرها کاهش می‌یابد. می‌توان با کوچکتر در نظر گرفتن ضخامت محیط فیلتر از هزینه‌های محاسباتی کاست. در تراکم‌های پایین تر جهت استقلال نتایج به اندازه بزرگتر محیط فیلتر احتیاج است زیرا سیلندرها فضای بیشتری برای تغییر مکان در اختیار دارند و امکان ایجاد توزیع کاملاً ناهمگن آنها فراهم است. در جداول ۳ و ۴ مقادیر میانگین ضریب افت فشار برای اندازه‌های مختلف محیط فیلتر به ترتیب برای دو کسر حجمی کم و زیاد آورده شده است. مقادیر انحراف معیار مربوط به ۵ تکرار در هر مورد نیز آورده شده است. مشاهده می‌شود که با بزرگتر شدن محیط فیلتر مقدار انحراف معیار کاهش یافته و این به معنی تأثیرپذیری کمتر نتایج از چیدمان تصادفی است.



مقیاس میکرو به عنوان میکروفیبرها هستیم، مشاهده شد که حدود عدد رینولدز خیلی کمتر از ۱ و عموماً در حد ۰/۲ است. عدد رینولدز در مقیاس حفره است و بر اساس سرعت متوسط جریان ورودی و قطر فیبر تعریف شده است. با در نظر گرفتن قطر فیبر در حد ۲۰ μm و سرعت حرکت هوا در فیلترهای فیبری در حدود ۱۰ cm/s، عدد رینولدز ۰/۱۷ به دست می‌آید. در این مقاله اعداد رینولدز ۰/۱۵، ۰/۴، ۰/۳، ۰/۲ و ۰/۱ در نظر گرفته شده است.

با توجه به اینکه جریان عبوری از فیلترهای فیبری عموماً در شرایط با اعداد رینولدز پایین (کمتر از ۱) هستند و این نکته که در جریان‌های با اعداد رینولدز پایین، رژیم جریان خزشی یا دارسی، اثرات اینرسی در برابر اثرات لزجت ناچیز است. در چنین جریان‌هایی افت فشار با سرعت متناسب است [۱۸] و با توجه به تعریف ضریب افت فشار، رابطه (۱۱)، انتظار می‌رود که تغییر سرعت ورودی (به عبارت دیگر تغییر عدد رینولدز) تأثیری بر ضریب افت فشار نداشته باشد. این موضوع در شکل ۵ بررسی شده است و مشاهده می‌شود که برای تمام آرایش‌ها، تغییرات  $f$  با عدد رینولدز ناچیز بوده و تقریباً ثابت باقی مانده است. این موضوع هم برای مقادیر کسر حجمی جامد بالا و هم برای کسر حجمی جامد پایین بررسی شده است. به این ترتیب با توجه به تأثیر ناچیز عدد رینولدز بر افت فشار در این محدوده اعداد رینولدز، در کار حاضر عدد رینولدز برابر ۰/۲ انتخاب شده است.



شکل ۴- کانتور فشار، سرعت و بردارهای سرعت متناظر با دو چیدمان تصادفی مختلف با کسر حجمی جامد ۰/۱۵

جدول ۳- مقادیر میانگین ضریب افت فشار و مقادیر انحراف معیار متناظر با ۵ تکرار مربوطه برای  $\alpha=0.05$  برای ابعاد مختلف محیط فیلتر

