

## بهینه سازی دسترسی پذیری سیستم های دارای افزونه با در نظر گرفتن حالت نیمه بار، تخفیف و تغییر نرخ تعمیر

محمود شهرخی<sup>۱\*</sup> و زهرا سبحانی<sup>۲</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۳	در بسیاری از صنایع دسترسی پذیری تجهیزات از اهمیت بالایی برخوردار است. در این مقاله، روشی برای بهینه سازی طراحی با توجه به سطوح مختلف دسترسی پذیری و با استفاده از روش مدل سازی مارکوف ارائه شده است. سیستم مورد نظر به صورت یک مدل برنامه ریزی مختلط عدد صحیح غیر خطی برای انتخاب اجزاء سیستم به گونه ای طراحی شده است که مجموع هزینه های سیستم، شامل هزینه خرید قطعات و هزینه کاهش ظرفیت و یا توقف کامل سیستم را کمینه کند. با هدف افزایش نزدیکی مدل به دنیای واقعی، امکان تأمین قطعات با قیمت ها، سطوح قابلیت اطمینان و نرخ تعمیر متفاوت در نظر گرفته شده است. همچنین صرفه جویی حاصل از سفارش دسته ای (مشابه بودن) قطعات در هزینه های تأمین و تعمیر آنها لحاظ شده است. مدل به کار رفته برای یک نمونه موردی با ۴ قطعه استفاده شده است و با روش شمارش کامل (با استفاده از نرم افزار Excel) حل شده است. نتایج حاصل از حل مدل نشان می دهند که بهینه سازی هزینه باید به نحو مناسبی با بهینه سازی دسترسی پذیری آن همراه باشد، تا هزینه کل سیکل عمر محصول کمینه شود.
پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۹/۱۸	
<b>واژگان کلیدی:</b> مدل دیگرام بلوکی، قابلیت اطمینان (RBD)، شکست، افزونگی، دسترسی پذیری، زنجیره مارکوف.	

### ۱- مقدمه

دسترسی پذیری تجهیزات در بسیاری از صنایع و به خصوص در صنایع بزرگ و استراتژیک مانند پالایشگاه ها، صنایع نظامی و نیروگاه ها از اهمیت ویژه ای برخوردار است. طراحی این سیستم ها باید به گونه ای باشد که با کمترین هزینه احتمال وقوع توقفات غیرمنتظره را که اغلب هزینه های زیادی به سیستم تحمیل می کند، در حد قابل قبولی پائین نگه دارد. به همین منظور طراحان همیشه در پی حداکثر کردن میزان دسترسی پذیری سیستم ها و افزایش سطح قابلیت اطمینان آنها هستند. دسترسی پذیری یک سیستم تابعی از قابلیت اطمینان و قابلیت تعمیر آن سیستم است؛

از طرفی در زمان طراحی یک سیستم همواره بحث محدودیت بودجه در دسترس برای خرید و ساخت قطعات مطرح می باشد. با در اختیار داشتن بودجه ی بیشتر می توان قطعاتی با کیفیت بهتر تهیه کرد که به معنای ارتقاء قابلیت اطمینان سیستم کل و افزایش میزان در دسترس بودن آن است؛ این کار می تواند به معنای سفارش قطعات به تأمین کنندگان معتبرتری باشد که کیفیت و قابلیت تعمیر بهتر را در مقابل هزینه بالاتری ارائه می کنند. از سوی دیگر با افزایش حجم سفارش از طریق استفاده از قطعات مشابه، علاوه بر کاهش هزینه سفارش، می توان از تخفیفات مربوط به سفارش دسته ای نیز بهره برد. همچنین تشابه اجزاء در

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: Shahrokhi292@yahoo.com

۱. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان

۲. دانشجو دکترا، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان

کارآیی و با هدف حداقل کردن نقش سیستم کلی، بهبود داده‌اند [۳]. بسیاری از دانشمندان از توزیع‌های احتمالی و روش‌های فراابتکاری استفاده کرده‌اند، به طور مثال چنگ<sup>۵</sup> و همکارانش روش فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید روشی را برای بهینه‌سازی افزونگی در شبکه‌های کامپیوتری، با در نظر گرفتن توزیع دوجمله‌ای همبسته<sup>۶</sup> به‌کار برده‌اند [۴].

نورالفتح<sup>۷</sup> و همکاران مسئله بهینه‌سازی ساختار یک سیستم سری-موازی<sup>۸</sup> چند حالتی<sup>۹</sup> (MSS)، با سیاست تعمیر مشخص را با ساختار افزونگی در نظر گرفتند [۵]. آنها در پژوهش خود مدلی برای بهینه کردن طراحی افزونگی با محدودیت‌های قابلیت اطمینان، هزینه‌های پیاده‌سازی و نگهداری، برای سیستم‌های سری-موازی چندحالتی گسترش دادند. سیستم‌های چندحالتی ممکن است وضعیتی بین عملکرد کامل و شکست کامل داشته باشند. سیستم مورد بررسی آن‌ها شامل  $n$  گروه شامل قطعات موازی است که با یکدیگر به صورت سری هستند. هر گروه دارای هزینه، عملکرد، نرخ خرابی و نرخ تعمیر مشخص می‌باشند. مشخصه این پژوهش در نظر گرفتن محدودیت برای منابع تعمیر می‌باشد. مارسگورا<sup>۱۰</sup> و همکاران این کار را با استفاده از معیار پارتو، به صورت رویکرد چندمعیاره<sup>۱۱</sup> گسترش دادند [۶]. آنها از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌یابی و از شبیه‌سازی برای تخمین کیفیت جواب‌ها استفاده کرده‌اند.

فینکلستین<sup>۱۲</sup> موجودی قطعات یدکی برای سیستم‌های افزونگی با قطعات تعمیرنشده را با این فرض که قطعه یدکی اجازه دارد به اشتراک<sup>۱۳</sup> گذاشته شود، تعیین کرد [۷]. دکر و پلاسمیجر<sup>۱۴</sup> یک تخمین مقداری برای محاسبه هزینه‌های خرابی یک جزء در سیستم‌های پیچیده به منظور پشتیبانی تصمیم‌گیری برای تعمیر و کنترل موجودی ایجاد کردند [۸]. اسمیت دیستامبز<sup>۱۵</sup> و همکاران در پژوهشی به بررسی خاصیت افزونگی با انتظار سرد در سطح سیستم پرداختند [۹]. لویتین<sup>۱۶</sup> و همکاران، یک مدل برای تعیین کیفیت اجزا و افزونگی زیرسیستم‌های مختلف در سیستم‌های سری-موازی چندحالتی ارائه دادند [۱۰]. همچنین

هر سیستم، به علت شباهت قطعات یدکی و اثر یادگیری باعث افزایش نرخ تعمیر آنها نیز می‌گردد. از این رو در این مقاله مدلی برای در نظر گرفتن محدودیت‌های بودجه ساخت و حفظ یک حداقل سطح قابلیت اطمینان مورد نظر، با هدف کمینه کردن هزینه سیکل عمر محصول (شامل هزینه ساخت و بهره‌برداری) ارائه می‌شود. به علت غیر قابل اغماض بودن زمان تعمیر در این مقاله از زنجیره مارکوف پیوسته برای محاسبه نسبت زمانی قرارگرفتن سیستم در وضعیت‌های گوناگون استفاده شده است. همچنین از آنجا که برخی از روابط مدل، باید با توجه به ساختار سیستم نوعی مورد نظر تهیه شود، به طور خاص، این مدل متناسب با یک نمونه‌ی موردی توسعه داده شده است. برای روشن شدن رویکرد پیشنهادی در این مقاله، کاربرد آن برای بهینه‌سازی سیستم تغذیه آب بویلر بازیاب (HRSG) که در نیروگاه‌های برق استفاده شده و در شرکت مپنا بویلر تولید می‌شوند، توضیح داده شده است. همچنین با توجه به کوچک بودن حجم مسئله و تأکید مدیریت بر امکان بررسی همه پاسخ‌های ممکن، مسئله به روش شمارش کامل و با استفاده از نرم‌افزار Excel حل شده است. در ادامه مقاله، ابتدا پیشینه پژوهش و سپس مدل پیشنهادی ارائه می‌شود و در آخر پس از حل مثال عددی، نتایج مورد بحث قرار خواهند گرفت.

