گرفتن ممان برگرداننده به صورت چندجملهای درجه سه

از روش تعميم يافته كريلو-بكو ليوبو٣ براي حل پريود يكي

حرکت در حوزه زمان استفاده کرده است. او همچنین در

سال ۲۰۰۰ با انتخاب جمله ممان میرایی به صورت سه نوع

مختلف و جمله ممان برگرداننده به دو فرم چندجملهای

درجه سه و پنج از زاویه غلت، منحنی پاسخ رول را در هر

حالت برحسب فركانس با هم مقايسه كرده است [٣]. گو

[۴] در سال ۲۰۰۴ پس از مدلسازی فیزیکی حرکت رول

و بی بعدسازی معادله حاکم بر آن از تابع ملنیکوف ۴ برای

تحلیل حرکت استفاده کرده است. در سال ۲۰۱۱، شینگ

شبیهسازی و آنالیز حساسیت ارتعاشات غیرخطی حرکت غلت شناور

چکیدہ	اطلاعات مقاله
	دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۶/۲۵
در این تحقیق، مدلسازی ریاضی حرکت غیر خطی غلت کشتی مورد مطالعه قرار	پذیرش مقاله: ۱۳۹۴/۰۲/۲۳
گرفتـه اسـت. پـس از اسـتخراج معادلـه بـی.بعـد حـاکم بـر حرکـت حـول محـور طـولی	
شناور، روش مقیاسهای چندگانـه بـرای حـل معادلـه غیرخطـی بـه کـاربرده شـده اسـت.	واژگان کلیدی:
معادله حرکت در دو حالت بـدون تحریـک و بـا تحریـک هارمونیـک مـورد بررسـی قـرار	حركت غلت شناور،
گرفتـه اسـت. بـه منظـور اعتبـار سـنجی پاسـخهـای بدسـتآمـده بـه روش مقیـاسهـای	روش مقیاسهای چندگانه،
چندگانه، پاسخ بدست آمـده بـرای یـک نمونـه در هـر دو حالـت، بـا حـل عـددی معادلـه	منحنی پاسخ فرکانسی،
مقایسه شده و تطابق خوبی بدست آمده است. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف	تحریک هارمونیک،
سیستم مانند ضریب میرایی و ضریب ممان برگرداننده بر پاسخ فرکانسی سیستم	تشدید.
در فرکانس تشدید اول و سوپرهارمونیک بررسی شده است. سـپس آنـالیز حساسـیت	
سیستم در حالت تحریک هارمونیک بـه دو روش انجـام شـده و نتـایج بـا هـم مقایسـه	
گردیده است.	

محمد مهدی جلیلی^{۱، *}،سعید ابراهیمی^۲،ندا رحمت^۳

۱- مقدمه

حرکت حول محور طولی شناور بحرانی ترین حرکتی است که موجب واژگونی آن می گردد. لذا مطالعه نوسانات غلت شناورها مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. اولین قدم برای مطالعه حرکت حول محور طولی، مدل-سازی حرکت و استخراج معادله حاکم بر حرکت است. معادله حرکت رول شامل جملات خطی و غیرخطی در ممان برگرداننده و ممان میرایی است. در سال ۲۰۰۵، بولین [۱] برای حل معادله حرکت از روش میانگین گیری۲ استفاده کرده است. در سال ۱۹۹۹، تیلن [۲] با در نظر

^{*.} پست الكترونيك نويسنده مسئول: jalili@yazd.ac.ir

۱. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

۳. کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد

² Averaging technique

³ Krylov-Bogoliubov

⁴ Melnikov

و مک کو [۵] معادله حرکت غلت کشتی را یک بار به صورت معادله ديفرانسيل جزئي و بار ديگر به صورت معادله دیفرانسیل معمولی مدل کردهاند و سپس با استفاده از روش شبکه عصبی براساس داده آزمایشگاهی موجود به تخمین پارامترهای معادله حرکت ارائه شده، پرداختهاند. پسمان و همکاران [۶] به بررسی تأثیر میرایی در حرکت غیرخطی غلت کشتی پرداختهاند و نتیجه گرفتهاند که میرایی نقش مهمی در حرکت و کاهش دامنه ماکزیمم دارد. در سال ۲۰۰۳، با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه ۱، تحلیل حرکت غیرخطی غلت کشتی در امواج منظم دریا بر اساس تقریب ممان برگرداننده به صورت یک چند جملهای مرتبه هفت بر حسب زاویه رول نسبی انجام شده است [۷]. پس از تحلیل، دامنه و فاز نوسانات در حالت پایدار بدست آمده و پایداری روش حل با استفاده از روش لیاپونوف بررسی گردیده است. هوی و فنگ [۸] در سال ۲۰۱۰ با استفاده از یک نرمافزار به تحلیل عددی پاسخ حالت پایدار حرکت غلت کشتی پرداختهاند و حرکت را در حالت تشدید و پایدار بررسی کردہاند.

در زمینه آنالیز حساسیت، در سال ۱۹۹۴ بیکداش و همکاران [۹] با استفاده از تحلیل ملنیکوف به مطالعه تأثیر میراییهای مختلف بر حرکت غیرخطی غلت کشتی پرداخته و حساسیت تغییر پارامترها در حرکت را بررسی کردهاند. در سال ۲۰۰۲ یک مدل چهار درجه آزادی کشتی برای کاربردهای کنترلی مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۰]. در همین راستا، مدلهای خطی و غیرخطی فضای حالت ارائه شده است. در ادامه، کیفیت مدل خطی نسبت پارامترها مورد مطالعه قرار گرفته است. وانگ و همکاران پارامترها مورد مطالعه قرار گرفته است. وانگ و همکاران آزادی مانور یک کشتی به شبیهسازی حرکت پرداختهاند. آزادی مانور یک کشتی به شبیهسازی حرکت پرداختهاند. میرس، بر اساس دادههای شبیهسازی آنالیز حساسیت به روش مستقیم بر روی ضرایب هیدرودینامیکی انجام گردیده

است با حذف ضرایب با حساسیت کمتر مطابق با نتایج آنالیز، مدل ریاضی سادہتر شدہ است.

