

## مقایسه مدل‌های PAR و MPAR در مدل‌سازی سری زمانی ماهانه دبی رودخانه تحت تأثیر عوامل هواشناسی (مطالعه موردی: رودخانه نازلوچای)

محمد ناظری تهرودی<sup>۱\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۵/۰۷	بیش از سه دهه است که هیدرولوژیست‌ها، استفاده از مدل‌های چندمتغیره را جهت توصیف و مدل‌سازی داده‌های پیچیده هیدرولوژی، توصیه می‌کنند. درحالی که به تازگی اهمیت مدل‌های چند متغیره در مهندسی آب مطرح شده است. در واقع در مدل‌های چند متغره با دخالت دادن عوامل موثر دیگر، می‌توان نتایج توصیف، مدل‌سازی و پیش‌بینی پارامترهای مختلف را بهبود بخشید. در این مطالعه با استفاده دو مدل تک متغیره پریودیک آرما و چند متغیره پریودیک آرما برای مدل‌سازی دبی ماهانه رودخانه نازلوچای واقع استان آذربایجان غربی در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۱ مورد مقایسه قرار گرفتند. نتایج بررسی و صحت سنجی داده‌های مدل شده نشان داد که مدل چند متغیره پریودیک آرما به دلیل دخالت پارامترهای هواشناسی بارش و دمای حوضه، از دقت بیشتری نسبت به مدل تک متغیره پریودیک آرما برخوردار است. هم‌چنین مدل منتخب، نقاط بیشینه و کمینه دبی‌ها را به شکل مناسبی برآورد می‌کند.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۲۶	
<b>واژگان کلیدی:</b> پریودیک آرما، پیش‌بینی، دبی رودخانه، مدل‌سازی، مدل‌های چند متغیره، مدل‌های خطی.	

### ۱- مقدمه

سری‌های زمانی تناوبی، معمولاً در مدل‌سازی داده‌های اقلیم‌شناسی، هیدرولوژی، اقتصاد، برق، مهندسی و غیره، کاربرد زیادی دارند. اولین تحقیقات در زمینه سری‌های پریودیک توسط جونز و بریل اسفورد [۱]، پاگانو [۲] و تروتمن [۳] انجام گرفته است. آن‌ها خواص اساس فرایندهای تک متغیره سری‌های پریودیک، تکنیک‌های استنباطی برآورد پارامترهای مدل‌سازی و پیش‌بینی و هم چنین ارتباط مدل‌های خود بازگشت چند متغیره را بررسی کردند. مدل‌های چند متغیره سری‌های پریودی آرما ابتدا توسط اولاً [۴ و ۵] مطرح و بعدها توسط فرانسیس و پاپ [۶] و لانتکیپول [۷] تعمیم داده شد. تحقیقات پایه در این زمینه هنوز کامل نشده است. از سال ۱۹۶۰ تلاش‌ها و پژوهش‌های گسترده‌ای در راستای تجزیه و تحلیل سری‌های استوکاستیک هیدرولوژی و مدل‌های تک‌متغیره تولید داده شروع شد. از آن پس نقشه‌کشی، طراحی و عملیاتی کردن سیستم‌های منابع آب اغلب با استفاده از چندین

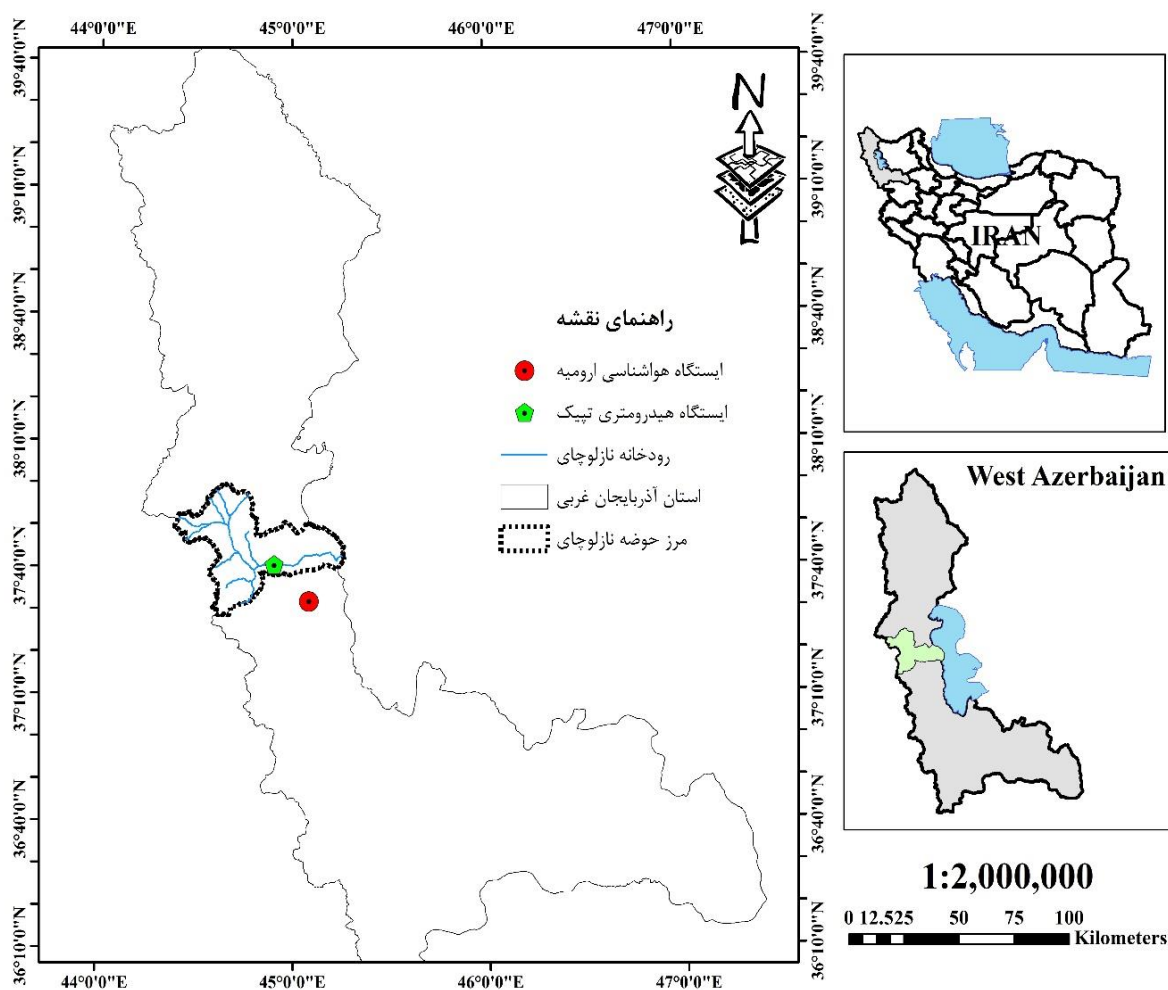
سری زمانی متعدد هیدرولوژیکی و منابع آبی صورت گرفتند و تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی چند متغیره‌ها شتاب گرفتند. مدل‌های مختلف چند متغیره اغلب توسط فایرینگ [۸]، ماتالاس [۹]، ماتالاس و ویلز [۱۰]، مژیا [۱۱]، والنشیا و اسپچاک [۱۲] و اکانل [۱۳] مطرح شد. ماتالاس [۹] مدل مارکف با پارامترهای ثابت چند متغیره با تاخیر ۱ را مطرح کرد. متعاقباً یانگ و پیسانو (۱۹۶۸) یک روش ساده قابل استفاده با استفاده از مدل ماتالاس توصیه کرد. اکانل [۱۳] مدل‌های چند متغیره  $ARMA(1,1)$  با پارامترهای ثابت را مطرح کرد. والنشیا و اسپچاک [۱۲] با استفاده از مدل‌های چند متغیره مشخصات کواریانس سالانه و فصلی را تولید کردند. و آنها به این نتیجه رسیدند که مدل چند متغیره ماتالاس، مدل ویژه‌ای از مدل‌های توده‌ای است. ماتالاس و ویلز [۱۰] پارامترهای آماری مدل چند متغیره تئوری فراکتال گوسین را تعیین کردند و آن را به عنوان مدل‌های چند متغیره سری‌های هیدرولوژی مطرح کردند. مژیا [۱۱] مدل‌های چند متغیره