## ۲- مرور ادبیات

پژوهشگران بسیاری در زمینه بهینه‌سازی سیستم‌های چندحالتی پژوهش کرده‌اند. از آن میان می‌توان به موارد زیر اشاره نمود: چین‌چیا<sup>۲</sup> یک مسئله حداکثرسازی جریان را در یک شبکه با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان اجزاء آن حل نموده است [۱]. یی<sup>۳</sup> و همکارانش کارآیی سیستم را مدنظر قرار داده و یک مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان را با در نظر گرفتن سطوح مختلف قابلیت اطمینان برای هر یک از قطعات به صورتی در نظر گرفته است که کارآیی کل سیستم تابعی از میزان خرابی هر یک از قطعات باشد [۲]. رویی<sup>۴</sup> و همکارانش همین مسئله را با توسعه یک الگوریتم بهینه‌سازی قابلیت اطمینان، با در نظر گرفتن امکان تسهیم

<sup>9</sup> Multi State Systems

<sup>10</sup> Marseguerra

<sup>6</sup> Multi Criteria Approach

<sup>12</sup> Finkelstein

<sup>13</sup> Sharing

<sup>14</sup> Dekker & Plasmeijer

<sup>15</sup> deSmidt-Destombes

<sup>16</sup> Levitin

<sup>1</sup> Heat Recovery Steam Generator

<sup>2</sup> Chin-Chia

<sup>3</sup> Yi

<sup>4</sup> Rui

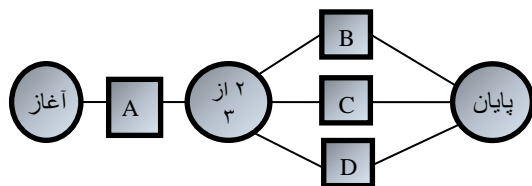
<sup>5</sup> Cheng

<sup>6</sup> Correlated binomial distribution

<sup>7</sup> Nourelfath

<sup>8</sup> Series-Parallel

این پمپ‌ها در شکل (۱) با عنوان قطعات C, B و D و نشان داده شده‌اند.



شکل ۱- سیستم سری-موازی نمونه مورد مطالعه

### ۳- بیان مسئله

سیستم تغذیه آب بویلر بازیاب شامل یک سیستم سری-موازی چندحالتی است که بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان آن در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این سیستم زمان تعمیر سیستم در مقایسه با زمان عملکرد آن غیر قابل اغماض می‌باشد و بنابراین، هم نرخ خرابی و هم نرخ تعمیر برای این سیستم در نظر گرفته شده و از روش مدل‌سازی مارکوف استفاده شده است.

امکان خرید هر یک از این قطعات با نرخ‌های خرابی (سطح قابلیت اطمینان) و تعمیر متفاوت وجود دارد که با قیمت خرید آن رابطه دارد. این عوامل تعیین کننده دسترسی پذیری کل سیستم نیز هستند. همچنین در صورتی که چند قطعه‌ی مشابه خریداری شوند، قیمت آنها مشمول تخفیف می‌شود. انتخاب قطعات مشابه علاوه بر صرفه‌جویی در هزینه‌ی خرید و بنابراین کاهش میزان بودجه‌ی مورد نیاز اولیه، سبب افزایش نرخ تعمیر قطعات نیز می‌شود که این امر، به نوبه خود، دسترسی‌پذیری سیستم را افزایش می‌دهد.

هر یک از پمپ‌های A, B, C و D دارای ۵۰٪ ظرفیت اسمی هستند و برای عملکرد سیستم در بار کامل حداقل دو عدد از آنها باید فعال باشد. بنابراین سیستم می‌تواند در سه وضعیت: (۱) ظرفیت کامل، (۲) نیمه بار و یا (۳) توقف کامل قرار گیرد. به این معنا که با خراب شدن قطعه A و یا با خراب شدن همزمان هر سه قطعه B, C و D سیستم متوقف شده و این امر باعث می‌شود که تولید متوقف شده و در نتیجه یک هزینه ثابت به کل دوره تعلق گیرد. چنانچه تنها یکی از قطعات B, C و D سالم باشد سیستم در ظرفیت نیمه بار عمل خواهد کرد که هزینه‌های مشخصی را برای کل دوره ایجاد خواهد کرد. هر چه اجزای سیستم با سطح قابلیت اطمینان و تعمیرپذیری بالاتری خریداری

برای سیستم‌های سری-موازی چندحالتی یک روش بهینه-سازی مشترک قابلیت اطمینان و افزونگی توسط تیان<sup>۱</sup> و همکاران ارائه شده است که در آن، حالت‌های توزیع اجزا متأثر از نرخ‌های تبدیل و افزونگی، به عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده‌اند [۱۱]. چرن<sup>۲</sup> با نشان دادن سخت‌بودن مسائل تخصیص افزونگی، توصیه نمود که از الگوریتم‌های فراابتکاری در این نوع مسائل استفاده شود [۱۲].

ابراهیم‌پور و شیخ‌علیشاهی مسئله بهینه‌سازی تخصیص قطعات مازاد در حالت فازی را برای یک سیستم k- از n- با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی و الگوریتم ژنتیک حل نمودند [۱۳].

محمدرضا تابش‌پور و علی بخشی در مقاله‌ای در مورد نتایج حاصل از تحلیل استاتیکی و دینامیکی غیرخطی به منظور بررسی آسیب‌پذیری لرزه‌ای سازه‌ها بحث کرده‌اند و از نرم افزار IDARC برای تحلیل استفاده کرده‌اند [۱۴].

بهروز کشته‌گر و محمود میری روش جدیدی مبتنی بر روش بهینه‌سازی گرادیان مزدوج غیرخطی جهت محاسبه شاخص سلامتی سازه‌ها پیشنهاد کرده‌اند و کارایی این روش در مقاله‌ای با حل چند مثال نشان داده شده است [۱۵]. مهراله رخشانی‌مهر و همکاران قابلیت اطمینان و آنالیز حساسیت قاب‌های خمشی فلزی را به کمک روش شبیه‌سازی وزنی مورد ارزیابی قرار داده‌اند [۱۶].

بر اساس بررسی‌های انجام شده، تاکنون مطالعه‌ای برای مدل‌سازی دسترسی‌پذیری سیستم، با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان تأمین‌کنندگان، هزینه‌های ساخت و خرابی در سطوح کارایی مختلف و با در نظر گرفتن تغییر نرخ تعمیر مدل‌سازی نشده است. همچنین اثر تخفیف در سفارشات تجمیع شده که مسئله را به شرایط واقعی بسیار نزدیک کرده است، در هیچ یک از پژوهش‌های پیشین لحاظ نشده است. همچنین مقاله حاضر بیان‌کننده یک مطالعه موردی برای بهینه‌سازی دسترسی‌پذیری سیستم تغذیه آب بویلر بازیاب می‌باشد و تاکنون پژوهش مشابهی برای بهبود دسترسی‌پذیری این بویلرها، با در نظر گرفتن ساختار ویژه آنها انجام نشده است. به‌خصوص مسئله مورد نظر مربوط به بهینه‌سازی پمپ‌های تغذیه آب در این بویلرها می‌باشد، که هزینه تأمین هر یک از آنها بالغ بر ۲۵۰۰۰۰ دلار می‌باشد.

<sup>2</sup> Chern

<sup>1</sup> Tian

می‌پردازد. این مفروضات با واقعیت انطباق دارند، زیرا امکان تأمین پمپ آب و سایر قطعات اصلی از کشورهای اروپایی و آسیایی، با قیمت‌ها و کیفیت‌های متفاوت وجود دارد. البته، غالباً مقدار دقیق نرخ خرابی و نرخ تعمیر آنها به صورت یک عدد مشخص، ارائه نمی‌شوند. با این وجود، با استفاده از پایگاه‌های داده استاندارد، نظرات کارشناسان و یا آمار خرابی در گذشته قابل تخمین هستند.

مفروض سوم مطابق با واقعیت بوده و براساس ویژگی‌های فنی طراحی سیستم تغذیه آب بویلر HRSG در نظر گرفته شده است.

مفروض چهارم یکی از اصلی‌ترین مفروضات این پژوهش است که آن را از پژوهش‌های پیشین متمایز و با شرایط واقعی منطبق می‌سازد، زیرا با توجه به سفارش پمپ آب بویلر HRSG از خارج کشور، تجمیع سفارشات و کاهش تنوع تأمین‌کنندگان به شدت بر قیمت خرید و هزینه سفارش آن‌ها تأثیر می‌گذارد.

مفروض پنجم کاملاً با واقعیت تطابق دارد و با توجه به به وضعیت بویلر، میزان برق تولیدی توسط توربین بخار، در یکی از سه حالت گفته شده قرار می‌گیرد.

