

## تولید نمونه‌های تصادفی بدون نیاز به پارامترهای توزیع با استفاده از روش سطح پاسخ

مهدی نیکوئی ماهانی<sup>۱\*</sup>، امیر محمودزاده<sup>۲</sup> و منوچهر امامقلی بابادی<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۷/۰۳	بسیاری از مسائل مهندسی دارای تابع شرایط حدی غیرخطی و یا بسیار غیرخطی می‌باشند. روش‌های بسیاری در زمینه محاسبه احتمال خرابی اینگونه مسائل ایجاد شده‌اند. این روش-ها، احتمال خرابی سازه را با استفاده از تولید نمونه‌های تصادفی با توزیع مدنظر برآورد می‌نمایند. روش شبیه‌سازی مونت کارلو یکی از اساسی‌ترین و کاربردی‌ترین این متدها به شمار می‌رود. اما این روش در فاز تولید نمونه تصادفی، دستخوش مشکلاتی همچون نیاز به محاسبه پارامترهای تابع توزیع متغیرها و معکوس تابع تجمعی چگالی احتمال متغیرها می‌باشد. لذا برای رفع این مشکل در این تحقیق یک روش تولید نمونه موثر ارائه شده است که امکان ارائه نتایج قابلیت اطمینان را با پیچیدگی و محدودیت کمتری نسبت به روش‌های موجود فراهم می‌نماید. همچنین افزایش کارایی روش شبیه‌سازی مونت کارلو و حصول نتایج دقیق توابعی با احتمال خرابی بسیار کم با حداقل محاسبات با بهره‌جستن از متد پیش‌بینی سطح پاسخ نیز از دیگر دستاوردهای این مطالعه است. برای اثبات کارایی روش پیشنهادی، چهار مسئله مهندسی نیز مورد بحث قرار داده شد و نتایج بدست آمده با روش‌های موجود در محاسبه احتمال خرابی سازه‌ها مقایسه شد. با استفاده از روش پیشنهادی، علاوه بر حذف چندین گام اساسی در محاسبات، نتایجی پایدار و با دقت بسیار زیاد نسبت به روش‌های موجود، حتی در تعداد نمونه‌های بسیار کم فراهم شد.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۰۲	
<b>واژگان کلیدی:</b> نمونه تصادفی، سطح پاسخ، قابلیت اطمینان، مونت کارلو، عدم قطعیت.	

## ۱- مقدمه

قابلیت اطمینان معیاری برای سنجش توانایی خدمتی مشخص، درانجام وظایف از پیش تعیین شده بدون اختلال و وقفه است [۱]. قابلیت اطمینان در حقیقت احتمال موفقیت است، یا احتمال اینکه سیستم یا مجموعه بدون وقوع خرابی به وظایف تعیین شده با محدودیت‌های تعیین شده در طراحی (مانند محدوده زمانی و مکانی) و در شرایط کارکردی مشخص (مانند دما، رطوبت، ارتعاش و...) عمل کند. به صورت کلی، متد مونت کارلو (یا شبیه‌سازی مونت کارلو) به هر تکنیکی اطلاق می‌شود که از طریق نمونه‌سازی

آمار، پاسخ‌های تقریبی برای مسائل کمی فراهم می‌کند [۲-۷]. شبیه‌سازی مونت کارلو بیشتر برای توصیف روشی جهت انتشار عدم قطعیت‌های موجود در ورودی مدل به عدم قطعیت‌ها در خروجی مدل، به کار می‌رود. بنابراین مونت کارلو، شبیه‌سازی‌ای است که صریحا و به صورت کمی، عدم قطعیت را نمایش می‌دهد. شبیه‌سازی مونت کارلو متکی به فرآیند نمایش صریح عدم قطعیت با تعیین ورودی‌ها به عنوان توزیع‌های احتمال است. اگر ورودی‌های توصیف‌کننده یک سیستم، غیرقطعی باشند، آنگاه پیش‌بینی عملکرد پیش رو الزاما غیرقطعی است. این بدان

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: civilman2007@gmail.com

۱. دانشجوی دکتری عمران گرایش زلزله، پژوهشگاه مهندسی بحران‌های طبیعی، اصفهان، ایران.

۲. استادیار، پژوهشگاه مهندسی بحران‌های طبیعی، اصفهان، ایران.

۳. استاد، پژوهشگاه مهندسی بحران‌های طبیعی، اصفهان، ایران.

۱۹۲۶ طرحی را بر اساس میانگین و واریانس متغیرهای تصادفی پیشنهاد کرد [۱]. جانسون در سال ۱۹۵۳ با استفاده از توابع ویبول [۱] تئوری قابلیت اطمینان سازه و طراحی اقتصادی را که شامل تئوری‌های آماری بود، مطرح کرد و فرودنتال در سال ۱۹۴۷ مسائل مقدماتی ایمنی سازه یک عضوی تحت بار تصادفی را ارائه نمود [۱]. بیسلر در سال ۱۹۶۰ اندازه‌های ایمنی را مطرح کرد که بعدها در سال ۱۹۶۷ کرنل شاخص ایمنی را مطرح نمود و سپس الگوریتمی را جهت استفاده از ممان دوم پیشنهاد کرد [۴]. در ادامه کار بر روی نظریه قابلیت اطمینان ممان دوم، مشکلات عدم یگانگی پاسخ و شاخص قابلیت اطمینان مشخص شد که دیپتلفسن و لیند در سال ۱۹۷۳ بطور جداگانه مسائل عدم تغییر را کشف نمودند [۴]. در حدود سال ۱۹۷۰ طراحی سازه بر اساس قابلیت اطمینان ممان دوم ارائه شد و بطور وسیعی مورد استفاده قرار گرفت [۲۳]. در سال ۱۹۷۷ اثر خطاهای انسانی در نظریه قابلیت اطمینان ماروسک مورد بررسی قرار داده شد و این نتیجه حاصل شد که تقریباً همیشه خطاهای انسانی باعث ایجاد خرابی می‌شود [۲۴]. در حدود سال‌های ۱۹۸۲ تافت کریستنسن روش جداسازی  $\beta$  را برای تحلیل قابلیت اطمینان سیستم‌های سازه‌ای در تئوری قابلیت اطمینان ممان دوم-مرتبه اول ارائه کرد [۱] و بعدها به کمک سورنسن این روش را تکمیل نمودند [۲۳].

دستیابی به دقتی معین مستلزم تعداد قابل توجهی از عملیات شبیه سازی می باشد. اما برای دستیابی به این امر و تولید نمونه‌ها نیاز است تا چندین مرحله ریاضی پیچیده بکار گرفته شوند تا بتوان به توزیعی برای نمونه‌ها متناسب با توزیع مورد نظر هر متغیر تصادفی دست یافت [۱۴-۱۸]. در این مطالعه روشی با بهره جستن از متد پیش بینی سطح پاسخ برای تولید نمونه‌های تصادفی ارائه خواهد شد. در این روش نیاز به بدست آوردن تابع توزیع نمونه‌ها و به دنبال آن محاسبه معکوس تجمعی این تابع نمی‌باشد.

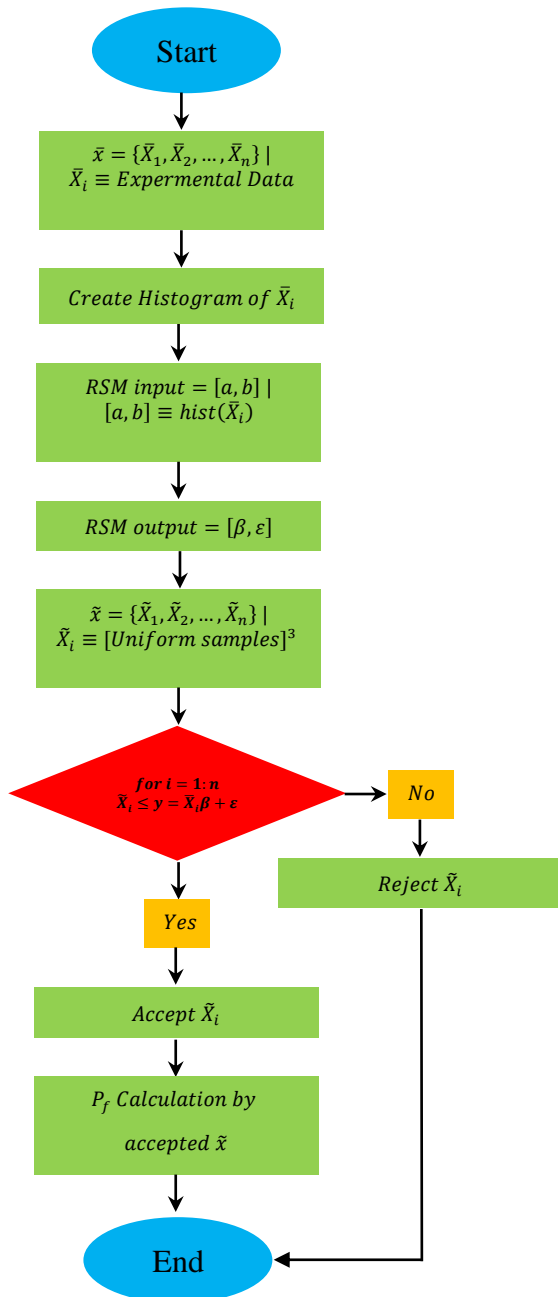
## ۲- روش پیشنهادی جهت تولید نمونه‌های تصادفی