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m\_nazeri2007@yahoo.com

۱. دانشجوی دکتری منابع آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند

که در مورد سری‌های دوره‌ای تا زمانی که ضرایب ثابت در نظر گرفت می‌شوند، معمولاً متفاوت هستند. اصولاً استفاده از سری‌های چند متغیره در مدل‌سازی‌ها و پیش‌بینی‌های هیدرولوژی، نتایج بهتری از مدل‌های تک متغیره ارائه می‌کند. هدف از این مقایسه و ارزیابی مدل تک متغیره پریودیک آرما و مدل چندمتغیره پریودیک خودهمبسته در مدل‌سازی سری زمانی ماهانه دبی رودخانه نازلوچای واقع در استان آذربایجان غربی است. در این تحقیق از داده‌های دبی ماهانه رودخانه نازلوچای واقع در ایستگاه تپیک و داده‌های ماهانه بارش و دمای شهرستان ارومیه استفاده شده است. شکل (۱) منطقه مورد مطالعه و موقعیت رودخانه نازلوچای را نشان می‌دهد. مشخصات ایستگاه هواشناسی و مشخصات آماری سری‌های زمانی مورد مطالعه نیز به شرح جدول ۱ ارائه گردید.

شکونده خطی را مطرح کرد. ناظری تهرودی و همکاران [۱۵] با استفاده از سری زمانی پریودیک آرما، دمای ایستگاه سینوپتیک شهر کرمان را مورد بررسی و مدل‌سازی قرار دادند. آن‌ها با انتخاب مدل مناسب و پیش‌بینی دمای منطقه مورد مطالعه نشان دادند که دمای هوا در سال‌های ۲۰۰۵ به بعد نسبت به سال‌های قبل افزایش دارد. به طور کلی مشخص است که سری‌های زمانی دوره‌ای هیدرولوژی مثل فصلی، ماهانه، هفتگی و روزانه دارای ویژگی‌های دوره‌ای و تصادفی سری‌های زمانی است. ویژگی‌های دوره‌ای معمولاً با میانگین دوره‌ای، انحراف معیار استاندارد دوره‌ای و ضریب چولگی دوره‌ای تعریف می‌شود، در حالی که ویژگی تصادفی ممکن است با ضریب همبستگی ثابت یا دوره‌ای نشان داده می‌شود. برای سری سالانه، ضریب همبستگی‌ها ثابت در نظر گرفته می‌شود، با این حال، این طوری نیست



شکل ۱: موقعیت رودخانه نازلوچای در محدوده استان آذربایجان غربی

جدول ۱: مشخصات ایستگاه هواشناسی و داده‌های مورد استفاده در مقیاس فصلی

ایستگاه هواشناسی					
پارامتر	ایستگاه	دوره آماری	متوسط	طول	عرض
دما	ارومیه	۱۳۴۱-۱۳۹۰	۱۱/۳۴ (°C)	۴۵ ۳	۳۷ ۴۰
بارش	ارومیه	۱۳۴۱-۱۳۹۰	۲۷/۴۲ (mm)	۴۵ ۳	۳۷ ۴۰
ایستگاه هیدرومتری					
رودخانه	ایستگاه	دوره آماری	متوسط دبی (m <sup>3</sup> /s)	طول	عرض
نازلوچای	تپیک	۱۳۴۱-۱۳۹۰	۱۱/۵	۴۴ ۵۴	۳۷ ۴۰

جدول ویلکاکسون مقایسه می‌شود و در صورت بزرگ بودن حجم نمونه از توزیع نرمال برای رد یا پذیرش فرض صفر استفاده می‌شود [۱۷].