مفروض ششم دامنه زمانی مسئله را تعریف کرده و بر ثابت و مشخص بودن هزینه‌های حالات نیمه‌بار و توقف تأکید دارد، که خود بر مبنای این فرض است که یک مقدار مشخص برای زمان تعمیر و راه‌اندازی مجدد سیستم می‌توان تخمین زد؛ زیرا در این حالت می‌توان هزینه تعمیرات و تولید از دست رفته در هر بار توقف و یا کار نیمه بار را تقریباً ثابت در نظر گرفت.

مفروض هفتم نشان‌دهنده طولانی بودن نسبی زمان تعمیر قطعات خراب می‌باشد که با توجه به سیستم مورد نظر که بویلرهای بزرگ نیروگاهی هستند، کاملاً منطقی می‌باشد.

مفروض هشتم بر این حقیقت بنا گذاشته شده است که پمپ‌های آب دارای فناوری‌های متفاوتی هستند و علاوه بر این در صورت تشابه پمپ‌های آب در بویلر به سبب تشابه قطعات یدکی، روند و ابزار تعمیر آنها و در نتیجه تعمیر آنها سریع‌تر است.

مفروض نهم مکمل مفروض ششم بوده و به نحوه محاسبه هزینه‌ها در آن اشاره دارد.

#### ۵- ارائه مدل

در این بخش نخست اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای

شوند، قابلیت اطمینان کل سیستم و میزان در دسترس بودن آن افزایش می‌یابد. به این ترتیب هزینه‌های انتظاری ناشی از کاهش ظرفیت یا توقف کامل سیستم کاسته می‌شود. ولی از سوی دیگر تأمین قطعات دارای قابلیت اطمینان و تعمیرپذیری بالاتر نیاز به صرف هزینه‌های خرید بیشتری دارد. هدف این مسئله انتخاب مناسب‌ترین سطوح قابلیت اطمینان و تعمیرپذیری برای قطعات است، به گونه‌ای که مجموع هزینه‌های خرید قطعات و خرابی سیستم کمینه شود. در ادامه نخست پارامترها، متغیرهای تصمیم تعریف شده و سپس، تابع هدف و محدودیت‌ها مدل ارائه می‌شوند.

#### ۴- مفروضات مسئله

۱. هر یک از قطعات را می‌توان با نرخ تعمیر و خرابی متفاوتی تأمین نمود. مقادیر این نرخ‌های تعمیر و خرابی ثابت و مشخص است.

۲. قیمت خرید برای هر یک از قطعات با توجه به نرخ تعمیر و خرابی آن، ثابت و مشخص است.

۳. کارکرد قطعات B, C, D, از نظر عملکرد و نقش آن‌ها در سیستم، کاملاً یکسان بوده و هر یک ۵۰٪ ظرفیت مورد نیاز را تأمین می‌کنند.

۴. در صورت یکسان بودن قطعات، آنها را می‌توان به صورت گروهی (۲ و یا ۳ عددی) سفارش داد و در این صورت قیمت خرید هر واحد آنها مشمول تخفیف می‌شود.

۵. سیستم ممکن است با توجه به قطعات خراب، در سه وضعیت بار کامل، نیمه‌بار و یا توقف قرار گیرد.

۶. مسئله از نوع تک دوره‌ای می‌باشد که هزینه کار در حالت نیمه‌بار و یا توقف به ازاء هر بار رخ دادن آنها ثابت و مشخص است.

۷. زمان تعمیر قطعات غیرقابل چشم‌پوشی است، بنابراین هر قطعه یک نرخ خرابی و یک نرخ تعمیر دارد.

۸. نرخ تعمیر قطعات B, C و D ممکن است متفاوت بوده و در صورتی که برخی از آنها به صورت مشابه انتخاب شوند، نرخ تعمیر قطعات مشابه افزایش می‌یابد.

۹. هزینه‌ی تعمیرات تابعی از زمان توقف و یا حالت کار نیمه‌بار بوده و در هزینه‌های مربوط به توقف و کاهش تولید لحاظ شده است.

مفروضات اول و دوم به وجود قطعات با کیفیت متفاوت در بازار و رابطه بین قیمت تأمین و کیفیت و نرخ تعمیر آن‌ها

هدف مسئله عبارت از کمینه کردن کل هزینه‌های سیستم؛ شامل هزینه‌ی خرید کل، ارزش انتظاری مجموع هزینه‌ی توقف کامل سیستم و ارزش انتظاری مجموع هزینه‌ی نیمه-بار شدن سیستم است. معادلات (۱) تا (۳۳) مدل متناسب با نمونه مورد مطالعه را نشان می‌دهد.

$$\text{Min } Z = A_1 + A_2 + A_3 \quad (1)$$

Subjected to:

$$A_1 = \sum_{j=1}^3 3y_{2j}y_{3j}y_{4j}C_{ij}'' + \sum_{j=1}^3 (y_{2j}y_{3j}(1-y_{4j}) + y_{2j}y_{4j}(1-y_{3j}) + y_{3j}y_{4j}(1-y_{2j})) \times C_{ij}' + \sum_{j=1}^3 (y_{2j}(1-y_{3j})(1-y_{4j}) + y_{3j}(1-y_{2j})(1-y_{4j}) + y_{4j}(1-y_{2j})(1-y_{3j})) \times C_{ij} + \sum_{j=1}^3 y_{1j}C_{1j} \quad (2)$$

$$A_2 = C_2 P_0 \quad (3)$$

$$P_0 = S_8 + S_9 + S_{10} + S_{11} + S_{12} + S_{13} + S_{14} + S_{15} \quad (4)$$

$$A_3 = C_3 P_{50} (1 - P_0) \quad (5)$$

$$P_{50} = S_5 + S_6 + S_7 \quad (6)$$

$$A_1 \leq B \quad (7)$$

$$R_i = \sum_{j=1}^3 Y_{ij} R_{ij} \quad \forall i \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^3 y_{ij} = 1 \quad \forall i \quad (9)$$

$$y_{ij} = 0, 1 \quad (10)$$

$$\mu_1 = \sum_{j=1}^3 Y_{1j} \mu_{1j} \quad \forall i \quad (11)$$

$$\mu_2 = \sum_{j=1}^3 y_{2j}y_{3j}y_{4j}\mu_{2j}'' + \sum_{j=1}^3 (y_{2j}y_{3j}(1-y_{4j}) + y_{2j}y_{4j}(1-y_{3j})) \times \mu_{2j}' + \sum_{j=1}^3 (y_{2j}(1-y_{3j})(1-y_{4j})) \times \mu_{2j} \quad (12)$$

تصمیم مسئله و سپس مدل ریاضی شامل تابع هدف و محدودیت‌ها ارائه می‌شود.

اندیس

$i = 1, 2, \dots, I$  قطعات

$j = 1, 2, \dots, J$  سطح قابلیت اطمینان قطعات

$k = 1, 2, \dots, K$  حالت سیستم

پارامترها

$B$ : سقف بودجه خرید قطعات

$n$ : تعداد قطعات

$C_2$ : هزینه وقوع توقف

$C_3$ : هزینه وقوع نیمه‌بار

$C_{ij}$ : هزینه‌ی خرید قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  وقتی

به صورت تکی خریداری می‌شود

$C_{ij}'$ : هزینه‌ی خرید قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  وقتی

به صورت دوتایی خریداری می‌شود

$C_{ij}''$ : هزینه‌ی خرید قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  وقتی

به صورت سه‌تایی خریداری می‌شود

$\mu_{ij}$ : نرخ تعمیر قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  وقتی به

صورت تکی خریداری می‌شود

$\mu_{ij}'$ : نرخ تعمیر قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  وقتی به

صورت دوتایی خریداری می‌شود

$\mu_{ij}''$ : نرخ تعمیر قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  وقتی به

صورت سه‌تایی خریداری می‌شود

$\lambda_{ij}$ : نرخ خرابی قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$

$R_{ij}$ : قابلیت اطمینان قطعه  $i$  با سطح اطمینان  $j$  زام

$R$ : حداقل سطح قابلیت اطمینان قابل قبول

متغیر تصمیم

$Y_{ij}$ : متغیر باینری با مقادیر ۱ اگر قطعه  $i$  با قابلیت

اطمینان  $j$  زام خریداری شود و صفر در غیر این صورت

$A_1$ : هزینه‌ی خرید کل

$A_2$ : مجموع هزینه‌ی توقف کامل سیستم

$A_3$ : مجموع هزینه‌ی نیمه‌بار شدن سیستم

$R_i$ : قابلیت اطمینان قطعه  $i$

$R_e$ : قابلیت اطمینان سیستم کل

$P_0$ : احتمال اینکه سیستم کاملاً متوقف شود

$P_{50}$ : احتمال اینکه سیستم با ۵۰٪ ظرفیت کار کند

$S_k$ : احتمال قرار گرفتن سیستم در حالت  $k$

$\mu_i$ : نرخ تعمیر قطعه  $i$

$\lambda_i$ : نرخ خرابی قطعه  $i$

$$\mu_1 S_{15} = \lambda_1 S_7 \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^{15} S_i = 1 \quad (31)$$

$$R_e = 1 - P_0 \quad (32)$$

$$R_e \geq R \quad (33)$$

محدودیت (۲) هزینه‌ی خرید کل قطعات با توجه به نوع سفارش قطعات (سفارش تکی، دوتایی و سه‌تایی با توجه به یکسان بودن و یا نبودن قابلیت اطمینان قطعات) می‌باشد. متغیرهای صفر و یک این محدودیت برای تشخیص اینکه چه تعداد از این قطعات در سطح قابلیت اطمینان یکسانی هستند، به کار رفته‌اند.

