

بهینه‌سازی چند هدفه متوسط زمان سفر در خطوط مترو با در نظر گرفتن توام اثرات مکانی و پراکندگی

علی سلماس‌نیا^{۱*}، امیرحامد حسین‌زاده^۲، بهنام عبدزاده^۳

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۴/۰۴/۱۵	تنظیم زمان‌های پیشروی قطارها (فاصله زمانی میان شروع حرکت دو قطار متوالی) یک مسئله مهم برای شرکت‌های راه‌آهن شهری محسوب می‌گردد. در این مسئله با دو هدف متضاد متوسط زمان سفر مسافران و نرخ پر بودن واگن مواجه هستیم. تاکنون روش‌های مختلف بهینه‌سازی چندهدفه برای حل این مسئله مورد بررسی قرار گرفته است اما هیچ‌کدام از این رویکردها واریانس اهداف و همچنین همبستگی میان آن‌ها را در فرآیند بهینه‌سازی لحاظ نموده‌اند. از این رو، این مطالعه یک رویکرد مدل‌سازی و حل بر اساس شبیه‌سازی گسسته - پیشامد و متدولوژی سطح پاسخ برای این مسئله ارائه می‌نماید که نه تنها میانگین اهداف را در یک ناحیه مطلوب قرار می‌دهد بلکه همچنین سعی می‌نماید حساسیت آن‌ها را نسبت به متغیرهای اختلال کمینه کند و در عین حال همبستگی میان اهداف را نیز در نظر گیرد. به منظور بررسی عملکرد رویکرد پیشنهادی، خط ۴ مترو تهران مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده برتری رویکرد پیشنهادی را نسبت به تکنیک‌های موجود نشان می‌دهد
پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۱۷	
واژگان کلیدی: متوسط زمان سفر، بهینه‌سازی چند هدفه، شبیه‌سازی، همبستگی، واریانس.	

۱- مقدمه

با توجه به توسعه شهرها و لزوم بهینه نمودن هزینه‌ها در کلان شهرها، مسئله بهینه‌سازی در سیستم حمل و نقل عمومی درون شهری در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته است. این مسئله از نقطه نظر کمینه نمودن هزینه و بیشینه نمودن سود به دفعات مورد بررسی قرار گرفته است. اما در سال‌های اخیر زمان سفر مسافران به عنوان یک معیار عملکرد مهم مورد توجه محققان قرار گرفته است. در این ارتباط، [۱] یک روش بهینه‌سازی مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی برای زمان‌بندی حرکت قطارها در خطوط مترو ارائه نموده است. آن‌ها به علت متغیر بودن تقاضای مسافران در طول زمان از یک معادله پویا برای مدل نمودن زمان‌های حرکت قطارها استفاده نموده‌اند. همچنین نویسندگان از مجموع وزنی یک تابع خطی - تکه‌ای^۴ محدب استفاده کرده‌اند تا زمان‌های انتظار مسافران در ایستگاه‌ها، مدت زمان سفر قطارها و تعداد قطارها را به

صورت مستقیم و یا غیر مستقیم مدل نمایند. [۲] یک چهارچوب کلی جهت بررسی مسیرهای انتخابی توسط مسافران در شبکه‌های ترانزیت، توسعه داده است. جنتایل^۵ و همکاران در این تحقیق اطلاعات آنلاین در خصوص زمان‌های ورود وسایل نقلیه به ایستگاه‌ها را استفاده به کار گرفته‌اند. نویسندگان با این فرض که هدف غائی مسافران کاهش زمان سفر به مقصد است یک مدل جدید برای ایستگاه‌ها ایجاد نموده‌اند تا با استفاده از این مدل احتمال سوار شدن مسافران به هر خط در یک ایستگاه را مشخص نمایند. همچنین آن‌ها با توجه به توزیع زمان‌های پیشروی، متوسط زمان‌های انتظار مرتبط به هر ایستگاه را محاسبه می‌کنند. [۳] ابتدا یک مدل بهینه‌سازی شبکه ترانزیت جهت بیشینه نمودن جریان بدون توقف مسافران در نظر گرفته است و سپس در شبکه بهینه شده، برای تمامی مسیرهای ترانزیت، مدل بهینه‌سازی زمان‌های پیشروی را اعمال نموده است. در این رویکرد از الگوریتم

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: a.salmasnia@qom.ac.ir

۱. استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دپارتمان مهندسی صنایع، دانشگاه قم

۲. کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، مهندسی صنایع، دانشگاه قم

۳. کارشناسی ارشد، دانشکده فنی و مهندسی، مهندسی صنایع، دانشگاه قم

⁴ Piecewise-linear

⁵ Gentile

برای مقابله با تغییرات زمان توقف و عدم قطعیت زمان سفر و تقاضا در حمل و نقل شهری از بهینه‌سازی دو مرحله‌ای مبتنی بر شبیه‌سازی و الگوریتم ژنتیک استفاده کرده‌اند. در [۱۲] نویسندگان با عنایت به این که شبکه اتوبوسرانی به شدت متأثر از نوسانات تقاضاست سعی کردند که در مدل خود علاوه بر میانگین تقاضا، واریانس آن را نیز کنترل کنند. آنها در این مقاله از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله استفاده کردند. در مقاله [۱۳] ساجدی‌نژاد و همکاران، مدل‌سازی تردد ناوگان اتوبوسرانی شهری با استفاده از داده‌های موقعیت مکانی و به منظور تخمین زمان سفر و ارزیابی شاخص‌های کلیدی عملکردی ارائه شد. بر اساس مدل پیشنهادی آنها، امکان تخصیص مناسب ناوگان در ساعات مختلف شبانه روز برای مسیرهای اتوبوسرانی و همچنین امکان برنامه‌ریزی جامع به منظور مدیریت ناوگان فراهم شده است. [۱۴] مسئله تنظیم مقاوم قطار را با در نظر گرفتن جریان ورود تصادفی مسافران برای خطوط مترو مورد پژوهش قرار داد. در این مدل جریان ورود مسافران وابسته به یک فرایند مارکوف گسسته فرض شده بود. [۱۵] به مدل‌سازی و حل مسئله‌های طراحی شبکه حمل و نقل ریلی سریع و برنامه‌ریزی خطوط ریلی را که دو مرحله اولیه در فرآیند برنامه‌ریزی خطوط ریلی هستند، پرداخت. نویسندگان برای حل مدل خود از الگوریتم فراابتکاری جستجوی همسایگی تطبیقی استفاده کردند و در این مقاله خطوط ریلی را از منظر زمان سفر با سایر گزینه‌های حمل و نقل شهری مقایسه کردند. خلاصه‌ای از مرور ادبیات موجود در جدول ۱ آورده شده است.

مطالعات بیان شده، خلاصه‌ای از تحقیقات موجود در ادبیات است که همگی در ارتباط با بهبود کیفیت خدمت به مشتریان تحت عنوان زمان سفر عمل نموده‌اند. در این تحقیقات مدل‌های تحلیلی با استفاده از روش‌های دقیق، مدل‌های شبیه‌سازی و روش‌های فراابتکاری توسعه داده شده است که به نتایج تقریبی منجر می‌گردد. مدل‌های شبیه‌سازی بسیار انعطاف‌پذیر می‌باشند و همانند اغلب مدل‌های تحلیلی قادر به حل مسائل دنیای واقعی بدون در نظر گرفتن فرضیات محدودکننده هستند. استفاده از متدولوژی سطح پاسخ^۴ (RSM) در تحلیل‌های شبیه‌سازی سبب می‌گردد تعداد تکرارهای مورد نیاز برای اجرا نمودن

کلنی مورچگان و همچنین از الگوریتم ژنتیک جهت حل مسئله بهینه‌سازی استفاده شده است. [۴] یک رویکرد ادغامی توسعه داده که در آن برنامه‌ریزی خط ترانزیت و فرآیند انتقال مسافران به صورت یکپارچه تحت عنوان شبکه راه‌آهن ترانزیت مدل شده است. بنابراین پیگیری خط ترانزیت و تخصیص خطوط مسافران به طور همزمان بهینه می‌گردد. نویسندگان ابتدا هر زیرمسئله را به طور جداگانه شرح داده‌اند و سپس آن‌ها را تحت یک مسئله برنامه‌ریزی عدد صحیح ادغام کردند که با استفاده از روش‌های انشعاب و تحدید استاندارد قابل حل است. [۵] از ترکیب الگوریتم ژنتیک و روش جستجوی شبیه‌سازی تبرید جهت بهینه‌سازی شبکه ترانزیت استفاده نموده‌اند. در این مطالعه نویسندگان در پی یافتن چیدمان بهینه شبکه مسیر و زمان‌های پیشروی هستند. هدف در این مطالعه کمینه نمودن کل هزینه‌های فراهم نمودن خدمات ترانزیت است. که شامل تابع هزینه مشتریان، زمان سفر و هزینه‌های اپراتور می‌گردد. همچنین در کار بعدی خود در سال ۲۰۰۷ [۶] از ترکیب شبیه‌سازی تبرید، جستجوی ممنوعه و جستجوی حریر^۱ جهت دست یافتن به طراحی شبکه مسیر، زمان‌های پیشروی وسایل نقلیه و جدول زمان‌بندی بهینه استفاده نموده‌اند. در این تحقیق هدف کمینه نمودن هزینه مسافر در شبکه ترانزیت در نظر گرفته شده است. [۷] مسئله زمان‌بندی در ایستگاه‌های پایانه خطوط مترو را مورد بررسی قرار داده‌اند. هدف در این مطالعه، یافتن مقادیر بهینه زمان‌های پیشروی است به گونه‌ای که دیرکرد^۲ و زودکرد^۳ کمینه گردد. [۸] جریان ترافیک عبوری بزرگراه گرمسار - سمنان را مورد بررسی قرار داده است و با استفاده از نرم افزار شبیه‌سازی CORSIM به تحلیل و بررسی آن پرداخته است. [۹] مدلی برای طراحی سیستم‌های انتقال سریع پیشنهاد دادند. نویسندگان در این پژوهش یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح ارائه دادند که شامل دو تابع هدف حداقل‌سازی هزینه و حداکثر سازی جمعیت منتقل شده بود. آن‌ها در پژوهش بعدی خود در سال ۲۰۱۷ [۱۰] به منظور نزدیک‌تر کردن مسئله طراحی شبکه‌های انتقال سریع به واقعیت یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط ارائه دادند. در این مطالعه آنها از داده‌های مربوط به خطوط متروی شیلی به عنوان مطالعه موردی بهره بردند. [۱۱]