در روش های معمول برای تولید داده های تصادفی با توزیعی مطابق با هیستوگرام، ابتدا با استفاده از آزمایش های مختلف مانند کاسکوور و یا تست کولموگروف-اسمیرنوف، یکی از توابع توزیع که دارای کمترین اختلاف

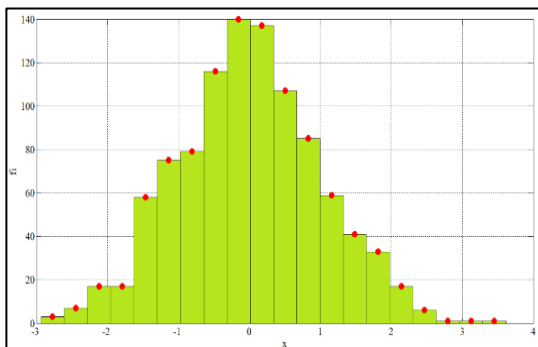
معنی‌ست که نتیجه هر گونه تحلیل مبتنی بر ورودی‌های نمایش داده شده با توزیع‌های احتمال، خود یک توزیع احتمال است [۸ و ۹].

از آنجایی که نتیجه شبیه‌سازی یک سیستم غیرقطعی، یک گزارش مشروط است ("اگر سد بسازیم، ماهی‌های سالمون منقرض می‌شوند")، نتیجه یک شبیه‌سازی احتمالی (مونت کارلو) یک احتمال مشروط است ("اگر سد بسازیم، ۲۰٪ شانس وجود دارد که ماهی‌های سالمون منقرض شوند) [۱۰-۱۲]. این نتیجه (در این مورد، بیان کمی شانس منقرض شدن) اغلب برای تصمیم گیرندگانی که از نتایج شبیه‌سازی استفاده می‌کنند، بسیار مفیدتر است. به منظور محاسبه توزیع احتمال کارایی پیش‌بینی شده، لازم است تا عدم قطعیت‌های ورودی به عدم قطعیت‌های خروجی منتقل شود. متدهای گوناگی برای انتقال عدم قطعیت وجود دارند. شبیه‌سازی مونت کارلو احتمالاً رایج‌ترین تکنیک برای انتشار عدم قطعیت موجود در جنبه‌های مختلف یک سیستم به کارایی پیش‌بینی شده است. در شبیه‌سازی مونت کارلو، کل سیستم به تعداد دفعات زیادی اجرا می‌شود (برای مثال ۱۰۰۰۰ بار). برای هر تحقق، تمام پارامترهای غیرقطعی نمونه‌برداری می‌شود (یعنی یک مقدار تصادفی از توزیع اختصاصی مربوط به هر پارامتر، انتخاب می‌شود). سپس این سیستم در طول زمان شبیه‌سازی می‌شود (با معین بودن مجموعه پارامترهای ورودی) به گونه‌ای که کارایی سیستم بتواند محاسبه شود. این امر منتج به ایجاد تعداد زیادی نتیجه مستقل و جداگانه می‌شود، که هر کدام نمایشگر یک "آینده" احتمالی برای سیستم هستند (یعنی یک مسیر احتمالی که سیستم احتمالاً با گذشت زمان دنبال خواهد کرد). نتایج تحقق‌های مستقل سیستم به شکل توزیع‌های احتمالی خروجی‌های ممکن در خواهند آمد. در نتیجه، خروجی‌ها به صورت مقادیر تک نیستند، بلکه توزیع احتمال هستند. توانایی‌های فراوان روش های شبیه سازی مونت کارلو موجب کاربرد روزافزون آنها در حل مسایل مختلف قابلیت اعتماد سازه ها شده است. این روش ها بر پایه تولید نمونه هایی تصادفی به منظور شبیه سازی پیشامدها و برآورد نتایج آنها استوارند [۱۳].

با نگاهی کلی، اولین مرحله از تئوری قابلیت اطمینان طی سال‌های ۱۹۲۰ الی ۱۹۶۰ شروع شد. فارسل در سال ۱۹۲۴ اصل بهینه‌یابی را مطرح نمود [۱] و مایر نیز در سال



شکل ۱- فلوجارت متد پیشنهادی



شکل ۲- هیستوگرام و نقاط منتخب بر روی آن

با هیستوگرام باشد، بعنوان بهترین تابع توزیع برای تولید داده ها انتخاب می شود. سپس می بایست معکوس تابع تجمعی از تابع توزیع ذکر شده محاسبه شود. پس از آن توسط این تابع معکوس می توان نمونه هایی مشابه با نمونه های اولیه تولید نمود. لازم به ذکر است که نمونه های تولید شده ثانویه، خود دارای اختلاف با نمونه های اولیه آزمایش می باشند. در نتیجه همین امر نیز بعنوان یکی دیگر از پارامترهای عدم قطعیت ناشی از خطای انسانی در مسئله وارد می شود و بالطبع بر میزان احتمال خرابی بدست آمده نهایی نیز اثرگذار است. مزایا و نوآوری پژوهش حاضر را می توان در رفع این مشکل دانست و لذا سعی بر آن است تا با ارائه یک راهکار نوین و ساده، علاوه بر حذف مشکلات انتخاب تابع توزیع، مسئله عدم قطعیت های حاصل از این موضوع نیز مرتفع شود. روشی که در این بخش پیشنهاد می شود به بیانی بسیار ساده در گام های زیر تعریف شده است:

- ۱- رسم هیستوگرام نمونه های تصادفی؛
  - ۲- انتخاب نقاط اوج هر باند از هیستوگرام بعنوان ورودی روش سطح پاسخ؛
  - ۳- ایجاد یک تابع ریاضی برای تعریف هیستوگرام توسط روش سطح پاسخ؛
  - ۴- تولید نمونه های یکنواخت در فضای سه بعدی و گذراندن تابع ریاضی هیستوگرام از این فضا؛
- قبول کردن نقاطی که در ناحیه زیر نمودار تابع ریاضی قرار داشته و رد کردن نقاطی که در روی این نمودار قرار دارند. فلوجارت الگوریتم مذکور در شکل (۱) ارائه شده است. در بخش های بعد در مورد این مراحل با دقت بحث می شود.

## ۲-۱- نقاط منتخب هیستوگرام (گام های ۱ و ۲)

برای ایجاد نمونه های تصادفی در این روش ابتدا می بایست نمودار هیستوگرام نمونه ها را ایجاد نمود. در علم آمار هیستوگرام یا بافت نگار یک نمودار ستونی و پله ای برای نشان دادن داده ها است. برای نمونه بافت نگار فراوانی، نمودار مستطیلی با پایه ای به پهنای یک واحد بر روی هر مقدار مشاهده شده است که ارتفاع هر ستون آن با فراوانی داده مورد نظر همخوانی دارد. در ادامه مختصات نقاط اوج نمودار هیستوگرام بعنوان ورودی روش سطح پاسخ انتخاب می شوند. این نقاط در شکل (۲) نشان داده شده اند.

حتی در صورت یکسان بودن، دامنه انتخاب شده آن‌ها یکسان نمی‌باشد. برای این کار از رابطه زیر می‌توان استفاده نمود [۲۸ و ۲۹]:

$$X = \frac{X - \frac{[x_{\max} + x_{\min}]}{2}}{\frac{[x_{\max} - x_{\min}]}{2}} \quad (1)$$

در اینجا  $X$  کد فاکتور،  $x$  مقدار واقعی فاکتور،  $x_{\min}$  و  $x_{\max}$  مقادیر کمینه و بیشینه فاکتور می‌باشند که بعد به نحوه انتخاب آن اشاره خواهد شد.

در پژوهش حاضر، برای ایجاد و پیاده‌سازی روش سطح پاسخ از طرح مرکب مرکزی در قالب مرکز وجهی<sup>۴</sup> استفاده شد. در حالت مرکز وجهی حدود بیشینه و کمینه با کد سطح‌های (+۱) و (-۱) مشخص می‌شوند که در واقع تنها اطلاعاتی است که با توجه به مطالعات و ایده پژوهش، برای سطوح هر متغیر باید در اختیار نرم‌افزار آماری قرار گیرد. به این ترتیب سطح سوم به عنوان سطح صفر یا مرکزی (۰)، مقداری بین کمینه و بیشینه است. البته اگر سطوحی خارج از سه سطح تعریف شده و در بین این سطوح قرار گیرند، به راحتی کدگذاری می‌شوند.