محدودیت (۳) بیانگر هزینه‌ی ناشی از توقف کامل سیستم است.

رابطه (۴) نحوه محاسبه احتمال توقف کامل سیستم را براساس احتمال وضعیت‌های مربوطه را نشان می‌دهد.

محدودیت (۵) نیز هزینه‌ی نیمه‌بار شدن سیستم (زمانی که سیستم تنها با ۵۰٪ از ظرفیت خود کار می‌کند) را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که اگر سیستم ابتدا در حالت کار نیمه‌بار قرار گرفته و سپس توقف کامل نماید هزینه توقف کامل برای آن در نظر گرفته می‌شود و به همین دلیل در این محدودیت احتمال این حالت از کل احتمال کار نیمه‌بار کم شده است، زیرا هزینه آن قبلاً در محدودیت (۳) در نظر گرفته شده است.

محدودیت (۷) نشان‌دهنده‌ی سقف بودجه‌ی در دسترس برای خرید قطعات می‌باشد. محدودیت‌های (۸) و (۱۲) به ترتیب بیانگر قابلیت اطمینان و نرخ خرابی هر قطعه می‌باشند و محدودیت (۹) تضمین می‌کند که برای هر قطعه فقط یک سطح قابلیت اطمینان انتخاب شود. محدودیت (۱۱) نرخ تعمیر قطعه A (قطعه شماره ۱) را با توجه به سطح قابلیت اطمینان انتخاب شده برای آن نشان می‌دهد و محدودیت‌های (۱۲) تا (۱۴) نیز نرخ تعمیر قطعات B (قطعه شماره ۲)، C (قطعه شماره ۳) و D (قطعه شماره ۴) را با توجه به مشابه یا متفاوت بودن سطح قابلیت اطمینان انتخابی آنها به دست می‌دهد.

محدودیت‌های (۱۶) تا (۳۰) معادلات تعادلی مربوط به فرآیندهای مارکوف پیوسته هستند که با توجه به شکل (۲) نوشته شده‌اند و تضمین می‌کنند مجموع جریان‌های

$$\mu_3 = \sum_{j=1}^3 y_{2j} y_{3j} y_{4j} \mu_{3j}'' + \sum_{j=1}^3 (y_{2j} y_{3j} (1 - y_{4j}) + y_{3j} y_{4j} (1 - y_{2j})) \times \mu_{3j}' + \sum_{j=1}^3 (y_{3j} (1 - y_{2j}) (1 - y_{4j})) \times \mu_{3j} \quad (13)$$

$$\mu_4 = \sum_{j=1}^3 y_{2j} y_{3j} y_{4j} \mu_{4j}'' + \sum_{j=1}^3 (y_{4j} y_{3j} (1 - y_{2j}) + y_{2j} y_{4j} (1 - y_{3j})) \times \mu_{4j}' + \sum_{j=1}^3 (y_{4j} (1 - y_{3j}) (1 - y_{2j})) \times \mu_{4j} \quad (14)$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^3 Y_{ij} \lambda_{ij} \quad \forall i \quad (15)$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4) S_1 = \mu_2 S_2 + \mu_4 S_3 + \mu_3 S_4 + \mu_1 S_{13} \quad (16)$$

$$(\lambda_1 + \mu_2 + \lambda_3 + \lambda_4) S_2 = \lambda_2 S_1 + \mu_4 S_5 + \mu_3 S_6 + \mu_1 S_9 \quad (17)$$

$$(\lambda_1 + \mu_4 + \lambda_3 + \lambda_2) S_3 = \lambda_4 S_1 + \mu_2 S_5 + \mu_1 S_{12} + \mu_3 S_7 \quad (18)$$

$$(\lambda_1 + \mu_3 + \lambda_2 + \lambda_4) S_4 = \lambda_3 S_1 + \mu_4 S_7 + \mu_2 S_6 + \mu_1 S_{14} \quad (19)$$

$$(\lambda_1 + \mu_2 + \lambda_3 + \mu_4) S_5 = \lambda_4 S_2 + \lambda_2 S_3 + \mu_3 S_{11} + \mu_1 S_8 \quad (20)$$

$$(\lambda_1 + \mu_2 + \lambda_4 + \mu_3) S_6 = \lambda_3 S_2 + \lambda_2 S_4 + \mu_4 S_{11} + \mu_1 S_{10} \quad (21)$$

$$(\lambda_1 + \mu_3 + \lambda_2 + \mu_4) S_7 = \lambda_4 S_4 + \lambda_3 S_3 + \mu_2 S_{11} + \mu_1 S_{15} \quad (22)$$

$$\mu_1 S_8 = \lambda_1 S_5 \quad (23)$$

$$\mu_1 S_9 = \lambda_1 S_2 \quad (24)$$

$$\mu_1 S_{10} = \lambda_1 S_6 \quad (25)$$

$$(\mu_2 + \mu_3 + \mu_4) S_{11} = \lambda_4 S_6 + \lambda_2 S_7 + \lambda_3 S_5 \quad (26)$$

$$\mu_1 S_{12} = \lambda_1 S_3 \quad (27)$$

$$\mu_1 S_{13} = \lambda_1 S_1 \quad (28)$$

$$\mu_1 S_{14} = \lambda_1 S_4 \quad (29)$$



نظر ( $\lambda$ ) است. با توجه به قطعات خراب، سیستم ممکن است وضعیت‌های بار کامل، نیمه‌بار و توقف کامل را احراز کند که این حالت‌ها در شکل (۲) به ترتیب به صورت بیضی، دوزنقه و مستطیل مشخص شده‌اند. همچنین وضعیت سیستم با تعمیر قطعات نیز از یک حالت به یکی از حالات پیشین منتقل می‌شود که نرخ این انتقال با  $\mu$  نشان داده می‌شود. قطعات  $B, C$  و  $D$  مشابه هستند و در صورتی که هر یک با قابلیت اطمینان متفاوتی نسبت به هم (سفارش به صورت تکی) خریداری شوند، تخفیفی به آنها تعلق نگرفته و هزینه‌ی خرید آنها از مقادیر  $C_{ij}$  به دست می‌آید. در صورتی که دو قطعه از سه قطعه قابلیت اطمینان یکسان داشته باشند (سفارش دوتایی)، هزینه هر یک از دو قطعه مشابه با مقادیر  $C'_{ij}$  محاسبه می‌شود و اگر هر سه قطعه قابلیت اطمینان یکسان داشته باشند (سفارش سه‌تایی)، مقادیر هزینه‌ی آنها  $C''_{ij}$  می‌باشد. مشابه بودن این قطعات اثرات دیگری نیز بر سیستم دارد؛ از جمله باعث می‌شود به علت اثر یادگیری گروه نگهداری و تعمیرات، نرخ تعمیر افزایش یابد. مقادیر قیمت خرید قطعات در جدول ۱ و مقادیر قابلیت اطمینان و نرخ تعمیر قطعات در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۱- مقادیر قیمت خرید قطعات نمونه مورد مطالعه

سطح قابلیت اطمینان			قیمت خرید هر واحد
۰,۹۹	۰,۹۵	۰,۹	
۲۴۰	۲۲۰	۲۰۰	$C_{1j}$
۳۸۰	۳۴۰	۳۰۰	$C_{ij}$
۳۲۰	۲۸۰	۲۵۰	$C'_{ij}$
۲۸۰	۲۴۰	۲۰۰	$C''_{ij}$

جدول ۲- مقادیر نرخ تعمیر قطعات نمونه مورد مطالعه

سطح قابلیت اطمینان			نرخ تعمیر هر واحد
۰,۹۹	۰,۹۵	۰,۹	
۰,۱	۰,۰۷	۰,۰۵	$\mu_{1j}$
۰,۱	۰,۰۷	۰,۰۵	$\mu_{ij}$
۰,۱۳	۰,۰۹	۰,۰۶۵	$\mu'_{ij}$
۰,۱۶	۰,۱۱۲	۰,۰۸	$\mu''_{ij}$

ورودی به یک وضعیت برابر مجموع جریان‌های خروجی از آن باشند.