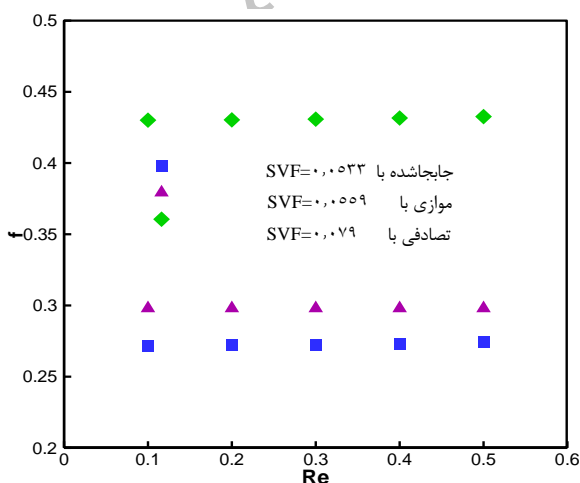
اندازه فیلتر	50D	40D	30D	20D
$f$	۰/۱۷۷۹	۰/۱۷۹۵	۰/۱۷۶۷	۰/۲۳۷۸
انحراف معیار	۰/۰۰۵	۰/۰۰۷	۰/۰۱۵	۰/۱۱

جدول ۴- مقادیر میانگین ضریب افت فشار و مقادیر انحراف معیار متناظر با ۵ تکرار مربوطه برای  $\alpha=0.262$  برای ابعاد مختلف محیط فیلتر

اندازه فیلتر	50D	40D	30D	20D
$f$	۶/۵۶۲	۶/۶۱۶	۶/۶۱۰	۶/۲۹۲
انحراف معیار	۰/۱۵۱	۰/۲۶۱	۰/۳۱۷	۰/۴۸۳

### ۳-۴- بررسی تأثیر عدد رینولدز

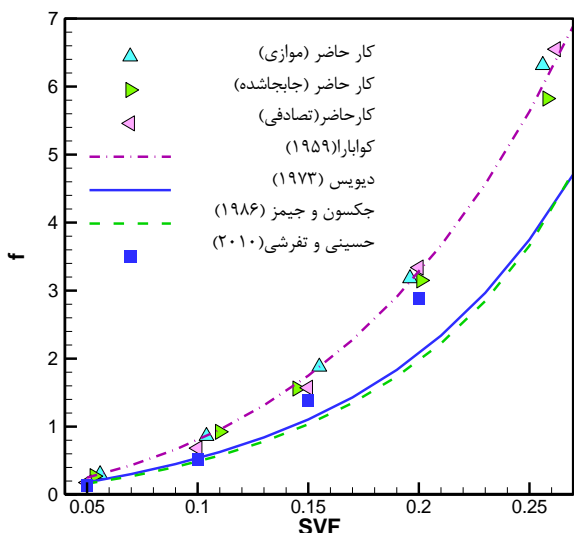
با بررسی مقالات [۸، ۱۰، ۱۲، ۱۳، ۱۸] و توجه به اینکه ما علاقه مند به داشتن جریان حول سیلندرهایی در





جدول ۵- تغییرات ضریب افت فشار با کسر حجمی جامد فیلتر برای آرایش تصادفی فیبرها

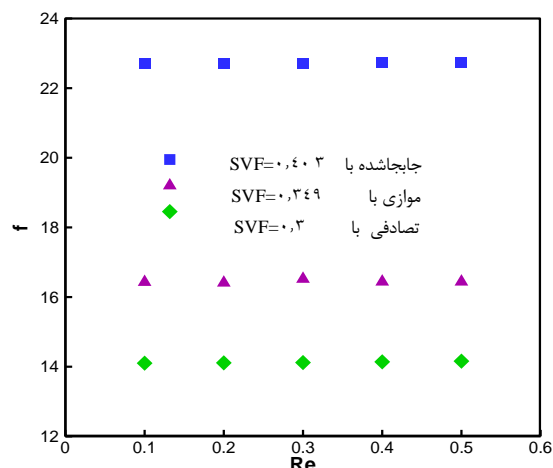
انحراف معیار	فاکتور افت فشار	کسر حجمی جامد
۰/۰۰۵	۰/۱۷۷۹	۰/۰۵
۰/۰۴۵	۰/۶۸۳۲	۰/۱
۰/۰۹۲	۱/۵۷۲۴	۰/۱۵
۰/۱۳۳	۳/۳۳۹۲	۰/۲
۰/۱۵۱	۶/۵۶۲۰	۰/۲۶۲