### ۲-۲- آزمون ران تست

آزمون تصادفی بودن داده‌ها، آزمون ران تست می‌باشد که یک آزمون آماری غیرپارامتری است و ابتدا توسط آبراهم والد و جاکوب ولفوویتس پیشنهاد گردید که در اصل برای تصادفی بودن داده‌ها استفاده می‌شود [۱۷].

$$R = r_a + r_b \quad (2)$$

$$Z = \frac{R - \left(\frac{2n_a n_b}{n_a + n_b} + 1\right)}{\sqrt{\frac{2n_a n_b (2n_a n_b - n_a - n_b)}{(n_a + n_b)^2 (n_a + n_b - 1)}}} \quad (3)$$

که در این معادلات،  $n_a$  داده‌های کمتر از شاخص مرکزی میانه،  $n_b$  داده‌های بیشتر از شاخص مرکزی،  $r_a$  و  $r_b$  به ترتیب تعداد دنباله داده‌های کمتر و بیشتر از شاخص مرکزی هستند. مقدار این عبارت در سطح معنی‌دار ۹۰، ۹۵ و ۹۹ درصد بررسی می‌شود [۱۸].

### ۳- مدل‌های MPAR

به منظور مدل‌سازی مدل‌های چند متغیره فصلی یا سالیانه، نیازمند دنباله متوالی چندین سری زمانی داده‌های فصلی یا سالانه منطقه مورد مطالعه است. به طور کلی مدل‌های چندمتغیره پربودیک خودهمبسته برای  $n$  ایستگاه به صورت رابطه (۴) محاسبه می‌گردد:

$$Y_{v,\tau} = \sum_{i=1}^p \varphi_{i,\tau} Y_{v,\tau-i} + \varepsilon_{v,\tau} \quad (4)$$

که در آن  $Y_{v,\tau}$  یک ماتریس  $N \times 1$  از داده‌های نرمال

به منظور بررسی روند داده‌های بارش، دما و دبی ایستگاه‌های هواشناسی و هیدرومتری موجود در استان آذربایجان غربی از روش من - کندال و در صورت وجود روند، از روش تفاضل گیری استفاده می‌شود. در این روش داده‌ها به ترتیب نزولی مرتب و هر داده از داده ماقبل خود کسر می‌شود و روند داده‌های سری زمانی از بین می‌رود.

### ۲- آماده‌سازی داده‌ها

قبل مدل‌سازی لازم است آزمون استقلال و همگنی داده‌ها مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور از روش والد - ولفوویتس (ران - تست) برای بررسی استقلال و از روش ویلکاکسون برای بررسی همگنی داده‌های مورد مطالعه استفاده شده است.

### ۲-۱- آزمون ویلکاکسون<sup>۱</sup>

زمانی که در یک تحقیق هدف مقایسه یک متغیر در دو وضعیت متفاوت باشد و در صورت عدم برقراری فرض نرمال بودن نمونه می‌توان از آزمون ناپارامتری ویلکاکسون برای مقایسه دو گروه وابسته استفاده نمود. این آزمون با در نظر گرفتن اختلاف مثبت و منفی بودن تفاوت داده‌ها اقدام به برآورد همگنی داده‌ها می‌کند [۱۶].

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}} \quad (1)$$

که در آن  $n$  حجم نمونه مورد استفاده و  $T$  مجموع رتبه‌های داده‌هایی است که افزایش تفاوت (یا کاهش تفاوت) داشته‌اند. آماره‌ی حاصل با توجه به یک طرفه یا دوطرفه بودن فرض مقابل مورد بررسی قرار می‌گیرد. در صورتی که حجم نمونه‌ها کوچک باشد این آماره با مقدار حاصل از

<sup>۱</sup> Wilcoxon

مدل‌های خودهمبسته با پارامترهای دوره‌ای، مدل‌هایی هستند که تمام یا قسمتی از پارامترهای آن در سال‌های مختلف، متفاوت و یا دوره‌ای است. مدل خودهمبسته با پارامترهای دوره‌ای به صورت رابطه (۱۱) برآورد می‌شوند:

$$Z_{v,\tau} = \sum_{j=1}^p \varphi_j Z_{v,\tau-j} + \varepsilon_{v,\tau} \quad (11)$$

که در آن داده‌های نرمال شده با میانگین صفر برای سال  $v$  و زمان  $\tau$  (ماه، فصل و غیره)،  $\varphi_j$  نیز  $z$  امین ضریب تابع دوره‌ای خودهمبسته و  $\varepsilon_{v,\tau}$  نیز سری باقی‌مانده مدل با میانگین صفر و انحراف معیار یک است. ضرایب تابع خودهمبسته مدل‌های PAR برای مدل AR(1) از رابطه خطی (۱۲) قابل محاسبه است:

$$\varphi_{1,\tau} = \rho_{1,\tau}, \quad \tau = 1, 2, 3, \dots, w \quad (12)$$

و همچنین برای مدل AR(2) با استفاده از روابط (۱۳) و (۱۴) قابل محاسبه است:

$$\phi_{1,\tau} = \frac{\rho_{1,\tau} - \rho_{1,\tau-1} \cdot \rho_{2,\tau}}{1 - \rho_{1,\tau-1}^2} \quad \tau = 1, 2, \dots, w \quad (13)$$

$$\phi_{2,\tau} = \frac{\rho_{2,\tau} - \rho_{1,\tau-1} \cdot \rho_{1,\tau-1}}{1 - \rho_{1,\tau-1}^2} \quad \tau = 1, 2, \dots, w \quad (14)$$

و در نهایت:

$$\phi_{k,\tau} = \frac{\rho_{k,\tau} - \sum_{j=1}^{k-1} \rho_{k,\tau(j-1)} \cdot \rho_{k-1,\tau-1}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k,\tau(j-1)} \cdot \rho_{k,\tau}} \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (15)$$