محدودیت (۳۱) مجموع احتمالات همه‌ی حالت‌ها را برابر یک قرار می‌دهد. رابطه (۳۲) نیز قابلیت اطمینان کل سیستم را برای سیستم سری-موازی مشخص می‌کند و محدودیت (۳۳) تضمین می‌کند که قابلیت اطمینان سیستم مورد نظر از یک حد مشخص کمتر نشود.

$$R_0 = (1 - R_1) + R_1(1 - R_2)(1 - R_3)(1 - R_4) \quad (34)$$

$$R_{50} = R_1(R_2(1 - R_3)(1 - R_4) + (1 - R_2)R_3(1 - R_4) + (1 - R_2)(1 - R_3)R_4) \quad (35)$$

روابط (۳۴) و (۳۵) مقادیر  $R_0$  و  $R_{50}$  را برای نمونه مورد مطالعه به دست می‌دهد.

## ۶- مثال عددی

در این بخش با ارائه یک مثال از مقادیر عددی به حل مدل پیشنهادی می‌پردازیم. مثال مورد نظر برگرفته از مطالعه انجام شده برای شرکت مپنا بویلر می‌باشد که در آن سیستم تغذیه آب بویلرهای نیروگاهی (HRS) مورد تحلیل قرار گرفته است. هدف از انجام این مطالعه تعیین تعداد و نوع بهینه پمپ‌های تغذیه آب است که در مثال با قطعات  $B, C$  و  $D$  معرفی شده‌اند. مدل اصلی شامل ۲۲ قطعه می‌باشد که با توجه به لزوم ساده‌سازی مثال در مقاله، قطعات سری با پمپ FWP به همراه آن، به صورت یک قطعه در نظر گرفته شده‌اند. همچنین سیستم ذخیره تغذیه آب در این بویلرها با قطعه  $A$  نشان داده شده است. همچنین به دلیل در دسترس نبودن همه اطلاعات در هنگام تدوین مقاله، به جای اطلاعات واقعی از اعداد ساده‌تر استفاده شده است. بنابراین این مثال شامل سیستمی با ۴ قطعه است که سه قطعه به صورت موازی و یک قطعه به صورت متوالی با سایر قطعات قرار گرفته است (شکل ۱). شکل (۲) مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن برای این سیستم را همراه با نرخ انتقال بین این حالت‌ها نشان می‌دهد.

وضعیت اولیه حالت  $S_1$  است که در آن همه قطعات سالم می‌باشند. قطعات سالم با حروف بزرگ و قطعات خراب با حروف کوچک نشان داده شده‌اند. با خراب شدن هر یک از قطعات، وضعیت سیستم از یک حالت به حالتی دیگر تغییر می‌کند که نرخ این تغییر حالت برابر نرخ خرابی قطعه مورد

جدول ۴- جواب بهینه‌ی مدل با رعایت سقف بودجه ۱۱۰۰

مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۱۰۸۰	$A_1$	۰,۹۹	$R_1$
۷۲۸۶	$A_2$	۰,۹۹	$R_2$
۲۴۰,۰۱۱	$A_3$	۰,۹۹	$R_3$
۰,۰۹۱۰۸	$P_0$	۰,۹۹	$R_4$
۰,۰۰۸۸	$P_{50}$	۸۶۰۶,۰۱	$Z$
۰,۹۰۰۱۲	$P_{100}$	۰,۹۰۸۹۳	$R_e$

جدول ۵- جواب بهینه‌ی مدل با رعایت سقف بودجه ۱۲۰۰

مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۱۰۸۰	$A_1$	۰,۹۹	$R_1$
۷۲۸۶	$A_2$	۰,۹۹	$R_2$
۲۴۰,۰۱۱	$A_3$	۰,۹۹	$R_3$
۰,۰۹۱۰۸	$P_0$	۰,۹۹	$R_4$
۰,۰۰۸۸	$P_{50}$	۸۶۰۶,۰۱	$Z$
۰,۹۰۰۱۲	$P_{100}$	۰,۹۰۸۹۳	$R_e$

با توجه به جداول ۴ و ۵ مشاهده می‌شود با افزایش سقف بودجه، قطعات با کیفیت بالاتر انتخاب شده‌اند و قابلیت اطمینان سیستم نیز افزایش یافته است. همچنین هزینه کل شامل هزینه خرید و بهره‌برداری به طور قابل توجهی کاهش یافته که علت آن افزایش دسترسی پذیری قطعات می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود با افزایش سقف بودجه از ۱۱۰۰ به ۱۲۰۰ تغییری در جواب بهینه حاصل نشده است. این نتیجه نشان می‌دهد که افزایش بودجه خرید قطعات تا حدودی سبب کاهش هزینه کل و افزایش دسترسی پذیری و قابلیت اطمینان سیستم می‌شود و در صورتی که این بودجه از حد معینی بیشتر شود، دیگر تأثیری بر هزینه کل سیستم نخواهد داشت. نتایج حاصل از افزایش حداقل سطح قابلیت اطمینان نشان می‌دهد برای حداقل سطح قابلیت اطمینان ۰,۹ به سقف بودجه ۱۰۸۰ واحد نیاز است. در صورتی که سقف بودجه به ۱۰۸۰ واحد افزایش یابد، با حفظ حداقل سطح قابلیت اطمینان ۰,۹، نتایج حاصل مطابق جدول (۶) می‌باشد.

برخی پارامترهای دیگر مثال به شرح زیر است:

$$C2 = 80000, C3 = 30000, B = 1000, \\ n = 4, R_{i1} = 0.9, R_{i2} = 0.95, R_{i3} = 0.99 \\ \lambda_{i1} = 0.05, \lambda_{i2} = 0.03, \lambda_{i3} = 0.01, R = 0.8$$

حل مثال فوق با روش شمارش کامل و با استفاده از نرم افزار Excel انجام شده است. با توجه به اینکه سیستم مورد نظر دارای ۴ قطعه می‌باشد و برای هر قطعه نیز ۳ سطح قابلیت اطمینان مختلف وجود دارد، بنابراین تعداد کل حالات ممکن برای انتخاب قطعات در این مسئله برابر ۸۱ حالت است. در هر حالت با توجه به نرخ خرابی و نرخ تعمیر هر یک از قطعات و نیز مشابه یا متفاوت بودن قطعات B، C و D، مقادیر هزینه کل محاسبه شده است. سپس، با توجه به تابع هدف مدل پیشنهادی و محدودیت‌های آن، حالت بهینه‌ی قطعات انتخاب شده است. نتایج حاصل از حل این مثال در جدول ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۳- جواب بهینه‌ی مدل نمونه مورد مطالعه حاصل از

حل با Excel

مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۸۴۰	$A_1$	۰,۹۹	$R_1$
۱۱۰۵۴	$A_2$	۰,۹	$R_2$
۶۴۵۲,۴۱	$A_3$	۰,۹	$R_3$
۰,۱۳۸۱۸	$P_0$	۰,۹	$R_4$
۰,۲۴۹۵۶	$P_{50}$	۱۸۳۴۶,۴	$Z$
۰,۶۱۲۲۶	$P_{100}$	۰,۸۶۱۸۳	$R_e$

#### ۷- تجزیه و تحلیل نتایج

با توجه به جدول ۳ مشاهده می‌شود که در حالت بهینه قطعه ۱ با حداکثر سطح قابلیت اطمینان انتخاب شده است و قطعات ۲، ۳ و ۴ با حداقل قابلیت اطمینان انتخاب شده‌اند. همچنین قطعات ۲، ۳ و ۴ دارای کیفیت مشابه هستند. به منظور بررسی بیشتر، در ادامه، برخی پارامترهای مدل شامل بودجه اولیه و حداقل سطح قابلیت اطمینان تغییر داده شد و مجدداً جواب بهینه‌ی مدل محاسبه شد که نتایج آن در جداول ۴ و ۵ نشان داده شده‌اند.