در این مقاله، پس از تعریف معادله حاکم بر حرکت غلت شناور و بیبعدسازی آن با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه به حل تحلیلی معادله پرداخته می شود. در ابتدا، معادله حاکم با فرض نیروی تحریک صفر بررسی شده و پاسخ بدست آمده با حل عددی آن مقایسه می شود. همچنین، به حل معادله تحت تأثیر نیروی هارمونیک پرداخته می شود. پس از استخراج معادله پاسخ فرکانسی، تأثير تغيير پارامترهايي نظير ضريب ميرايي خطي، ضرايب خطی و غیرخطی ممان بر گرداننده بر روی پاسخ فرکانسی در حالت تشدید اول و سوپرهارمونیک بررسی شده است. در ادامه، با اعمال آنالیز حساسیت با استفاده از دو روش، میزان حساسیت تغییرات حرکت رول در حالت تحریک هارمونیک به تغییر پارامترهای سیستم مورد مطالعه قرار می گیرد. با توجه به تحقیقات منتشر شده در زمینه بررسی حرکت غلت یک شناور، حل تحلیلی به روش مقیاسهای چندگانه به منظور تحلیل رفتار سوپرهارمونیک شناور و همچنین آنالیز حساسیت اعمال شده از ویژگیهای بارز تحقیق حاضر در مقایسه با سایر کارها محسوب میشود.

۲- معادله حرکت غلـت شـناور حـول محـور طولی

مطابق شکل (۱) شناور (کشتی) دارای شش درجه آزادی شامل سه حرکت انتقالی و سه حرکت دورانی است. دوران حول محور طولی بحرانیترین حرکت شناور است که باعث واژگونی آن میشود و لذا دارای اهمیت بسیاری است. فرم کلی معادله حرکت حول محور طولی شناور به فرم زیر نوشته میشود [۳]. (۱) $(I_{xx}) = M(t) + C(\phi, \phi) + C(\phi) = H(t)$ که در آن *I* شامل ممان اینرسی حول محور طولی (I_{xx}) است. در و جرم افزوده ناشی از سیال پیرامون سازه (X_{xx}) است. در نتحه:

¹ Method of Multiple Scales (MMS)

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\Delta C_1}{I}} \tag{11}$$

با تعریف $x = \varphi = t_0$ و $\tau = \omega_0 t_0$ و جایگذاری در معادله (۱۰) داریم:

$$\omega_0^2 I \frac{d^2 x}{d\tau^2} + B\omega_0 \frac{dx}{d\tau} + B_q \omega_0 \omega_0^2 \left(\frac{dx}{d\tau}\right)^3 + \Delta C_1 x - \Delta C_3 x^3 = F_{sea}$$
(17)

در نتیجه معادله بیبعد شده ارتعاشات شناور حول محور طولی آن به صورت زیر بدست میآید.

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{B\omega_0}{\Delta C_1}\frac{dx}{d\tau} + \frac{B_q\omega_0}{I}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^3 + x - \frac{C_3}{C_1}x^3 = \frac{F}{\Delta C_1} \quad (1\%)$$

Pitch
 Surge

$$y$$
 y
 y

در رابطه بالا *۶* پارامتر کمکی است که میتواند به اندازه کافی کوچک باشد. با جایگذاری پارامترهای (۱۴) درمعادله (۱۳) معادله بیبعد شده به شکل زیر تبدیل می گردد.

$$\ddot{x}(\tau) + \varepsilon^2 \delta_1 \dot{x}(\tau) + \varepsilon \delta_2 \dot{x}^3(\tau) + x - \alpha x^3 \qquad (1\Delta)$$
$$= \varepsilon f \cos(\Omega \tau + \varphi_c) + \varepsilon f_0$$

$$I = I_{xx} + \delta I_{xx} \tag{(1)}$$

ممان میرایی مطابق [۳] به سه حالت زیر بیان می شود.

$$B_1(\dot{\varphi}) = B_L \dot{\varphi} + B_N \dot{\varphi}^2 \tag{(7)}$$

$$B_2(\varphi, \dot{\varphi}) = B_L \dot{\varphi} + B_N \varphi^2 \dot{\varphi} \tag{(f)}$$

$$B_3(\dot{\varphi}) = B_L \dot{\varphi} + B_N \dot{\varphi}^3 \tag{(a)}$$

ممان میرایی به صورت یک چندجملهای بر حسب سرعت زاویهای ϕ بیان میشود، که شامل ضرایب خطی B_L و غیر خطی B_N است. در این مقاله ممان میرایی به صورت $(\phi) B_3$ در نظر گرفته شده است. به طور معمول ممان برگرداننده به صورت یک چندجملهای درجه فرد از φ است که از درجات بالای آن در حل معادله صرف نظر میشود و به دو فرم چند جملهای درجه سه و چندجملهای درجه پنج مطابق روابط زیر فرمول بندی میشود [۳].

$$GZ = C_1 \varphi + C_3 \varphi^3 + C_5 \varphi^5 \tag{(\%)}$$

$$GZ = C_1 \varphi - C_3 \varphi^3 \tag{Y}$$

ضرایب معادلات (۶) و (۷) از منحنی GZ بر حسب φ بدست می آیند بطوریکه C_1 ضریب خطی و C_3 و C_5 ضرایب غیرخطی آن است [۲]. در این پژوهش ممان بر گرداننده به صورت چندجملهای درجه سه فرض شده است. در نتیجه معادله حرکت مطابق مرجع [۴] به صورت زیر تبدیل می-گردد.

$$(I_{xx} + \delta I_{xx})\ddot{\varphi} + B\dot{\varphi} + B_q\dot{\varphi}^3 + \Delta GZ = F_{sea}(t) \qquad (\Lambda)$$

در رابطه بالا Δ مقدار سیال جابجا شده و F_{sea} گشتاور تحریک خارجی ناشی از ضربات امواج دریا است که در اینجا به صورت رابطه (۹) فرض و در قسمت ۳–۲ استفاده شده است.

$$F_{sea}(t) = Fcos(\omega_e t + \varphi_c) + F_0$$
 (۹)
 F_0 در رابطه (۹)، F دامنه گشتاور، ω_e فرکانس تحریک و (۸)
(۸) ممان ثابت است. با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۸)
معادله زیر بدست میآید.

 $I\ddot{\varphi} + B\dot{\varphi} + B_q\dot{\varphi}^3 + \Delta(C_1\varphi - C_3\varphi^3) = F_{sea}(t)$ (۱۰) مطابق رابطه (۱۰) فرکانس طبیعی سیستم خطی شده از رابطه زیر محاسبه میشود.