که در آن  $\rho_{k,\tau}$  با استفاده از رابطه (۱۶) محاسبه می‌گردد.

$$\rho_{k,\tau} = \sum_{j=1}^p \varphi_{j,\tau} \cdot \rho_{k-j,\tau} \quad , \quad k > 0 \quad (16)$$

## ۵- بحث و نتایج

در این مطالعه از داده‌های دبی جریان رودخانه نازلوچای (متر مکعب بر ثانیه) و بارش و دمای ایستگاه سینوپتیک ارومیه استفاده شده است. نتایج بررسی اولیه داده‌ها نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از روابط موجود در جداول ۲، ۳ و ۴ به ازای ضریب چولگی نزدیک به صفر، بطور مناسبی نرمال می‌شوند. بعد از نرمال شدن داده‌های

شده مشاهداتی با میانگین صفر و انحراف معیار یک به اندازه  $v$  سال و  $\tau$  فصل،  $\varphi_{1,\tau}, \varphi_{2,\tau}, \varphi_{3,\tau}, \dots, \varphi_{p,\tau}$  ماتریس  $N \times N$  پارامترهای مدل خودهمبسته پیرودیک و  $\varepsilon_{v,\tau}$  یک ماتریس  $N \times 1$  از سری باقی‌مانده مدل یا میانگین صفر و ماتریس  $N \times N$  واریانس - واریانس است. این ماتریس به زمان و خودهمبستگی با تاخیر صفر وابسته است.

تشریح مدل چندمتغیره پیرودیک AR(1)

$$Z_{v,\tau} = A_{1,\tau} Z_{v,\tau-1} + B_{\tau} \varepsilon_{v,\tau} \quad (5)$$

که در آن  $A_1$  و  $B$  ماتریس پارامترهای مدل هستند که به شکل رابطه (۶) تعریف می‌شوند:

$$\begin{bmatrix} Z_t^{(1)} \\ Z_t^{(2)} \\ \vdots \\ Z_t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^{11} & a^{12} & \dots & a^{1n} \\ a^{21} & a^{22} & \dots & a^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a^{n1} & a^{n2} & \dots & a^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{t-1}^{(1)} \\ Z_{t-1}^{(2)} \\ \vdots \\ Z_{t-1}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b^{11} & b^{12} & \dots & b^{1n} \\ b^{21} & b^{22} & \dots & b^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b^{n1} & b^{n2} & \dots & b^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon_t^{(n)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ماتریس پارامتر  $A$  و  $B$  به صورت روابط (۷) و (۸) قابل محاسبه است:

$$\hat{A}_{1,\tau} = \hat{M}_{1,\tau} \hat{M}_{0,\tau-1}^{-1} \quad (7)$$

$$\hat{B}_{\tau} \hat{B}_{\tau}^T = \hat{M}_{0,\tau} - \hat{M}_{\tau}^T \hat{M}_{0,\tau-1}^{-1} \hat{M}_{1,\tau} \quad (8)$$

ماتریس‌های  $\hat{M}_{1,\tau}$ ،  $\hat{M}_{0,\tau-1}$  و  $\hat{M}_{0,\tau}$  با استفاده از روابط (۹) و (۱۰) محاسبه می‌گردند:

$$\hat{M}_{k,t} = \begin{bmatrix} r_{k,t}^{11} & r_{k,t}^{12} & \dots & r_{k,t}^{1n} \\ r_{k,t}^{21} & r_{k,t}^{22} & \dots & r_{k,t}^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k,t}^{n1} & r_{k,t}^{n2} & \dots & r_{k,t}^{nn} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$r_{k,t}^{ij} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N (X_{v,t}^{(i)} - \bar{X}_t^{(i)}) (X_{v,t-k}^{(j)} - \bar{X}_{t-k}^{(j)}) \quad S_{\tau}^{(i)} \cdot S_{\tau-k}^{(j)} \quad (10)$$

که در آن  $S_{\tau}^{(i)}$  و  $S_{\tau-k}^{(j)}$  به ترتیب انحراف معیار داده‌ها در زمان  $t$  و  $t-k$  است.

## ۴- مدل‌های PAR

آکاییکه کمتر، مدل PAR(1) به عنوان مدل برتر و غالب بر داده‌های مذکور انتخاب شد. با استفاده از مدل منتخب، داده‌های سری زمانی دبی ماهانه ایستگاه هیدرومتری تپیک، مورد مدل‌سازی واقع شد.

اولیه، استقلال و ایستایی، همگنی و روند داده‌های سری زمانی مورد استفاده نیز تایید گردید. بعد از نرمال کردن داده‌های سری زمانی دبی ماهانه ایستگاه تپیک رودخانه نازلوچای، داده‌های نرمال شده با استفاده از مدل‌های پارما مورد بررسی قرار گرفتند و به ازای معیار

جدول ۲: نتایج بررسی و نرمال کردن داده‌های بارش ایستگاه سینوپتیک ارومیه

دوره آماری	تابع تبدیل	ضریب چولگی قبل از تبدیل	ضریب چولگی بعد از تبدیل
ماه اول	گاما	۰/۸۹۵	۰/۰۰۳
ماه دوم	لگاریتم	۰/۵۹۶	-۰/۱۱۷
ماه سوم	لگاریتم	۱/۰۷۱	-۰/۰۵۷
ماه چهارم	لگاریتم	۰/۳۴۶	۰/۱۰۰
ماه پنجم	لگاریتم	۱/۰۸۶	-۰/۰۳۷
ماه ششم	لگاریتم	۱/۱۱۱	-۰/۰۳۷
ماه هفتم	لگاریتم	۲/۸۷۷	۰/۰۱۵
ماه هشتم	گاما	۳/۱۹۵	۰/۰۶۵
ماه نهم	لگاریتم	۲/۲۵۱	۰/۰۲۰
ماه دهم	لگاریتم	۱/۶۴۵	-۰/۰۰۶
ماه یازدهم	لگاریتم	۱/۲۳۷	-۰/۰۷۲
ماه دوازدهم	لگاریتم	۱/۹۷۳	-۰/۰۷۸