شکل ۶- مقادیر ضریب افت فشار در کسر حجمی های مختلف و برای آرایش های فیبر متفاوت

در جدول ۵ مقادیر ضریب افت فشار در کسرهای حجمی جامد مختلف، برای آرایش تصادفی آورده شده است. همانطور که قبلاً بیان شد، برای هندسه تصادفی با توجه به تأثیر پذیری نتایج از نحوه چیدمان فیبرها، برای هر حالت ۵ بار شبیه سازی تکرار شده و نتایج متوسط گیری شده اند. در جدول ۵ مقادیر متوسط به عنوان مقادیر f عنوان شده اند و انحراف معیار مربوط به مقادیر ۵ تکرار در هر شبیه سازی نیز بیان شده است.

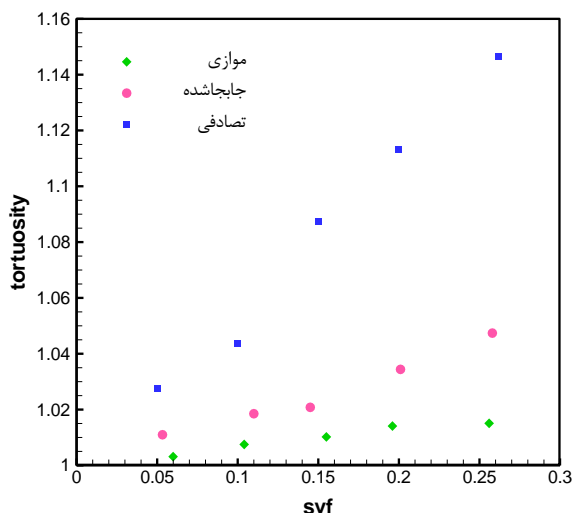
مقدار افت فشار (میانگین نتیجه چند تکرار شبیه سازی) بر واحد طول فیلتر برابر  $33/1 \text{ kPa/m}$  ارائه شده است که با توجه به قطر فیبر  $10 \mu\text{m}$ ، سرعت ورودی  $0/1 \text{ m/s}$  و لزجت هوا در شرایط استاندارد  $18/27 \mu\text{Pa/s}$  و استفاده از رابطه ۱۳، مقدار ضریب افت فشار به دست آمده توسط آنها در این مورد برابر  $0/453$  است. در جدول ۶ این مقدار با آنچه در کار حاضر به دست آمده و همچنین با نتایج سایر مراجع مقایسه شده است. مشاهده می شود که نتیجه به دست آمده برای ضریب افت فشار برای محیط فیبری با آرایش تصادفی به صورت دوبعدی با آنچه به صورت سه بعدی انجام شده تقریباً برابر است. اختلاف موجود را می توان به مقدار نواسانات آماری ناشی از چیدمان تصادفی نسبت داد که در واقع مقادیر ارائه شده مقادیر میانگین حاصل از چند تکرار شبیه سازی تصادفی هستند.



شکل ۵- تغییرات ضریب افت فشار بر حسب عدد رینولدز برای SVF کم (سمت راست) و SVF بالاتر (سمت چپ) در آرایش های مختلف فیبرها

در تحقیق فتوتی و همکاران [۱۴] شبیه سازی سه بعدی برای فیلتر فیبری با کسر حجمی جامد  $0/075$  انجام شده است و اثر دو جهت گیری درون صفحه ای و خارج صفحه ای فیبرها روی نتایج بررسی شده است. نتایج آنها نشان داده است که برای ذرات بزرگ (در حد میکرومتر)، فیبرهای موازی با هم که در واقع نشان دهنده صفر بودن هر دو زاویه ی مورد بررسی است منجر به عملکرد بهتر فیلتر می شود. مقادیر به دست آمده برای ضریب افت فشار در کار حاضر برای سه آرایش متفاوت موازی، جابجاشده و تصادفی برای کسر حجمی جامدهای مختلف با مقادیر حاصله از روابط تئوری و تجربی موجود [۴-۶] و همچنین نتایج حل عددی دوبعدی حسینی و تفرشی [۳۱] در شکل ۶ مقایسه شده است.