177

۳-۱- ارتعاشات آزاد

در این قسمت، معادله بی بعد شده حرکت حول محور طولی با فرض نیروی تحریک صفر f = 0 مورد بررسی قرار می-گیرد. در اینصورت معادله (۱۵) به صورت زیر نوشته می-شود.

$$\ddot{x} + \varepsilon^2 \delta_1 \dot{x} + \varepsilon \delta_2 \dot{x}^3 + x - \alpha x^3 = 0 \tag{19}$$

با استفاده از رابطه

$$T_n = \varepsilon^n t \qquad n = 0, 1, 2 \dots \tag{1Y}$$

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \cdots$$

$$\frac{d^2}{dt} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + (1\lambda)$$

$$\frac{1}{dt^2} = D_0^{-1} + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^{-1} (D_1^{-1} + 2D_0 D_2) + 2\varepsilon^3 (D_1 D_2 + D_0 D_3) + \cdots$$

$$x(t;\varepsilon) = \sum_{i=1}^{3} \varepsilon^{n} x_{n}(t) + o(\varepsilon^{4})$$
(19)

با جایگذاری روابط (۱۸) و (۱۹) در معادله بی بعد شده (۱۶) معادله زیر حاصل می گردد.

$$\begin{pmatrix} D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + 2\varepsilon^3 (D_1 D_2 + D_0 D_3) + \cdots)(\varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \varepsilon^3 x_3(t) + \cdots) + \varepsilon^2 \delta_1 & (D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \cdots)(\varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \varepsilon^3 x_3(t) + \cdots) + \varepsilon \delta_2 [(D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \cdots)(\varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \varepsilon^3 x_3(t) +)]^3 + \varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \varepsilon^3 x_3(t) - \alpha(\varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \varepsilon^3 x_3(t) + \cdots)^3 = 0$$

$$(Y \cdot)$$

$$\varepsilon^{1}: D_{0}^{2} x_{1} + x_{1} = 0 \tag{(1)}$$

$$\varepsilon^2 : D_0^2 x_2 + 2D_0 D_1 x_1 + x_2 = 0 \tag{(11)}$$

$$\varepsilon^{3}: D_{0}^{2}x_{3} + 2D_{0}D_{1}x_{2} + (D_{1}^{2} + 2D_{0}D_{2})x_{1} + \delta_{1}D_{0}x_{1} + x_{3} - \alpha x_{1}^{3} = 0$$
(YY)

$$\varepsilon^{4}: D_{0}^{2}x_{4} + 2D_{0}D_{1}x_{3} + (D_{1}^{2} + 2D_{0}D_{2})x_{2} + 2D_{1}D_{2}x_{1} + 2D_{0}D_{3}x_{1} + \delta_{1}D_{0}x_{2} + \delta_{1}D_{1}x_{1} + \delta_{2}(D_{0}x_{1})^{3} + x_{4} - \alpha(3x_{1}^{2}x_{2}) = 0$$
(74)

جواب عمومی معادله (۲۱) به صورت زیر میباشد.

$$x_1 = A(T_1, T_2, T_3)e^{iT_0} + \bar{A}(T_1, T_2, T_3)e^{-iT_0}$$
(Y Δ)

با جایگذاری رابطه (۲۵) در رابطه (۲۲) رابطه زیر بدست می آید.

$$D_0^2 x_2 + x_2 = -2iD_1 A e^{iT_0} + c.c$$
 (19)

$$D_1 A = 0 \tag{YY}$$

در نتیجه می توان نوشت:
$$A = A(T_2, T_3) \tag{7}$$

$$x_2 = 0 \tag{(Y9)}$$

و

$$\begin{split} D_0^2 x_3 + x_3 &= -2D_2 Aie^{iT_0} + 2D_2 \bar{A}ie^{-iT_0} - \delta_1 Aie^{iT_0} + \\ \delta_1 \bar{A}ie^{-iT_0} + \alpha \Big(A^3 e^{3iT_0} + 3A^2 \bar{A}e^{iT_0} + 3A \bar{A}^2 e^{-iT_0} + \\ \bar{A}^3 e^{-3iT_0} \Big) \end{split} \tag{(7.)}$$

برای حذف ترمهای نامحدود از روابط فوق باید:

$$-2D_{2}Ai - \delta_{1}Ai + 3\alpha A^{2}\overline{A} = 0$$
 (۳۱)
با فرض $A = \frac{1}{2}ae^{i\beta}$ و جایگذاری در رابطه قبل داریم:

$$-i\left(\frac{da}{dT_{2}}e^{i\beta} + ai\frac{d\beta}{dT_{2}}e^{i\beta}\right) - i\frac{\delta_{1}}{2}ae^{i\beta} + \frac{3}{8}\alpha a^{3}e^{i\beta} = 0$$
(۳۲)
(۳۲) با جدا کردن بخش های حقیقی و موهومی از رابطه (۳۲)
روابط زیر حاصل می گردند.

$$\frac{da}{dT_2} + \frac{\delta_1}{2}a = 0$$

$$\frac{d\beta}{dT_2} + \frac{3}{8}\alpha a^2 = 0$$
(TT)

با حل معادلات بالا ضرایب a و β به صورت زیر بدست میآیند.

$$a = c_1(T_3)e^{-\frac{\delta_1}{2}T_2}$$

$$\beta = \frac{3\alpha}{8\delta_1}c^2{}_1e^{-\delta_1T_2} + c_2(T_3)$$
(٣f)

$$D_0^2 x_3 + x_3 = \alpha A^3 e^{3iT_0} + \alpha \bar{A}^3 e^{-3iT_0}$$
(°\D)

سال پانزدهم، شماره ۴۹، تابستان ۱۳۹۶

جلیلی، ابراهیمی و رحمت

$$c_{2} = -\frac{\frac{3\alpha}{8\delta_{1}}e^{-\delta_{1}T_{2}}}{\left(\frac{3}{8}\delta_{2}e^{-\delta_{1}T_{2}}T_{3}+c_{3}\right)} + c_{4}$$
 (۴۴)

در نتيجه:

$$\beta = \frac{3\alpha}{8\delta_1} \left(\frac{e^{-\delta_1 T_2}}{\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2} T_3 + c_3} \right) - \frac{\frac{3\alpha}{8\delta_1} e^{-\delta_1 T_2}}{\left(\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2} T_3 + c_3\right)} + c_4 = c_4$$
(F Δ)

$$+ c_4 = c_4$$

$$A = \frac{1}{2}ae^{i\beta} = \frac{1}{2}\frac{e^{-\frac{\delta_1}{2}T_2}}{\left(\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2}T_3 + c_3\right)^{.5}}e^{ic_4}$$
(*?)

