

استفاده از روش شبیه سازی زیر مجموعه ای در کنترل فعال سازه ها

گلسا بهنام^۱ و هاشم شریعتمدار^{۲*}

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۱۱/۲۷	
پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۱۷	
واژگان کلیدی: کنترل فعال سازه، قابلیت اطمینان، احتمال گسیختگی، شبیه سازی زیر مجموعه ای.	<p>در چند دهه گذشته الگوریتم ها و وسایل کنترلی بسیاری برای کاربردهای مهندسی عمران پیشنهاد شده است که هر یک از آن ها بسته به اهداف و کاربردهای خاص دارای فواید خاصی می باشند. وجود یک معیار مشترک برای مقایسه الگوریتم ها و وسایل کنترلی می تواند بسیار مفید واقع شود. از آنجایی که عدم قطعیت، در همه سازه ها امری ذاتی و اجتناب ناپذیر است، عدم توجه به آن می تواند موجب تنزل یافتن عملکرد سازه کنترل شده گردد. به همین دلیل، اندازه گیری های احتمالاتی گسیختگی، برای ارزیابی دقیق و مقایسه قدرتمند سیستم های کنترل سازه ضروری می باشد. چندین روش و الگوریتم ارزیابی قابلیت اطمینان با توانایی، دقت و بازدهی گوناگون در گذشته مطرح شده است. یک مقایسه کمی از این روش ها می تواند برای جامعه مهندسی بسیار مفید و قابل استفاده باشد. در این پژوهش، از یک روش شبیه سازی به نام شبیه سازی زیر مجموعه ای، برای محاسبه احتمالات گسیختگی، به منظور آنالیز قابلیت اطمینان سیستم های مهندسی استفاده شده است. به همین منظور، چند نمونه از ارزیابی قابلیت اطمینان سازه های مبنای سه درجه آزادی، تحت اثر نویز سفید ایستا، مورد بررسی قرار گرفته اند که در تمام این موارد، برای بهبود پاسخ سازه، از سیستم کنترل فعال استفاده شده است. نتایج مورد بررسی نشان می دهد که روش شبیه سازی زیر مجموعه ای در ارزیابی احتمال گسیختگی سیستم های سازه ای با نواحی گسیختگی پیچیده، تعداد متغیرهای تصادفی زیاد و احتمالات گسیختگی کوچک، بسیار قدرتمند و کارآمد بوده، و به نحو شایسته ای، امکان مقایسه پارامترهای مختلف سیستم های کنترل شده را فراهم می آورد.</p>

۱- مقدمه

عدم قطعیت در کنترل همه سازه های مهندسی ذاتی می باشد و می تواند در نتیجه بدعمل کردن سخت افزارهای کنترلی، صرف نظر کردن از حالات دینامیکی سیستم ها، نامناسب بودن مدل های ریاضی، خطا در تشخیص پارامترها، ساده سازی مدل ها و غیره باشد. اگر عدم قطعیت ها در طراحی یک استراتژی کنترل به درستی مورد استفاده

قرار نگیرند، ممکن است که عملکرد سازه کنترل شده به شکل جدی تنزل پیدا کند و حتی ممکن است سازه ای که از نظر ظاهری پایدار به نظر می رسد، به دلیل اعمال نیروهای کنترلی محرک ها ناپایدار شود. به منظور این که یک استراتژی کنترلی در حضور عدم قطعیت ها موثر باشد، بایستی عملکرد قوی و ویژگی های پایداری داشته باشد. ابزارهای موجود برای آنالیز کنترلی قدرتمند،

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: shariatmadar@um.ac.ir

۱. دانشجوی دانشگاه فردوسی مشهد

۲. دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

معمولا از نظر محاسباتی و در رویارویی با احتمالات حالت حدی کوچکی که در سازه‌های کنترل شده با قابلیت اطمینان بالا وجود دارد، ناکارآمد و رام‌نشده می‌باشد. Spencer و دیگران نیز از روش‌های قابلیت اطمینان مرتبه اول و دوم (FORM^۲/SORM^۲)، برای ارزیابی احتمالات مورد نیاز استفاده کرده‌اند [۹-۱۱]. اما پژوهش‌های مختلف نشان داده‌اند که در هنگام وجود چندین نقطه طرح با توابع حالت حدی پیچیده، این روش‌ها نمی‌توانند عملکرد مطلوبی داشته باشند. با توجه به این که در روش کنترل فعال، وجود متغیرهای متعدد با توابع حالت حدی پیچیده نیازمند ارزیابی چندین نقطه طرح است، لذا روش پژوهشی که بتواند این هدف را ارضا نماید الزامی به نظر می‌رسد. این مسأله تحقیقات اخیر را به سمت گسترش الگوریتم‌های شبیه‌سازی تصادفی کارآمدتر، برای مسائل قابلیت اطمینان دینامیکی مرتبه بالا سوق داده است.

این پژوهش بر اساس روش قابلیت اطمینانی بر مبنای شبیه‌سازی، به نام شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای^۴، انجام گرفته است که اخیرا برای محاسبه کارآمد احتمالات گسیختگی کوچک در آنالیز قابلیت اطمینان سیستم‌های دینامیکی مهندسی گسترش داده شده است (Au and Beck 2001). روشی که در این پژوهش از آن استفاده می‌شود، بر مبنای نسخه بهبود یافته روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای، که در آن از الگوریتم متروپولیس-هستینگز (M-H^۵)، برای تولید نمونه‌های شرطی استفاده می‌کند قرار گرفته است. برای ارزیابی عملکرد روش فوق، چندین نمونه متعدد از سازه‌های در معرض تحریک لرزه‌ای، با سیستم‌های حفاظتی فعال، مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای یک روش شبیه‌سازی موثر، برای ارزیابی عملکرد لرزه‌ای سازه‌ها می‌باشد.

۲- ایده اصلی شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای

شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای [۱۲ و ۱۳]، یک روش شبیه‌سازی تصادفی، برای محاسبه کارآمد احتمالات گسیختگی کوچک است. به بیان واضح‌تر، روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای، یک روش برای تولید نمونه‌هایی است که متناظر با سطوح مشخص احتمالات گسیختگی می‌باشند.

دستخوش پیشرفت سریع می‌باشند. این پیشرفت بیشتر بر اساس تئوری‌های H₂/H_∞ بوده است، که برای آن‌ها مسئله کنترلی شامل تعیین عملکرد یک مدل جزئی و چند نوع تعریف عدم قطعیت می‌باشد (برای مثال، [۱] و [۲] و [۷-۳]).