³ Earliness

⁴ Response surface methodology

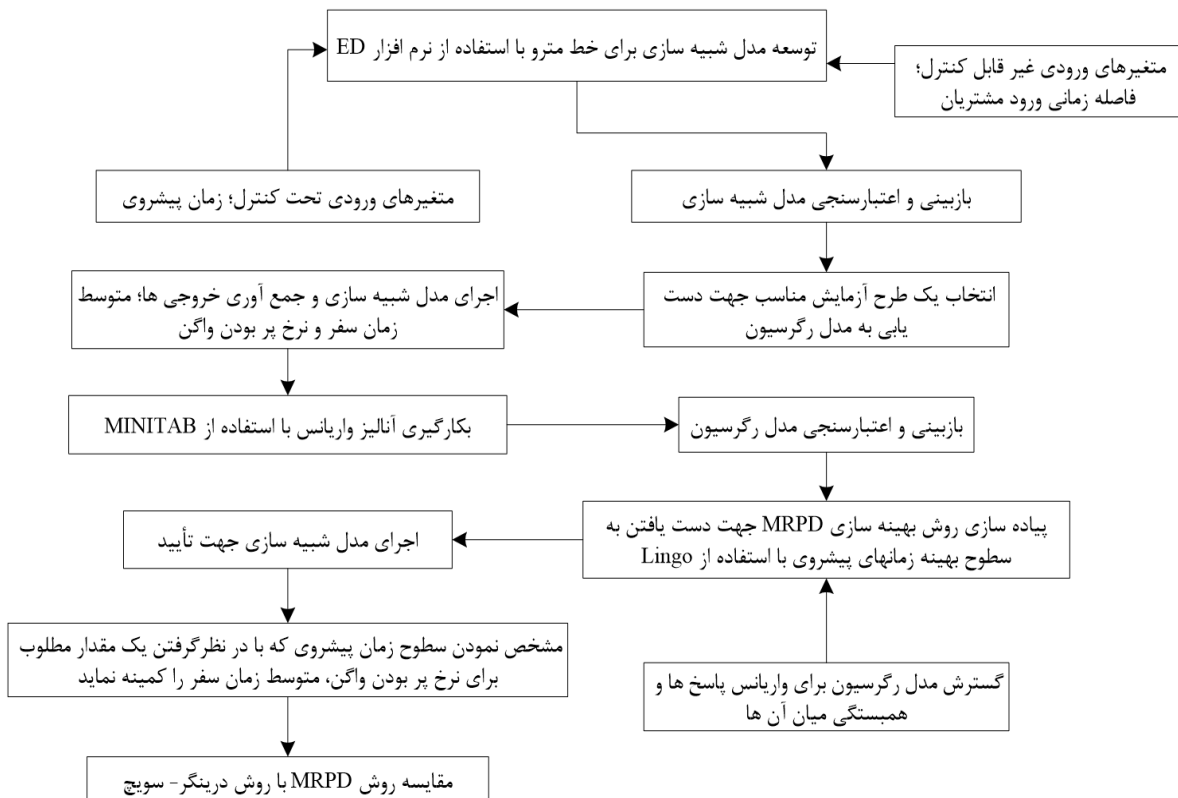
¹ Greedy search

² Tardiness

سعی می‌گردد متوسط زمان سفر کمینه گردد و نرخ پر بودن واگن در یک ناحیه مطلوب قرار گیرد و در این راه از ادغام RSM با شبیه‌سازی استفاده می‌شود. روش بهینه‌سازی پیشنهادی به گونه‌ای اهداف را با یکدیگر جمع می‌کند که نه تنها میانگین اهداف را در یک ناحیه مطلوب قرار می‌دهد بلکه همچنین سعی می‌نماید حساسیت آن‌ها را نسبت به متغیرهای اختلال کمینه کند و در عین حال همبستگی میان اهداف را نیز در نظر گیرد. در بخش ۲، روش حل پیشنهادی شرح داده شده است که شامل متدولوژی سطح پاسخ و روش طراحی پارامتر مقاوم می‌گردد، و در بخش ۳، یک مطالعه موردی مورد استفاده قرار گرفته است تا نحوه به‌کارگیری از روش پیشنهادی به منظور حل مسائل حمل و نقل عمومی شرح داده شود. در نهایت بخش ۴ نیز نتیجه‌گیری و پیشنهاد تحقیقات آتی بیان می‌گردد.

شبیه‌سازی به صورت معناداری کاهش یابد [۱۶]. با استفاده از RSM می‌توان نتایج حاصل از شبیه‌سازی را به حالت کلی تعمیم داد. اگرچه این تعمیم باید با توجه به حدود در نظر گرفته شده برای مسئله باشد. و در نهایت با استفاده از RSM، تحلیل حساسیت برای پارامترهای مدل بدون اجرای مجدد و هزینه‌بردار برنامه شبیه‌سازی به راحتی انجام می‌گیرد.

مرور صورت گرفته در ارتباط با مسائل حمل و نقل عمومی نشان می‌دهد که تعداد مقالات کمی از RSM به عنوان یک ابزار جهت بهینه‌سازی زمان سفر استفاده نموده‌اند. همچنین هیچ یک از رویکردهای مذکور واریانس اهداف و همبستگی بالقوه میان آن‌ها را در فرایند بهینه‌سازی لحاظ نمی‌کنند. حال آن که غفلت از این اطلاعات ممکن است به یک جواب غیر منطقی منجر گردد، اگر سطوح واریانس اهداف و همبستگی میان آن‌ها معنادار باشد. در این مطالعه



شکل ۱: نمودار جریان رویکرد پیشنهادی

جدول ۱: خلاصه مرور ادبیات

مقاله	نوع تابع هدف		خصوصیات مورد بررسی تابع هدف		اثر تقابل متغیرهای تصمیم رو تابع هدف
	تک هدفه	چند هدفه	میانگین	واریانس	
[۱]		✓	✓	✓	
[۲]	✓		✓		
[۳]	✓		✓		
[۴]	✓		✓		
[۵]	✓		✓		
[۶]	✓		✓		
[۷]		✓	✓		
[۸]		✓	✓		
[۹]		✓	✓		
[۱۰]		✓	✓		
[۱۱]	✓		✓	✓	
[۱۲]	✓		✓		
[۱۳]	✓		✓	✓	
[۱۴]	✓		✓	✓	
[۱۵]		✓	✓	✓	✓
[۲۸]		✓	✓	✓	✓
مقاله ما		✓	✓	✓	✓

۲- تعریف مسئله

در این مطالعه یک مدل شبیه‌سازی برای خط مترو در حالت کلی در نظر گرفته شده است تا تأثیر زمان‌های پیشروی^۱ بر زمان سفر و نرخ پر بودن واگن ارزیابی گردد. در رویکرد پیشنهادی از شبیه‌سازی استفاده می‌گردد تا یک مدل رگرسیونی بر پایه شبیه‌سازی آزمایشات و تحلیل سطح پاسخ حاصل گردد. در ادامه از مدل ایجاد شده استفاده می‌گردد تا رفتار سطح پاسخ در سرتاسر دامنه فاکتورهای ورودی شناخته شود و بنابراین میزان تغییر در سطح پاسخ به ازای تغییرات کوچکی در فاکتورهای ورودی محاسبه گردد و بدین ترتیب مقادیر بهینه تقریبی برای فاکتورهای ورودی در نظر گرفته شود.