جدول ۳: نتایج بررسی و نرمال کردن داده‌های دما ایستگاه سینوپتیک ارومیه

دوره آماری	تابع تبدیل	ضریب چولگی قبل از تبدیل	ضریب چولگی بعد از تبدیل
ماه اول	گاما	-۰/۹۰۶	-۰/۰۶۹
ماه دوم	توان	-۰/۵۶۵	-۰/۰۰۱
ماه سوم	توان	-۰/۲۴۴	۰/۰۷۶
ماه چهارم	گاما	-۱/۳۳۱	-۰/۰۳۱
ماه پنجم	---	-۰/۰۲۹	-۰/۰۲۹
ماه ششم	---	۰/۰۳۹	۰/۰۳۹
ماه هفتم	توان	۰/۳۰۲	-۰/۰۴۵
ماه هشتم	توان	۱/۵۸۳	۰/۲۶۵
ماه نهم	توان	۱/۴۷۶	۰/۰۵۵
ماه دهم	توان	۰/۷۱۰	-۰/۰۲۴
ماه یازدهم	---	-۰/۰۴۷	-۰/۰۴۷
ماه دوازدهم	توان	-۰/۴۶۰	۰/۰۲۱

جدول ۴: نتایج بررسی و نرمال کردن داده‌های دبی ماهانه رودخانه نازلوچای

دوره آماری	تابع تبدیل	ضریب چولگی قبل از تبدیل	ضریب چولگی بعد از تبدیل
ماه اول	لگاریتم	۰/۸۵۳۷	-۰/۰۱۲۳
ماه دوم	لگاریتم	۰/۴۶۰۳	۰/۰۳۰۹
ماه سوم	لگاریتم	۰/۹۳۸۳	۰/۰۴۳۷
ماه چهارم	گاما	۰/۹۲۸۹	۰/۰۴۲۱
ماه پنجم	گاما	۰/۶۱۹۲	۰/۰۳۳۰
ماه ششم	لگاریتم	۰/۸۷۰۴	-۰/۰۶۲۱

ادامه جدول ۴

دوره آماری	تابع تبدیل	ضریب چولگی قبل از تبدیل	ضریب چولگی بعد از تبدیل
ماه هفتم	لگاریتم	۰/۳۶۹۰	-۰/۱۲۹۴
ماه هشتم	لگاریتم	۰/۶۳۱۷	-۰/۰۵۲۲
ماه نهم	لگاریتم	۰/۹۹۰۳	-۰/۰۲۹۳
ماه دهم	لگاریتم	۱/۴۴۴۳	۰/۱۰۰۲
ماه یازدهم	لگاریتم	۱/۲۱۲۵	-۰/۰۶۳۷
ماه دوازدهم	لگاریتم	۱/۲۱۵۳	۰/۱۲۵۳

جدول ۵: نتایج بررسی دقت مدل‌های مورد استفاده

ماه مورد نظر	جذر میانگین مربعات خطای مدل PAR(1)	جذر میانگین مربعات خطای مدل MPAR(1)
ماه اول	۲/۳۷۲	۱/۱۱۴
ماه دوم	۴/۶۶۷	۱/۹۹۴
ماه سوم	۳/۳۸۶	۱/۵۲۳
ماه چهارم	۳/۳۷۳	۱/۳۰۸
ماه پنجم	۲/۹۳۰	۱/۱۲۰
ماه ششم	۶/۰۸۳	۲/۴۷۵
ماه هفتم	۲۱/۹۴۱	۹/۴۲۶
ماه هشتم	۳۵/۰۶۲	۱۳/۹۷۷
ماه نهم	۳۱/۱۳۵	۱۳/۷۵۶
ماه دهم	۱۴/۲۴۴	۵/۸۳۳
ماه یازدهم	۳/۳۲۹	۲/۲۶۴
ماه دوازدهم	۳/۴۲۳	۰/۹۸۰

محاسبه گردید. جهت نمونه ضرایب  $a_1$ ،  $b_1$  و  $c_1$  مربوط به ماه اول به صورت ماتریس (۱۸) و ضرایب  $d_1$ ،  $e_1$  و  $f_1$  مربوط به ماه اول به صورت ماتریس (۱۹) ارائه گردید.

$$\text{دمای بارش دبی} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 0.718 & -0.062 & -0.003 \\ -0.062 & 0.877 & 0.089 \\ -0.003 & 0.089 & 0.385 \end{bmatrix} \quad (18)$$

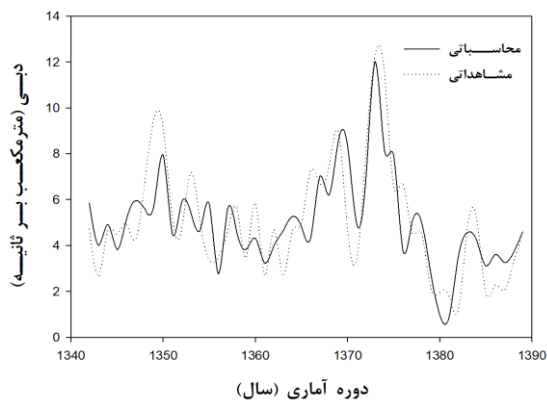
$$\text{دمای بارش دبی} = \begin{bmatrix} d_1 & e_1 & f_1 \\ 0.847 & 0 & 0 \\ -0.073 & 0.934 & 0 \\ -0.004 & 0.095 & 0.613 \end{bmatrix} \quad (19)$$