در این ابزارهای کنترلی، مشکل اصلی طراحی، یافتن یک کنترل پایدار به منظور ارضای محدودیت‌های عملکردی، برای همه حالت‌های ممکن، به ویژه بدترین حالت، می‌باشد. اما با استفاده از این روش‌ها عموماً، عدم قطعیت پارامترهای مدل محدود شده، و مرزی را تولید می‌کند که معرف بدترین حالت عملکرد/پایداری یک سیستم است. برای بسیاری از مسائل کنترل سازه، محدود کردن عدم قطعیت‌ها برای طراحی بدترین حالت، بی معنی می‌باشد، در حالی که یک توصیف احتمالاتی، تجسمی واقعی‌تر و طبیعی‌تر را از مسأله ارائه می‌نماید، و در حالتی که چندین پارامتر غیرقطعی وجود دارد، از محافظه‌کاری‌های غیرمنطقی و هزینه‌های ناشی از آن اجتناب می‌نماید. همچنین، تعیین مرزهای عملکرد/پایداری، بر اساس آنالیز بدترین حالت، اندازه‌سازگاری را از احتمال نسبی یک سازه، برای رسیدن به مشخصات طرح ارائه نمی‌کند (برای مثال، یک سازه‌ای که در معرض مرز پایداری بزرگتری قرار دارد، نسبت به سازه دیگری که مرز پایداری کوچکتری دارد، الزاماً دارای احتمال ناپایداری کمتری نمی‌باشد).

به واسطه مهیا کردن اندازه‌های عملکرد/پایداری سازگار به شکل احتمالاتی برای سازه‌های کنترل شده، می‌توان از نظر کمی توانایی‌های استراتژی‌های کنترلی مختلف را، به منظور داشتن عملکرد کافی در حضور عدم قطعیت‌های ذاتی در سازه‌های مهندسی، ارزیابی نمود. با چنین ارزیابی‌های کمی می‌توان استفاده از منابع در دسترس، برای یک سازه کنترل شده مشخص را موثرتر نمود و یک تقابل واقعی‌تر و کم‌هزینه‌تر را، بین عملکرد، پایداری و عدم قطعیت برقرار نمود.

Ray و Stengel با استفاده از تکنیک شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS^۱)، این مسأله را به صورت خاصی مورد بررسی قرار داده‌اند [۸]. اما روش مونت کارلو، با وجود این که در تعیین گرایش‌های احتمالاتی روش قدرتمندی می‌باشد،

^۴ Subset Simulation

^۵ Metropolis-Hastings

^۱ Monte Carlo Simulation

^۲ Second Order Reliability Method

^۳ First Order Reliability Method

روش مشابه، مستلزم شبیه‌سازی نمونه‌ها بر اساس توزیع شرطی $\theta | F_i$ واقع در F_i می‌باشد، به طوری که $q(\theta | F_i) = q(\theta) I_{F_i}(\theta) / P(F_i)$ باشد. Au و Beck در سال ۲۰۰۱ به این نتیجه رسیدند که روش شبیه‌سازی مارکو چین مونت کارلو (MCMCS^۱)، یک روش قدرتمند، برای شبیه‌سازی نمونه‌های مشروط به ناحیه گسیختگی F_i و $(i = 1, \dots, m-1)$ می‌باشد. در سال ۲۰۰۱، روش MCMCS، بر مبنای الگوریتم متروپولیس اصلاح شده، توسط Au و Beck مورد بررسی قرار گرفت. در این پژوهش از روش MCMCS، بر مبنای الگوریتم متروپولیس-هستینگز اصلاح شده استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که قبلاً "صحت سنجی برنامه نوشته شده در نرم‌افزار متلب، در [۱۴] مورد بررسی قرار گرفته است.

۳- فرمول‌بندی مسأله - معادله حرکت

در معادله حرکت سازه، وجود عدم قطعیت می‌تواند به وسیله یک بردار q بعدی از متغیرهای تصادفی Δ ، با میانگین مشخص μ_Δ ، کوواریانس σ_Δ و توزیع احتمال گرهی $F_\Delta(\delta)$ مدل‌سازی شود. معادله حرکت فضای حالت، برای یک سازه n درجه آزادی، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{z} = A(\Delta)z + B(\Delta)u + E(\Delta)w \quad (۳)$$

معادله اندازه‌گیری به شکل زیر است:

$$y = C(\Delta)z + D(\Delta)u + F(\Delta)v \quad (۴)$$

که در این روابط، بردار z ، یک بردار حالت $2n$ بعدی از جابجایی‌ها و سرعت‌ها است، A ، یک ماتریس $2n \times 2n$ و مرکب از پارامترهای سازه (جرم‌ها، سختی‌ها، مقادیر میرایی و ...) می‌باشد، u ، یک بردار r بعدی از نیروهای کنترل، B ، یک ماتریس $2n \times 2n$ برای مشخص کردن نقاط کاربرد نیروهای کنترل، w ، یک بردار تحریک l بعدی، E ، یک ماتریس $2n \times l$ است برای مشخص کردن رفتاری که طی آن تحریک بر سازه اثر می‌گذارد، y ، یک بردار اندازه‌گیری m بعدی، C ، یک ماتریس $m \times 2n$ است که طی آن ترکیبات حالت‌ها اندازه‌گیری می‌شود، D ، یک ماتریس $m \times r$ می‌باشد که عبارت‌های feed-through در اندازه‌گیری‌ها را مشخص می‌کند، F ، یک ماتریس $m \times m$ است که نشان می‌دهد که چگونه اندازه‌گیری نویزها،

انگیزه اصلی ایجاد این روش، به دلیل ناکارآمدی روش مونت کارلو مستقیم، در دستیابی به احتمالات گسیختگی کوچک، و تولید نمونه‌های نادری است که در ناحیه گسیختگی قرار دارند. این مسأله منجر به این سوال اساسی می‌شود که چگونه می‌توان از شبیه‌سازی نمونه‌های نادر، در محاسبات احتمالات گسیختگی کوچک اجتناب نمود.

ایده ساده اما اساسی که در شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای نهفته است، این است که، یک احتمال گسیختگی کوچک، به عنوان زیرمجموعه‌ای از احتمالات گسیختگی شرطی بزرگتر، در نظر گرفته می‌شود، بنابراین مسأله شبیه‌سازی شامل رویدادهای نادر، به مسائل شبیه‌سازی شامل رویدادهای متناوب‌تر، تبدیل می‌شود.