در رویکرد پیشنهادی که نمودار جریان آن در شکل (۱) نشان داده شده است، از مدل شبیه‌سازی استفاده می‌گردد تا یک سازوکار مؤثر برای ساده‌سازی نتایج حاصل از یکسری آزمایشات از پیش مشخص شده حاصل گردد. هدف در این مطالعه، متوسط زمان سفر و نرخ پر شدن واگن در نظر گرفته شده است که تابعی از زمان‌های پیشروی به

عنوان فاکتورهای تحت کنترل، می‌باشد. زمان پیشروی بیانگر فاصله زمانی میان زمان‌های شروع حرکت دو قطار متوالی است که در ادبیات زمان‌بندی حمل و نقل به طور معمول به عنوان محدودیت و یا متغیر تصمیم در نظر گرفته می‌شود. کاستن از زمان پیشروی سبب می‌شود که متوسط زمان سفر و همچنین نرخ پر شدن واگن کاهش یابد. از دیدگاه مسافران کاهش در هر دو مقدار زمان سفر و همچنین نرخ پر بودن واگن از مطلوبیت برخوردار است اما از نظر شرکت راه‌آهن شهری قرار گرفتن هر چه بیشتر مسافران در واگن و کسب درآمد بیشتر مطلوب است.

بنابراین هدف در این مطالعه دست یافتن به زمان‌های پیشروی بهینه می‌باشد به گونه‌ای که زمان‌های سفر را کمینه نماید و نرخ پر بودن واگن را در یک دامنه مشخص و مطلوب قرار دهد. همچنین رویکرد پیشنهادی سعی در حداقل کردن واریانس اهداف و لحاظ نمودن همبستگی میان آن‌ها در فرآیند بهینه‌سازی دارد. جهت دست یافتن به مقادیر بهینه، مسئله خط مترو برای ساعات اداری در روزهای شنبه تا چهارشنبه مورد بررسی قرار گرفته است.

^۱ Headway

دلیل آن این است که در مدل شبیه‌سازی نرخ ورود مشتریان به ایستگاه‌های مترو به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است که این نرخ برای ایام هفته و آخر هفته متفاوت می‌باشد.

جدول ۲: نمادها

شرح		نماد		
	تابع هدف متوسط زمان سفر	Y_1	فاکتورهای خروجی	
	تابع هدف نرخ پر بودن واگن	Y_2		
	زمان پیشروی قطار در بازه زمانی ۰۵:۳۰ - ۰۵:۵۰	x_1	فاکتورهای ورودی	
	زمان پیشروی قطار در بازه زمانی ۰۶:۱۴ - ۰۵:۵۰	x_2		
	زمان پیشروی قطار در بازه زمانی ۱۱:۱۰ - ۰۶:۱۴	x_3		
	زمان پیشروی قطار در بازه زمانی ۱۴:۰۰ - ۱۱:۱۰	x_4		
رویکرد پیشنهادی	ناحیه آزمایشی است که تحت آن مدل رگرسیون معتبر خواهد بود.	X	سایر نمادها	
	بردار حد پایین مطلوب اهداف	l		
	بردار حد بالای مطلوب اهداف	u		
	ضرایب نامشخص در رگرسیون که مقادیر آنها بر اساس آزمایشات شبیه‌سازی شده محاسبه می‌گردد	β_i		
	مقادیر تصادفی که توسط مدل رگرسیون قابل بیان نیست	ε		
	بردار متشکل از مقادیر توابع هدف	Y		
	ماتریس واریانس کوواریانس مربوط به توابع هدف	$Var(Y)$		
	بردار امید ریاضی توابع هدف	$E(Y)$		
	دترمینان ماتریس واریانس کوواریانس مربوط به توابع هدف	$ Var(Y) $		
	جزر حاصلضرب مربعات عناصر قطری ماتریس $Var(Y)$	$(traceVar(Y^2))^{1/2}$		
	واریانس تابع هدف i ام	$\sigma_{y_i}^2$		
	کوواریانس تابع هدف اول و دوم	$\sigma_{y_1 y_2}^2$		
	امید ریاضی تابع هدف i ام	$E(Y_i)$		
	تعداد کل افرادی که در طول یک روز سفر می‌کنند	$TNTP$		
	تعداد کل سفر در طول روز	TNT		
	ظرفیت کامل یک قطار	TCF		
	قدر مطلق خطای نسبی شبیه‌سازی	r		
	خروجی مدل شبیه‌سازی	w		
	رویکرد تابع مطلوبیت	مطلوبیت تابع هدف i ام		d_i
		مقدار تخمین زده شده تابع هدف i ام		\hat{y}_i
مقدار بهینه تابع هدف i ام		B_i		
حداقل مقدار مطلوب تابع هدف i ام		A_i		
حداکثر مقدار مطلوب تابع هدف i ام		C_i		
پارامترهایی که شکل تابع مطلوبیت را تعیین می‌کنند		t, s		
تعداد تابع هدف ها		m		
مطلوبیت کل		D		

۱-۲- نمادها

پیش از ارائه مدل ریاضی علائم و نمادهای مورد استفاده در مدل در جدول ۲ آورده شده‌اند.

۳- مدل ریاضی

۱-۳- متدولوژی سطح پاسخ

به منظور کشف رابطه میان هر یک از اهداف و زمان‌های پیشروی (متغیرهای تحت کنترل) در این رویکرد از RSM استفاده می‌شود. RSM در سال ۱۹۵۱ توسط باکس^۱ و ویلسون^۲ برای دست یافتن به ترکیبی از فاکتورهای ورودی به گونه‌ای که خروجی یک سیستم واقعی بهینه گردد مورد استفاده قرار گرفت [۱۷]. و پس از آن در مدل‌های شبیه‌سازی نیز از RSM استفاده شده است [۲۲-۱۸]. اما مرور ادبیات نشان می‌دهد تعداد مقالات کمی از RSM در مسائل حمل و نقل استفاده نموده‌اند.

اولین قدم در RSM انتخاب یک طرح آزمایش مناسب است که داده‌های مورد نیاز آن توسط شبیه‌سازی به دست می‌آید. این قدم از آن جهت حائز اهمیت است که در اغلب موارد ارتباط میان هدف مورد نظر و زمان‌های پیشروی قابل تشخیص نمی‌باشد. از این رو به طور معمول ابتدا یک چندجمله‌ای با درجه کم در نظر گرفته می‌شود اگر هدف مورد نظر توسط تابع خطی از زمان‌های پیشروی مدل شده باشد در این صورت تابع تقریبی به صورت مدل درجه اول خواهد بود [۲۳].

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (1)$$

و اگر انحناء^۳ در سیستم مشاهده گردد در این صورت چندجمله‌ای از درجه بالاتر می‌بایست مورد استفاده قرار گیرد، به عنوان مثال مدل درجه دوم

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (2)$$

به طوری که، x_i بیانگر مقادیر کد شده زمان پیشروی و Y بیانگر هدف (متوسط زمان سفر و نرخ پر بودن واگن) می‌باشد و β_i ها نیز بیانگر ضرایب نامشخص است و مقادیر آن‌ها بر اساس آزمایشات شبیه‌سازی شده و با استفاده از

روش حداقل مربعات محاسبه می‌گردد و ε نیز بیانگر مقادیر تصادفی می‌باشد که توسط مدل قابل بیان نیست. برای هر آزمایش شبیه‌سازی شده، مقادیر خروجی هدف که عبارت است از متوسط زمان سفر و نرخ پر بودن واگن، محاسبه می‌گردد و سپس بر اساس این مقادیر مدل رگرسیون برای هر هدف به ازای مقادیر کد شده زمان‌های پیشروی بدست می‌آید. در نهایت از مدل‌های بدست آمده در فاز بهینه‌سازی رویکرد پیشنهادی استفاده می‌شود.

۲-۳- طراحی پارامتر مقاوم چندهدفه

در طی سال‌های اخیر رویکردهای مختلفی برای بهینه‌سازی مسائل چندهدفه ارائه شده است این رویکردها به سه دسته کلی قابل تقسیم هستند. دسته اول شامل رویکردهایی است که ابتدا خطوط کانتور اهداف مورد نظر را رسم می‌نمایند و سپس بردار متغیرهای تصمیم را در ناحیه‌ای قرار می‌دهند که تمامی اهداف به طور هم‌زمان در یک حداقل سطح مطلوبیت قرار گیرد. اگرچه این رویکرد زمانی خوب عمل می‌کند که تعداد متغیرهای تصمیم کم باشد [۲۴]. دسته دوم شامل رویکردهایی است که طبق نظر تصمیم‌گیرنده یکی از اهداف را به عنوان تابع هدف در نظر می‌گیرند و مابقی آن‌ها را به عنوان محدودیت به مدل اضافه می‌کنند ولی در بیشتر مسائل انتخاب یکی از اهداف به عنوان تابع هدف کار آسانی نیست. [۲۵] و [۲۶] نمونه‌ای از این رویکردها هستند. دسته سوم رویکردهایی هستند که اهداف را با یکدیگر جمع می‌کنند و مسئله چندهدفه را به تک هدفه کاهش می‌دهند. از جمله این رویکردها می‌توان به [۲۷] و [۲۲] اشاره نمود. همچنان که پیش‌تر بیان شد در این مطالعه هدف کمینه نمودن متوسط زمان سفر و قرار گرفتن نرخ پر بودن واگن در یک بازه مطلوب و به حداقل رساندن حساسیت این اهداف نسبت به فاکتورهای اختلال موجود در فرآیند (کمینه کردن واریانس اهداف) می‌باشد. بدین منظور یک روش طراحی پارامتر مقاوم چندهدفه^۴ (MRPD) به شرح زیر می‌تواند مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۲].