پس از انتخاب طرح، معادله مدل تعیین شده و ضرایب آن پیش‌بینی می‌شوند. مدل استفاده شده در روش سطح پاسخ عموماً، معادله مدل درجه دوم کامل یا فرم کاهیده آن است. مدل درجه دوم می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$y = C_{k0} + \sum_{i=1}^4 C_{kii} x_i^2 + \sum_{i < j}^4 C_{kij} x_i x_j \quad (2)$$

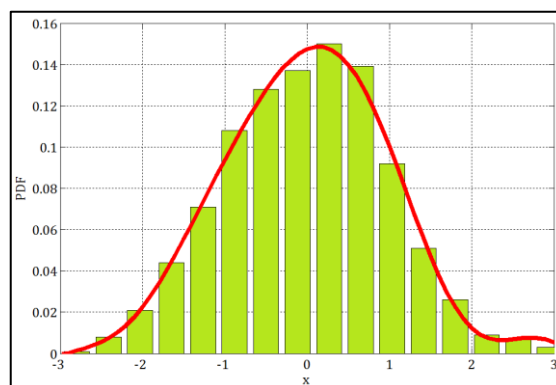
$$y = X\beta + \varepsilon \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (4)$$

## ۲-۲- ایجاد تابع توسط روش سطح پاسخ (گام ۳)

در این بخش یک تابع ریاضی تک متغیره جهت مرز بین رد یا قبول نمونه‌ها توسط روش سطح پاسخ ایجاد می‌شود. متغیر موجود در این بخش، تنها مقدار  $X$  و یا بازه اعداد تصادفی است. متغیر وابسته نیز فراوانی نسبی داده هاست که از تقسیم نمودار هیستوگرام ذکر شده بر تعداد کل نمونه‌ها بدست می‌آید. (شکل ۳)

به منظور استخراج مدل مربوط به هیستوگرام و یافتن بیشترین تاثیر و کمترین خطا از روش سطح پاسخ استفاده می‌شود. این روش با معیار قرار دادن تعداد متغیرها و حدود بیشینه و کمینه تعیین شده برای هر متغیر، ماتریس آزمایش را طراحی می‌کند. بدین ترتیب تعداد آزمون‌ها و سطوح هر متغیر در هر آزمون مشخص می‌شود. زمانی که تعداد متغیرها زیاد باشد، این روش در مقایسه با روش‌های پرحجمی مانند فاکتوریل کامل ارجحیت دارد. طرح آزمایش به نحوی است که حتی بدون تکرار آزمون، نتایج آماری قابل اعتمادی بدست می‌آید. بنابراین این روش باعث تسهیل روند تحقیق، کاهش زمان و هزینه‌ها خواهد شد [۱۹-۲۳].



شکل ۳- تابع برازش داده شده بر روی هیستوگرام (بدست آمده از روش سطح پاسخ)

روش‌های مرکب مرکزی ۱، باکس بنکن ۲ و دهلرت ۳ سه روش اصلی طراحی سطح پاسخ می‌باشند. در بین این سه روش، طرح مرکب مرکزی از اعتبار بیشتری برخوردار است [۲۴، ۲۸ و ۲۹].

در روش سطح پاسخ دامنه انتخاب شده برای هر فاکتور اهمیت زیادی دارد. دامنه هر فاکتور باید کدبندی شده و در محدوده -۱ تا ۱ قرار گیرد تا تحلیل رگرسیون به خوبی انجام پذیرد زیرا واحد متغیرهای مستقل یکسان نبوده و

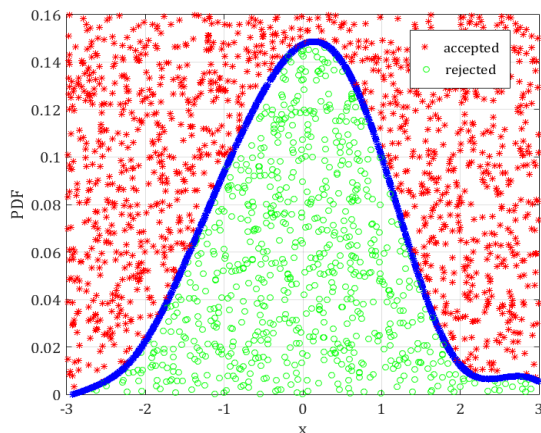
<sup>3</sup> Doehlert

<sup>4</sup> Face Centered

<sup>1</sup> Central Composite Design

<sup>2</sup> Box-Behnken

ایجاد شده بود، نمونه پذیرفته می‌شود. در غیر اینصورت، نمونه موردنظر از ماتریس داده‌ها حذف خواهد شد. این مسئله به فرمی ساده در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴- نمونه‌های رد (قرمز) و قبول (سبز) شده

همانطور که در شکل مشخص است، نمونه‌هایی که با رنگ سبز نشان داده شده‌اند، مورد قبول هستند و نمونه‌های قرمز رنگ در محاسبات وارد نمی‌شوند.

### ۳- توصیه‌هایی در مورد باندهای نمودار سطح پاسخ

در ابتدا باید متذکر شد که در طول روند کدنویسی برای ارائه این روش، با حل چندین تابع در مورد مسائل مهندسی به‌مراه پارامترهایی با توزیع‌های مختلف، این نتیجه بصورت تجربی حاصل شد که در روش سطح پاسخ، انتخاب تابعی چندجمله‌ای با درجه ۱۱ بهترین پاسخ‌ها را تقریباً برای تمامی توزیع‌ها دربر دارد. پس از ایجاد تابع ریاضی موردنظر توسط روش سطح پاسخ برای هیستوگرام، نیاز است تا محدوده‌ای برای  $x_{min}$  و  $x_{max}$  مشخص بشود. روش پیشنهادی حاضر چندین سناریو در محاسبه باندهای نمونه‌ها پیشنهاد می‌کند که در ادامه بیان می‌شوند.

**۳-۱- حالت اول: بوجود آمدن نمودار با فرمی ساده**  
اولین سناریو، حالتی است که نموداری به شکل معمول ایجاد شود. در این حالت نمودار، پیشنهاد می‌شود دامنه متغیر موردنظر به اندازه دو برابر پهنای هیستوگرام انتخاب شود. این حالت در شکل (۵) تشریح شده است.

**۳-۲- حالت دوم: ایجاد ناحیه منفی جزئی درون هیستوگرام**

در اینجا  $\beta_0, \beta_j, \beta_{jj}, \beta_{ij}$  به ترتیب ضرایب ثابت، خطی، درجه دوم و اثر متقابل رگرسیون هستند.  $x_i$  و  $x_j$  متغیرهای مستقل کد شده هستند. نمادسازی ماتریس در معادله فوق آمده است. دستگاه معادلات بالا با استفاده از روش حداقل مربعات<sup>۱</sup> حل شده و ضرایب معادله به‌دست می‌آیند. بعد از اینکه ضرایب معادله به‌دست آمدند با حل معادله بالا، پاسخ پیش‌بینی می‌شود. سپس باید مطابقت مدل با داده‌های آزمایش مورد بررسی قرار گیرد. برای این کار روش‌های متعددی نظیر تحلیل باقیمانده، ریشه میانگین مربعات خطاهای پیش‌بینی شده و آزمون عدم تطابق وجود دارد. همچنین می‌بایست قابلیت پیش‌بینی کلی مدل توسط ضریب تبیین<sup>۲</sup> ( $R^2$ ) بیان گردد و اهمیت آماری آن بوسیله آزمون آماری فیشر<sup>۳</sup> (F-Value) مشخص بشود. اهمیت هر یک از ضرایب رگرسیون (مدل) نیز بر اساس آزمون t بدست می‌آید. البته باید توجه داشت که  $R^2$  به تنهایی نمی‌تواند دقت مدل را توضیح دهد، زیرا این شاخص بیان‌کننده تغییرات حول میانگین پاسخ است. لذا از ضریب دیگری به نام ضریب تبیین تنظیم شده ( $R_{adj}^2$ ) استفاده می‌شود. در محاسبه این ضریب، برخلاف  $R^2$  به جای مجموع مربعات از میانگین مجموع مربعات استفاده می‌شود. نحوه محاسبه این دو ضریب در معادله‌های زیر ارائه شده است:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{residual}}{SS_{total}} \quad (5)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SS_{residual}/DF_{residual}}{SS_{total}/(DF_{model} + DF_{residual})} \quad (6)$$

در روابط فوق  $SS_{residual}$  بیانگر مجموع مربعات باقیمانده، DF معرف درجه آزادی و  $SS_{total}$  معرف مجموع مربعات کل ( $SS_{residual} + SS_{model}$ ) است [۲۸ و ۲۹].