این ایده می‌تواند به صورت زیر تعریف شود. اگر F ناحیه گسیختگی باشد، $F_1 \supset F_2 \supset \dots \supset F_m = F$ ، مجموعه‌ای نزولی از نواحی گسیختگی هستند، به طوری که $F_k = \bigcap_{i=1}^k F_i$ ، $(k = 1, \dots, m)$ برای مثال، اگر گسیختگی یک سیستم به صورت تجاوز تقاضای غیرقطعی D ، از ظرفیت مشخص C ، در نظر گرفته شود، $F = \{\theta: D(\theta) > C(\theta)\}$ یک مجموعه مناسب از نواحی گسیختگی، می‌تواند به شکل ساده زیر بیان شود:

$$F_i = \{\theta: D(\theta) > C_i(\theta)\} \quad (۱)$$

که در این رابطه $C_1 < C_2 < \dots < C_m = C$ ، یک مجموعه صعودی می‌باشد. با تعریف احتمال شرطی می‌توان به نتیجه زیر رسید.

$$P(F) = P(F_m) = P(\bigcap_{i=1}^m F_i) = P(F_m | \bigcap_{i=1}^{m-1} F_i) = P(\bigcap_{i=1}^{m-1} F_i) = P(F_m | F_{m-1}) P(\bigcap_{i=1}^{m-1} F_i) = \dots = P(F_1) \prod_{i=1}^{m-1} P(F_{i+1} | F_i) \quad (۲)$$

معادله فوق نشان می‌دهد که به جای محاسبه مستقیم احتمال کوچک $P(F)$ ، می‌توان احتمالات $P(F_1)$ و $P(F_{i+1} | F_i)$ را محاسبه نموده و نتایج آن‌ها را مورد بررسی قرار داد. مزیت اصلی این کار، در این مسأله نهفته است که می‌توان احتمالات در نظر گرفته شده را بزرگتر از $P(F)$ فرض نمود، و از شبیه‌سازی رویدادهای نادر اجتناب نمود. برای محاسبه $P(F_1)$ ، می‌توان از شبیه‌سازی مونت کارلو استاندارد استفاده نمود، و طبیعی است که ارزیابی احتمالات گسیختگی شرطی در معادله (۲)، بر اساس یک

^۱ Markov Chain Monte Carlo Simulation

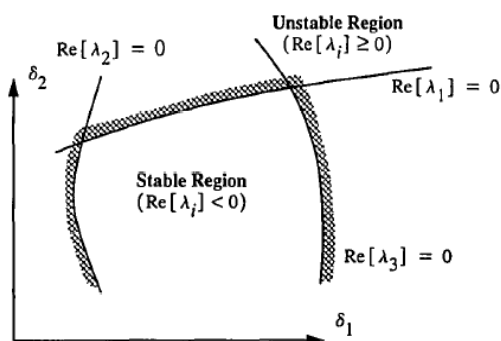
طور مختصر شرح داده می‌شود. در این حالت برای سازه‌های معرفی شده در حالت قبل، احتمال حالت حدی پایداری، p_s (احتمال اینکه سازه ناپایدار باشد)، به بخش‌های حقیقی مقادیر ویژه ماتریس فضای حالت حلقه بسته A_{cl} بستگی دارد. به طور کلی سیستم پایدار است، اگر بخش‌های حقیقی مقادیر ویژه ماتریس فضای حالت حلقه بسته، منفی باشد. احتمال حالت حدی پایداری به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$p_s = 1 - P\{\cap_{j=1}^m \text{Re}[\lambda_j(\Delta)] < 0\} = 1 - P\{\max_j \text{Re}[\lambda_j(\Delta)] < 0\} = P\{\cup_{j=1}^m \text{Re}[\lambda_j(\Delta)] \geq 0\} = P\{\max_j \text{Re}[\lambda_j(\Delta)] \geq 0\} \quad (8)$$

که در این رابطه λ_j ریشه‌های $\det[A_{cl}(\Delta) - sI] = 0$ می‌باشند. بر حسب تابع چگالی احتمال $f_{\Delta}(\delta)$ ، احتمال حالت حدی پایداری، به شکل زیر، تعریف می‌شود.

$$p_s = \int \dots \max_j \text{Re}[\lambda_j(\Delta)] \geq 0 \int f_{\Delta}(\delta) d\delta = \int \dots \cup_{j=1}^m \text{Re}[\lambda_j(\Delta)] \geq 0 \int f_{\Delta}(\delta) d\delta \quad (9)$$

ناحیه انتگرال گیری معادله (۹)، در شکل (۱)، برای دو پارامتر غیرقطعی، نشان داده شده است.



شکل ۱- توصیف ناحیه پایداری، بر حسب مقادیر ویژه، برای دو پارامتر غیر قطعی

عموماً، برای ارزیابی مستقیم توزیع احتمالات دلخواه، در نواحی دلخواه، استفاده از انتگرال گیری‌های چندبعدی، بسیار دشوار می‌باشد. سیستمی که احتمال حالت حدی آن، به وسیله معادلات (۸) و (۹) بیان شود، به عنوان یک مسئله قابلیت اطمینان کلاسیک، برای مجموعه‌ای از اجزاء، با توابع حالت حدی $g_j^s(\Delta) = -\text{Re}[\lambda_j(\Delta)]$ ، در نظر گرفته می‌شود. اگر هر یک از این اجزاء گسیخته شود، $(g_j^s(\Delta) \leq 0)$ ، آن‌گاه، کل سیستم گسیخته شده در نظر گرفته می‌شود (سازه ناپایدار است). برای داشتن یک ارزیابی قدرتمند از

خروجی‌های سازه را تحت تأثیر قرار می‌دهد و v یک بردار نویز اندازه‌گیری شده m بعدی می‌باشد. بردار $[w'v']$ به صورت یک نویز سفید، با میانگین و خود همبستگی گرهی ارائه شده در زیر، فرض می‌شود.

$$E \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w'(t+\tau) \\ v'(t+\tau) \end{bmatrix} \right\} = 2\pi S \delta(\tau)$$

در این رابطه، $E[\cdot]$ ، عملگر مقدار مورد انتظار، S ، ماتریس ثابت چگالی طیفی دو بعدی، و $\delta(\cdot)$ تابع دلتای دیراک می‌باشد. برای طیف وسیعی از استراتژی‌های کنترل، تعریف فضای حالت حلقه بسته به صورت زیر ارائه می‌شود.

$$\dot{z} = A_{cl}(\Delta)z + E_{cl} \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix} \quad (6)$$