با استفاده از رابطه (۱۷) و پارامترهای هواشناسی، دبی رودخانه نازلوچای با استفاده از مدل‌های چند متغیره خطی سری زمانی مورد بررسی و مدل‌سازی قرار گرفت. نتایج مدل‌سازی با استفاده از هر دو روش تک متغیره و چند متغیره محاسبه و مورد مقایسه قرار گرفت. جهت مقایسه نتایج مدل‌سازی دو مدل PAR(1) و MPAR(1)، آماره جذر میانگین مربعات خطای ناشی از مدل‌سازی دو مدل

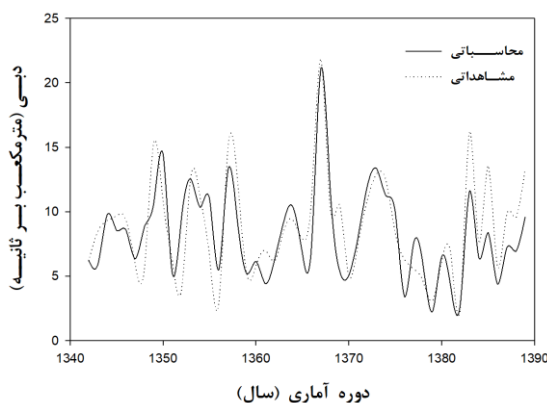
بعد از مدل‌سازی دبی جریان رودخانه نازلوچای با استفاده از مدل‌های تک متغیره، سری زمانی داده‌های دبی ماهانه رودخانه نازلوچای با استفاده از مدل‌های چند متغیره فصلی خانواده آرما MPAR(1) و سری زمانی داده‌های بارش و دمای ایستگاه سینوپتیک ارومیه، مدل‌سازی شد. نتایج مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های چند متغیره پریودیک آرما نشان داد که داده‌های مورد استفاده با استفاده از مدل MPA(1) به صورت مناسبی مدل می‌شوند. در نهایت رابطه زیر جهت مدل‌سازی جریان رودخانه نازلوچای با در نظر گرفتن پارامترهای هواشناسی حوضه حاصل شد.

$$Z_t = a_1 Z_{t-1} + b_1 Z_{t-1} + c_1 Z_{t-1} + d_1 \varepsilon_{t-1} + e_1 \varepsilon_{t-1} + f_1 \varepsilon_{t-1} \quad (17)$$

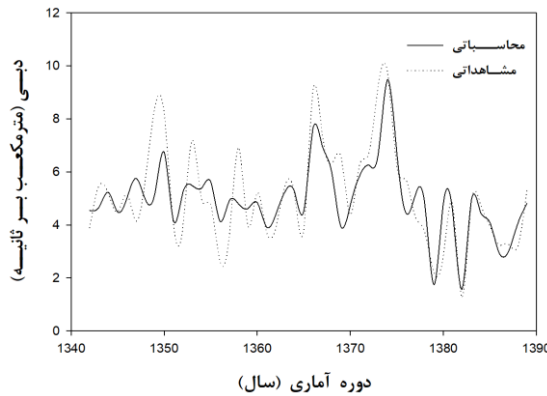
که در آن  $a_1$  ضریب مربوط به داده‌های استاندارد شده پارامتر دما،  $b_1$  ضریب مربوط به داده‌های پارامتر بارش،  $c_1$  ضریب مربوط به داده‌های پارامتر دبی و  $d_1$ ،  $e_1$  و  $f_1$  نیز ضرایب داده‌های تصادفی نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک مربوط به داده‌های دما، بارش و دبی است. ضرایب  $a_1$ ،  $b_1$ ،  $c_1$ ،  $d_1$ ،  $e_1$  و  $f_1$  با استفاده از روابط (۶) تا (۸)



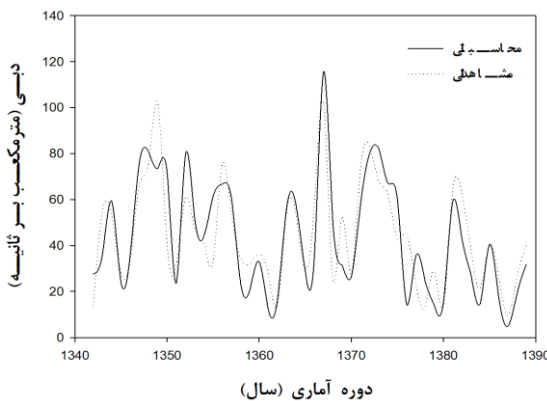
شکل ۵: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه چهارم