با فرض مقدار ثابت $\overline{c}_3 = \varepsilon c_3$ و با محاسبه x_1 و x_3 از روابط (۲۵) و (۳۶) و جایگذاری آن در رابطه (۱۹) مقدار x محاسبه می شود.

$$x = \frac{e^{-\frac{B\omega_0}{2\Delta c_1}t}}{2\left(\frac{3Bq\omega_0}{8-l}e^{-\frac{B\omega_0}{2\Delta c_1}t}t+c_3\right)^{0.5}}e^{i(c_4+t)} - \frac{\alpha}{64}\frac{e^{-\frac{3B\omega_0}{2\Delta c_1}t}}{\left(\frac{3Bq\omega_0}{8-l}e^{-\frac{B\omega_0}{2\Delta c_1}t}t+c_3\right)^{\frac{3}{2}}}e^{3i(c_4+t)} + c.c$$
(۴۷)

$$x = \frac{e^{-\frac{B\omega_{0}}{2\Delta c_{1}}t}}{\left(\frac{3}{8}\frac{B_{a}\omega_{0}}{I}e^{-\frac{B\omega_{0}}{\Delta c_{1}}t}t + \overline{c_{3}}\right)^{0.5}}\cos(t + c_{4})$$

$$-\frac{\alpha}{32}\frac{e^{-\frac{3B\omega_{0}}{2\Delta c_{1}}t}}{\left(\frac{3}{8}\frac{B_{a}\omega_{0}}{I}e^{-\frac{B\omega_{0}}{2\Delta c_{1}}t}t + \overline{c_{3}}\right)^{\frac{3}{2}}}\cos(3(t + c_{4}))$$
(FA)

در رابطه فوق، ضرایب \overline{c}_3 و c_4 از شرایط اولیه مسأله محاسبه می شوند.

۲-۳- پاسے سیستم تحت تاثیر نیروی هارمونیک

در تعیین پاسخ اجباری سیستم در این قسمت فرض شده است که فرکانس تحریک از فرکانس طبیعی سیستم خطی شده به اندازه کافی دور باشد. در این قسمت معادله حرکت مطابق [۵] به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\ddot{\varphi} + b_1 \dot{\varphi} + b_3 \dot{\varphi}^3 + \left(C_1 \varphi - \dot{C}_3 \varphi^3 \right)$$

= $F \cos(\omega_e t + \varphi_c) + F_0$ (f9)

$$x_{3} = -\frac{\alpha}{8} \left(\frac{1}{8} c_{1}^{3} e^{-\frac{3}{2} \delta_{1} T_{2}} e^{3i\beta} \right) e^{3iT_{0}} - \frac{\alpha}{8} \left(\frac{1}{8} c_{1}^{3} e^{-\frac{3}{2} \delta_{1} T_{2}} e^{-3i\beta} \right) e^{-3iT_{0}}$$
(37)

با قرار دادن روابط (۲۵)، (۲۹) و (۳۶) در (۲۴) رابطه زیر حاصل می شود.

$$\begin{split} D_0^2 x_4 + x_4 &= -2D_0 D_3 x_1 - \delta_2 (D_0 x_1)^3 = (\Upsilon Y) \\ -2D_3 A i e^{iT_0} + 2D_3 \bar{A} i e^{-iT_0} - \delta_2 \big(i A e^{iT_0} - i \bar{A} e^{-iT_0} \big)^3 &= \\ (-2iD_3 A - 3\delta_2 i A^2 \bar{A}) e^{iT_0} + (2iD_3 \bar{A} + 3\delta_2 i A \bar{A}^2) e^{-iT_0} + \\ i \delta_2 A^3 e^{3iT_0} + \cdots \end{split}$$

برای حذف ترمهای نامحدود از رابطه (۳۷) باید رابطه زیر برقرار باشد.

$$2D_3A + 3\delta_2A^2\bar{A} = 0 \tag{(\%)}$$

با جایگذاری A به صورت قطبی در معادله بالا داریم:

$$\left(\frac{da}{dT_3}e^{i\beta} + ai\frac{d\beta}{dT_3}e^{i\beta}\right) + \frac{3}{8}\delta_2 a^3 e^{i\beta} = 0 \tag{(49)}$$

با جدا کردن بخشهای حقیقی و موهومی معادله فوق، رابطه (۴۰) به صورت زیر حاصل می گردد.

$$\frac{da}{dT_3} + \frac{3}{8}\delta_2 a^3 = 0 \qquad (\text{(ii)} + \hat{\mathbf{f}} \cdot \mathbf{j})$$

$$u\frac{dp}{dT_3} = 0 \qquad (- \epsilon)$$

با جایگذاری رابطه (۳۴) در رابطه (۴۰– الف) مقدار *C*₁ به صورت زیر بدست می آید.

$$c_1 = \frac{1}{\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2} T_3 + c_3^{0.5}}$$
(۴۱)

با جایگذاری c_1 در رابطه (۳۴)، ضرایب a و β به صورت زیر محاسبه می گردند.

$$a = c_1(T_3)e^{-\frac{\delta_1}{2}T_2} = \frac{e^{-\frac{\delta_1}{2}T_2}}{\left(\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2}T_3 + c_3\right)^{0.5}}$$

$$\beta = \frac{3\alpha}{8\delta_1} \left(\frac{e^{-\delta_1 T_2}}{\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2}T_3 + c_3}\right) + c_2(T_3)$$
(F7)

مطابق رابطه (۴۰– ب) ،
$$\frac{deta}{dT_3}=0$$
. در نتیجه میتوان
نوشت:

$$\frac{d\beta}{dT_3} = \frac{3\alpha}{8\delta_1} \left(\frac{\left(-\frac{3}{8}\delta_2 e^{-2\delta_1 T_2}\right)}{\left(\frac{3}{8}\delta_2 e^{-\delta_1 T_2} T_3 + c_3\right)^2} \right) + \frac{dc_2}{dT_3} = 0$$
 (FT)

در رابطه قبل
$$C_3' = -C_3$$
 است و فرکانس طبیعی سیستم خطی شده به صورت زیر تبدیل میشود.
 $\omega_0 = \sqrt{C_1}$ (۵۰)

معادله بیبعد شده ارتعاشات شناور حول محور طولی آن به صورت زیر بدست میآید.