در این رابطه، z ، بردار حالت، $A_{cl}(\Delta)$ ، ماتریس حالت حلقه بسته، و E_{cl} ماتریسی است که نشان می‌دهد چگونه اغتشاش و نویز اندازه‌گیری شده، ویژگی‌های دینامیکی سیستم حلقه بسته را تحت تأثیر قرار می‌دهند. برای مثال، اگر فرض شود که متغیرهای حالت سازه، به طور کامل قابل اندازه‌گیری بوده و حالت کنترل حلقه بسته به کار برده شود، یعنی، $u = -Kz$ و $z = z$ ، ماتریس فضای حالت حلقه بسته به شکل زیر ارائه می‌شود.

$$A_{cl}(\Delta) = A(\Delta) - B(\Delta)K \quad (7)$$

که در این رابطه، K ، ماتریس هدف کنترلی می‌باشد. تامین پایداری برای هر سیستم کنترل شده‌ای ضروری می‌باشد. بخشی که در ادامه می‌آید، جزئیات اندازه‌گیری احتمالاتی یک سیستم کنترل شده خطی را بیان می‌نماید. بخش‌های بعدی، یک اندازه‌گیری قابل اطمینان از قدرت عملکرد یک سیستم راه، بر اساس پاسخ سازه، و نیروی کنترلی مورد نیاز، بیان می‌کند.

۴- اندازه‌گیری احتمالاتی پایداری

روش‌های سنتی که برای مشخص کردن اثر عدم قطعیت‌های پارامتری بر پایداری سیستم‌های کنترل شده مورد استفاده قرار می‌گیرند، در قالب تعریف مرزهای پایداری خاصی فرمول‌بندی شده‌اند [۱۴ و ۱۵]. به طور کلی، دو معیار برای پارامتری کردن سیستم‌های خطی وجود دارد: (۱) معیار مقادیر ویژه و (۲) معیار Routh-Hurwitz. در این پژوهش از معیار مقادیر ویژه برای بررسی شاخص پایداری استفاده شده است، که در ادامه به

که می‌تواند به عنوان یک مسئله قابلیت اطمینان، برای یک سری از اجزای $g_i^P(\Delta; u)$ در نظر گرفته شود. در این پژوهش، برای ارزیابی این قابلیت اطمینان، روش قابلیت اطمینان مرتبه اول (FORM)، روش شبیه‌سازی مونت کارلو (MCS)، و شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای با استفاده از روش شبیه‌سازی مارکو چین مونت کارلو بر مبنای الگوریتم متروپولیس-هستینگز (MCMCS)، مورد استفاده قرار می‌گیرد.

برای سیستم دینامیکی خطی معادله (۶)، RMS پاسخ‌ها، یا معادل با آن، ماتریس کوواریانس پاسخ، $\Sigma_{\tilde{z}} = E[\tilde{z}\tilde{z}^T]$ یا حل معادله لیاپانوف^۳ زیر، با شرایط اولیه $\Sigma_{\tilde{z}}(0) = \Sigma_0$ به دست می‌آید.

$$\dot{\Sigma}_{\tilde{z}} = A_{cl}\Sigma_{\tilde{z}} + \Sigma_{\tilde{z}}A_{cl}' + 2\pi E_{cl}SE_{cl}' \quad (14)$$

ماتریس کوواریانس ایستا، با حل معادله (۱۴)، تحت شرایط $\dot{\Sigma}_{\tilde{z}} = 0$ حاصل می‌شود.

۶- اندازه‌گیری احتمالاتی کنترل

در بکارگیری کنترل، علاوه بر دستیابی به یک عملکرد مشخص، بایستی ارزیابی قدرت کنترلی نیز انجام گیرد. احتمال حالت حدی کنترل، p_C (احتمال اینکه RMS نیروهای کنترلی از حدود بکاراندازی مشخص شده تجاوز کنند)، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p_C = P\{U_{i=1}^r \sigma_{u_i}[\Delta] \geq \sigma_{0u_i}\} \quad (15)$$

که در این رابطه $\sigma_{u_i}[\Delta]$ امین RMS نیروی کنترلی ایستا، و σ_{0u_i} ، نیروی کنترلی هدف می‌باشند. معادله فوق، می‌تواند بر حسب تابع چگالی احتمال، $f_{\Delta}(\delta)$ به شکل زیر نوشته شود.

$$p_C = \int_{U_{i=1}^r \sigma_{u_i}[\delta] \geq \sigma_{0u_i}} f_{\Delta}(\delta) d(\delta) \quad (16)$$

انتگرال احتمالاتی معادله (۱۶)، به شکل زیر نوشته می‌شود.

$$p_C = P\{U_{i=1}^r g_i^C(\Delta) \leq 0\} \quad (17)$$

که تابع حالت حدی، به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$g_i^C(\Delta) = \sigma_{0u_i} - \sigma_{u_i}[\Delta] \quad (18)$$

نیروی کنترلی RMS ایستای مورد نیاز برای ارزیابی $g_i^C(\Delta)$ ، تابعی خطی، از ماتریس کوواریانس پاسخ $\Sigma_{\tilde{z}}$ است

استراتژی کنترل، علاوه بر بررسی پایداری سیستم کنترلی، عملکرد کنترلی، و هزینه‌های مربوط به کنترل سیستم نیز، بایستی در نظر گرفته شود.

۵- اندازه‌گیری عملکرد هدف

برای سازه‌های تحریک شده تصادفی، یک پارامتر مناسب برای ارزیابی قدرت عملکرد، می‌تواند بر حسب مربع میانگین پاسخ (RMS^1) ارائه شود. به عنوان مثال، اگر RMS پاسخ، σ_z ، از سطح آستانه معینی، σ_{0i} ، تجاوز نماید، یک سری از توابع حالت حدی عملکرد، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$g_i^P[\Delta; u, t] = \sigma_{0i} - \sigma_{z_i}[\Delta; u, t] \quad (10)$$

در اینجا، عبارت $\sigma_{z_i}[\Delta; u, t]$ انتخاب شده تا بر این واقعیت تأکید شود که RMS پاسخ، یک تابع متغیر با زمان است و به هر دو مقدار عدم قطعیت پارامتری، Δ ، و استراتژی کنترلی انتخاب شده، $u(\theta)$ ، در حالتی که $0 \leq \theta \leq t$ است، وابسته می‌باشد. احتمال حالت حدی عملکرد، p_P ، به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$p_P = \max_{0 \leq t \leq t_f} P\{U_{i=1}^v g_i^P[\Delta; u, t] \leq 0\} \quad (11)$$