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad \text{Var}(Y) \\ & \text{Subject to:} \\ & l \leq E(Y) \leq u \\ & x \in X \end{aligned} \quad (3)$$

³ Curvature

⁴ Multivariate Robust Parameter Design

¹ Box

² Wilson

کامل ماتریس کواریانس نیاز دارند. بنابراین این دو تابع سهولت استفاده از تریس را از دست می‌دهند بدون آنکه مزیت‌های روش دترمینان را در بر گیرد. اما از آنجا که اهداف در این مطالعه تحت تأثیر یکدیگرند و مستقل از هم نمی‌باشند بنابراین علاوه بر واریانس اهداف، همبستگی میان آن‌ها را می‌بایست در نظر گرفت. لذا جهت تبدیل ماتریس واریانس - کواریانس به عبارت عددی استفاده روش دترمینان پیشنهاد می‌شود و مدل فوق به صورت (۵) تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & |Var(Y)| \\ \text{Subject to:} \quad & \\ l \leq E(Y) \leq u & \quad (5) \\ x \in X & \end{aligned}$$

از آنجا که تعداد پاسخ‌ها برابر ۲ می‌باشد ماتریس همبستگی پاسخ‌ها به صورت زیر خواهد بود.

$$Var(Y) = \begin{bmatrix} \sigma_{Y_1}^2 & \sigma_{Y_1Y_2} \\ \sigma_{Y_1Y_2} & \sigma_{Y_2}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

به طوری که، $\sigma_{Y_1}^2$ و $\sigma_{Y_2}^2$ به ترتیب بیانگر واریانس هدف اول و دوم و $\sigma_{Y_1Y_2}$ بیانگر همبستگی میان اهداف است. جهت دست یافتن به توابع $\sigma_{Y_1}^2$ و $\sigma_{Y_2}^2$ بر حسب زمان‌های پیشروی، ابتدا از طریق تکرارهای متوالی شبیه‌سازی مقادیر اهداف برای سطوح مختلف زمان‌های پیشروی محاسبه می‌گردد. واریانس داده‌های هر هدف برای تمامی سطوح بدست می‌آید و سپس با استفاده از RSM و با در نظر گرفتن واریانس‌ها به عنوان هدف جدید، دو معادله رگرسیون ایجاد می‌گردد. جهت محاسبه تابع $\sigma_{Y_1Y_2}$ بر حسب زمان‌های پیشروی، به طور مشابه همبستگی میان دو مجموعه داده‌های مرتبط با دو هدف، برای تمامی سطوح زمان‌های پیشروی محاسبه می‌گردد و سپس با استفاده از RSM و در نظر گرفتن داده‌های همبستگی میان دو هدف به عنوان یک هدف جدید، معادله رگرسیون برای $\sigma_{Y_1Y_2}$ بر حسب متغیرهای ورودی محاسبه می‌گردد. برای محاسبه همبستگی نمونه‌ای میان دو مجموعه از داده‌ها از دستور COVAR در نرم‌افزار Microsoft Excel 2010 استفاده شده است که از رابطه زیر جهت محاسبه همبستگی استفاده می‌کند.

$$Covariance(X,Y) = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{n} \quad (7)$$

به طوری که، $E(Y)$ و $Var(Y)$ به ترتیب بیانگر ماتریس واریانس - کواریانس و میانگین اهداف هستند. l و u بیانگر حدود مطلوب اهداف و x بیانگر زمان پیشروی است. در نهایت X بیانگر ناحیه آزمایشی است که تحت آن مدل رگرسیون معتبر خواهد بود.

از آنجا که $Var(Y)$ یک ماتریس است برای کمینه نمودن آن لازم است تا به صورت یک عبارت عددی بیان گردد. بدین منظور روش‌های گوناگونی در ادبیات پیشنهاد داده شده است. از آن جمله می‌توان به عملگرهای دترمینان یا تریس اشاره کرد. همچنین می‌توان از $(traceVar(Y)^2)^{1/2}$ و تفاوت میان بیشترین و کمترین مقدار ویژه $Var(Y)$ نیز به عنوان تابع عددی^۱ استفاده نمود [۲۲]. در نهایت مسئله بهینه‌سازی به صورت زیر قابل بیان است.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & f(Var(Y)) \\ \text{Subject to:} \quad & \\ l \leq E(Y) \leq u & \quad (4) \\ x \in X & \end{aligned}$$

به طوری که، $f(\cdot)$ بیانگر تابع عددی مناسب است. همان‌طور که بیان شد توابع عددی متعددی وجود دارد بنابراین با توجه به ساختار مسئله می‌بایست تابع عددی مناسب برای آن انتخاب گردد. استفاده از دترمینان به عنوان تابع عددی سبب می‌شود تا به مقیاس‌گذاری نیازی نباشد. وجود مقیاس ثابت، از پدیدار شدن جواب‌های تحت تأثیر مقیاس واریانس اهداف جلوگیری می‌کند. همچنین استفاده از دترمینان سبب می‌شود تا ساختار همبستگی پاسخ‌ها در نظر گرفته شود. اما این روش به محاسبه کامل ماتریس همبستگی نیازمند است بنابراین حجم محاسبات در این روش بسیار زیاد است.

اما بر خلاف دترمینان، روش تریس تنها به عناصر قطری $f(\cdot)$ نیاز دارد که از طریق مدل‌های تک متغیری قابل محاسبه است بنابراین به محاسبات کمتری در قیاس با روش دترمینان نیاز دارد. اگرچه این روش ساختار کواریانس را در نظر نمی‌گیرد و اعتبار آن به روش نرمالیزه کردن وابسته است که جهت یکسان نمودن مقیاس واریانس‌ها استفاده می‌شود.

دو تابع دیگر بیان شده، $(traceVar(Y)^2)^{1/2}$ و تفاوت میان بیشترین و کمترین مقدار ویژه $Var(Y)$ ، به محاسبه

¹ Scalar function

که سفر راحتی داشته باشند. بنابراین گنجایش هر واگن برابر ۱۸۴ نفر خواهد بود. در این مطالعه فرض می‌شود تعداد واگن‌های هر قطار برابر ۳ باشد که در این صورت هر قطار گنجایش ۵۵۲ نفر را خواهد داشت.

با شبیه‌سازی سیستم حمل و نقل شرح داده شده، تأثیر زمان‌های پیشروی متفاوت بر مقادیر متوسط زمان سفر و نرخ پر شدن واگن آزمایش شده است. نقاط شروع و پایان بازه‌های زمانی کار و زمان‌های پیشروی قطارها در خط ۴ مترو تهران در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳: بازه‌های زمانی کار و زمان پیشروی قطارها

بازه زمانی	زمان پیشروی (ثانیه)
۰۵:۳۰ - ۰۵:۵۰	۶۰۰
۰۵:۵۰ - ۰۶:۱۴	۳۶۰
۰۶:۱۴ - ۱۱:۱۰	۲۴۰
۱۱:۱۰ - ۱۴:۰۰	۳۰۰

به طوری که، Y و X بیانگر دو نمونه از داده‌ها و \bar{X} و \bar{Y} به ترتیب بیانگر میانگین آن نمونه‌ها می‌باشد.

۴- مطالعه موردی

روش پیشنهادی جهت ارزیابی متوسط زمان سفر و نرخ پر شدن واگن در خط ۴ مترو تهران که از ۶ ایستگاه تشکیل شده مورد استفاده قرار گرفته است. ایستگاه‌های ۱ و ۶ در این خط ایستگاه پایانه و ایستگاه‌های ۲ تا ۵، ایستگاه میانی محسوب می‌شوند. در ایستگاه پایانه قطار تا شروع زمان حرکت منتظر می‌ماند به عبارت دیگر زمان‌های پیشروی تنها در ایستگاه‌های پایانه در نظر گرفته می‌شود و در ایستگاه‌های میانی مسافران در انتظار قطار خواهند ماند و جدول زمانی دقیقی برای حرکت قطارها در ایستگاه‌های میانی وجود ندارد. زمان توقف قطار در ایستگاه‌های میانی ثابت در نظر گرفته می‌شود.