### ۳-۲- رد و قبول نمونه‌ها (گام‌های ۴ و ۵)

در این بخش، نمونه‌های تصادفی با توزیع یکنواخت با دو متغیر  $x$  و  $y$  (برای شبیه‌سازی و مقایسه با PDF) در فضا ایجاد می‌شوند. سپس تابع ایجاد شده برای هر کدام از  $x$  ها قرائت می‌شود. اگر مقدار تابع در  $x$  موردنظر بیشتر از  $y$

<sup>3</sup> Fisher test

<sup>1</sup> Least square

<sup>2</sup> Coefficient of determination

#### ۴- حل مثال‌های مهندسی با استفاده از روش

##### پیشنهادی

به منظور بررسی صحت نتایج و کارایی روش پیشنهادی چند مسئله با توابع حدی متفاوت به‌همراه متغیرهایی با توزیع‌های مختلف مورد بحث قرار می‌گیرند تا عملکرد این روش در شرایط مختلف محک زده شود. همچنین مقایسه نتایج بدست آمده در مونت کارلو با تعداد بسیار زیاد و مقایسه آن با نتایج فرم، شاخص قابلیت اطمینان دقیقی از مسئله به دست می‌دهد که خود معیار مناسبی در صحت سنجی پاسخ‌های بدست آمده از هر روش می‌باشد. تعداد نمونه‌ها بصورتی انتخاب شدند که روش مونت کارلو قادر به یافتن پاسخ مسئله باشد. نتایج بصورت نزدیک بودن شاخص قابلیت اطمینان بدست آمده از هر روش به مقدار مطلوب و مقدار پراکندگی پاسخ‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. این مسائل با استفاده از زبان متلب نوشته شدند و مقدار شاخص قابلیت اطمینان بدست آمده از روش معمول و روش پیشنهادی نیز با یکدیگر مقایسه می‌شوند. لازم به ذکر است این شاخص با استفاده از رابطه  $\beta = -\Phi^{-1}(P_f)$  محاسبه خواهد شد [۲۴-۲۷]. همچنین تعداد نمونه‌های رد و قبول شده و نسبت نمونه‌های قبول شده به نمونه‌های رد شده ارائه می‌شوند. همچنین برای ایجاد شرایط یکسان مقایسه، تعداد نمونه‌های مورد استفاده در مونت کارلو برابر با تعداد نمونه‌های قبول شده در روش پیشنهادی انتخاب می‌شوند.

#### ۴-۱- مسئله اول: تابع شرایط حدی با احتمال خرابی

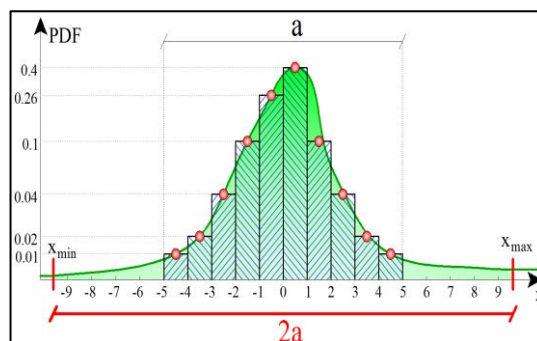
##### بسیار پایین

در این مثال، عملکرد روش پیشنهادی برای یک تابع شرایط حدی خطی با دو متغیر استاندارد نرمال مورد ارزیابی قرار گرفته است. بدین منظور احتمال خرابی برای تابع  $g_1(x_1, x_2)$  توسط روش‌های فرم و مونت کارلو محاسبه شده و نتایج حاصله با نتیجه بدست آمده از روش پیشنهادی مورد مقایسه قرار گرفته است [۵۸].

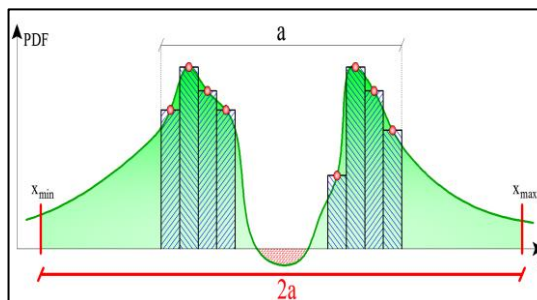
$$g_1(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 + 10 \quad (7)$$

شاخص قابلیت اطمینان دقیق این مسئله، در مرجع [۵۸] محاسبه و برابر مقدار ۴/۴۷۲ گزارش شده است. نمونه‌های ایجاد شده در فضای مسئله و تابع شرایط حدی در مسئله حاضر مطابق با شکل (۸) هستند. مشاهده می‌شود که با

کد متلب مربوط به این بخش به نحوی تنظیم شده است که در صورت برخورد تابع (خط سبز رنگ) با محور  $X$ ، اگر تمام ناحیه منفی‌ای که تشکیل شد درون ناحیه هیستوگرام قرار گرفت، نواحی منفی نادیده گرفته شود. شکل (۵) و (۶) مثال واضحی از این حالت را ارائه می‌دهد.



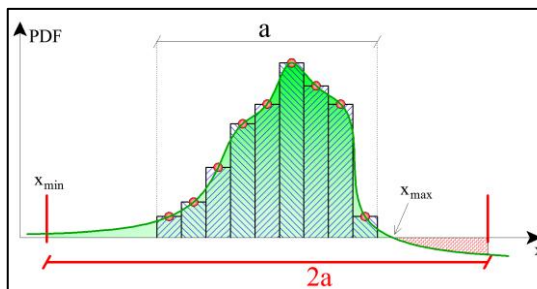
شکل ۵- انتخاب مرز انتهایی تابع ریاضی برازش شده بر روی هیستوگرام (حالت اول)



شکل ۶- نادیده گرفتن نواحی منفی ایجاد شده درون هیستوگرام (حالت دوم)

#### ۳-۳- حالت سوم: ایجاد ناحیه منفی کلی

اگر تابع موردنظر با محور  $X$  برخورد نمود و ناحیه منفی تشکیل شده درون منطقه دوبرابر عرض هیستوگرام قرار گرفت و تماماً در ناحیه منفی باقی ماند، نقطه تلاقی تابع با محور  $X$ ، بعنوان باند پایانی تولید نمونه ( $X_{min}$  و یا  $X_{max}$ ) شناخته می‌شود. این مسئله در شکل (۷) نشان داده شده است.



شکل ۷- تعریف باند انتهایی در حالت ایجاد ناحیه منفی کلی (حالت سوم)

$$f(x) = C + \sum_{i=1}^{11} a_i x^i \quad (8)$$

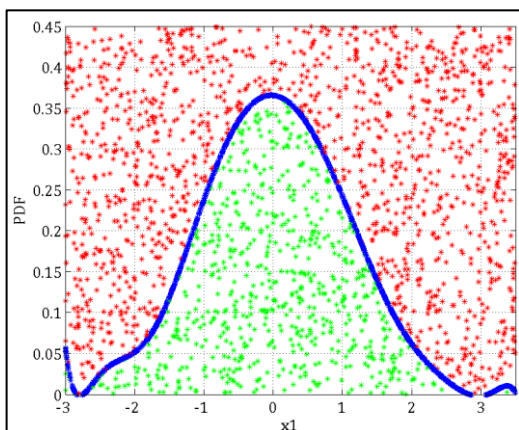
این ضرایب برای مثال حاضر و برای متغیر  $x^1$  در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- ضرایب معادله مربوط به تابع هیستوگرام متغیر  $x^1$

در مسئله اول

C	a <sub>1</sub>	a <sub>2</sub>	a <sub>3</sub>	a <sub>4</sub>	a <sub>5</sub>
۰/۳۶۵۵۰۵	-۰/۰۰۷۷۶	-۰/۱۳۶۷	۰/۰۱۱۷۴	۰/۰۰۷۰۷	۰/۰۰۱۱۴
a <sub>6</sub>	a <sub>7</sub>	a <sub>8</sub>	a <sub>9</sub>	a <sub>10</sub>	a <sub>11</sub>
۰/۰۰۴۹۸۹	۰/۰۰۰۰۹۴	۰/۰۰۰۰۹۶	۰/۰۰۰۲۶۲	۰/۰۰۸	-۱/۲۲ e <sup>-۵</sup>

تابع مورد نظر ایجاد شده در این مسئله در شکل ۱۰ بیان شده و روش رد و قبول نمونه‌ها نیز مشابه با قبل ارائه شده است. تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در تولید نمونه برای متغیر  $x^1$  در مسئله اول با استفاده از روش پیشنهادی در شکل (۱۱) ارائه شده است.

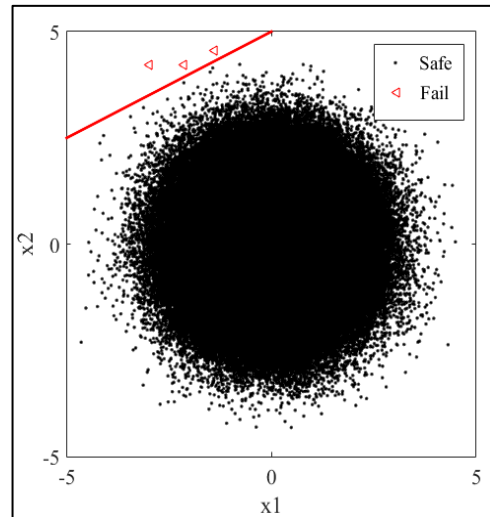


شکل ۱۰- تابع بدست آمده از سطح پاسخ و رد و قبول نمونه‌ها برای متغیر  $x^1$  در مسئله اول

در جدول ۲ نتایج حاصل از تحلیل این مثال با استفاده از روش معمول تولید نمونه و روش پیشنهادی و همچنین روش فرم بصورت آماری شامل میانگین و انحراف معیار پاسخ‌هایی که از ده مرتبه تحلیل مثال بدست آمد، بیان شده است.