شکل ۶: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه پنجم

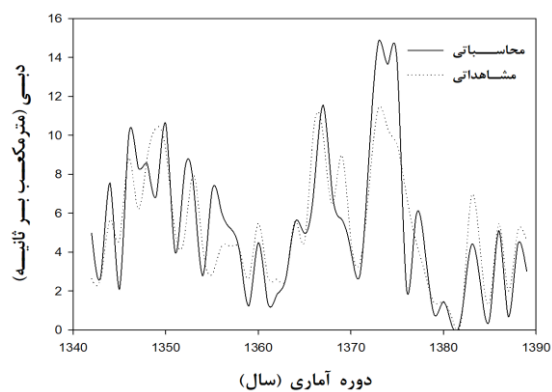


شکل ۷: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه هشتم

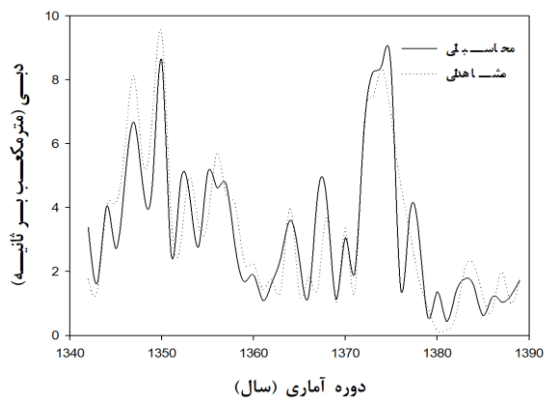


شکل ۸: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه هفتم

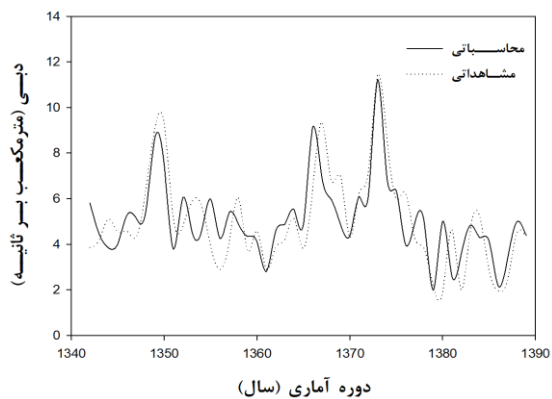
مذکور محاسبه و به شرح جدول ۵ ارائه گردید. نتایج بررسی آماره جذر میانگین مربعات خطا نشان داد که استفاده از مدل چند متغیره، دقت مدل‌سازی را به طرز چشم گیری افزایش داده است. همچنین نتایج نشان داد که در تمام ماه‌ها، مقادیر خطا در مدل‌های چند متغیره، کمتر از مدل تک متغیره (PAR(1) است. بعد از تایید دقت مدل‌های چند متغیره در مدل‌سازی دبی رودخانه نازلوچای، دبی این رودخانه با استفاده از عوامل هواشناسی منطقه و مدل MPAR مدل‌سازی و نتایج به صورت شکل‌های (۲) تا (۱۳) ارائه گردید.



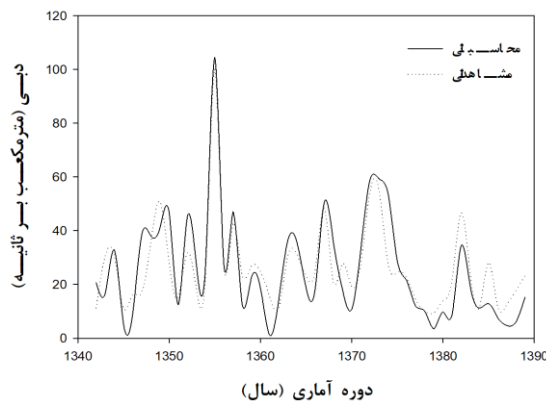
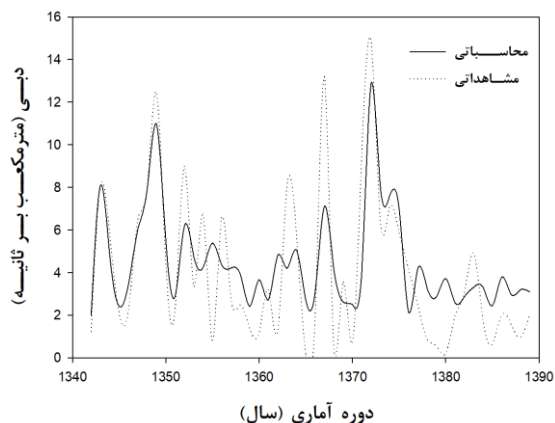
شکل ۲: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه اول



شکل ۳: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه دوم



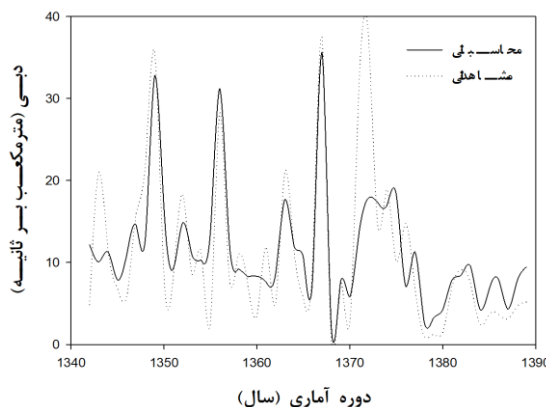
شکل ۴: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه سوم



شکل ۹: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه هشتم

شکل ۱۳: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه دوازدهم

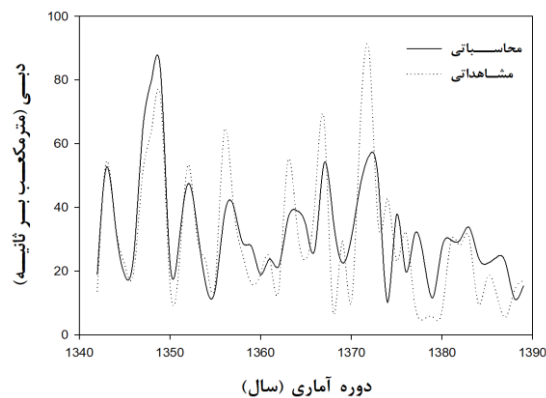
نتایج مدل‌سازی دبی جریان رودخانه نازلوچای با استفاده از مدل‌های چند متغیره فصلی سری زمانی نشان داد که این مدل‌ها توانایی بالایی در مدل‌سازی دبی جریان رودخانه مذکور تحت تاثیر عوامل هواشناسی دارد. همان‌طور که از شکل‌های فوق مشاهده می‌شود، با دخالت عوامل هواشناسی در مدل‌سازی‌ها، نقاط بیشینه و کمینه در مدل‌سازی‌ها به خوبی حفظ می‌شود.