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + \frac{b_1\omega_0}{\omega_0^2}\frac{dx}{d\tau} + \frac{b_3\omega_0}{\omega_0^2}\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^3 + x - \frac{\dot{C}_3}{C_1}x^3$$
$$= \frac{F}{\omega_0^2}\cos\left(\frac{\omega_e}{\omega_0}\tau + \varphi_c\right) + \frac{F_0}{\omega_0^2} \quad (\Delta^{1})$$

برای حل معادله غیرخطی (۴۹) تحت تأثیر نیروی هارمونیک پارامترهای رابطه (۱۳) به صورت زیر تعریف می-شوند.

$$\frac{b_1}{\omega_0} = \varepsilon \,\delta_1 \qquad b_3 \omega_0 = \varepsilon^2 \delta_2 \qquad \frac{\dot{c}_3}{c_1} = \varepsilon \hat{\alpha} \qquad (\Delta \Upsilon)$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} + \varepsilon \delta_1 \dot{x} + \varepsilon^2 \delta_2 \dot{x}^3 + x - \varepsilon \hat{\alpha} x^3 \\ &= \varepsilon f \cos(\Omega \tau + \varphi_c) + \varepsilon f_0 \end{aligned} \tag{\DeltaT}$$

$$c = x_0 + \varepsilon x_1 + \cdots \tag{(\Delta^{\texttt{f}})}$$

$$\begin{pmatrix} D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) + \cdots \end{pmatrix} (x_0 + \varepsilon x_1 + \cdots) + \varepsilon \delta_1 (D_0 + \varepsilon D_1 + \cdots) (x_0 + \varepsilon x_1 + \cdots) + \varepsilon^2 \delta_2 ((D_0 + \varepsilon D_1 + \cdots) (x_0 + \varepsilon x_1 + \cdots))^3 + x_0 + \varepsilon x_1 + \cdots - \varepsilon \hat{\alpha} (x_0 + \varepsilon x_1 + \cdots)^3 = \varepsilon f \cos(\Omega \tau + \varphi_c) + \varepsilon f_0 \quad (\Delta \Delta)$$

با جدا کردن ضرایب
$$\varepsilon^0$$
 و ε^1 روابط زیر بدست میآیند.

$$\varepsilon^0: D_0^2 x_0 + x_0 = 0 \tag{\Delta}$$

$$\varepsilon^{1}: D_{0}^{2} x_{1} + 2D_{0}D_{1}x_{0} + \delta_{1}D_{0}x_{0} + x_{1} - \hat{\alpha}x_{0}^{3} = \varepsilon f \cos(\Omega \tau + \varphi_{c}) + \varepsilon f_{0}$$
 (ΔY)

$$x_0 = A(T_1)e^{iT_0} + c.c \qquad (\Delta \Lambda)$$

$$\begin{split} D_0{}^2x_1 + x_1 &= -2(iD_1Ae^{iT_0} + c.c) - \delta_1(iAe^{iT_0} + c.c) + \hat{a}[A^3e^{3iT_0} + 3A^2\bar{A}e^{iT_0} + c.c] + \frac{f}{2}(e^{i(\Omega t + \varphi_c)} + c.c) + f_0 & (\Delta^q) \\ (\Delta^q) & (\Delta^q)$$

$$-i\left(\frac{da}{dT_{1}}e^{i\beta}+ai\frac{d\beta}{dT_{1}}e^{i\beta}\right)-\delta_{1}i\frac{a}{2}e^{i\beta}+3\hat{a}\frac{a^{3}}{8}e^{i\beta}=0$$
(۶۱)
با جدا کردن بخشهای حقیقی و موهومی معادله فوق
داریم:

$$-\frac{da}{dT_1} - \frac{\delta_1 a}{2} = 0$$

$$a \frac{d\beta}{dT_1} + \frac{3\hat{a}a^3}{8} = 0$$
(FY)

با حل معادله فوق، مقادیر a و eta به صورت زیر محاسبه میشوند.

هارمونیک در حالت تشدید اول (
$$\omega_{\alpha} \omega_{0}$$
)
در این حالت فرکانس تحریک به صورت زیر در نظر گرفته
می شود.
(۶۶)

در معادله (۵۹) علاوه بر ترمهای متناسب با e^{iT_0} که ترم نامحدود بودند، ترم $\frac{f}{2}e^{i\varepsilon\sigma T_0+i\varphi_c}$ ایجاد ترم نامحدود می-کند. با جایگذاری آن در رابطه (۶۰) و حذف ترم نامحدود باید داشته باشیم:

$$-2iD_1A - \delta_1 iA + 3\hat{\alpha}A^2\bar{A} + \frac{f}{2}e^{i\sigma T_1 + i\varphi_c} = 0 \qquad (\mathcal{F}Y)$$

با جایگذاری A به شکل قطبی و جدا کردن بخشهای حقیقی و موهومی داریم:

$$a\frac{d\beta}{dT_1} + \frac{3\hat{\alpha}a^3}{8} + \frac{f}{2}\cos(\sigma T_1 + \varphi_c - \beta) = 0 \qquad (1 - \beta \Lambda)$$
$$-\frac{da}{dT_1} - \frac{\delta_1 a}{2} + \frac{k}{2}\sin(\sigma T_1 + \varphi_c - \beta) = 0 \qquad (1 - \beta \Lambda)$$

با فرض
$$arphi_c = \sigma T_1 + arphi_c - eta$$
 و جایگذاری آن در رابطه ((۸) روابط زیر بدست میآیند.

$$a\dot{\gamma} = a\sigma + \frac{3\hat{a}}{8}a^3 + \frac{f}{2}\cos\gamma$$

$$\dot{a} = -\frac{\delta_1 a}{2} + \frac{f}{2}\sin\gamma$$
 (F9)

برای بدست آوردن پاسخ فرکانسی برای حالت پایدار باید (\dot{a} , $\dot{\gamma} = 0$). با جایگذاری رابطه فوق در معادله (۶۹) و حذف γ رابطه زیر حاصل میشود.