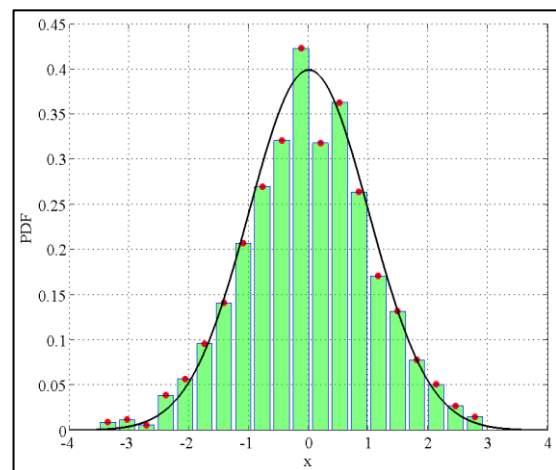
از مقایسه نتایج جدول فوق برای دو روش متداول قابلیت اطمینان مشاهده می‌شود روش فرم با توجه به خطی بودن تابع شرایط حدی برآورد دقیقی از احتمال خرابی را به همراه داشته است. از طرفی در روش معمول تولید نمونه در مونت کارلو با توجه به مقدار نسبتاً زیاد انحراف معیار شاخص اطمینان، برآورد دقیق احتمال خرابی نیازمند انجام شبیه سازی با تعداد نمونه بسیار زیاد (حداقل پانصد هزار

وجود تعداد نمونه‌های بسیار زیاد، نمونه‌های اندکی در ناحیه خرابی قرار گرفته شده‌اند. در این شکل نقاطی که در ناحیه سلامت قرار گرفته‌اند با رنگ مشکی و نقاطی که در ناحیه خرابی واقع شده‌اند با رنگ قرمز مشخص شده‌اند.



شکل ۸- نمونه‌های تصادفی و تابع شرایط حدی در فضای امکان مسئله اول

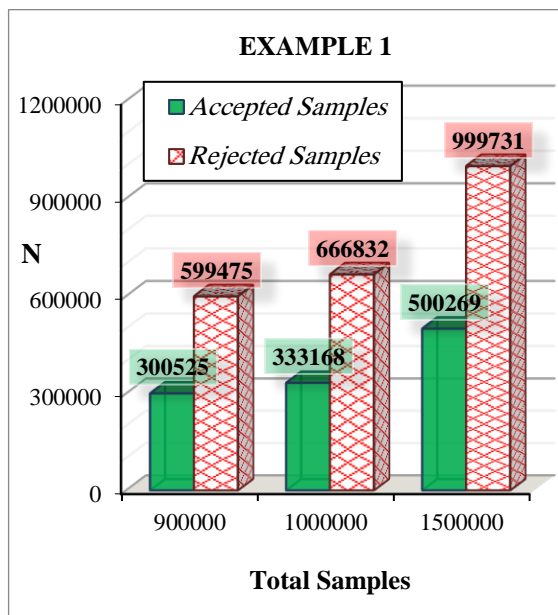
این مثال با استفاده از سه روش مذکور و همچنین روش پیشنهادی حل شده و نتایج حاصله در ادامه نشان داده شده است. (شکل ۹)



شکل ۹- برازش نمودار با استفاده از روش معمول بر هیستوگرام داده‌ها با توزیع استاندارد نرمال

باید متذکر شد که خروجی روش سطح پاسخ بصورت یک تابع چند جمله‌ای بوده و ضرایب این تابع از روش سطح پاسخ استخراج می‌شود. همانطور که ذکر شد تابع درجه ۱۱ برای این روش دارای بهترین پاسخ‌ها بوده است. تابع چندجمله‌ای درجه ۱۱ بطور عمده دارای شکلی به فرم معادله (۵-۸) می‌باشد.

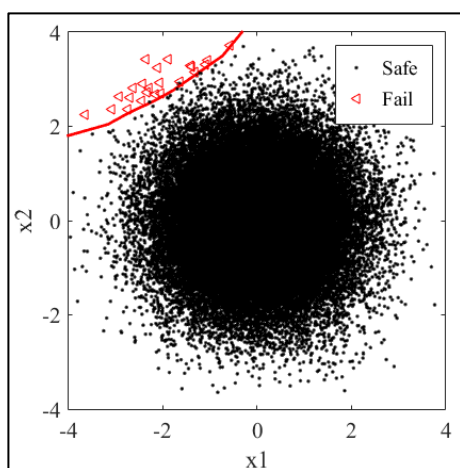
$$g_2(x_1, x_2) = \exp(0.2x_1 + 1.4) - x_2 \quad (9)$$



شکل ۱۱. تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در تولید نمونه برای متغیر  $x_1$  در مسئله اول

نمونه‌های ایجاد شده در فضای مسئله و تابع شرایط حدی در مسئله حاضر مطابق با شکل (۱۲) هستند. مشابه با مسئله قبل نقاطی که در ناحیه سلامت قرار گرفته‌اند با رنگ مشکی و نقاطی که در ناحیه خرابی واقع شده‌اند با رنگ قرمز مشخص شده‌اند.

تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در تولید نمونه برای متغیر  $x_1$  در مسئله دوم با استفاده از روش پیشنهادی در شکل (۱۳) ارائه شده است.



شکل ۱۲- نمونه‌های تصادفی و تابع شرایط حدی در فضای امکان مسئله دوم

در جدول ۳ نتایج حاصل از تحلیل این مثال با استفاده از

نمونه) می‌باشد. بنابراین نتیجه می‌شود برای تابع شرایط حدی با ویژگی‌های فوق (تابع خطی با متغیرهای نرمال استاندارد و شاخص قابلیت اطمینان نسبتاً بالا)، روش فرم نسبت به روش معمول تولید نمونه در شبیه‌سازی مونت کارلو ارجحیت دارد. از طرفی مشاهده می‌شود. روش شبیه‌سازی پیشنهادی با همان تعداد نمونه تخمین دقیق و پایداری از احتمال خرابی داشته است. بدین ترتیب می‌توان نتیجه‌گیری کرد برای توابع شرایط حدی با ویژگی‌های فوق پاسخ حاصل از شبیه‌سازی پیشنهادی با هر تعداد نمونه که حاوی پاسخ باشد (احتمال خرابی صفر نباشد) نیز قابل اطمینان است. این ویژگی از جمله برتری‌های روش تولید نمونه پیشنهادی نسبت به روش معمول تولید نمونه در شبیه‌سازی مونت کارلو می‌باشد.

جدول ۲- بررسی صحت نتایج برای تعداد نمونه‌های مختلف در

مثال ۱

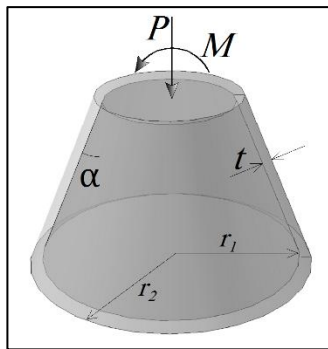
انحراف معیار	میانگین شاخص قابلیت اطمینان	تعداد نمونه‌های مورد استفاده	روش مورد استفاده
۰	۴/۴۷۲	-	روش مرتبه اول FORM
۰/۴۱۳۲	۴/۳۲۶	۳۰۰۵۲۵	روش معمول
۰/۳۷۲۱	۴/۵۳۲	۳۳۳۱۶۸	تولید نمونه (با استفاده از شبیه‌سازی مونت-کارلو)
۰/۱۰۷۶	۴/۴۱۱	۵۰۰۲۶۹	روش پیشنهادی
۰/۱۰۶۲	۴/۳۹۷	۳۰۰۵۲۵	تولید نمونه (با استفاده از شبیه‌سازی مونت-کارلو)
۰/۰۵۲۳	۴/۴۸۷	۳۳۳۱۶۸	روش پیشنهادی
۰/۰۱۳۶	۴/۴۷۵	۵۰۰۲۶۹	تولید نمونه (با استفاده از شبیه‌سازی مونت-کارلو)

#### ۲-۴- مسئله دوم: تابع شرایط حدی نمایی

در این مثال پایایی روش پیشنهادی برای یک تابع شرایط حدی نمایی با دو متغیر  $x_1$  و  $x_2$  با تابع توزیع نرمال استاندارد مورد بررسی قرار گرفته است [۲۵]. بدین منظور، پایایی روش با تغییر در بازه تولید نمونه و مقایسه نتایج حاصله با پاسخ روش مونت کارلو، بررسی شده و نتایج در ارائه شده است [۲۵].