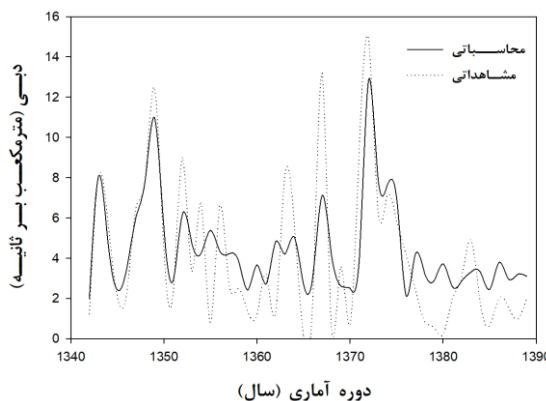
شکل ۱۰: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه نهم

### ۶- نتیجه‌گیری

در این مطالعه با استفاده از مدل‌های تک متغیره و چند متغیره اقدام به مدل‌سازی دبی رودخانه نازلوچای در دوره آماری ۱۳۹۰-۱۳۴۱ شد. نتایج بررسی اولیه داده‌ها نشان داد که توابع نرمال‌سازی مثل گاما، توان و لگاریتم، داده‌ها مورد استفاده را به شکل مناسبی نرمال می‌کنند. در مورد مدل‌سازی با استفاده از سری تک متغیره، از داده‌های متوسط دبی ماهانه رودخانه نازلوچای در محل استگاه تپیک و در مورد مدل‌ها چند متغیره از سری زمانی داده‌های متوسط دبی ماهانه، متوسط بارش ماهانه و متوسط دمای ماهانه استفاده شد. نتایج نشان داد که از بین دو مدل تک متغیره و چند متغیره، مدل چند متغیره برازش بهتر و خطای کمتری نسبت به مدل تک متغیره دارد. همچنین دخالت دادن عوامل هواشناسی موثر بر دبی رودخانه، باعث افزایش دقت مدل شده است. از آنجا که دبی جریان رودخانه متأثر از بارش و دما در سطح منطقه است، لذا به نظر می‌رسد دخالت دادن این عوامل در مدل‌سازی و پیش‌بینی دبی جریان، دقت مدل‌ها را افزایش دهد. همچنین به دلیل تاثیر زیاد پارامتر بارش بر دبی جریان، دخالت این پارامتر، نقاط صعود و نزول دبی جریان به خوبی مدل می‌کند و خشک‌سالی‌ها و ترسالی‌ها به خوبی نمایان می‌شوند. دقت



شکل ۱۱: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه دهم



شکل ۱۲: داده‌های مشاهداتی و محاسباتی ماه یازدهم



موضوع در مدل تک متغیره نیز مشاهده شد که می‌تواند ناشی از خشک‌سالی و سیلاب‌های ناگهانی در منطقه باشد.

مدل‌های چند متغیره نسبت به مدل تک متغیره در تمام ماه‌ها برتر بود. دقت مدل‌های چند متغیره در ماه‌های سردتر سال نسبت به سایر ماه‌ها دارای دقت پایین‌تری بود که این

## ۷- مراجع

- [1] R.H. Jones, and W. Brelsford, "Time series with periodic structure", *Biometrika*, Vol. 54, NO. 3-4, December 1967, pp. 403 – 408.
- [2] M. Pagano, "On periodic and multiple autoregressions", *The Annals of Statistics*, Vol. 6, NO. 6, 1978, pp. 1310 – 1317.
- [3] B.M. Troutman, "Some results in periodic autoregression", *Biometrika*, Vol. 66, NO. 2, August 1979, pp. 216 – 228.
- [4] A.T. Ula, "Periodic covariance stationarity of multivariate periodic autoregressive moving average processes", *Water Resources Research*, Vol. 26, NO. 5, May 1990, pp. 855 – 861.
- [5] A.T. Ula, "Forecasting of multivariate periodic autoregressive moving-average processes", *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 14, NO. 6, November 1993, pp. 645 – 657.
- [6] P.H. Franses, and R. Paap, "Periodic Time Series Models", New York: Oxford University Press, 2004.
- [7] H. Lütkepohl, "New Introduction to Multiple Time Series Analysis", Springer Science & Business Media, 2005.
- [8] M.B. Fiering, "Multivariate techniques for synthetic hydrology", *Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 90, NO. 5, September 1964, pp. 43 – 60.
- [9] N.C. Matalas, "Mathematical assessment of synthetic hydrology", *Journal of Water Resource*, Vol. x3 NO. 4, December 1967, pp. 937 – 945.
- [10] N.C. Matalas, and J.R. Wallis, "Statistical properties of multivariate fractional noise processes", *Journal of water resource*, Vol. 3, NO. 4, 1971, pp. 1460 – 1468.
- [11] J.M. Mejia, "On the generation of multivariate sequences exhibiting the Hurst phenomenon and some state university", Fort Collins, Colorado, 1971.
- [12] D. Valencia, and J.C. Schaake, "Disaggregation processes in stochastic hydrology", *Journal of water resource*, Vol. 9, NO. 3, 1973, pp. 580 – 585.
- [13] P.E. O'Connel, "Stochastic modeling of long-term persistence in stream flow sequences", Ph.D, Thesis. Imperial College, University of London, 1974.
- [14] G.D. Young, and W.C. Pisano, "Operational hydrology using residuals", *Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 94, NO. 4, July 1968, pp. 909 – 923.
- [15] محمد ناظری تهرودی، کیوان خلیلی، فرشاد احمدی و زهرا نظری تهرودی، "مدلسازی دما با استفاده از سربهای زمانی پریودیک آرما مطالعه موردی ایستگاه سینوپتیک شهر کرمان"، اولین کنفرانس ملی راهکارهای دستیابی به توسعه پایدار، تهران، ۱۳۹۱.
- [16] F. Wilcoxon, "Individual comparison by ranking methods", *Biometrics*, Vol. 1, NO. 6, December 1945, pp. 363 – 367.
- [16] محمدناظری تهرودی و کیوان خلیلی، "معرفی روش گشتاورهای پیشرفته SAM در برآورد دوره بازگشت خشکی رودخانه (مطالعه موردی: حوضه‌های دریاچه ارومیه)"، اولین همایش ملی تاثیر پسروری دریاچه ارومیه بر منابع خاک و آب، تبریز، ۱۳۹۲.
- [18] W. Mendenhall, and J. Reinmuth, "Statistics for Management and Economics", Fourth Edition, Duxbury Press, 1982.