گردید. به منظور مقایسه و تحلیل نتایج حاصله از نتایج ارائه شده در مراجع که یا به صورت تجربی و یا به صورت عددی به دست آمده اند، بهره گرفته شد. مشاهده شد که نتایج آرایش منظم با نتایج آرایش تصادفی و با شدت بیشتر با نتایج تجربی فاصله داشته که این به معنی خطای استفاده از آرایش منظم به عنوان مدل ساده شده فیلتر فیبری، مخصوصاً برای فیلترهای با تراکم کمتر فیبر، است. استفاده از آرایش تصادفی به عنوان مدل فیلتر می-تواند راهگشا باشد اما باید به این نکته دقت شود که در آرایش تصادفی تغییر چیدمان فیبرها روی نتایج تأثیرگذار است. بنابر این هر چه تعداد دفعات تکرار شبیه سازی افزایش یابد، همچنین هر چه محیط در نظر گرفته شده برای فیلتر بزرگتر باشد می توان به نتایج با نوسان کمتری دست یافت. در شرایطی که توزیع فیبرها در محیط فیلتر همگن باشد، نوسان نتایج کمتر می شود. در کسر حجمی های بالاتر اختلاف ضریب افت فشار حاصله از آرایش منظم و تصادفی کاهش یافته است و استفاده از آرایش منظم قابل قبول است.



شکل ۷- مقادیر تورئوسیتی در کسر حجمی های مختلف و برای آرایش های فیبر متفاوت

همچنین با مقایسه نتایج حاصله از این تحلیل دو بعدی و شبیه سازی سه بعدی مشابه در مراجع، مشاهده شد که

جدول ۶- مقایسه ضریب افت فشار به دست آمده برای آرایش های مختلف با آنچه در مراجع مختلف آورده شده است برای فیلتر با کسر حجمی جامد ۰/۰۷۵

کوآبارا [۶]	دیویس [۴]	جکسون [۵]	فتوتی [۱۴]	f
۰/۴۹۰	۰/۳۳۹	۰/۳۰۵	۰/۴۵۳	حسینی [۳۱]
کار حاضر	کار حاضر	کار حاضر	(تصادفی)	(موازی)
۰/۳۳۱	۰/۵۲۲	۰/۵۲۲	۰/۴۱۵	f
				(جایگاشده)

با توجه به شکل ۸، می توان افت فشار را با استفاده از تابع  $f=A\alpha(1+B\alpha^2)$ ، به کسر حجمی جامد مرتبط کرد. ضرایب این چند جمله ای به نحوه آرایش فیبرها در محیط فیلتر وابسته هستند که در جدول ۷ ارائه شده اند.

جدول ۷ ضرایب مربوط به رابطه  $f=A\alpha(1+B\alpha^2)$

آرایش	A	B
جایگاشده	۵/۵۵	۴۵
موازی	۵/۳۴	۵۴
تصادفی	۳/۷۴	۸۵

در شکل ۷ تغییرات تورئوسیتی متوسط با کسر حجمی جامد برای آرایش های مختلف فیبرها نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، تغییر آرایش فیبرها روی مقدار تورئوسیتی تأثیرگذار است. در مورد آرایش تصادفی مقدار تورئوسیتی نسبت به آرایش های منظم بیشتر است. همچنین مشاهده می شود که تأثیرپذیری تورئوسیتی از کسر حجمی جامد برای آرایش تصادفی بیشتر از دو آرایش منظم است.