$$\left(a\sigma + \frac{3\hat{\alpha}}{8}a^3\right)^2 + \left(\frac{\delta_1 a}{2}\right)^2 = \frac{f^2}{4} \tag{Y}$$

معادله (۷۰) معادله پاسخ فرکانسی سیستم بوده و مقدار دامنه a را برحسب پارامتر σ و دامنه تحریک f می دهد. شکل ۲ منحنی پاسخ فرکانسی را برای دامنه تحریک شکل ۲ منحنی پاسخ فرکانسی را برای دامنه تحریک نمونه شناور نشان می دهد. مطابق شکل ۲ به علت غیر خطی بودن سیستم پدیده پرش در نمودار پاسخ فرکانسی مشاهده می شود بطوریکه با افزایش فرکانس، منحنی پاسخ فرکانسی مسیر ۱ تا ۲ را طی کرده و در نقطه ۲ به دامنه ماکزیمم می رسد. در این هنگام با اتفاق پدیده پرش، منحنی پاسخ فرکانسی از نقطه ماکزیمم به نقطه ۳ می رسد. ۲ در حالت کاهش فرکانس، منحنی پاسخ فرکانسی مسیر ۴ در حالت کاهش فرکانس، منحنی پاسخ فرکانسی مسیر ۶

می سد. در ادامه، با کاهش بیشتر فرکانس، مسیر ۶ تا ۷ را

$$x_0 = A(T_1)e^{iT_0} + \Lambda e^{i\Omega t + \varphi_c} + c.c$$
 (Y%)

$$\Lambda = \frac{1}{2}f(1 - \Omega^2)^{-1} \tag{YY}$$

با جایگذاری روابط (۷۶) و (۷۷) در رابطه (۷۵) رابطه زیر بدست میآید.



۴- اعتبارسنجی

به منظور اعتبارسنجی حل ارائه شده برای معادله (۱۵) در دو حالت ارتعاشات آزاد و ارتعاشات اجباری، پاسخ بدست آمده در این دو حالت به روش تحلیلی تحقیق حاضر با پاسخ بدست آمده از روش حل عددی مرجع [۵] در شکلهای ۴ و ۵ با هم مقایسه شدهاند. پارامترهای استفاده شده در حالت ارتعاشات آزاد و اجباری به ترتیب در جدولهای ۱ و ۲ ارائه شدهاند. همانطور که مشاهده میشود، پاسخهای بدست آمده از روش تحلیلی در هر دو حالت ارتعاشات آزاد و ارتعاشات اجباری تطابق بسیار خوبی با نتایج حل عددی مسأله دارند.

در این قسمت تأثیر تغییر پارامترهای شناور بر پاسخ فرکانسی سیستم مورد بررسی قرار گرفته است. شکلهای ۵ و ۶ به ترتیب تأثیر میرایی خطی سیستم را بر پاسخ فرکانسی در حالت تشدید اول و حالت سوپر هارمونیک ($\frac{o_0}{3} \approx \Omega$) نشان میدهد. همانطور که در شکل ۶ مشاهده میشود، با افزایش ضریب میرایی خطی، فرکانس تشدید اولیه به فرکانس طبیعی سیستم خطی شده نزدیکتر می-گردد. همچنین در شکل ۷ افزایش ضریب میرایی خطی باعث کاهش دامنه نوسانات میشود.

تأثیر ضریب غیرخطی ممان برگرداننده بر پاسخ فرکانسی سیستم در شکل ۸ و ۹ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۸ مشاهده میشود، با افزایش ضریب غیرخطی ممان برگرداننده، فرکانس تشدید اولیه از فرکانس طبیعی سیستم خطی شده فاصله بیشتری میگیرد. همانطور که در شکل ۹ نشان داده شده است، افزایش ضریب غیرخطی

$$\begin{split} & D_0^2 x_1 + x_1 = -2 \big(i D_1 A e^{i T_0} + c.c \big) - \\ & \delta_1 \big(i A e^{i T_0} + \Lambda i \Omega e^{i (\Omega t + \varphi_c)} + c.c \big) + \\ & \hat{a} \big[A^3 e^{3 i T_0} + \Lambda^3 e^{3 (i \Omega T_0 + \varphi_c)} + \\ & 3 A^2 \Lambda e^{2 i T_0 + i (\Omega T_0 + \varphi_c)} + 3 A \Lambda^2 e^{i T_0 + 2 i (\Omega T_0 + \varphi_c)} + \\ & 3 \big(A^2 e^{2 i T_0} + 2 A \Lambda e^{i T_0 + i (\Omega T_0 + \varphi_c)} + \\ & \Lambda^2 e^{2 i (\Omega T_0 + \varphi_c)} \big) \big(\bar{A} e^{-i T_0} + \Lambda e^{-i (\Omega T_0 + \varphi_c)} \big) + \\ & c.c \big] + f_0 \end{split}$$

برای حذف ترمهای نامحدود از معادله فوق باید رابطه زیر برقرار باشد. $-2iD_1A - \delta_1iA + \hat{\alpha}\Lambda^3 e^{i\sigma T_1 + i\phi_c} + 3\hat{\alpha}A^2\overline{A} + 6A\Lambda^2 = 0$ (۷۹)

با جایگذاری A به شکل قطبی و جدا کردن بخشهای حقیقی و موهومی داریم:

$$-\frac{da}{dT_1} - \delta_1 \frac{a}{2} + \hat{\alpha} \Lambda^3 \sin(\sigma T_1 + \varphi_c - \beta) = 0$$

$$a \frac{d\beta}{dT_1} + \hat{\alpha} \Lambda^3 \cos(\sigma T_1 + \varphi_c - \beta) + \frac{3}{8} \hat{\alpha} a^3 + 3a \Lambda^2 = 0$$
(A •)

با فرض $\varphi = \sigma T_1 + \varphi_c - \beta$ و جایگذاری آن در رابطه بالا روابط زیر بدست میآیند.

$$\dot{a} = -\delta_1 \frac{a}{2} + \hat{\alpha} \Lambda^3 \sin \gamma$$

$$a\dot{\gamma} = a\sigma + \hat{\alpha} \Lambda^3 \cos \gamma + \frac{3}{8} \hat{\alpha} a^3 + 3a\Lambda^2$$
(A1)

 γ با قرار دادن $\dot{a} = \dot{\gamma} = 0$ در حالت پایدار و با حذف \dot{a} معادله پاسخ فرکانسی به صورت زیر حاصل می گردد.

$$\left(\frac{\delta_{1}a}{2}\right)^{2} + \left(a\sigma + \frac{3}{8}\hat{\alpha}a^{3} + 3a\Lambda^{2}\right)^{2} = \left(\hat{\alpha}\Lambda^{3}\right)^{2}$$
(AY)

معادله (۸۲) معادله پاسخ فرکانسی سیستم در این حالت بوده و مقدار دامنه a را برحسب پارامتر σ و دامنه تحریک Λ میدهد. شکل ۳ منحنی پاسخ فرکانسی را برای دامنه تحریک f = -...و مقادیر پارامترهای جدول ۲ برای یک نمونه شناور نشان میدهد. همانطور که در این شکل مشاهده میشود در این حالت پدیده پرش اتفاق نمی-افتد.