در این رابطه، t_f ، مدت زمانی بزرگتر از مدت تحریک است، و v ، تعداد پاسخ‌های بحرانی است. بنابراین، p_P ، احتمال تجاوز پاسخ سازه، از یک یا چند RMS پاسخ هدف را ارائه می‌کند. ساده‌سازی بیشتر مسئله، می‌تواند با تمرکز بر پاسخ ایستا^۲، انجام شود. در بسیاری از مسائل، RMS پاسخ سازه، هنگامی که به حالت ایستا می‌رسد، مقادیر ماکزیمم را اختیار می‌کند. تحت این فرضیات، معادله (۱۱)، به شکل زیر کاهش پیدا می‌کند.

$$p_P = P\{U_{i=1}^v g_i^P(\Delta; u) \leq 0\} \quad (12)$$

که در این رابطه، $g_i^P(\Delta; u) = \sigma_{0i} - \sigma_{z_i}[\Delta; u]$ ، و $\sigma_{z_i}[\Delta; u]$ ، امین RMS پاسخ جابه‌جایی ایستا را ارائه می‌کند. بر حسب تابع چگالی احتمال $f_{\Delta}(\delta)$ ، احتمال حالت حدی عملکردی، به شکل زیر معرفی می‌شود.

$$p_P = \int_{U_{i=1}^v \sigma_{z_i}[\delta; u] \geq \sigma_{0i}} f_{\Delta}(\delta) d(\delta) \quad (13)$$

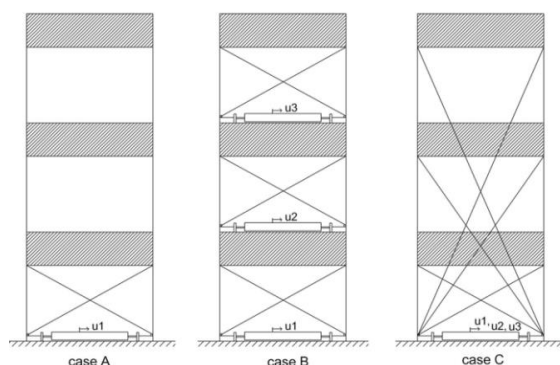
³ Lyapunov

¹ Root Mean Square

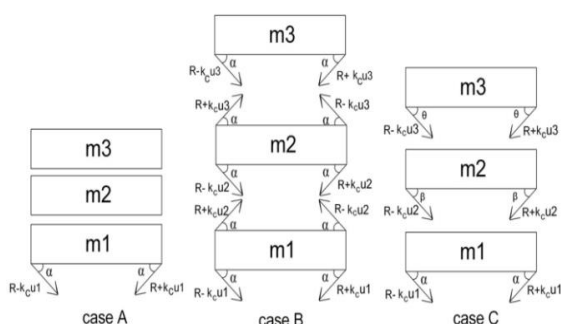
² Stationary Response

کنترل، با مینیمم کردن شاخص عملکرد درجه دوم زیر به‌دست می‌آید.

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} E \left[\int_0^T (x' k_s x + \gamma k_c u^2) dt \right] \quad (19)$$



شکل ۲- مدل‌های سه سازه چند درجه آزادی با تاندون فعال



شکل ۳- نیروهای تاندون‌ها در حالت دینامیکی

جدول ۱- پارامترهای مدل سازه سه درجه آزادی

	Mean(μ)	Standard deviation(σ)
$m_1(lb - s^2/in)$	5.6	0.56
$m_2(lb - s^2/in)$	5.6	0.56
$m_3(lb - s^2/in)$	5.6	0.56
$c_1(lb - s/in)$	2.6	0.26
$c_2(lb - s/in)$	6.3	0.63
$c_3(lb - s/in)$	0.35	0.035
$k_1(lb/in)$	5034	503.4
$k_2(lb/in)$	10965	1096.5
$k_3(lb/in)$	6135	613.5
$k_c(lb/in)$	2124	0
$\alpha(degrees)$	36	0
$\beta(degrees)$	55	0
$\theta(degrees)$	65	0

شکل‌های (۴)، (۵) و (۶)، ارزیابی احتمال گسیختگی را، برای حدود آستانه مختلف، به ترتیب در حالت‌های A، B و C، ارائه می‌دهد.

که از حل معادله لیاپانوف، بدست می‌آید. بخش بعدی قدرت روش‌های قابلیت اطمینان و استراتژی‌های کنترلی مختلف را، برای سازه‌هایی که در معرض تحریک لرزه‌ای قرار گرفته‌اند نشان می‌دهد. به طور کلی روش کار بدین صورت است که یک تابع حالت حدی برای پارامتر مورد بررسی در نظر گرفته می‌شود، سپس RMS پاسخ مورد نظریا حل معادله لیاپانوف تابع حالت حدی محاسبه می‌شود، و در ادامه با مشخص کردن یک مقدار مینا برای گسیختگی، احتمال خرابی سیستم مورد بررسی و شاخص قابلیت اطمینان (β)، با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی معرفی شده ارزیابی می‌شود. لازم به ذکر است تمامی این مراحل، با برنامه نویسی در نرم‌افزار متلب انجام می‌شود.

۷- سازه سه درجه آزادی

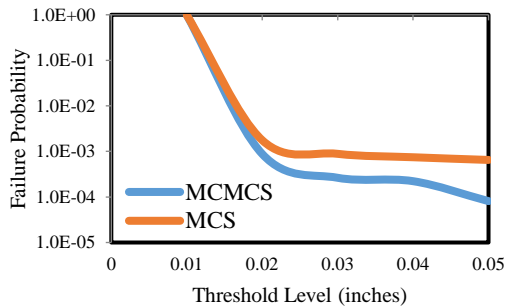
در این قسمت، سه سازه سه طبقه و یک دهانه، که با تاندون فعال کنترل می‌شوند، و در معرض تحریک زلزله یک بعدی، قرار دارد، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در شکل (۲)، سه حالت جایگذاری تاندون‌ها نشان داده شده است. در حالت A، تاندون‌ها فقط در طبقه اول قرار دارند، و در حالت B و C، تاندون‌ها در همه طبقات واقع هستند، با این تفاوت که در حالت C، همه محرک‌ها بر روی زمین قرار دارند. اگر R ، نیروی پیش‌تنیدگی در تاندون‌ها باشد، نیروی تاندون‌ها در حالت دینامیکی در شکل (۳) نشان داده شده است. در ادامه، قابلیت اطمینان سازه سه درجه آزادی، به منظور تأمین دو هدف مورد بررسی قرار می‌گیرد. در هدف اول، روش‌های قابلیت اطمینان مختلف با یکدیگر مقایسه شده، و کارایی آن‌ها در محاسبه احتمال گسیختگی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، و در تأمین هدف دوم، ابتدا، دو الگوریتم کنترلی تنظیم کننده خطی مرتبه دوم (LQR^1) و فیلتر کالمن (KF^2) با یکدیگر مقایسه گردیده و نتایج حاصل از آن‌ها مورد تحلیل و ارزیابی قرار می‌گیرد. فرض می‌شود که پارامترهای کنترل کننده معین، و متغیرهای مدلسازی جرم، سختی و میرایی، متغیرهای تصادفی گوسی، با انحراف استاندارد ۱۰ درصد می‌باشند.