## ۵- نتیجه گیری

به منظور بررسی اثر چیدمان فیبرها در فیلترهای فیبری بر ضریب افت فشار که کمیتی مهم در ارزیابی عملکرد فیلترهای فیبری است، سه آرایش مختلف برای فیبرها در نظر گرفته شد. در دو آرایش موازی و جایگاشده، فیبرها به صورت منظم و در آرایش سوم فیبرها به صورت تصادفی در محیط فیلتر چیده شده اند. با توجه به توانایی روش شبکه بولتزن در شبیه سازی هندسه های پیچیده از این روش برای مدل سازی محیط فیلتر فیبری استفاده

استفاده از شبیه سازی دوبعدی در مواردی خاص می تواند مناسب و کم هزینه تر باشد.

## ۵- مراجع

- [۱] Brown, R. C. (1993). Air filtration: an integrated approach to the theory and applications of fibrous filters: Pergamon press New York.
- [۲] Spurny, K. R. (۱۹۹۸). Advances in Aerosol Gas Filtration: CRC Press.
- [۳] Tien, C. (۲۰۱۲). Principles of filtration: Access Online via Elsevier.
- [۴] Davies, C. N. (۱۹۷۳). Air filtration. London: Academic Press.
- [۵] Jackson, G. W. and James, D. F. (1986). The permeability of fibrous porous media, The Canadian Journal of Chemical Engineering, vol. ۶۴, pp. ۳۶۴-۳۷۴.
- [۶] Kuwabara, S. (1959). The forces experienced by randomly distributed parallel circular Cylinder or Spheres in a viscous flow at small Reynolds numbers, Journal of The Physical Society of Japan, vol. ۱۴.
- [۷] Lee, K. W. and Liu, B. Y. H. (1982). Theoretical Study of Aerosol Filtration by Fibrous Filters, Aerosol Science and Technology, vol. ۱, pp. ۱۴۷-۱۶۱.
- [۸] Kirsch, V. A. (2007). Stokes flow in model fibrous filters, Separation and Purification Technology, vol. ۵۸, pp. ۲۸۸-۲۹۴.
- [۹] Liu, Z. G. and Wang, P. K. (۱۹۹۷). Pressure Drop and Interception Efficiency of Multifiber Filters, Aerosol Science and Technology, vol. ۲۶, pp. ۳۱۳-۳۲۵.
- [۱۰] Chen, S., Cheung, C. S., Chan, C. K., and Zhu, C. (2002). Numerical simulation of aerosol collection in filters with staggered parallel rectangular fibres, Computational Mechanics, vol. ۲۸, pp. ۱۵۲-۱۶۱.
- [۱۱] Liu, Z. G. and Wang, P. K. (1996). Numerical Investigation of Viscous Flow Fields Around Multifiber Filters, Aerosol Science and Technology, vol. ۲۵, pp. ۳۷۵-۳۹۱.
- [۱۲] Przekop, R., Moskal, A., and Gradon, L. (2003). Lattice-Boltzmann approach for description of the structure of deposited particulate matter in fibrous filters, Aerosol Science, vol. ۳۴, pp. ۱۳۳-۱۴۷.
- [۱۳] Rao, N. and Faghri, M. (۱۹۸۸). Computer Modeling of Aerosol Filtration by Fibrous Filters, Aerosol Science and Technology, vol. ۸, pp. ۱۳۳-۱۵۶.
- [۱۴] Fotovati, S., Vahedi Tafreshi, H., and Pourdeyhimi, B. (2010). Influence of fiber orientation distribution on performance of aerosol filtration media, Chemical Engineering Science, vol. 65, pp. ۵۲۸۵-۵۲۹۳.
- [۱۵] Hosseini, S. A. and Vahedi Tafreshi, H., (2010). Modeling permeability of 3-D nanofiber media in slip flow regime, Chemical Engineering Science vol. ۶۵ pp. ۲۲۴۹-۲۲۵۴.
- [۱۶] Hosseini, S. A. and Vahedi Tafreshi, H., (۲۰۱۰), 3-D simulation of particle filtration in electrospun nanofibrous filter, Powder Technology vol. ۲۰۱, pp. ۱۵۳-۱۶۰.
- [۱۷] Vahedi Tafreshi, H., A Rahman, M. S., Jaganathan, S., Wang, Q., and Pourdeyhimi, B. (2009). Analytical expressions for predicting permeability of bimodal fibrous porous media, Chemical Engineering Science, vol. ۶۴, pp. ۱۱۵۴-۱۱۵۹.
- [۱۸] Wang, Q., Maze, B., Tafreshi, H. V., and Pourdeyhimi, B. (2006). A case study of simulating submicron aerosol filtration via lightweight spun-bonded filter media, Chemical Engineering Science, vol. ۶۱, pp. ۴۸۷۱-۴۸۸۳.
- [۱۹] Wang, H., Zhao, H., Guo, Z., and Zheng, C. (2012). Numerical simulation of particle capture process of fibrous filters using Lattice Boltzmann two-phase flow model, Powder Technology, vol. 227, pp. ۱۱۱-۱۲۲.
- [۲۰] Wang, H., Zhao, H., Wang, K., He, Y., and Zheng, C. (2013). Simulation of filtration process for multi-fiber filter using the Lattice-Boltzmann two-phase flow model, Journal of Aerosol Science, vol. ۶۶, pp. ۱۶۴-۱۷۸.
- [۲۱] Filippova, O. and Hänel, D. (1997). Lattice-Boltzmann simulation of gas-particle flow in filters, J. Fluid Mech., vol. ۹۸, p. ۳۶.
- [۲۲] Lantermann, U. and Hänel, D. (2007). Particle Monte Carlo and lattice-Boltzmann methods for simulations of gas-particle flows, Computers & Fluids, vol. ۳۶, pp. ۴۰۷-۴۲۲.
- [۲۳] Succi, S. (2001). The Lattice Boltzmann Equation for fluid dynamics and beyond: Clarendon press. Oxford.
- [۲۴] Zou, Q. and He, X. (1997). On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, Physics of Fluids, vol. ۹, p. ۱۵۹۱.