هر واگن دارای ۴۰ صندلی می‌باشد و همچنین در هر واگن ۱۴۴ نفر می‌توانند به صورت ایستاده قرار بگیرند به صورتی

جدول ۴: احتمال مقصد مسافران

فاصله زمانی ۰۵:۳۰ - ۰۵:۵۰						
از - به	ایستگاه ۱	ایستگاه ۲	ایستگاه ۳	ایستگاه ۴	ایستگاه ۵	ایستگاه ۶
ایستگاه ۱	-	۰/۳۱	۰/۲۷	۰/۰۷	۰/۱	۰/۲۵
ایستگاه ۲	۰/۱۴	-	۰/۳	۰/۰۱	۰/۱۸	۰/۲۸
ایستگاه ۳	۰/۱۹	۰/۲۸	-	۰/۰۹	۰/۱۸	۰/۲۶
ایستگاه ۴	۰/۱۴	۰/۲۹	۰/۱۸	-	۰/۰۸	۰/۳۱
ایستگاه ۵	۰/۱۵	۰/۲۳	۰/۲	۰/۰۶	-	۰/۳۶
ایستگاه ۶	۰/۲	۰/۳۴	۰/۲۹	۰/۰۸	۰/۰۹	-

جدول ۵: سطح پایین، مرکز و بالا برای فاکتورهای ورودی

فاکتور ورودی (پیشروی)	بازه زمانی	سطح پایین (مقدار کد شده +)	سطح مرکزی (مقدار کد شده ۰)	سطح بالا (مقدار کد شده -)
x_1	۰۵:۳۰ - ۰۵:۵۰	۲۴۰	۴۲۰	۶۰۰
x_2	۰۵:۵۰ - ۰۶:۱۴	۲۴۰	۴۲۰	۶۰۰
x_3	۰۶:۱۴ - ۱۱:۱۰	۲۴۰	۴۲۰	۶۰۰
x_4	۱۱:۱۰ - ۱۴:۰۰	۲۴۰	۴۲۰	۶۰۰

می‌نمایند. جدول ۴ این احتمالات برای فاصله زمانی میان ۰۵:۳۰ تا ۰۵:۵۰ را نشان می‌دهد. همانطور که قابل مشاهده است ۳۱ درصد از مسافرانی که در این بازه زمانی به ایستگاه اول مراجعه می‌کنند به ایستگاه دوم مسافرت خواهند کرد. در ادامه در بخش ۴-۱ فرضیات شبیه‌سازی خط ۴ مترو تهران و در بخش ۴-۲ طرح آزمایش مناسب برای تخمین رابطه میان اهداف و زمان‌های پیشروی بیان شده است. در بخش ۴-۳ بردار زمان‌های پیشروی بهینه به منظور رسیدن به اهداف مورد نظر ارائه شده است. در نهایت در بخش ۴-۴ نتایج روش پیشنهادی با رویکرد تابع مطلوبیت مقایسه شده است.

ورود مشتریان به هر ایستگاه در هر بازه زمانی به عنوان یک متغیر تصادفی در نظر گرفته شده است که از توزیع نمایی پیروی می‌کند. احتمال عزیمت مسافران از یک ایستگاه به ایستگاه دیگر نیز از طریق توزیع ورود مشتریان حاصل می‌گردد. اگر تعداد مشتریانی که به ایستگاه X مراجعه می‌کنند و از این ایستگاه به ایستگاه Y سفر می‌کنند را بر تعداد کل مسافرانی که به ایستگاه X مراجعه می‌کنند تقسیم نماییم احتمال عزیمت از ایستگاه X به ایستگاه Y حاصل می‌شود. بدین ترتیب می‌توان احتمال عزیمت از یک ایستگاه به ایستگاه دیگر را برای تمامی ایستگاه‌ها محاسبه نمود. در مدل شبیه‌سازی نیز مسافران بر اساس این احتمال محاسبه شده از یک ایستگاه به ایستگاه دیگر مسافرت

جدول ۶: طرح آزمایش و مقادیر پاسخ

شماره	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1			y_2		
					۱	۲	۳	۱	۲	۳
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۳۷۵	۳۸۶	۳۸۸	۳۹/۵	۳۸/۲	۳۹
۲	۱	-۱	-۱	-۱	۴۲۳	۴۱۵	۴۳۰	۴۱	۴۰/۳	۳۹/۶
۳	-۱	۱	-۱	-۱	۴۴۳	۴۶۶	۴۵۲	۴۴	۴۴/۱	۴۲
۴	۱	۱	-۱	-۱	۴۷۱	۴۵۸	۴۷۰	۴۸	۴۸/۵	۴۹/۳
۵	-۱	-۱	۱	-۱	۴۷۹	۴۶۲	۴۸۶	۴۹	۵۱	۵۰/۹
۶	۱	-۱	۱	-۱	۴۸۷	۵۰۹	۴۹۶	۵۲	۵۲/۳	۵۴
۷	-۱	۱	۱	-۱	۵۰۱	۴۹۴	۵۲۹	۵۱	۵۳	۵۴/۶
۸	۱	۱	۱	-۱	۵۴۹	۵۴۹	۵۳۳	۵۹	۵۹/۹	۵۸
۹	-۱	-۱	-۱	۱	۴۷۱	۴۴۹	۴۶۰	۴۶/۹	۴۵/۲	۴۴/۷
۱۰	۱	-۱	-۱	۱	۴۴۴	۴۳۰	۴۳۲	۴۴	۴۲/۶	۴۳
۱۱	-۱	۱	-۱	۱	۴۵۶	۴۷۲	۴۸۳	۴۶	۴۹	۴۶/۸
۱۲	۱	۱	-۱	۱	۵۱۱	۵۲۶	۵۳۰	۵۱	۵۳	۵۲/۲
۱۳	-۱	-۱	۱	۱	۵۵۹	۵۴۲	۵۴۷	۵۵	۵۴	۵۳/۲
۱۴	۱	-۱	۱	۱	۵۵۶	۵۷۳	۵۷۵	۵۷	۵۹/۱	۵۸/۲
۱۵	-۱	۱	۱	۱	۵۷۱	۵۹۴	۵۶۰	۶۰/۹	۶۶	۶۳
۱۶	۱	۱	۱	۱	۵۷۸	۶۰۶	۵۸۰	۶۴/۸	۶۷	۶۳
۱۷	-۱	۰	۰	۰	۴۵۸	۴۴۸	۴۵۰	۴۶	۴۵/۱	۴۵/۸
۱۸	۱	۰	۰	۰	۴۹۱	۴۹۶	۴۷۵	۴۹/۹	۵۰	۴۸
۱۹	۰	-۱	۰	۰	۴۴۲	۴۳۸	۴۳۶	۴۴/۴	۴۴/۶	۴۵
۲۰	۰	۱	۰	۰	۴۹۹	۴۸۷	۵۰۵	۵۰/۹	۵۲	۵۲/۵
۲۱	۰	۰	-۱	۰	۴۲۲	۴۱۱	۴۱۸	۴۳/۹	۴۴/۵	۴۵
۲۲	۰	۰	۱	۰	۵۰۰	۵۱۵	۵۰۸	۵۵	۵۲/۶	۵۳/۸
۲۳	۰	۰	۰	-۱	۴۳۹	۴۴۰	۴۴۶	۴۳/۶	۴۴/۱	۴۴/۲
۲۴	۰	۰	۰	۱	۴۶۸	۴۵۹	۴۵۰	۴۷/۳	۴۸	۴۹
۲۵	۰	۰	۰	۰	۴۷۱	۴۶۶	۴۷۵	۴۶/۱	۴۵/۳	۴۵/۹

۱-۴- شبیه‌سازی

به منظور مدل نمودن خط ۴ مترو تهران از نرم‌افزار شبیه‌سازی Enterprise Dynamic 7.0 استفاده شده است. مفروضاتی که در شبیه‌سازی آزمایشات در نظر گرفته شده است به شرح زیر است:

- سیستم مورد نظر یک سیستم پایان‌پذیر می‌باشد و ۸/۵ ساعت در طول روز کار می‌کند. اولین قطار در ساعت ۰۵:۳۰ صبح شروع به حرکت می‌کند و آخرین قطار نیز ساعت ۱۴:۰۰ شروع به حرکت می‌کند.
- سرعت قطار در بخش‌های مختلف می‌تواند متفاوت باشد اما سرعت قطار در طول یک سفر میان دو ایستگاه متوالی نمی‌تواند تغییر کند.
- مسافران از ۵ دقیقه پیش از شروع نخستین بازه زمانی و تا پایان آخرین بازه زمانی می‌توانند وارد سیستم گردند.
- زمان‌های توقف در هر ایستگاه ثابت می‌باشد. برای ایستگاه دوم و سوم زمان توقف ۳۰ ثانیه و برای ایستگاه چهارم و پنجم ۲۰ ثانیه می‌باشد.
- در تمامی ایستگاه‌ها نظم نوبت یا همان نظم FCFS در صف مشتریان برقرار می‌باشد. و اگر قطاری پر باشد و مسافران نتوانند سوار قطار شوند، برای قطار بعدی دارای اولویت می‌باشند.
- بعد از ساعت ۱۴:۰۰ قطارها در جهتی که حرکت می‌کنند به کار خود ادامه می‌دهند تا به ایستگاه پایانی برسند.
- زمان‌های پیشروی، متغیرهای ورودی تحت کنترل می‌باشند. مقدار آن‌ها قبل از اجرای مدل شبیه‌سازی مشخص می‌باشد. زمان‌های پیشروی می‌توانند برای بازه‌های زمانی مختلف، متفاوت باشند اما در طول اجرای مدل شبیه‌سازی، زمان پیشروی برای یک بازه مشخص ثابت در نظر گرفته می‌شود. زمان‌های پیشروی فقط در ایستگاه‌های پایانه در نظر گرفته می‌شود.
- نرخ پر بودن واگن از طریق رابطه (۸) محاسبه می‌شود.

$$FR = \frac{TNTP}{TNT * TFC} \quad (8)$$

به طوری که TNTP بیانگر تعداد کل افرادی است که در طول یک روز سفر می‌کنند، TNT بیانگر تعداد کل سفر در

طول روز و TCF بیانگر ظرفیت کامل یک قطار است.