جدول ۱ مختصری از پارامترهای مدل را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که مقادیر اسمی پارامترها به گونه‌ای انتخاب شده است که با گزارش آزمایشگاهی ارائه شده توسط Chung و دیگران مطابقت داشته باشد. ماتریس بهره

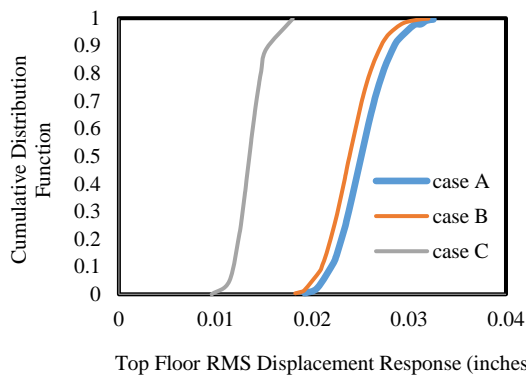
² Kalman Filter

¹ Linear Quadratic Regulator

شکل (۷)، مقادیر تابع توزیع تجمعی RMS پاسخ جابه‌جایی طبقه بالا را برای سه حالت مختلف سازه نشان می‌دهد.



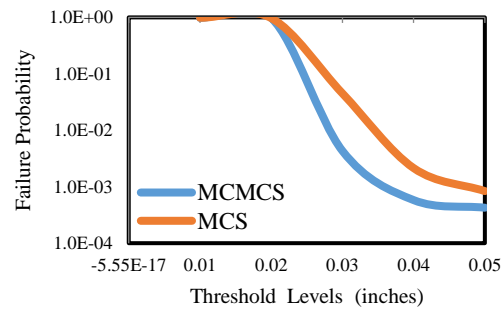
شکل ۶- ارزیابی احتمال گسیختگی برای حدود آستانه مختلف $C(\gamma=1)$ در حالت σ_0



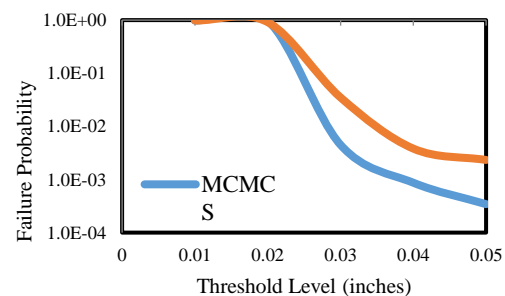
شکل ۷- تابع توزیع احتمال تجمعی RMS پاسخ جابه‌جایی طبقه بالا برای سه حالت مختلف سازه

نتایج شکل فوق نشان می‌دهد که، برای سیستم‌های چند درجه آزادی، جایگذاری تاندون‌های فعال در طبقه اول، کافی نمی‌باشد، و سیستم کنترلی در صورت وجود تاندون‌های فعال در همه طبقات، مؤثرتر عمل می‌کند. در حالت B، تاندون‌های طبقات بالاتر، نیروهای عکس‌العملی دارند که در جهت مخالف نیروهای کنترلی اصلی می‌باشند، این نیروهای عکس‌العمل، در حالت C، به وسیله زمین تحمل می‌شوند، بنابراین RMS پاسخ جابه‌جایی کمتر از حالت B است. همان‌طور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود، RMS پاسخ جابه‌جایی در حالت A، از دو حالت دیگر بیشتر است. در حالت C، تاندون‌ها بسیار بلندند و شش محرک بر روی زمین وجود دارد که کاربرد این حالت را مشکل می‌سازد، همچنین، در این حالت، اجزای قائم نیروهای کنترلی، به دلیل افزایش زاویه تاندون‌ها، بزرگتر بوده و ممکن است که برای ستون‌های سازه، اثرات مخربی را به دنبال داشته باشد. بنابراین، حالت B، کاربردی‌تر و مؤثرتر از دو حالت دیگر است.

با بررسی شکل‌های فوق، مشخص می‌شود که، برای احتمالات گسیختگی بزرگ، روش‌های شبیه‌سازی MCS و MCMCS، نتایج نزدیک به یکدیگر ارائه می‌کنند، برای مثال، در حالت B، برای حد آستانه $\sigma_0 = 0.01$ ، با تعداد نمونه‌های برابر، احتمال گسیختگی محاسبه شده از روش MCMCS، $P_f = 0.982$ ، و احتمال گسیختگی محاسبه شده از روش MCS، $P_f = 0.983$ ، می‌باشد. با افزایش یافتن حدود آستانه و کاهش یافتن احتمال گسیختگی، روش MCMCS، جواب کوچکتری را ارائه می‌کند، برای مثال، در حالت B، برای حد آستانه $\sigma_0 = 0.05$ ، احتمال گسیختگی محاسبه شده، با استفاده از روش MCMCS، $P_f = 3.43 \times 10^{-4}$ ، و احتمال گسیختگی محاسبه شده با استفاده از روش MCS، $P_f = 2.33 \times 10^{-3}$ ، می‌باشد، زیرا در این حالت، به دلیل وجود نمونه‌های نادرتر، روش شبیه‌سازی مونت کارلو، دیگر قادر به شبیه‌سازی نمونه‌های موجود در محدوده گسیختگی نیست، و برای رسیدن به این قابلیت، به تعداد بسیار زیادی شبیه‌سازی نیازمند است که از نظر محاسباتی بسیار وقت‌گیر می‌باشد. بنابراین، روش MCMCS، روش مناسبی برای ارزیابی احتمال گسیختگی و شاخص قابلیت اطمینان یک سازه چند درجه آزادی کنترل شده با تاندون فعال است.