همان طور که مشاهده می‌شود در این حالت تنها مقادیر هزینه‌ی خرید قطعات تغییر کرده است و نحوه انتخاب قطعات و سایر متغیرهای مدل تغییری نکرده‌اند. در نتیجه تنها هزینه‌ی کل سیستم نسبت به حالتی که تخفیف برای قطعات مشابه لحاظ شود، افزایش یافته است. نتایج بهینه‌ی این مثال همچنین با حالت بدون تخفیف و با نرخ تعمیر ثابت نیز مقایسه شده است. جواب بهینه‌ی حاصل از این حالت با فرض ثابت بودن نرخ تعمیر قطعات و عدم وجود تخفیف برای قطعات مشابه در جدول (۸) نمایش داده شده است که نشان می‌دهد انتخاب قطعات نسبت به حالتی که تخفیف و نرخ تعمیر متغیر برای قطعات مشابه در نظر گرفته می‌شود، تغییر نکرده است اما مقادیر هزینه‌های سیستم شامل هزینه‌ی خرید قطعات، هزینه‌ی توقف کامل سیستم و هزینه‌ی کار نیمه‌بار افزایش یافته‌اند. همچنین احتمال وقوع توقف کامل و حالت نیمه‌بار افزایش یافته و در نتیجه قابلیت اطمینان سیستم کل کاهش یافته است.

جدول ۸- جواب بهینه‌ی مدل در حالت نرخ تعمیر ثابت و بدون تخفیف

مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۱۱۴۰	$A_1$	۰,۹۹	$R_1$
۱۵۶۳۲,۰۸	$A_2$	۰,۹	$R_2$
۸۳۲۳,۴۷۲	$A_3$	۰,۹	$R_3$
۰,۱۹۵۴۰۱	$P_0$	۰,۹	$R_4$
۰,۳۴۴۸۲۹	$P_{50}$	۲۵۰۹۵,۵۵	$Z$
۰,۴۵۹۷۷۲	$P_{100}$	۰,۸۰۴۵۹۹	$R_e$

این امر نشان‌دهنده اهمیت نقش انتخاب قطعات مشابه در کاهش هزینه‌های ساخت و بهره‌برداری، در این مثال است. زیرا با انتخاب قطعات غیرمشابه، علاوه بر عدم استفاده از تخفیف، عدم افزایش نرخ تعمیر (و ثابت ماندن آن) باعث کاهش نرخ انتقال وضعیت سیستم از حالت‌های با خرابی بیشتر به حالت‌های با خرابی کمتر می‌شود، افزایش احتمال حالت‌های توقف کامل سیستم و نیمه‌بار شدن آن کاملاً منطقی و قابل قبول است. طبیعتاً این مسئله هزینه‌های تحمیل شده به سیستم به علت توقف و کاهش ظرفیت را افزایش می‌دهد.

جدول ۹ مقادیر متغیرهای مدل را در حالتی که هزینه‌ی

جدول ۶- جواب بهینه‌ی مدل نمونه مورد مطالعه حاصل از حل با Excel با سقف بودجه ۱۰۸۰ و قابلیت اطمینان ۰,۹

مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۱۰۸۰	$A_1$	۰,۹۹	$R_1$
۷۲۸۶	$A_2$	۰,۹۹	$R_2$
۲۴۰,۰۱۱	$A_3$	۰,۹۹	$R_3$
۰,۰۹۱۰۸	$P_0$	۰,۹۹	$R_4$
۰,۰۰۸۸	$P_{50}$	۸۶۰۶,۰۱	$Z$
۰,۹۰۰۱۲	$P_{100}$	۰,۹۰۸۹۳	$R_e$

همان طور که مشاهده می‌شود، با این شرایط قطعات با حداکثر کیفیت خود انتخاب می‌شوند؛ بنابراین این جواب بهینه دارای حداکثر سطح قابلیت اطمینان سیستم می‌باشد و نشان می‌دهد هزینه‌های سیستم زمانی کمینه می‌شود که سیستم بیشترین قابلیت اطمینان (و در نتیجه دسترسی-پذیری) را داشته باشد. نتایج حاصل بیانگر اهمیت هزینه‌های ناشی از کار نیمه‌بار و توقف کامل و همچنین اثر مشابه بودن قطعات بر هزینه‌ی کلی سیستم می‌باشد، که هزینه‌های افزایش قابلیت اطمینان سیستم را تحت الشعاع قرار می‌دهد. در ادامه به منظور بررسی بیشتر، نتایج حاصل از حل مدل با حالتی که به قطعات مشابه تخفیفی تعلق نگیرد، مقایسه شده است. در حالت بدون تخفیف، حداقل سقف بودجه باید ۱۱۰۰ واحد باشد. همچنین برای حداقل سطح قابلیت اطمینان ۰,۸ در این حالت، باید ۱۱۴۰ واحد صرف خرید قطعات شود. نتایج به دست آمده از حالت بدون تخفیف با حداقل سطح قابلیت اطمینان ۰,۸ و سقف بودجه ۱۱۴۰ واحد در جدول ۷ نشان داده شده است.

جدول ۷- جواب حاصل از حل مدل در حالت بدون تخفیف

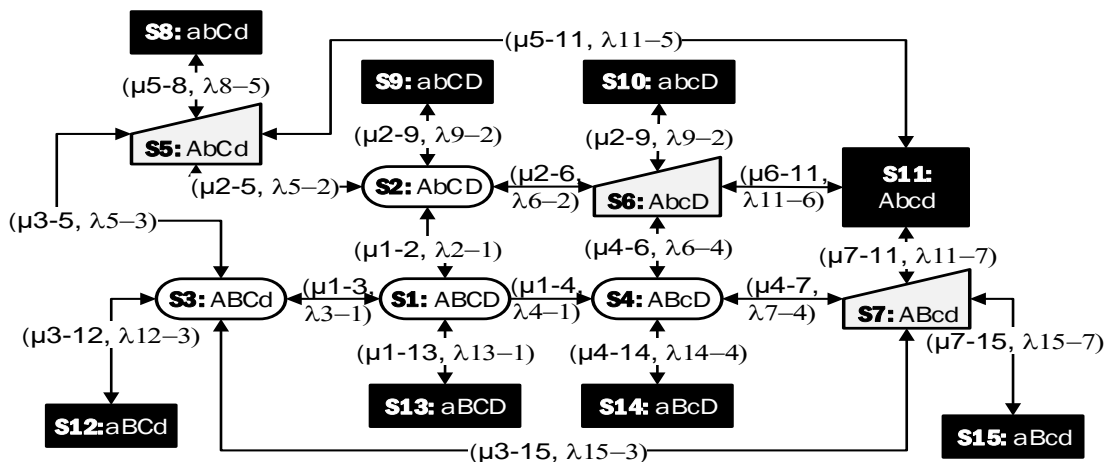
مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم
۱۱۴۰	$A_1$	۰,۹۹	$R_1$
۱۱۰۵۴	$A_2$	۰,۹	$R_2$
۶۴۵۲/۴۱	$A_3$	۰,۹	$R_3$
۰/۱۳۸۱۸	$P_0$	۰,۹	$R_4$
۰/۲۴۹۵۶	$P_{50}$	۱۸۶۴۶/۴	$Z$
۰/۶۱۲۲۶	$P_{100}$	۰/۸۶۱۸۳	$R_e$

که قابلیت اطمینان قطعه A کاهش یافته است ( از ۰,۹۹ به ۰,۹۵ و از ۰,۹۵ به ۰,۹) که بیانگر اهمیت این قطعه در قابلیت اطمینان و سطح دسترسی‌پذیری سیستم کل می‌باشد.

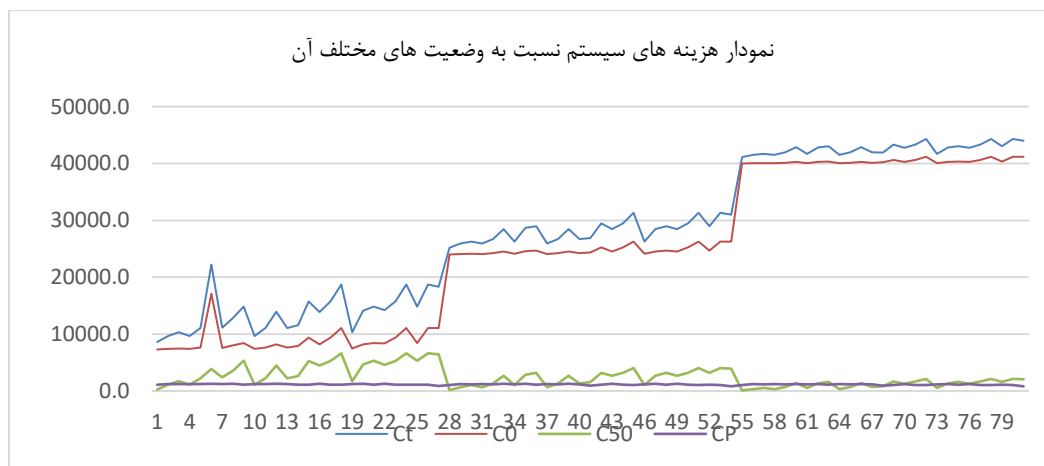
جدول ۹- جواب حاصل از وضعیت سیستم با کمترین هزینه

متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه	متغیرهای تصمیم	مقدار بهینه
$R_1$	۰,۹	$A_1$	۸۰۰
$R_2$	۰,۹	$A_2$	۴۱۱۷۱,۲
$R_3$	۰,۹	$A_3$	۲۰۴۶,۵
$R_4$	۰,۹	$P_0$	۰,۵۱۴۶۴
$Z$	۴۴۰۱۷,۷	$P_{50}$	۰,۱۴۰۵۵
$R_e$	۰,۴۸۵۳۶	$P_{100}$	۰,۳۴۴۸۱

خرید حداقل مقدار خود را داراست، نشان می‌دهد. همان- طور که مشاهده می‌شود، در این حالت هزینه‌ی کل که بیشتر مربوط به دوره بهره‌برداری است، به شدت افزایش یافته است و سیستم در بیش از ۵۰٪ مواقع متوقف می‌باشد. نتایج حاصل بیانگر اهمیت هزینه‌های ناشی از کار نیمه‌بار و توقف کامل و همچنین اثر مشابه بودن قطعات و صرفه- جویی حاصل از سفارش دسته‌ای قطعات بر هزینه‌های کلی سیستم می‌باشد. شکل (۳) نمودار هزینه‌های کل سیستم، خرید قطعات، توقف کامل و نیمه‌بار شدن سیستم را نسبت به حالت‌های مختلف سیستم که شامل ۸۱ حالت مختلف می‌شود نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که هزینه خرید قطعات در اکثر حالت‌ها کمترین مقدار و نیز کمترین نوسان را نسبت به سایر هزینه‌های سیستم دارد. همچنین هزینه‌ی توقف کامل بیش‌ترین تأثیر را بر هزینه‌ی کل دارد و به نوعی، نقش تعیین‌کننده‌تری در انتخاب قطعات ایفا می‌کند. جهش‌های هزینه‌ی توقف کامل مربوط به حالت‌هایی است



شکل ۲- نمودار روابط بین حالت‌های مختلف سیستم



شکل ۳- نمودار مقادیر هزینه‌های مختلف سیستم

Copy of 285.xlsx - Excel

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1		A		B		C		D		Cp
2		$\lambda$	$\mu$	$\lambda$	$\mu$	$\lambda$	$\mu$	$\lambda$	$\mu$	
3	1	0.01	0.1	0.01	0.16	0.01	0.16	0.01	0.16	1080
4	2	0.01	0.1	0.01	0.13	0.01	0.13	0.03	0.07	1220
5	3	0.01	0.1	0.01	0.13	0.01	0.13	0.05	0.05	1180
6	4	0.01	0.1	0.01	0.13	0.03	0.07	0.01	0.13	1220
7	5	0.01	0.1	0.01	0.1	0.03	0.09	0.03	0.09	1180
8	6	0.01	0.1	0.01	0.1	0.03	0.07	0.05	0.05	1260
9	7	0.01	0.1	0.01	0.13	0.05	0.05	0.01	0.13	1180
10	8	0.01	0.1	0.01	0.1	0.05	0.05	0.03	0.07	1260
11	9	0.01	0.1	0.01	0.1	0.05	0.065	0.05	0.065	1120
12	10	0.01	0.1	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	1220
13	11	0.01	0.1	0.03	0.07	0.01	0.1	0.03	0.07	1180
14	12	0.01	0.1	0.03	0.07	0.01	0.1	0.05	0.05	1260
15	13	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	1180
16	14	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	1080

شکل ۴- حالت‌های مختلف ممکن برای انتخاب قطعات

## ۸- نتیجه‌گیری

هزینه‌ی کل سیکل عمر محصول را در نظر بگیرد که شامل هزینه‌ی بهره‌برداری نیز می‌باشد، آنگاه گزینه‌ای را انتخاب می‌کند که هزینه‌ی ساخت آن ممکن است بالاتر باشد ولی در مقابل هزینه‌ی بهره‌برداری به شدت کاهش یابد. برای تحقیقات آتی می‌توان از روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره و یا برنامه‌ریزی چندهدفه برای اولویت‌بندی هزینه‌های ساخت از یک طرف و هزینه‌های بهره‌برداری از طرف دیگر که منجر به نارضایتی بهره‌بردار می‌شود، استفاده کرد. همچنین می‌توان مدل را در حالت عدم قطعیت برخی پارامترها مانند قابلیت اطمینان قطعات و هزینه‌های سیستم به کاربرد که در این حالت می‌توان از متغیرهای فازی و یا احتمالی بهره گرفت.

با توجه به کوچک بودن مثال فوق، حل آن به صورت دستی و تنها با کمک ابزارهای محاسباتی نرم‌افزار Excel انجام شده است. در صورت افزایش ابعاد مسئله از نظر تعداد قطعات و یا گزینه‌های بیشتر برای تأمین آنها، به دلیل افزایش زمان محاسبات دیگر نمی‌توان از این روش برای یافتن پاسخ بهینه استفاده کرد و باید از نرم‌افزارهای اختصاصی حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی استفاده کرد.

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی مختلط عدد صحیح غیر-خطی برای مسئله دسترسی‌پذیری سیستم سری-موازی چندحالت‌ه ارائه گردید. هدف این مدل انتخاب اجزای سیستم به گونه‌ای است که مجموع هزینه‌های سیستم، شامل هزینه خرید قطعات و هزینه کاهش ظرفیت سیستم و همچنین هزینه ناشی از توقف کامل سیستم کمینه گردد. همچنین در این مدل اثر مشابه بودن قطعات بر نرخ تعمیر قطعات مشابه و نیز صرفه‌جویی حاصل از سفارش دسته‌ای قطعات در هزینه‌های کل سیستم لحاظ شده است. نتایج حاصل از حل مدل نمونه مورد مطالعه نشان می‌دهد که بهینه‌سازی هزینه با بهبود دسترسی‌پذیری معادل است. در بسیاری از موارد، به علت زیاد بودن هزینه‌های بهره‌برداری (هزینه‌های کاهش تولید، توقف کامل و تعمیر) در مقایسه با هزینه‌های خرید، اثر هزینه‌های بهره‌برداری بیش‌تر از هزینه‌ی ساخت اولیه است و نقش تعیین‌کننده‌تری در انتخاب قطعات دارد. به این ترتیب اگر هدف سازنده حداقل کردن هزینه‌ی ساخت باشد، گزینه‌ای را انتخاب می‌کند که هزینه‌ی خرید را حداقل می‌کند و این مسئله منجر به افزایش شدید هزینه‌های بهره‌برداری می‌شود. ولی اگر طراح

## مراجع

- [1] J. Chin-Chia, Y.W. Laih, "Distribution and Reliability Evaluation of Max-Flow in Dynamic Multi-State Flow Networks", *European Journal of Operational Research*, Vol. 259, No. 3, 2017, pp. 1045–1053
- [2] L.Y. Yi, et al. "Reliability analysis of multi-state systems subject to failure mechanism dependence based on a combination method", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 166, 2017, pp. 109–123
- [3] P. Rui, H. Xiao, H. Liu, "Reliability of multi-state systems with a performance sharing group of limited size", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 166, 2017, pp. 164–170
- [4] Y. Cheng-Ta, L. Fiondella, "Optimal redundancy allocation to maximize multi-state computer network reliability subject to correlated failures", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 166, 2017, pp. 138–150
- [5] M. Nourelfath, D. Ait-Kadi, "Optimization of series-parallel multi-state systems under maintenance policies", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 92, No. 12, 2007, pp. 1620–1626.
- [6] M. Marseguerra, E. Zio, L. Podofillini, "Multi objective spare part allocation by means of genetic algorithms and monte-carlo simulation", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 87, No. 3, 2005, pp. 325–335.
- [7] M. Finkelstein, "On systems with shared resources and optimal switching strategies", *Reliability Engineering & System Safety*, Vol. 94, No. 8, 2009, pp. 1358–1362.
- [8] R. Dekker, R. Plasmeijer, "On the use of equipment criticality in maintenance optimization and spare parts inventory control", *Safety and Reliability*, Vol. 3, 1997, pp. 1709–1718.
- [9] S.K. deSmidt-Destombes, P.N. Elst, A.I. Barros, H. Mulder, J.A.M. Hontelez "A Spare parts model with cold-standby redundancy on system level", *Computers & Operations Research*, Vol. 38, No. 7, 2011, pp. 985–991.
- [10] G. Levitin, A. Lisnianski, H. Ben-Haim, D. Elmakis, "Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 47, No. 2, 1998, pp. 165–172.
- [11] Z. Tian, M.J. Zuo, H. Huang, "Reliability-redundancy allocation for multi-state series-parallel systems", *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 57, No. 2, 2008, pp. 303–310.
- [12] M.S. Chern, "On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system", *Operations Research Letters*, Vol. 11, No. 5, 1992, pp. 309–315.
- [13] V. Ebrahimipur, *Reliability Optimization of Multi-State Weighted k-out-of-n Systems by Fuzzy Mathematical Programming and Genetic Algorithm*, 2011.
- [۱۴] م.ر. تابش‌پور، ع. بخشی، "تحلیل مود شکست و شاخص خرابی سازه‌های بتنی در زلزله"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱، شماره ۱۵، ۱۳۸۶، صفحه ۵۹–۷۰.
- [۱۵] ب. کشته‌گر، م. میری، "ارائه روشی جدید برای ارزیابی قابلیت اعتماد سازه‌ها"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره دوازدهم، شماره ۳۶، ۱۳۹۳، صفحه ۲۹–۴۲.
- [۱۶] م. رخشانی‌فر، م. راشکی، م. میری، م. اژدری مقدم، "ارزیابی قابلیت اطمینان قاب‌های خمشی فلزی با استفاده از روش شبیه‌سازی وزنی و درونیابی تابع پایه شعاعی"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره چهاردهم، شماره ۴۷، ۱۳۹۵، صفحه ۲۱–۳۲.