۲-۴- طراحی آزمایش‌ها

به منظور دست یافتن به مدل رگرسیون برای متوسط زمان سفر و نرخ پر بودن واگن، از یک طرح مرکب مرکزی با ۱۶ نقطه عاملی، ۸ نقطه محوری. یک نقطه مرکزی استفاده شده است. جدول ۵، نقطه مرکزی و سطوح طراحی شده برای هر بازه را نشان می‌دهد. مدل شبیه‌سازی برای هر نقطه ۳ مرتبه اجرا شده و نتایج بدست آمده در جدول ۶ ثبت شده است.

از نرم‌افزار آماری Minitab 14 استفاده شده است تا باقیمانده‌های تخمینی برای مدل رگرسیون آزمایش گردد. نمودار احتمال نرمال برای باقیمانده‌های تخمینی و همچنین نمودار باقیمانده‌ها در برابر پاسخ‌های پیش‌بینی شده رسم شده است. نتایج به دست آمده نرمال بودن داده‌ها را نشان می‌دهد. سپس با استفاده از Minitab آنالیز واریانس (ANOVA) برای مدل رگرسیون صورت گرفته است. برای سطح معنادار ۵ درصد فرض صفر بودن اثرهای اصلی، اندرکنش‌های دوتایی و انحنا رد شده است. در نهایت مدل رگرسیون با فاکتورهای کد شده برای متوسط زمان سفر (Y_1) و نرخ پر بودن واگن (Y_2) به صورت روابط (۹) و (۱۰) خواهد بود.

$$E(Y_1) = 455.277 + 11.333x_1 + 21.907x_2 + 9.621x_3^2 + 3.625x_1x_2 - 5.458x_2x_3 + 5.833x_3x_4 \quad (9)$$

$$E(Y_2) = 46.531 + 1.496x_1 + 3.07x_2 + 5 + 2.588x_4 + 1.574x_2^2 + 2.64x_3^2 + 0.766x_1x_2 - 0.445x_1x_4 + 0.533x_3x_4 \quad (10)$$

جهت اعتبارسنجی مدل شبیه‌سازی از قدرمطلق خطای نسبی استفاده شده است که از رابطه (۱۱) محاسبه می‌گردد.

$$r = |(w - y)/w| \quad (11)$$

به طوری که، w بیانگر خروجی مدل شبیه‌سازی و y بیانگر خروجی مدل رگرسیون است. از آنجا که مقادیر y برای تمامی موارد کمتر از ۵٪ است بنابراین مدل‌های رگرسیونی بدست آمده از شبیه‌سازی جهت بهینه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است.

۳-۴- طراحی پارامتر مقاوم

به منظور بدست آوردن بردار بهینه زمان‌های پیشروی بر

طرفی نرخ پر بودن واگن نیز در ناحیه مطلوب قرار گرفته است.

۴-۴- مقایسه با رویکرد تابع مطلوبیت

هدف در این بخش مقایسه رویکرد پیشنهادی با روش موجود در مقاله یالسینکایا و بایهان [۲۸] برای بهینه‌سازی توأم متوسط زمان سفر مسافران و نرخ پر بودن واگن در خط ۴ مترو تهران است. یالسینکایا و بایهان به منظور جمع اهداف از رویکرد تابع مطلوبیت درینگر - سویچ [۲۷] استفاده می‌کنند. از این رو ابتدا به طور خلاصه رویکرد تابع مطلوبیت معرفی می‌گردد. سپس رویکرد پیشنهادی با روش یالسینکایا و بایهان به صورت عددی مقایسه می‌گردد.

۴-۳-۱- تابع مطلوبیت درینگر - سویچ [۲۷]

روش درینگر - سویچ برای مسائل چندهدفه از یک تابع مطلوبیت استفاده می‌نماید تا مسئله با چند هدف را به یک مسئله تک هدفه تبدیل نماید. در این روش، ابتدا مقدار هدف تخمین زده شده (\hat{y}_i) به صورت سیستماتیک به یک مقدار بی‌واحد d_i به نام مطلوبیت تبدیل می‌گردد که در دامنه $[1, 0]$ می‌تواند تغییر کند و یک مقدار نزدیک‌تر به یک از مطلوبیت بیشتری برخوردار است. تابع مطلوبیت برای یک هدف با مقدار بهینه B می‌توان به صورت رابطه (۱۵) تعریف کرد.

$$d_i = \begin{cases} \left(\frac{\hat{y}_i - A_i}{B_i - A_i} \right)^s, & A_i \leq \hat{y}_i \leq B_i, \\ \left(\frac{\hat{y}_i - C_i}{B_i - C_i} \right)^t, & B_i \leq \hat{y}_i \leq C_i \end{cases} \quad (15)$$

به طوری که، A و C به ترتیب حدود پایین و بالای مطلوب برای هدف مورد نظر است. S و t پارامترهایی از مدل هستند که شکل تابع مطلوبیت را تعیین می‌کنند بدین ترتیب که اگر بزرگ‌تر از یک باشند تابع مطلوبیت به صورت محدب، اگر کوچکتر از یک باشد تابع مطلوبیت به صورت مقعر و در غیر این صورت تابع مطلوبیت به صورت خطی خواهد بود. اگر تابع هدف به گونه‌ای باشد که می‌بایست کمینه گردد در این صورت از تابع مطلوبیت یک طرفه استفاده می‌شود. در این حالت A=B است و تابع مطلوبیت به صورت رابطه (۱۶) خواهد بود.

$$d_i = \left\{ \left(\frac{\hat{y}_i - C_i}{B_i - C_i} \right)^t, \quad B_i \leq \hat{y}_i \leq C_i \right. \quad (16)$$

اساس مدل برنامه‌ریزی در معادله (۵) نیازمند سطوح پاسخ واریانس اهداف و کوواریانس میان آن‌ها است. بدین منظور واریانس و کوواریانس نمونه‌ای داده‌های ۳ تکرار شبیه‌سازی برای هر نقطه از سطوح در نظر گرفته شده برای فاکتورهای ورودی محاسبه می‌گردد. سپس با استفاده از نرم L_2 ، داده‌ها نرمالایز می‌شود که در جدول ۷ نشان داده شده است. و در نهایت با استفاده از نرم‌افزار Minitab مدل رگرسیون برای واریانس اهداف و کوواریانس میان آن‌ها محاسبه می‌گردد که به صورت روابط (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) خواهد بود.

$$\begin{aligned} Var(Y_1) = & 0.036011 - 0.03648 x_1 \\ & + 0.06403x_2 + 0.05808x_3 \\ & + 0.073217x_1^2 - 0.03965x_1x_2 \\ & + 0.03024x_2x_3 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} Var(Y_2) = & 0.011629 \\ & - 0.039757x_1 + 0.078714x_2 \\ & + 0.066346x_3 + 0.053061x_4 \\ & - 0.044244x_1x_2 + 0.051969x_2x_3 \\ & + 0.5037x_2x_4 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Cov(Y_1, Y_2) = & -0.033066 \\ & + 0.09077x_2 + 0.071630x_3 \\ & + 0.07212x_4 + 0.07911x_2x_3 \end{aligned} \quad (14)$$

همان‌طور که در بخش‌های قبل بیان شد، مدل بهینه‌سازی پیشنهادی نیازمند حد پایین و بالای مطلوب از دیدگاه تصمیم‌گیرنده برای میانگین هر یک از اهداف است. در این ارتباط، از آنجا که مقدار کم نرخ پر بودن واگن از دیدگاه مسافران مطلوب و از دیدگاه شرکت راه‌آهن نامطلوب است بنابراین حدود میانگین نرخ پر بودن واگن را می‌بایست به گونه‌ای انتخاب کرد که نظر هر دو طرف را جلب کند. از این رو حد بالا و پایین برای میانگین نرخ پر بودن واگن به ترتیب ۶۰ و ۴۰ درصد در نظر گرفته شده است. اما از آنجا که کمینه شدن متوسط زمان سفر برای هر دو طرف مطلوب است مقدار حد پایین این هدف صفر در نظر گرفته شده است و حد بالای آن را کوچک‌ترین عدد صحیح که فضای جواب مسئله تهی نشود، انتخاب شده است. مدل مورد مطالعه با استفاده از نرم‌افزار Lingo 11 کد شده است و نتایج حل مدل در جدول ۸ نشان داده شده است.

همان‌طور که در جدول قابل مشاهده است مقدار متوسط زمان سفر برای این روش کمتر از مقدار فعلی می‌باشد از

$$D = (d_1 \times d_2 \times \dots \times d_m)^{1/m} \quad (17)$$

به طوری که، m تعداد اهداف و D مطلوبیت کل می‌باشد [۲۳]. پس از آنکه تابع مطلوبیت کل تعریف گردید با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی مقادیر متغیرهای ورودی که این تابع را بیشینه می‌نمایند مشخص می‌شود.