شکل ۴- ارزیابی احتمال گسیختگی برای حدود آستانه مختلف $A(\gamma=1)$ در حالت σ_0



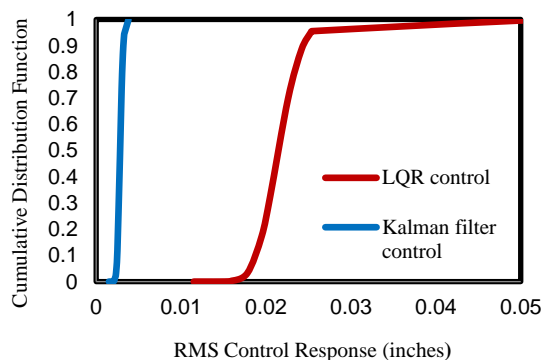
شکل ۵- ارزیابی احتمال گسیختگی برای حدود آستانه مختلف $B(\gamma=1)$ در حالت σ_0

Kalman filter control	MCMCS	1.84E-13	7.27
-----------------------	-------	----------	------

جدول ۷- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی کنترل در حالت C ($\gamma=200$ و $\sigma_{u0}=0/05$ in)

الگوریتم کنترل	روش شبیه‌سازی	p_c	β
LQR control	MCS	6.69E-02	1.5
	MCMCS	6.09E-02	1.55
Kalman filter control	MCS	1.88E-02	2.08
	MCMCS	1.75E-03	2.92

همان‌گونه که از نتایج جداول ۵، ۶ و ۷ مشاهده می‌شود، روش MCMCS نتایج بسیار بهتری را، نسبت به روش MCS ارائه نموده است، در حالیکه روش MCS در برخی از حالت‌ها، برای مثال در حالت B، به دلیل کوچک بودن احتمال گسیختگی، نتوانسته جواب مناسبی را ارائه دهد. شکل (۸) تابع توزیع تجمعی را برای مقادیر RMS نیروی کنترلی ارائه نموده است. مشاهده می‌شود که مقادیر این نیرو، در حالت استفاده از الگوریتم کنترلی LQR، به مراتب بزرگتر از مقادیر به دست آمده از الگوریتم فیلتر کالمن می‌باشد، که نشان می‌دهد استفاده از الگوریتم کنترلی فیلتر کالمن، بهتر می‌تواند نتایج را کنترل نماید.



شکل ۸- تابع توزیع تجمعی RMS پاسخ نیروی کنترلی برای سازه حالت C ($\gamma=200$)

جداول ۸، ۹ و ۱۰، نتایج بررسی احتمال حالت حدی عملکرد را برای سازه‌های A، B و C، نشان می‌دهد. در این بررسی‌ها نیز مشاهده می‌شود که روش MCMCS نتایج به مراتب بهتری را برای ارزیابی احتمال گسیختگی، نسبت به روش MCS ارائه می‌دهد. شکل‌های (۹) و (۱۰)، تابع توزیع تجمعی RMS پاسخ جابه‌جایی طبقه بالا را برای سازه حالت C نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، الگوریتم کنترلی فیلتر

در ادامه نتایج مقادیر احتمال حالت حدی پایداری، احتمال حالت حدی عملکردی و احتمال حالت حدی کنترلی، با استفاده از الگوریتم‌های کنترلی LQR و فیلتر کالمن، برای سازه‌های A، B و C، ارائه و با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

جدول ۲- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی پایداری در حالت A ($\gamma=200$)

الگوریتم کنترل	p_s	β
LQR control	7.49E-01	0
Kalman filter control	3.13E-02	1.86

جدول ۳- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی پایداری در حالت B ($\gamma=200$)

الگوریتم کنترل	p_s	β
LQR control	7.48E-01	0
Kalman filter control	3.94E-02	1.76

جدول ۴- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی پایداری در حالت C ($\gamma=200$)

الگوریتم کنترل	p_s	β
LQR control	1	0
Kalman filter control	5.24E-02	1.63

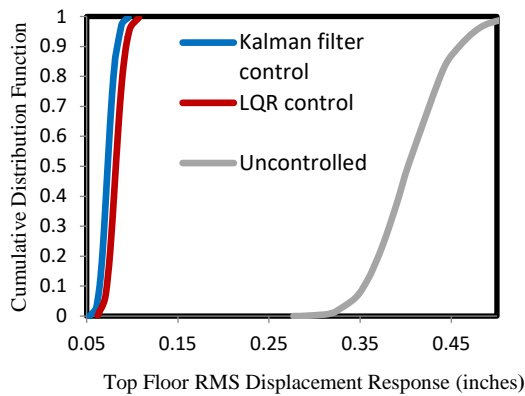
همان‌گونه که از نتایج جدول‌های ۲، ۳ و ۴ مشاهده می‌شود، الگوریتم کنترلی فیلتر کالمن، احتمال حالت حدی پایداری را در حدود ۲۰ برابر نسبت به روش LQR، کاهش داده است. لازم به ذکر است که نتایج فوق با استفاده از روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای حاصل شده است.

جدول ۵- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی کنترل در حالت A ($\gamma=200$ و $\sigma_{u0}=0/05$ in)

الگوریتم کنترل	روش شبیه‌سازی	p_c	β
LQR control	MCS	5.28E-02	1.62
	MCMCS	5.33E-02	1.615
Kalman filter control	MCS	1.03E-01	1.27
	MCMCS	1.16E-02	2.27

جدول ۶- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی کنترل در حالت B ($\gamma=200$ و $\sigma_{u0}=0/05$ in)

الگوریتم کنترل	روش شبیه‌سازی	p_c	β
LQR control	MCS	3.86E-02	1.77
	MCMCS	3.15E-02	1.86
	MCS	-	-



شکل ۱۰- تابع توزیع تجمعی RMS پاسخ جابه‌جایی طبقه بالا برای سازه‌ها حالت C ($\gamma=200$)

۸- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از مقایسه روش‌های قابلیت اطمینان در نمونه‌های ارائه شده نشان می‌دهد که در کلیه حالت‌های بررسی شده، روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای به احتمالات گسیختگی کوچکتر و قابلیت اطمینان بزرگتری، در مقایسه با روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو رسیده است. زیرا روش شبیه‌سازی زیرمجموعه‌ای، قابلیت ارزیابی سیستم‌های سازه‌ای با نواحی گسیختگی پیچیده، تعداد زیاد متغیرهای تصادفی، و احتمالات گسیختگی کوچک را بدون توجه به هندسه و تعداد نواحی گسیختگی دارا می‌باشد، در حالی که روش شبیه‌سازی مونت کارلو چنین قابلیت‌هایی را دارا نمی‌باشد.