- [۲۵] Mei, R., Luo, L.-S., and Shyy, W. (1999). An accurate curved boundary treatment in the lattice Boltzmann method, *Journal of Computational Physics*, vol. ۱۵۵, pp. ۳۰۷-۳۳۰.
- [۲۶] Mei, R., Shyy, W., Yu, D., and Luo, L.-S. (۲۰۰۰). Lattice Boltzmann Method for ۳-D Flows with Curved Boundary, *Journal of Computational Physics*, vol. ۱۶۱, pp. ۶۸۰-۶۹۹.
- [۲۷] Tahir, M. and Tafreshi, H. V. (۲۰۰۹). Influence of fiber orientation on the transverse permeability of fibrous media, *Physics of Fluids*, vol. ۲۱, p. ۰۸۳۶۰۴.
- [۲۸] Nabovati, A. and Sousa, A. C. M. (2007). Fluid flow simulation in random porous media at pore level using the lattice Boltzmann method, *Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 2, pp. 226-۲۳۷.
- [۲۹] Ben Richou, A., Ambari, A., and Naciri, J. K. (2004). Drag force on a circular cylinder midway between two parallel plates at very low Reynolds numbers—Part 1: Poiseuille flow (numerical), *Chemical Engineering Science*, vol. ۵۹, pp. ۳۲۱۵-۳۲۲۲.
- [۳۰] Faxén, H. (1946). Forces exerted on a rigid cylinder in a viscous fluid between two parallel fixed planes: *Generalstabens Litografiska Anstalts Förl.*
- [۳۱] Hosseini, S. A. and Tafreshi, H. V. (2010). Modeling particle filtration in disordered 2-D domains: A comparison with cell models, *Separation and Purification Technology*, vol. ۷۴, pp. ۱۶۰-۱۶۹.

Archive of SID