در حالت تشدید سوپرهارمونیک باعث افزایش دامنه نوسانات میشود. همچنین تأثیر تغییر ضریب خطی ممان برگرداننده در پاسخ فرکانسی تشدید اول و <u>∞</u> ≈ Ω در شکلهای ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده است. نتایج نشان میدهند که در حالت

تشدید اولیه در شکل ۱۰، کاهش ضریب خطی ممان برگرداننده، فرکانس تشدید اول را از فرکانس طبیعی سیستم خطی شده دور میکند. مطابق شکل ۱۱ در حالت تشدید سوپرهارمونیک، کاهش ضریب خطی ممان برگرداننده موجب کاهش دامنه نوسانات می شود.



جدول ۲- پارامترهای استفاده شده در حل تحلیلی و عددی [۵]						
مقدار	پارامتر	مشخصه	مقدار	پارامتر	مشخصه	
٩/٨٧٠٩	C_3	ضریب غیرخطی ممان برگرداننده [m]	•/••٣٢۶٣	b_1	ضریب میرایی خطی [kg.m ² /s]	
•/44•0	F	دامنه نیروی تحریک [Nm]	•/•••7447	b3	ضریب میرایی غیرخطی [kg.m ² /s]	
2/1202	$\omega_{_{e}}$	فرکانس نیروی تحریک [rad] s	17/887	C_1	ضریب خطی ممان برگرداننده [m]	
٠/٩١٠۶	F_0	نیروی ثابت [Nm]	$-\Upsilon/arsigma$	$arphi_0$	اختلاف فاز [rad]	







۶- آنالیز حساسیت

آنالیز حساسیت برای تعیین مقدار وابستگی خروجی مدل مورد نظر به پارامترهای ورودی مورد استفاده قرار می گیرد و روش مهمی برای بررسی کیفیت مدل ارائه شده و اعتبار تحلیل مورد نظر شناخته میشود [17]. روشهای مختلفی برای تعیین حساسیت پارامترها وجود دارد. در این مقاله، آنالیز حساسیت با استفاده از دو روش انجام گرفته و در نهایت نتایج بدست آمده با هم مقایسه شدهاند.

> *www.SID.ir* مجله مدلسازی در مهندسی

184

P - I - rررسی حساسیت پارامترها به روش موضعی برای ارزیابی حساسیت مدل تابع J_{roll} به صورت زیر تعریف میشود. در اینجا تأثیر تغییر پارامترها روی جابجایی غلت میشود. در اینجا تأثیر تغییر پارامترها روی جابجایی غلت تحت تأثیر نیروی هارمونیک بررسی شده است[۱۰ و ۱۳]. $J_{roll}(\tilde{p}) = \left| 100 \frac{\sum_{t=0}^{N} x(t, \tilde{p})^2 - \sum_{t=0}^{N} x(t, p)^2}{\sum_{t=0}^{N} x(t, p)^2} \right|^{(\Lambda m)}$ در رابطه (۸۳) $(X(t, \tilde{p}) - x(t, \tilde{p}))$ مقدار زاویه غلت به ازای مقدار

تغییر یافته \tilde{P} است. در اینجا N زمان شبیه سازی را نشان می دهد. در جدول ۳ مقادیر برای زمان ۱۰ ثانیه بدست آمده است و تمامی پارامترها در پاسخ غیرخطی $^{\&\Delta\pm}$ و $^{\pm1.\%}$ تغییر داده می شوند. نتایج بدست آمده از این روش در جدول ۳ ارائه شده است. در روش دیگر، مشتق جزئی زاویه غلت x نسبت به پارامتر ورودی به صورت زیر خواهد بود:

$$S = \frac{\partial x}{\partial p_i} \bigg|_{x_{i,0}} \tag{AF}$$

که در اینجا $P_{i,0}$ مقدار پارامتر مرجع را نشان میدهد. به طور معمول برای مقایسه حساسیت به پارامترهای مختلف از نظر حساسیت نسبی، لازم است که مقدار نرمال شده حساسیت به صورت زیر تعریف شود [۱۴].

$$NS = \frac{\partial x / x}{\partial p_i / p_{i,0}} = \frac{\partial x(t,p)}{\partial p_i} \frac{p_{i,0}}{x(t,p)} = S(t,p) \frac{p_{i,0}}{x(t,p)}$$
(A Δ)

NS_sum $avg(J_{roll})$ $avg(J_{roll})$ J_{roll} J_{roll} J_{roll} J_{roll} ±10% ±5% -10%+10%-5% +5% پارامتر 11/489 17/9951 8/1891 17/1010 17/777 ٨/٤٠٧٨ 3/1011 b_1 ۲/۳۰۰۹ 1/944 0/115 3/1/2/9 9/8.18 11.084 0/1749 C_1 ۱ ۸/۳۸ ۱ 17/1498 ۵/۸۹۷۶ 18/1891 11/77.1 7/4947 ٨/٣٠١١ C_3 F . 19999 ·/٣۶٧٣ ./198 ·18180 +/1189 · 1805V • / ٧ ٢ • ٣ .1818 5/11490 1/1774 1/2944 4/4749 1/7297 1/. 110 ω_{e}

در این رابطه S مقدار تغییر زاویه غلت کشتی نسبت به پارامترها در طول زمان شبیه سازی و x مقدار زاویه غلت در طول زمان مورد نظر میباشد. با توجه به اینکه در رابطه (۸۵) امکان تقسیم بر صفر به ازای مقادیر $0^{=x}$ در یک زمان مشخص وجود دارد، میتوان از رابطه (۸۶) با جمع مقادیر S و x در زمانهای مختلف به مقدار مشخص میزان حساسیت رسید [۱۵].

$$NS_sum = \sum_{t=0}^{N} |S(t,p)| \frac{P_{i,0}}{\sum_{t=0}^{N} |x(t,p)|}$$
(A9)

مجموع حساسیت نسبی NS_sum در طول زمان شبیه-سازی برای هر پارامتر در جدول ۳ نشان داده شده است.