جواب دقیق برساند. لیکن آنچنانکه در این مسئله و مسئله قبل شاهد بودیم، با تعداد اندک نمونه در این مثال هم تخمین مناسبی و پایداری از احتمال خرابی خواهیم داشت. ۳-۴ - مسئله سوم: آنالیز قابلیت اطمینان سازه مخروطی سازه مخروطی تحت بار محوری P و لنگر خمشی M مطابق با شکل (۱۴) هندسه و نمای تحلیلی آن ارائه شده است. مهمترین پدیده هایی که خرابی این سازه را درگیر می کند شامل کاهش مقاومت سازه و همچنین ناپایداری سازه به علت کمانش می باشد [۲۶-۲۸].



شکل ۱۴- سازه مخروطی در مسئله ۳

مود خرابی کاهش مقاومت برای این سازه بحرانی نبوده از اینرو نیاز به تحلیل سازه تحت این مود خرابی نمی باشد اما تحلیل کمانش برای این سازه تحت بارگذاری ارائه شده حائز اهمیت است. مود خرابی بحرانی به صورت خرابی تحت کمانش سازه به صورت زیر ارائه می گردد.

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{M}{M_{cr}} > 1 \quad (10)$$

که در آن P و M به ترتیب مقدار نیروی محوری و لنگر خمشی خارجی ناشی از بارهای وارده به سازه می باشد و  $P_{cr}$  و  $M_{cr}$  به ترتیب مقدار نیروی محوری و لنگر خمشی بحرانی سازه است.

$$P_{cr} = \gamma \frac{2\pi Et^2 \cos^2 \alpha}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (11)$$

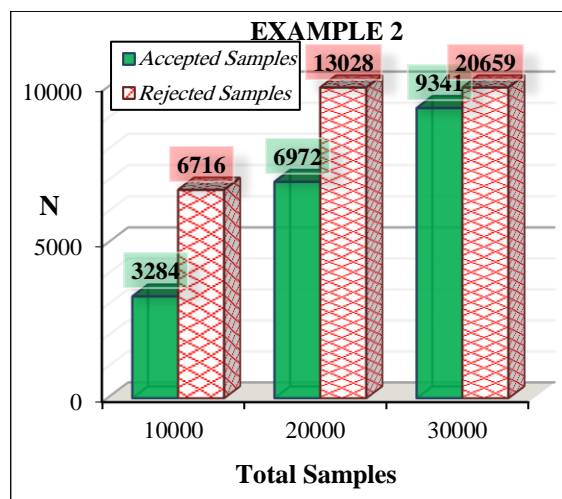
$$M_{cr} = \eta \frac{\pi Et^2 r_1 \cos^2 \alpha}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (12)$$

که در آن ضرایب  $\gamma$  و  $\eta$  به ترتیب ضریب تطبیق نیروی محوری و لنگر خمشی بین نتایج آزمایشگاهی و تحلیلی است و در این مسئله در حدود ۰/۳۳ و ۰/۴۱ در نظر گرفته شده و  $\nu$  ضریب پواسون برابر با ۰/۳ می باشد. مطابق با روابط ۱۰ تا ۱۲ تابع شرایط حدی برای این سازه به صورت رابطه زیر ارائه میگردد:

روش معمول تولید نمونه و روش پیشنهادی و همچنین روش فرم و سرم بصورت آماری شامل میانگین و انحراف معیار پاسخهایی که از ده مرتبه تحلیل مثال بدست آمد، بیان شده است.

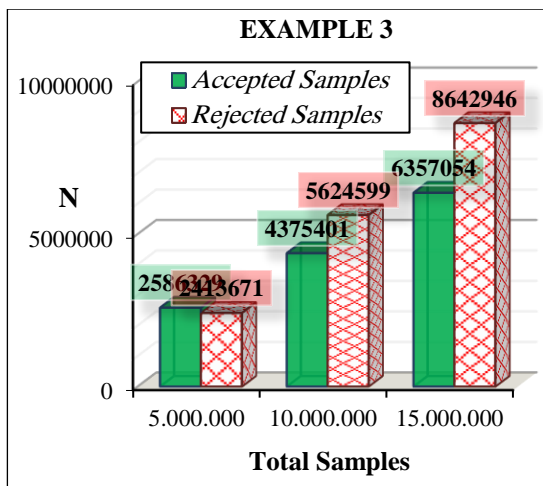
جدول ۳- بررسی صحت نتایج برای روش های مختلف تولید عدد مسئله دوم

روش مورد استفاده	تعداد نمونه های مورد استفاده	میانگین شاخص قابلیت اطمینان	انحراف معیار شاخص قابلیت اطمینان
روش مرتبه اول FORM	-	۳/۳۴	۰
روش مرتبه دوم SORM	-	۳/۳۸	۰
روش معمول تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)	۳۲۸۴	۳/۲۳۴	۰/۷۲۶
	۶۹۷۲	۳/۴۴۳۷	۰/۵۹۳
روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو)	۹۳۴۱	۳/۲۵۲	۰/۳۱۱
	۳۲۸۴	۳/۴۲۷	۰/۰۵۶۳
	۶۹۷۲	۳/۳۳۲۵	۰/۰۱۹۹
۹۳۴۱	۳/۳۷۴	۰/۰۰۷۴	



شکل ۱۳- تعداد نمونه های رد و قبول شده در تولید نمونه برای متغیر  $x^1$  در مسئله دوم

پایایی از جمله ویژگی های قابل توجه روش پیشنهادی است چرا که می تواند هر تخمین محافظه کارانه ای از شاخص قابلیت اطمینان را با انحراف معیار بسیار کم به



شکل ۱۵- تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در تولید نمونه برای متغیر E در مسئله سوم

عملکرد فوق‌العاده پایدار روش پیشنهادی در این مثال به وضوح قابل رویت است. پراکندگی پاسخ‌های بدست آمده با استفاده از روش معمول تولید نمونه که با خط قرمز نشان داده شده است، بیانگر حساسیت بسیار زیاد نتایج مونت-کارلو به مقدار پارامترهای ورودی مسئله می‌باشد. این پراکندگی پس از اعمال روش پیشنهادی در تولید نمونه‌ها تا حد چشمگیری کاهش یافته و حتی با استفاده از تعداد نمونه‌های بسیار کم نیز پاسخ بسیار دقیقی ارائه شده است.

جدول ۵- بررسی صحت نتایج برای روش‌های مختلف تولید عدد مسئله سوم

انحراف معیار شاخص قابلیت اطمینان	میانگین شاخص قابلیت اطمینان	تعداد نمونه-های مورد استفاده	روش مورد استفاده
۰	۴/۸۸۳	-	روش مرتبه اول FORM
۰/۴۵۹۶	۴/۲۵۱	۲,۵۸۶,۳۲۹	روش معمول تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو)
۰/۳۳۱	۴/۹۵۳	۴,۳۷۵,۴۰۱	روش معمول تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو)
۰/۱۶۹۸	۴/۹۰۱	۶,۳۵۷,۰۵۴	روش معمول تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو)
۰/۱۱۴	۴/۸۲۴	۲,۵۸۶,۳۲۹	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو)
۰/۰۶۲۸	۴/۸۹۵	۴,۳۷۵,۴۰۱	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو)
۰/۰۰۹۸۲	۴/۸۸۱	۶,۳۵۷,۰۵۴	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت-کارلو)

$$g_3(E, t, \alpha, r_1, M, P) = 1 - \frac{\sqrt{3(1-v^2)}}{\pi E t^2 \cos^2 \alpha} \times \left( \frac{P}{2\gamma} + \frac{M}{\eta r_1} \right) \quad (13)$$

این مسئله شامل ۶ متغیر تصادفی پایه نرمال غیر وابسته است که خصوصیات آماری آنها در جدول ۴ درج شده است. بر اساس نتایج بدست آمده از تحقیقات پیشین مقدار شاخص قابلیت اعتماد برای این مسئله ۴/۸۸۳ گزارش شده است.

جدول ۴- پارامترهای توزیع مسئله سوم

Variable	Unit	Distribution	Parameters
E	(MPa)	Normal	$N(7E + 04,3500)$
t	(m)	Normal	$N(25E - 04,125E - 06)$
α	(rad)	Normal	$N(0.524,0.01)$
r <sub>1</sub>	(m)	Normal	$N(0.9,0.0225)$
M	(N - m)	Normal	$N(8E + 04,6400)$
P	(N)	Normal	$N(7E + 04,5600)$

تعداد نمونه‌های اولیه این مسئله برابر با ۵,۰۰۰,۰۰۰ بوده که برای پارامتر E، ۲,۵۸۶,۳۲۹ عدد از این تعداد در روش پیشنهادی مورد قبول واقع شده است. بار دیگر با انتخاب ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ نمونه و اعمال روش حاضر، تعداد ۴,۳۷۵,۴۰۱ نمونه قبول و ۵,۶۲۴,۵۹۹ عدد نمونه رد شده اند. در نهایت با انتخاب ۱۵,۰۰۰,۰۰۰ نمونه و قبول ۶,۳۵۷,۰۵۴ و رد ۸,۶۴۲,۹۴۶ عدد از آنها، مسئله سوم مورد ارزیابی قرار داده شده است. تعداد کل نمونه‌ها و تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در شکل (۱۵) فقط برای متغیر E نشان داده شده است. برای متغیرهای دیگر نیز نتایج تقریباً مشابه بوده است.