و اگر هدف از نوع بیشینه‌سازی باشد با یک تغییر علامت به سادگی به یک هدف کمینه‌سازی تبدیل می‌گردد و بدین ترتیب تابع مطلوبیت آن از مدل بالا تبعیت می‌کند. در نهایت درینگر و سویچ استفاده از میانگین هندسی توابع مطلوبیت را برای تجمیع اهداف پیشنهاد دادند.

جدول ۷: طرح آزمایش و مقادیر واریانس و کوواریانس

شماره	x_1	x_2	x_3	x_4	$Var(y_1)$	$nVar(y_1)$	$Var(y_2)$	$nVar(y_2)$	$Cov(y_1, y_2)$	$nCov(y_1, y_2)$
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۴۹	۰/۰۷۲۸	۰/۴۳	۰/۰۴۵۲	-۲/۱۳۳	-۰/۰۵۷۷
۲	۱	-۱	-۱	-۱	۵۶/۳۳۳	۰/۰۸۳۶	۰/۴۹	۰/۰۵۱۶	-۱/۶۳۳	-۰/۰۴۴۲
۳	-۱	۱	-۱	-۱	۱۳۴/۳۳۳	۰/۱۹۹۵	۱/۴۰۳۳	۰/۱۴۷۸	۱/۵۲۲	۰/۰۴۱۲
۴	۱	۱	-۱	-۱	۵۲/۳۳۳	۰/۰۷۷۷	۰/۴۳	۰/۰۴۵۲	۰/۲	۰/۰۰۵۴
۵	-۱	-۱	۱	-۱	۱۵۲/۳۳۳	۰/۲۲۶۳	۱/۲۷	۰/۱۳۳۷	-۲/۵۶	-۰/۰۶۹۴
۶	۱	-۱	۱	-۱	۱۲۲/۳۳۳	۰/۱۸۱۷	۱/۱۶۳۳	۰/۱۲۲۵	۰/۲۷۷	۰/۰۰۷۵
۷	-۱	۱	۱	-۱	۳۴۳	۰/۵۰۹۶	۳/۲۵۳	۰/۳۴۲۷	۱۵/۸۶۶	۰/۴۲۹۵
۸	۱	۱	۱	-۱	۸۵/۳۳۳	۰/۱۲۶۷	۰/۹۰۳	۰/۰۹۵۱	۵/۱۵۵	۰/۱۳۹۵
۹	-۱	-۱	-۱	۱	۱۲۱	۰/۱۷۹۷	۱/۳۳	۰/۱۴۰۱	۶/۲۳۳	۰/۱۶۸۷
۱۰	۱	-۱	-۱	۱	۵۷/۳۳۳	۰/۰۸۵۱	۰/۵۲	۰/۰۵۴۷	۳/۶	۰/۰۹۷۴
۱۱	-۱	۱	۱	-۱	۱۸۴/۳۳۳	۰/۲۷۳۸	۲/۴۱۳	۰/۲۵۴۲	۵/۰۴۴	۰/۱۳۶۵
۱۲	۱	-۱	۱	۱	۱۰۰/۳۳۳	۰/۱۴۹۰	۱/۰۱۳۳	۰/۱۰۶۷	۵/۵۱۱	۰/۱۴۹۱
۱۳	-۱	-۱	-۱	۱	۷۶/۳۳۳	۰/۱۱۳۴	۰/۸۱۳	۰/۰۸۵۶	۳/۸۴۴	۰/۱۰۴۰
۱۴	۱	۱	-۱	۱	۱۰۹	۰/۱۶۱۹	۱/۱۱	۰/۱۱۶۹	۶/۳	۰/۱۷۰۵
۱۵	-۱	۱	۱	۱	۳۰۱	۰/۴۴۷۲	۶/۵۷	۰/۶۹۲۰	۲/۱۸	۰/۵۹۰۱
۱۶	۱	۱	۱	۱	۲۴۴	۰/۳۶۲۵	۴/۰۱۳	۰/۴۲۲۷	۱۸	۰/۴۸۷۲
۱۷	-۱	۰	۰	۰	۲۸	۰/۰۴۱۶	۰/۲۲۳	۰/۰۲۳۵	۱/۳۳۳	۰/۰۳۶۰
۱۸	۱	۰	۰	۰	۱۲۰/۳۳۳	۰/۱۷۸۷	۱/۲۷	۰/۱۳۳۷	۸/۱	۰/۲۱۹۲
۱۹	۰	-۱	۰	۰	۹/۳۳۳	۰/۰۱۳۸	۰/۰۹۳	۰/۰۰۹۸	-۰/۵۷۷	-۰/۰۱۵۶
۲۰	۰	۱	۰	۰	۸۴	۰/۱۲۴۸	۰/۶۷	۰/۰۷۰۵	۰/۶	۰/۰۱۶۲
۲۱	۰	-۱	۰	۰	۳۱	۰/۰۴۶۰	۰/۳۰۳	۰/۰۳۱۹	-۰/۸۳۳	-۰/۰۲۲۵
۲۲	۰	۱	۰	۰	۵۶/۳۳۳	۰/۰۸۳۶	۰/۵۷۳	۰/۰۶۰۳	-۳/۵۵۵	-۰/۰۹۶۲
۲۳	۰	۰	۰	-۱	۱۴/۳۳۳	۰/۰۲۱۲	۰/۱۰۳	۰/۰۱۰۸	۰/۵۸۸	۰/۰۱۵۹
۲۴	۰	۰	۰	۱	۸۱	۰/۱۲۰۳	۰/۷۳	۰/۰۷۶۹	-۵/۱	-۰/۱۳۸۰
۲۵	۰	۰	۰	۰	۲۰/۳۳۳	۰/۰۳۰۲	۰/۱۷۳	۰/۰۱۸۲	۰/۹۵۵	۰/۰۲۵۸

جدول ۸: مقادیر فعلی و پیشنهادی پیشروی

بازه زمانی	زمان پیشروی		مقادیر پاسخ						r (%)	
	فعلی	پیشنهادی	فعلی		مدل رگرسیون		مدل شبیه‌سازی			
۰۵:۳۰ - ۰۵:۵۰	۶۰۰	۲۸۳	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
۰۵:۵۰ - ۰۶:۱۴	۳۶۰	۴۳۰	۴۳۲/۵	۴۲/۶	۴۳۱	۴۳/۲	۴۲۹	۴۴/۶	۰/۵	۳/۱
۰۶:۱۴ - ۱۱:۱۰	۲۴۰	۲۴۰								
۱۱:۱۰ - ۱۴:۰۰	۳۰۰	۴۸۷								

جدول ۹: مقایسه روش MRPD با یالسینکایا و بایهان [۲۸]

بازه زمانی	زمان پیشروی		مقادیر پاسخ			
	MRPD	یالسینکایا و بایهان [۲۸]	MRPD		یالسینکایا و بایهان [۲۸]	
۰۵:۳۰ - ۰۵:۵۰	۲۸۳	۴۹۹	Y_1	Y_2	Y_1	Y_1
۰۵:۵۰ - ۰۶:۱۴	۴۳۰	۴۰۹	۴۲۹	۴۴/۶	۴۶۷/۹	۵۰/۰
۰۶:۱۴ - ۱۱:۱۰	۲۴۰	۲۴۰	$Var(Y_1)$	$Var(Y_2)$	$Var(Y_1)$	$Var(Y_2)$
۱۱:۱۰ - ۱۴:۰۰	۴۸۷	۲۴۰	۰/۰۵۱۸	۰/۰۰۰۰	۰/۰۸۳۸	۰/۰۱۳۴

پیشروی در خطوط مترو ارائه شده است. رویکرد پیشنهادی نه تنها به دنبال کمینه نمودن متوسط زمان سفر و قرار دادن نرخ پر بودن هر واگن در یک ناحیه مطلوب از پیش تعیین شده دارد، بلکه به دنبال حداقل کردن واریانس این دو تابع هدف است. همچنین حساسیت اهداف مذکور نسبت به فاکتورهای غیر قابل کنترل از جمله ورود مشتریان به سیستم را به حداقل ممکن می‌رساند و همبستگی بالقوه میان اهداف را در فرآیند بهینه‌سازی در نظر می‌گیرد. به منظور نمایش ویژگی‌های روش پیشنهادی، خط ۴ مترو تهران مورد مطالعه قرار گرفته است و عملکرد رویکرد پیشنهادی با روش تابع مطلوبیت مقایسه شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهند که اگرچه مقدار نرخ پر بودن واگن در رویکرد تابع مطلوبیت به مقدار هدف نزدیک‌تر است اما واریانس این تابع هدف در رویکرد پیشنهاد نزدیک به صفر شده است. از طرف دیگر متوسط زمان سفر در روش پیشنهادی بسیار کمتر از روش تابع مطلوبیت است علاوه بر این که واریانس کمتری نیز دارد.