۲-۶- مقایسه نتایج حاصل از آنالیز حساسیت

با توجه به جدول ۳ با تغییر پارامترهای مؤثر در پاسخ غلت کشتی تحت تأثیر نیروی هارمونیک، با استفاده از روش اول مقدار J_{rol} برای ضریب خطی ممان میرایی h و ضریب غیرخطی ممان برگرداننده C_3 بیشتر از سایر پارامترها است. از طرف دیگر، بر اساس روش دوم و مجموع حساسیت $^{NS}_{-}$ sum $^{NS}_{-}$ مطابق با جدول ۳، پاسخ غلت کشتی به ضرایب b_1 و C_3 مطابق با جدول ۳، پاسخ غلت کشتی به ضرایب می شود نتایج بدست آمده از دو روش با هم تطابق دارند. می شود نتایج بدست آمده از دو روش با هم تطابق دارند. مشاهده می شود که این دو پارامتر کمترین تأثیر را بر مشاهده می شود که این دو پارامتر کمترین تأثیر را بر افزایش ضریب میرایی خطی ممان برگرداننده در تشدید

اول موجب افزایش دامنه و چرخش منحنی از راست به

چپ می شود و در حالت سویر هارمونیک موجب کاهش

دامنه می شود. افزایش ضریب غیر خطی ممان بر گرداننده در

تشدید اول موجب چرخش منحنی از چپ به راست می شود

و کاهش دامنه و برای حالت سویرهارمونیک باعث افزایش

در پایان، آنالیز حساسیت پارامترهای موثر در یاسخ

سیستم تحت تأثیر نیروی هارمونیک به دو روش بررسی

گردید. مشاهده شد که پاسخ غلت شناور در حالت ارتعاشات

اجباری، به تغییرات ضریب خطی ممان میرایی و ضریب

غیر خطی ممان برگرداننده حساسیت بیشتری دارد. از

طرف دیگر، دامنه و فرکانس نیروی تحریک کمترین تاثیر

را بر تغییرات زاویه غلت دارا می باشند.

دامنه می شود.

۷- نتیجهگیری

در این مقاله به مدلسازی ارتعاشات آزاد و اجباری غلت یک شناور با استفاده از روش مقیاسهای چندگانه پراخته شد. به منظور اعتبارسنجی حل ارائه شده، پاسخ بدست آمده در هر دو حالت ارتعاشات آزاد و اجباری به ترتیب با نتایج حل عددی و نتایج ارائه شده در دیگر مراجع مقایسه شدند. با توجه به نتایج حاصل مشاهده شد که حل تحلیلی ارائه شده دقت مناسبی در تعیین پاسخ سیستم دارد. همچنین تأثیر پارامترهای مختلف سیستم مانند ضریب میرایی و ضریب ممان برگرداننده بر پاسخ فرکانسی سیستم در فرکانس ممان برگرداننده بر پاسخ فرکانسی سیستم در فرکانس افزایش ضریب میرایی خطی در هر دو حالت تشدید اول و افزایش ضریب میرایی خطی در هر دو حالت تشدید اول و

۸- مراجع

- [1] Bulian, G. (2004). "Approximate analytical response curve for a parametrically excited highly nonlinear 1-Dof system with an application to ship roll motion prediction", Real world Applications, Vol.5, pp.725-748.
- [2] Taylan, M. (1999), "Solution of the nonlinear roll model by a generalized asymptotic method", Ocean Engineering, Vol.26, pp.1169-1181.
- [3] Taylan, M. (2000), "The effect of nonlinear damping and restoring in ship rolling", Ocean Engineering, Vol.27, pp.921-932.
- [4] Gu, J.Y. (2004), "Nonlinear rolling motion of ship in random beam seas", Journal of marine science and technology, Vol.4, pp.273-279.
- [5] Xing, Z., McCue, L. (2011) "Modeling ship equations of roll motion using neural networks", Technical Paper, American Society of Naval Engineers.
- [6] Pesman, E., Bayraktra, D., Taylan, M. (2007) "Influence of damping on the roll motion of ships", The 2nd International Conference on Marine Research and Transportation (ICMRT'07), Ischia Naples, Italy, pp.127-133.
- [7] Eissa, M., EL-Bassiouny A.F. (2003) "Analytical and numerical solutions of a non-linear ship rolling motion", Applied Mathematics and Computation, Vol.134, pp.243-270.
- [8] Hui L.H, Fong, P.Y. (2010) "A Numerical study of ship's rolling motion", Conference on Mathematics, Statistics and its Applications, Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia.
- [9] Bikadash,M., Balachandran, B., Nayfeh, A. (1994) "Melnikov analysis for a ship with a general Roll-damping model", Nonlinear Dynamic, Vol.6, pp.101-124.
- [10] Perez, T., Blanke, M. (2002) "Mathematical ship modeling for control applications", Technical Report, Technical University of Denmark.

139

- [11] Wang, X.G., Zou, Z.J., Xu, F., Ren, R.Y. (2014) "Sensitivity analysis and parametric identification for ship manoeuvring in 4 degrees of freedom", Journal of Marine Science and Technology, Vol.19, pp.394-405.
- [12] Saltelli, A., Chan, K., Scott EM. (2000) "Sensitivity analysis", John Wiley & Sons.
- [13] Feng, X., Zao-jian, Z., Jian-chuan, Y., Jian, C. (2012) "Parametric identification and sensitivity Analysis for Autonomous underwater vehicles in diving plane", Journal of Hydrodynamics, Vol.24, pp.744-751.
- [14] Cacuci D.G. (2003) "Sensitivity and uncertainty analysis: theory, Vol. I", Chapman & Hall.
- [15] Eberhard P., Schiehlen, W., Sierts J. (2007) "Sensitivity analysis of inertial parameters in multibody dynamics simulations". 12th IFToMM World Congress, Besancon, Jun 18-21.