در جدول ۵ نتایج حاصل از تحلیل این مثال با استفاده از روش معمول تولید نمونه و روش پیشنهادی و همچنین روش فرم بصورت آماری شامل میانگین و انحراف معیار پاسخ‌هایی که از ده مرتبه تحلیل مثال بدست آمد، بیان شده است. نتایج بدست آمده شامل شاخص قابلیت اطمینان با استفاده از روش معمول تولید نمونه و روش پیشنهادی، در برابر تعداد نمونه‌ها در شکل (۱۶) ارائه شده‌اند.

دیگر پارامترهای موردنیاز در حل مسئله حاضر در زیر ارائه شده است:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{K_p}{M_p}}, \quad \omega_s = \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}, \quad \gamma = \frac{M_s}{M_p} \quad (17)$$

$$\omega_a = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$$

$$\theta = \frac{\omega_p - \omega_s}{\omega_a}, \quad P \cong 3 \quad \xi_a = \frac{\xi_p + \xi_s}{2}$$

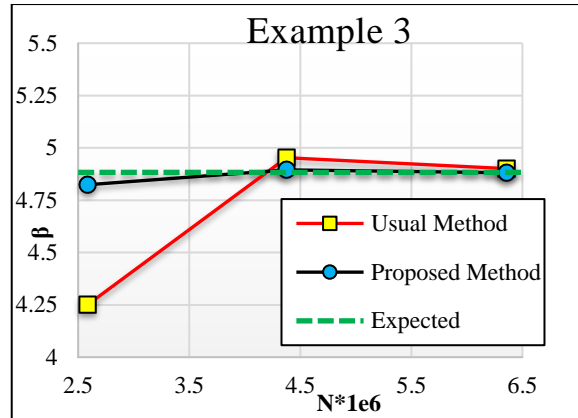
هشت متغیر تصادفی موجود در این مسئله همگی دارای توزیع لوگ نرمال بوده و پارامترهای توزیع هر متغیر در جدول ۶ ارائه شده‌اند.

شاخص قابلیت اطمینان دقیق این مسئله برابر با ۲,۰۱۶۵۲ بوده که توسط روش‌های دقیق گزارش شده است. تعداد نمونه‌های اولیه بکار گرفته شده در حل این مسئله برابر با ۵۰۰۰ عدد بوده است. همچنین این مسئله برای تعداد نمونه‌های کل ۱۰۰۰۰ و ۱۵۰۰۰ عدد نیز تکرار شده که تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در هر حالت در ارائه شده است. (شکل ۱۸)

جدول ۶- پارامترهای توزیع مسئله چهارم

Variable	Expression	Distributin	Parameters
Mp	Mass of primary system	Log Normal	LogN(1,0.1)
Ms	Mass of secondary system	Log Normal	LogN(0.01,0.001)
Kp	Stiffness of primary system	Log Normal	LogN(1,0.2)
Ks	Stiffness of secondary system	Log Normal	LogN(0.01,0.002)
ξp	Damping of primary system	Log Normal	LogN(0.05,0.02)
ξs	Damping of secondary system	Log Normal	LogN(0.02,0.01)
Fs	Maximum allowable force	Log Normal	LogN(15,1.5)
S0	White noise	Log Normal	LogN(100,10)

در جدول ۷ نتایج حاصل از تحلیل این مثال با استفاده از روش معمول تولید نمونه و روش پیشنهادی و همچنین روش فرم بصورت آماری شامل میانگین و انحراف معیار پاسخ‌هایی که از ده مرتبه تحلیل مثال بدست آمد، بیان شده است. با دقت در نتایج بیان شده در جدول ۷ و شکل (۱۹) دیده می‌شود که پراکندگی پاسخ بدست آمده از روش معمول تولید نمونه علی‌الخصوص در تعداد نمونه‌های کمتر از ۳۸۰۰، بسیار زیاد است و ضعف روش معمول تولید نمونه

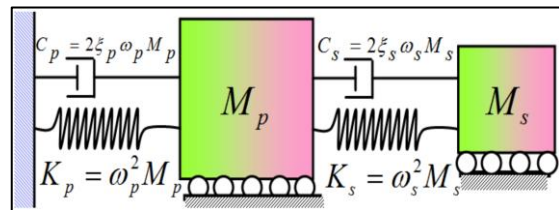


شکل ۱۶- مقایسه شاخص قابلیت اطمینان بدست آمده با استفاده از دو روش معمول و پیشنهادی با مقدار مورد انتظار در مسئله سوم

#### ۴-۴- مسئله چهارم: آنالیز قابلیت اطمینان سیستم

##### لرزه ای دارای دو درجه آزادی

مسئله حاضر شامل آنالیز قابلیت اطمینان یک سیستم ارتعاشی دارای دو درجه آزادی است که در شکل (۱۷) نشان داده شده است [۲۹].



شکل ۱۷- سیستم ارتعاشی دو درجه آزادی مسئله چهارم

تابع شرایط حدی این مسئله در رابطه ارائه شده است که بطور کل دارای هشت متغیر تصادفی است.

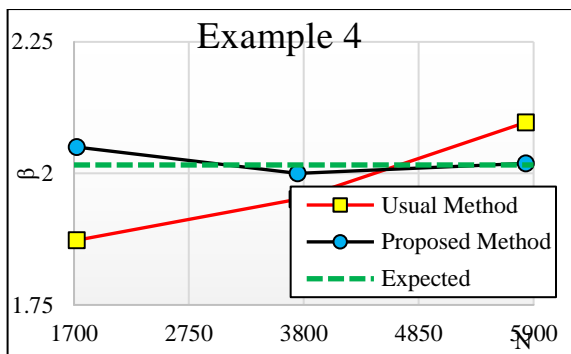
$$g_4(M_p, M_s, K_p, K_s, \xi_p, \xi_s, F_s, S_0) = F_s - K_s \max_{0 < t < T} |x_s(t)| \quad (14)$$

برای بسط رابطه (۱۴) نیاز است تا تمامی اجزای معادله به درستی شناخته شود و در کد اعمال شود. بخش‌های مختلف این مسئله به نحوی که بسیار ساده و به دور از ابهامات باشد، در مجموعه معادلات ۱۵ الی ۱۷ بیان شده‌اند. ترم  $\max_{0 < t < T} |x_s(t)|$  در تابع شرایط حدی برابر است با:

$$\max_{0 < t < T} |x_s(t)| = P(E[x_s^2])^{0.5} \quad (15)$$

که در آن:

$$E[x_s^2] = \frac{\pi S_0}{4 \xi_s \omega_s} \left[ \frac{\xi_a \xi_s}{\xi_p \xi_s (4 \xi_a^2 + \theta^2) + \gamma \xi_a^2} \times \frac{(\xi_p \omega_p^3 + \xi_s \omega_s^3) \omega_p}{4 \xi_a \omega_a^4} \right] \quad (16)$$

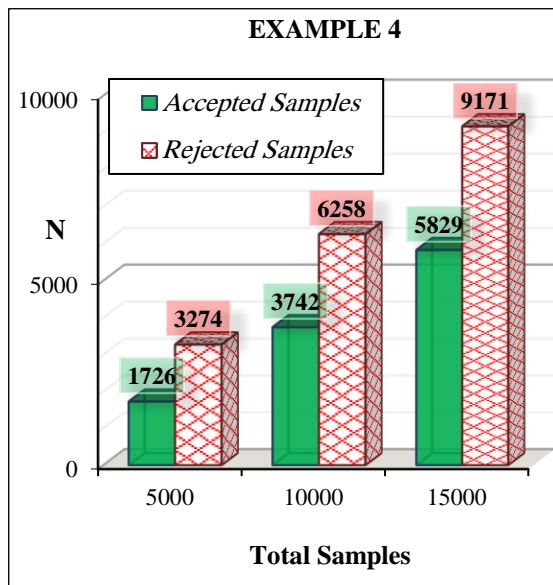


شکل ۱۹- مقایسه شاخص قابلیت اطمینان بدست آمده با استفاده از دو روش معمول و پیشنهادی با مقدار مورد انتظار در مسئله چهارم