در ادامه استفاده از روش‌های ارزیابی قابلیت اطمینان، برای مقایسه توانایی الگوریتم‌های کنترلی در شرایط محیط غیر قطعی نشان می‌دهد که، استراتژی کنترل مورد استفاده، تأثیر چشمگیری بر نتایج حاصل از عدم قطعیت پارامترها دارد، به طوری که الگوریتم کنترلی فیلتر کالمن، هنگام ارزیابی احتمال حالت حدی پایداری، احتمال حالت حدی کنترل و احتمال حالت حدی عملکرد، توانایی دستیابی به قابلیت اطمینان بالاتری را نسبت به الگوریتم کنترلی LQR دارا می‌باشد.

کالمن بهتر توانسته جابه‌جایی سازه را نسبت به الگوریتم LQR کنترل نماید. تفاوت برجسته نتایج این دو روش با نتایج سازه کنترل نشده، بیانگر اهمیت استفاده از ابزارهای کنترلی در سیستم سازه‌ای می‌باشد.

جدول ۸- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی

عملکرد در حالت A ($\sigma_0=0.025$ in و $\gamma=200$)

الگوریتم کنترل	روش شبیه‌سازی	P_p	β
LQR control	MCS	9.2E-03	2.36
	MCMCS	3.88E-03	2.67
Kalman filter control	MCS	4.85E-03	2.59
	MCMCS	4.55E-04	3.32

جدول ۹- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی

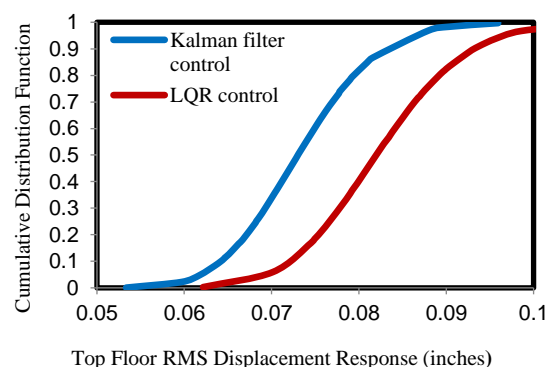
عملکرد در حالت B ($\sigma_0=0.025$ in و $\gamma=200$)

الگوریتم کنترل	روش شبیه‌سازی	P_p	β
LQR control	MCS	9.92E-01	0
	MCMCS	1.36E-02	2.21
Kalman filter control	MCS	1.17E-01	1.19
	MCMCS	1.35E-02	2.22

جدول ۱۰- خلاصه‌ای از نتایج بررسی احتمال حالت حدی

عملکرد در حالت C ($\sigma_0=0.025$ in و $\gamma=200$)

الگوریتم کنترل	روش شبیه‌سازی	P_p	β
LQR control	MCS	9.33E-03	2.35
	MCMCS	3.99E-03	2.66
Kalman filter control	MCS	2.6E-03	2.79
	MCMCS	3.72E-05	3.96



شکل ۹- تابع توزیع تجمعی RMS پاسخ جابه‌جایی طبقه بالا برای سازه‌ها حالت C ($\gamma=200$)

مراجع

- [1] J. C. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar and B. A. Francis, "State- space solutions to standard and control problems", IEEE Transactions on Automatic control, Vol. 34, NO. 8, August 1989, pp. 831 – 847.
- [2] G. W. Housner, S. F. Masri, and A. G. Chassiakos, Proceedings of the First World Conference on Structural Control, International Association for Structural Control, Los Angeles, 1994.
- [3] B. F. Spencer, J. Suhardjo, and M. K. Sain "Frequency domain control algorithms for civil engineering applications", ProcInt, Workshop on Technology for Hong Kong's Infrastructure Development. Hong Kong, December 19-20, 1991, pp. 169-178.
- [4] B. F. Spencer, J. Suhardjo, and M. K. Sain, "Frequency domain optimal control strategies for aseismic protection", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 120, NO. 1, January 1994, pp. 135 – 158.
- [5] J. Suhardjo, Frequency domain techniques for control of civil engineering structures with some robustness considerations, Ph.D. Dissertation, University of Notre Dame, Department of Civil Engineering, 1990.
- [6] J. Suhardjo, B. F. Spencer, and A. Kareem, "Active control of wind excited buildings: a frequency domain based design approach", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Vol. 43, NO. 1-3, January 1992, pp. 1985 – 1996.
- [7] J. Suhardjo, B. F. Spencer, and A. Kareem, "Frequency domain optimal control of wind excited buildings", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 118, NO. 12, December 1992, pp. 2463 – 2481.
- [8] L. R. Ray, and R. F. Stengel, "A Monte Carlo approach to the analysis of the control system robustness", Automatica, Vol. 29, NO. 1, January 1993, pp. 229 – 236.
- [9] B. F. Spencer, C. Montemagno, M. K. Sain, and P. M. Sain "Reliability of controlled structures subject to real parameter uncertainty", Proc. 6th ASCE Specialty Conf. on Probabilistic Mechanics and Structural and Geotechnical Safety, Denver, Colorado, July 1992, pp. 369-372.
- [10] B. F. Spencer, M. K. Sain, J. C. Kantor, and C. Montemagno, "Probabilistic stability measures for controlled structures subject to real parameter uncertainties", Smart Materials and Structures, Vol. 1, NO. 4, December 1992, pp. 294 – 305.
- [11] B. F. Spencer, M. K. Sain, D. C. Kaspari, and J. C. Kantor "Reliability-based design of active control strategies", Proc. ATC-17-1 Seminar on Isolation, Passive Energy Dissipation and Active Control, San Francisco, California, March 1992, pp. 761-772.
- [12] S. K. Au, On the solution of first excursion problems by simulation with applications to probabilistic seismic performance assessment. PhD Thesis in Civil Engineering, Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology, California, USA, 2001.
- [13] S. K. Au, and J. L. Beck, "Estimation of small failure probabilities in high dimensions by Subset Simulation", Probabilistic engineering mechanics, Vol. 16, NO. 4, October 2001, pp. 263 – 277.
- [14] H. Shariatmadar, and G. Behnamrad, "Active control of structures and reliability analysis by subset simulation method", Nationalpark - Forschung in der Schweiz-Switzerland Research Park Journal, Vol. 102 NO. 3, 2013, pp. 136 – 157.
- [15] R. R. De Gaston, and M. G. Safonov, "Exact calculation of the multiloop stability margin", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, NO. 2, February 1988, pp. 156 – 171.
- [16] A. Sideris, and R. S. Pena, "Fast computation of multivariable stability margin for real interrelated uncertain parameters", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, NO. 12, December 1989, pp. 1272 – 1276.