بنابر نتایج مثبت اشاره شده در پاراگراف قبلی مدیران مترو می‌توانند از نتایج رویکرد پیشنهادی جهت بهبود عملکرد خط ۴ مترو تهران استفاده کنند. همچنین با الهام از رویکرد پیشنهادی، گام‌هایی جهت بهبود برنامه ریزی سایر خطوط مترو در تهران و سایر شهرستانها می‌تواند برداشته شود. از آنجا که مدل ارائه شده علاوه بر میانگین روی واریانس اهداف نیز تمرکز دارد، استفاده از آن در عمل ریسک ناچیزی برای مدیران به همراه خواهد داشت. برای تحقیقات آتی نیز می‌توان انصراف مسافران از صف و همچنین خرابی قطارها را در مدل شبیه‌سازی در نظر گرفت و همچنین می‌توان سرعت حرکت قطار میان ایستگاه‌ها را به عنوان یک فاکتور ورودی در نظر گرفت که در این مطالعه ثابت فرض شده است.

۴-۳-۲- مقایسه عددی رویکرد پیشنهادی با روش یالسینکایا و بایهان [۲۸]

جهت حل مسئله بهینه‌سازی زمان پیشروی قطار در خط ۴ مترو تهران با استفاده از روش یالسینکایا و بایهان [۲۸] مقادیر حد پایین، حد بالا و هدف برای نرخ پر بودن واگن به ترتیب ۴۰، ۶۰ و ۵۰ درصد در نظر گرفته شده است. همچنین حد پایین متوسط زمان سفر، میانگین زمان‌های سفر در ۱۰ تکرار شبیه‌سازی که تمامی زمان‌های پیشروی در سطوح پایین خود قرار داده شده‌اند، در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر حد بالای آن نیز به طور مشابه با قرار دادن زمان‌های پیشروی در سطوح بالای خود بدست می‌آید. برای هر یک از پارامترهای s و t سه مقدار ۰/۱، ۱ و ۱۰ در نظر گرفته شده است. بنابراین ۹ ترکیب از مسئله قابل ارزیابی می‌باشد. تابع مطلوبیت کل از رابطه (۱۸) محاسبه می‌گردد:

$$D(X) = [d_1 (Y_1(x)) \cdot d_2 (Y_2(x))]^{1/2} \quad (18)$$

برای تمامی ترکیبات s و t ، با استفاده از معادلات رگرسیونی بدست آمده از روش سطح پاسخ، نقاط بهینه با استفاده از نرم‌افزار Lingo 11 محاسبه و بهترین آن‌ها انتخاب می‌شود. که نتایج آن در جدول ۹ آمده است. همان‌طور که در جدول ۹ نشان داده شده است اگرچه مقدار نرخ پر بودن واگن در رویکرد تابع مطلوبیت به مقدار هدف نزدیک‌تر است اما متوسط زمان سفر در روش پیشنهادی بسیار بهتر است. همچنین از آنجا که رویکرد تابع مطلوبیت واریانس اهداف را در فرآیند بهینه‌سازی مد نظر قرار نمی‌دهد مطابق انتظار رویکرد پیشنهادی نسبت به روش تابع مطلوبیت از نقطه نظر واریانس اهداف به نتایج بهتری دست یافته است.

۵- نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی

در این مطالعه یک روش حل برای بهینه‌سازی زمان‌های

۶- مراجع

- [1] W.O. Assis, B.E.A. Milani, "Generation of optimal schedules for metro lines using model predictive control", *Automatica*, Vol. 40, No. 8, 2004, pp. 1397–1404.
- [2] G. Gentile, S. Nguyen, S. Pallottino, "Route choice on transit networks with online information at stops", *Transportation Science*, Vol. 39, No. 3, 2005, pp. 289–297.
- [3] J. Hu, X. Shi, J. Song, Y. Xu, "Optimal design for urban mass transit network based on evolutionary algorithms", *Lecture Notes in Computer Science*, Vol. 3611, 2005, pp.1089–1100.
- [4] J.F. Guan, H. Yang, S.C. Wirasinghe, "Simultaneous optimization of transit line configuration and passenger line assignment", *Transportation Research Part B*, Vol. 40, No. 10, 2006, pp. 885–902.
- [5] F. Zhao, X. Zeng, "Optimization of transit network layout and headway with a combined genetic algorithm and simulated annealing method", *Engineering Optimization*, Vol. 38, No. 6, 2006, pp. 701–722.
- [6] F. Zhao, X. Zeng, "Optimization of transit route network, vehicle headways and timetables for large-scale transit networks", *European Journal of Operational Research*, Vol. 186, No. 2, 2008, pp. 841–855.
- [7] M. Flamini, D. Pacciarelli, "Real time management of a metro rail terminus", *European Journal of Operational Research*, Vol. 189, No. 3, 2008, pp. 746–761.
- [۸] غ. شفاابخش، ا. شاه‌حسینی، "آنالیز حساسیت جریان ترافیک بزرگراه‌های برون‌شهری نسبت به عوامل هندسی مسیر"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۵، شماره ۱۹، ۱۳۸۸، صفحه ۳۵–۲۳.
- [9] G. Gutiérrez-Jarpa, C. Obreque, G. Laporte, and V. Marianov, "Rapid transit network design for optimal cost and origin–destination demand capture", *Computers & Operations Research*, Vol. 40, No. 12, 2013, pp.3000-3009.
- [10] G. Gutiérrez-Jarpa, G. Laporte, V. Marianov, & L. Moccia, "Multi-objective rapid transit network design with modal competition: The case of Concepción, Chile", *Computers & Operations Research*, Vol. 78, 2017, pp. 27-43.
- [11] E. Hassannayebi, A. Sajedinejad, & S. Mardani, "Urban rail transit planning using a two-stage simulation-based optimization approach", *Simulation Modelling Practice and Theory*, Vol. 49, 2014, pp.151-166.
- [12] S.M. Amiripour, A.A. Ceder, and A.S. Mohaymany, "Designing large-scale bus network with seasonal variations of demand", *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, VOL. 48, 2014, pp.322-338.
- [۱۳] آ. ساجدی‌نژاد، ع. حسن‌ناییبی، ج. حیدری، ج. رزمی، "مدل‌سازی تردد ناوگان اتوبوسرانی شهری بر اساس داده‌های موقعیت مکانی موردکاوی: خطوط اتوبوسرانی شهری تهران"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۳، شماره ۴۲، ص ۱۱۸–۱۰۳.
- [14] S. Li, L. Yang, Z. Gao, and K. Li, "Robust train regulation for metro lines with stochastic passenger arrival flow", *Information Sciences*, Vol. 373, 2016, pp.287-307.
- [15] D. Canca, A. De-Los-Santos, G. Laporte, and J.A. Mesa, "An adaptive neighborhood search metaheuristic for the integrated railway rapid transit network design and line planning problem", *Computers & Operations Research*, Vol. 78, 2017, pp.1-14.
- [16] R.H. Myers, D.C. Montgomery, "Response Surface Methodology: Process and Product Optimization using Designed Experiments", John Wiley and Sons, Inc., New York, 1995.
- [17] G.E.P. Box, K.B. Wilson, "On the experimental attainment of optimum conditions", *Journal of Royal Statistical Society Series B*, Vol. 13, No. 1, 1951, pp. 1–38.
- [18] E.D. Castillo, D.C. Montgomery, D.R. McCarville, "Modified desirability functions for multiple response optimization", *Journal of Quality Technology*, Vol. 28, No. 3, 1996, pp. 337–345.
- [19] A. D'Angelo, M. Gastaldi, N. Levialdi, "Performance analysis of a flexible manufacturing system: A statistical approach", *International Journal of Production Economics*, Vol. 56–57, 1998, pp. 47–59.
- [20] A. Gharbi, J.P. Kenne, "Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: An experimental design approach", *International Journal of Production Economics*, Vol. 65, No. 3, 2000, pp.275–287.
- [21] M.D.L.A. Irizarry, J.R. Wilson, J. Trevino, "A flexible simulation tool for manufacturing-cell design. II: Response surface analysis and case study", *IIE Transactions*, Vol. 33, No. 10, 2001, pp.837–846.
- [22] G. Miro Quesada, E. Del Castillo, "A Dual Response Approach to the Multivariate Robust Parameter Design Problem", *Technometrics*, Vol. 46, No. 2, 2004, pp. 176-187.
- [23] D.C. Montgomery, "Design and Analysis of Experiments", John Wiley and Sons, Inc., New York, 2001.
- [24] R.H. Myers, D.C. Montgomery, "Response surface methodology", 2nd edition., John Wiley& Sons, New York, 2002.
- [25] E. Del Castillo, "Process optimization, A statistical approach", Springer Science+ Business Media LLC,

ISBN 978-0-387 71435-6, 2007.

- [26] S.K. Fan, "A generalized global optimization algorithm for dual response systems", *Journal of Quality Technology*, Vol. 32, No. 4, 2000, pp. 444-456.
- [27] G.C. Derringer, R. Suich, "Simultaneous optimization of several response variables", *Journal of Quality Technology*, Vol. 12, No. 4, 1980, pp. 214-219.
- [28] O. Yalcinkaya, G. M. Bayhan, "Modelling and optimization of average travel time for a metro line by simulation and response surface methodology", *European Journal of Operational Research*, Vol. 196, No. 1, 2009, pp. 225-233.