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به گسترش تکنولوژی و سرعت در جوامع علمی امروزی می‌توان انتظار داشت نظر به پیشرفت‌های گسترده‌ای که در صنعت و علوم کامپیوتر صورت گرفته است، در بسیاری از موارد، محاسبات صحیح در مورد یک سازه ایمن، بر سرعت محاسبات ارجحیت داشته باشد. روش‌های رایج برای تولید نمونه مجبور به پذیرفتن مقداری خطا برای سازگار نمودن تابع توزیع با نمودار هیستوگرام داده‌ها می‌باشند. همچنین یافتن معکوس تابع تجمعی در برخی موارد غیرممکن است و می‌بایست از روش‌های تقریبی بهره جست که این روش‌ها نیز دارای عدم قطعیت هستند. در پژوهش حاضر روشی جهت تولید نمونه با استفاده از هیستوگرام ارائه شد. برای این منظور تابعی توسط روش سطح پاسخ بر هیستوگرام داده‌ها برازش داده شد و پس از آن با بهره‌گیری از تکنیک رد و قبول، نمونه‌هایی منطبق بر توزیع موردنظر تولید شد. متد پیشنهادی روشی سریع و مستقیم بوده و در آن هیچ نیازی به محاسبه پارامترهای داده‌های موجود مثل میانگین، واریانس، انحراف معیار و ... نیست. در این روش با استفاده از تنها یک کد جنرال می‌توان برای هر نوع توزیعی بدون دانستن نوع تابع توزیع داده‌ها و میانگین و واریانس آنها، نمونه تولید کرد. عملکرد این روش توسط چهار مثال مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. مثال اول در مورد محاسبه احتمال خرابی یک تابع ریاضی خطی با دو متغیر تصادفی بوده است. در مثال دوم یک تابع نمایی مورد بحث قرار داده شد. مسئله سوم در مورد قابلیت اطمینان یک سازه مخروطی شکل تحت نیروی فشاری محوری و لنگر خمشی بوده و در نهایت آخرین مثال در مورد آنالیز قابلیت اطمینان یک سیستم

در محاسبه احتمال خرابی توسط مونت کارلو در این مثال به وضوح قابل مشاهده است [۳۰ و ۳۱]. طی روند حل این مسئله پاسخ بسیار پایدار از روش پیشنهادی مشاهده می‌شود. تمامی نتایج بدست آمده از روش پیشنهادی با استفاده از تمام تعداد نمونه‌ها بطور کل بسیار نزدیک به شاخص هدف می‌باشند.



شکل ۱۸. تعداد نمونه‌های رد و قبول شده در تولید نمونه برای متغیر  $M_p$  در مسئله چهارم

جدول ۷- بررسی صحت نتایج برای روش‌های مختلف تولید عدد مسئله چهارم

انحراف معیار	میانگین شاخص قابلیت اطمینان	تعداد نمونه‌های مورد استفاده	روش مورد استفاده
۰	۲/۰۱۶	-	روش مرتبه اول FORM
۰/۱۵۳	۱/۸۷۳	۱۷۲۶	روش معمول تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)
۰/۰۹۴۷	۱/۹۵۱	۳۷۴۲	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)
۰/۰۸۱۹	۲/۰۹۷	۵۸۲۹	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)
۰/۰۳۷۵	۲/۰۵	۱۷۲۶	روش معمول تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)
۰/۰۱۰۹	۲/۰۰	۳۷۴۲	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)
۰/۰۰۲۱	۲/۰۱۹	۵۸۲۹	روش پیشنهادی تولید نمونه (با استفاده از شبیه سازی مونت- کارلو)

لرزه ای با دو درجه آزادی بوده است. نتایج بدست آمده از بررسی تمامی مسائل با روش معمول تولید نمونه مقایسه شد. نتایج نیز بطور کل نشان دهنده سهولت و دقت استفاده از این روش نسبت به روش‌های معمول بوده است.

## مراجع

- [1] A.S. Nowak, K.R. Collins, Reliability of Structures, McGraw-Hill, New York, 2000.
- [2] M.R. Rajashekhar, B.R. Ellingwood, "A new look at the response approach for reliability analysis", Structural Safety, Vol. 12, No. 3, 1993, pp. 205–220.
- [3] C.A. Cornell, "A probability based structural code", Journal of American Concrete Institute (Journal of ACI), Vol. 66, No. 12, 1969, pp. 974–985.
- [4] A.M. Hasofer, N.C. Lind, "Exact and invariant second-moment code format", Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 100, No. 1, 1974, pp.111–121.
- [5] Y.G. Zhao, T. Ono, "Moment methods for structural reliability", Structural Safety, Vol. 23, No. 1, 2001, pp. 47–75.
- [6] Rahman, S., Wei, D., "A univariate approximation at most probable point for higher-order reliability analysis", International Journal of Solids and Structures, Vol. 43, No. 9, 2006, pp. 2820–2839.
- [7] R. Chowdhury, B.N. Rao, "Structural Failure Probability Estimation Using HDMR and FFT", Electronic Journal of Structural Engineering, Vol. 8, 2008, pp. 67–76.
- [8] S.K. Choi, R.V. Grandhi, R.A. Canfield, Reliability-based Structural Design, British Library Cataloguing in Publication Data, 2007.
- [9] M. Tapankov, Reliability Design in Structural Optimization Literature Survey, Research Report No. 2013:03, Jonkoping University, 2013.
- [10] J. Huang, D.V. Griffiths, "Observations on FORM in a simple geomechanics example", Structural Safety, Vol. 33, No. 1, 2011, pp. 115–119.
- [11] R. Rackwitz, B. Fiessler, "Structural reliability under combined random load sequences", Computers & Structures, Vol. 9, No. 5, 1978, pp. 489–494.
- [12] X. Chen, N.C. Lind, "Fast probability integration by three-parameter normal tail approximation", Structural Safety, Vol. 1, No. 4, 1982, pp. 269–276.
- [13] C. Elegbede, "Structural reliability assessment based on particles swarm optimization", Structural Safety, Vol. 27, No. 2, 2005, pp. 171–186.
- [14] A. Der Kiureghian, T. Dakessian, "Multiple design points in first and second order reliability", Structural Safety, Vol. 20, No. 1, 1998, pp. 37–49.
- [15] P.L. Liu, A. Der Kiureghian., "Optimization algorithms for structural reliability", Structural Safety, Vol. 9, No. 3, 1991, pp. 161–177.
- [16] L.P. Wang, R.V. Grandhi, "Safety index calculation using intervening variables for structural reliability analysis", Computers & Structures, Vol. 59, No. 6, 1996, pp. 1139–1148.
- [17] T.V. Santosh, R.K. Saraf, A.K. Ghosh, H.S. Kushwah, "Optimum step length selection rule in modified HL-RF method for structural reliability", International Journal of Pressure Vessels and Piping, Vol. 83, No.10, 2006,

pp. 742–748.

[18] D. Yang, "Chaos control for numerical instability of first order reliability method", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. 15, No. 10, 2010, pp. 3131–3141.

[19] Y.G. Zhao, Z.H. Lu, T. Ono, "A Simple Third-Moment Methods for Structural Reliability", *JAABE*, Vol. 5, No. 1, 2006, pp. 129–136.

[20] D. Zou, L. Gao, S. Li, J. Wu, "An effective global harmony search algorithm for reliability problems", *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, No. 4, 2011, pp. 4642–4648.

[21] M. Ticky, "First Order third-moment reliability method", *Structural Safety*, Vol. 16, No. 3, 1994, pp. 189–200.

[22] Y.G. Zhao, Z.H. Lu, "Fourth-Moment Standardization for Structural Reliability Assessment", *Journal of structural Engineering*, Vol. 133, 2007, pp. 916–924.

[۲۳] ب. کشته گر، م. میری، "ارائه روشی جدید برای ارزیابی قابلیت اعتماد سازه ها"، *مجله مدل سازی در مهندسی*، دوره دوازدهم، شماره ۳۶، ۱۳۹۳، صفحه ۲۹–۴۲.

[24] B. Fiessler, H.J. Neumann, R. Rackwitz, "Quadratic limit states in structural reliability", *Journal of Engineering Mechanics Division*, Vol. 105, No. 4, 1979, pp. 661–676.

[25] K. Breitung, "Asymptotic approximations for multinormal integrals", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 10, 1984, pp. 357–366.

[26] L. Tvedt, "Distribution of quadratic forms in normal space-application to structural reliability", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, 1990, pp. 1183–1197.

[27] A. Der Kiureghian, H.Z. Lin, S.J. Hwang, "Second-order reliability approximation", *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 113, 1987, pp. 1208–1225.

[28] B. Echard, N. Gayton, M. Lemaire, N. Relun, "A combined Importance Sampling and Kriging reliability method for small failure probabilities with time-demanding numerical models", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 111, 2013, pp. 232–240.

[29] J. Ding, X. Chen, "Assessing small failure probability by importance splitting method and its application to wind turbine extreme response prediction", *Engineering Structures*, Vol. 54, 2013, pp. 180–191.

[۳۰] م. رخشانی مهر، م. راشکی، م. میری، م. اژدری مقدم، "ارزیابی قابلیت اطمینان قابهای خمشی فلزی با استفاده از روش شبیه سازی وزنی و درونیابی تابع پایه شعاعی"، *مجله مدل سازی در مهندسی*، دوره چهاردهم، شماره ۴۷، ۱۳۹۵، صفحه ۲۱–۳۲.

[۳۱] م. عاشمی مجد، ع. رسولزادگان، ز. قویدل یزدی، "مروری نظام مند بر مدل سازی قابلیت اطمینان نرم افزار"، *مجله مدل سازی در مهندسی*، دوره پانزدهم، شماره ۵۰، ۱۳۹۶، صفحه ۲۸۵–۳۱۳.