پیوست

Copy of 285.xlsx - Excel

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
16	14	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	1080
17	15	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	1100
18	16	0.01	0.1	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	1260
19	17	0.01	0.1	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	1100
20	18	0.01	0.1	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	1080
21	19	0.01	0.1	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	1180
22	20	0.01	0.1	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	1260
23	21	0.01	0.1	0.05	0.05	0.01	0.1	0.05	0.05	1120
24	22	0.01	0.1	0.05	0.05	0.03	0.07	0.01	0.1	1260
25	23	0.01	0.1	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	1100
26	24	0.01	0.1	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	1080
27	25	0.01	0.1	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	1120
28	26	0.01	0.1	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.07	1080
29	27	0.01	0.1	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	840
30	28	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	0.01	0.1	1060
31	29	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	0.03	0.07	1200

Copy of 285.xlsx - Excel

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
31	29	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	0.03	0.07	1200
32	30	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	0.05	0.05	1160
33	31	0.03	0.07	0.01	0.1	0.03	0.07	0.01	0.1	1200
34	32	0.03	0.07	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	1160
35	33	0.03	0.07	0.01	0.1	0.03	0.07	0.05	0.05	1240
36	34	0.03	0.07	0.01	0.1	0.05	0.05	0.01	0.1	1160
37	35	0.03	0.07	0.01	0.1	0.05	0.05	0.03	0.07	1240
38	36	0.03	0.07	0.01	0.1	0.05	0.05	0.05	0.05	1100
39	37	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	1200
40	38	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	0.03	0.07	1160
41	39	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	0.05	0.05	1240
42	40	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	1160
43	41	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	940
44	42	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	1080
45	43	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	1240
46	44	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	1080

Copy of 285.xlsx - Excel

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
46	44	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	1080
47	45	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	1060
48	46	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	1160
49	47	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	1240
50	48	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	0.05	0.05	1100
51	49	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	0.01	0.1	1240
52	50	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	1080
53	51	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	1060
54	52	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	1100
55	53	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.07	1060
56	54	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	820
57	55	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	0.01	0.1	1040
58	56	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	0.03	0.07	1180
59	57	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	0.05	0.05	1140
60	58	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	0.01	0.1	1180
61	59	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	1140

Copy of 285.xlsx - Excel

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
61	59	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	0.03	0.07	1140
62	60	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	0.05	0.05	1220
63	61	0.05	0.05	0.01	0.1	0.05	0.05	0.01	0.1	1140
64	62	0.05	0.05	0.01	0.1	0.05	0.05	0.03	0.07	1220
65	63	0.05	0.05	0.01	0.1	0.05	0.05	0.05	0.05	1080
66	64	0.05	0.05	0.03	0.07	0.01	0.1	0.01	0.1	1180
67	65	0.05	0.05	0.03	0.07	0.01	0.1	0.03	0.07	1140
68	66	0.05	0.05	0.03	0.07	0.01	0.1	0.05	0.05	1220
69	67	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	1140
70	68	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	920
71	69	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	1060
72	70	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	1220
73	71	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	1060
74	72	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	1040
75	73	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	1140
76	74	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	1220



Copy of 285.xlsx - Excel

	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
69	67	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	0.01	0.1	1140
70	68	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	0.03	0.07	920
71	69	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	0.05	0.05	1060
72	70	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	0.01	0.1	1220
73	71	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	0.03	0.07	1060
74	72	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	0.05	0.05	1040
75	73	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	0.01	0.1	1140
76	74	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	0.03	0.07	1220
77	75	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	0.05	0.05	1080
78	76	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.07	0.01	0.1	1220
79	77	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.07	0.03	0.07	1060
80	78	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.07	0.05	0.05	1040
81	79	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.01	0.1	1080
82	80	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.03	0.07	1040
83	81	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	800

Copy of 285.xlsx - Excel

	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
47		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
48	S1	0.757998	0.548778	0.39202	0.548778	0.465116	0.290085	0.513581	0.306965	0.264438	0.548778	0.465116	0.290309	0.465116	0.44645	0.25641	0.289615
49	S2	0.047302	0.042214	0.030155	0.042214	0.046512	0.028484	0.037103	0.029122	0.026444	0.23519	0.155039	0.124298	0.155039	0.11958	0.08547	0.124121
50	S3	0.04745	0.23519	0.39202	0.042214	0.155039	0.29126	0.221976	0.157675	0.203414	0.042214	0.155039	0.286328	0.046512	0.11958	0.25641	0.028962
51	S4	0.047373	0.042214	0.030155	0.23519	0.155039	0.124232	0.045407	0.273594	0.203414	0.042214	0.046512	0.031106	0.155039	0.11958	0.08547	0.289615
52	S5	0.002882	0.018092	0.030155	0.003247	0.015504	0.02731	0.008999	0.01146	0.020341	0.018092	0.05168	0.123514	0.015504	0.03203	0.08547	0.012412
53	S6	0.002958	0.003247	0.00232	0.018092	0.015504	0.012297	0.014878	0.027402	0.020341	0.018092	0.015504	0.012737	0.05168	0.03203	0.02849	0.012412
54	S7	0.002962	0.018092	0.030155	0.018092	0.05168	0.124358	0.063528	0.093299	0.156472	0.003247	0.015504	0.029417	0.015504	0.03203	0.08547	0.028962
55	S8	0.000288	0.001809	0.003016	0.000325	0.00155	0.002731	0.0009	0.001146	0.002034	0.001809	0.005168	0.012351	0.00155	0.0032	0.008547	0.001241
56	S9	0.00473	0.004221	0.003016	0.004221	0.004651	0.002848	0.00371	0.002912	0.002644	0.023519	0.015504	0.01243	0.015504	0.01196	0.008547	0.012412
57	S10	0.000296	0.000325	0.000232	0.001809	0.00155	0.00123	0.001488	0.00274	0.002034	0.001809	0.00155	0.001274	0.005168	0.0032	0.002849	0.012412
58	S11	0.000183	0.001392	0.00232	0.001392	0.005168	0.012172	0.003981	0.010582	0.015647	0.001392	0.005168	0.01252	0.005168	0.00858	0.02849	0.012412
59	S12	0.004745	0.023519	0.039202	0.004221	0.015504	0.029126	0.022198	0.015767	0.020341	0.004221	0.015504	0.028633	0.004651	0.01196	0.025641	0.002896
60	S13	0.0758	0.054878	0.039202	0.054878	0.046512	0.029008	0.051358	0.030697	0.026444	0.054878	0.046512	0.029031	0.046512	0.04464	0.025641	0.028962
61	S14	0.004737	0.004221	0.003016	0.023519	0.015504	0.12423	0.004541	0.027355	0.020341	0.004221	0.004651	0.003111	0.015504	0.01196	0.008547	0.028962
62	S15	0.000296	0.001809	0.003016	0.001809	0.005168	0.012436	0.006353	0.009933	0.015647	0.000325	0.00155	0.002942	0.00155	0.0032	0.008547	0.002896
63	PO	0.091075	0.092174	0.09302	0.092174	0.095607	0.213781	0.094529	0.100529	0.105132	0.092174	0.095607	0.102292	0.095607	0.0987	0.116809	0.102193
64	P50	0.008802	0.039431	0.06263	0.039431	0.082688	0.163965	0.087405	0.132161	0.197154	0.039431	0.082688	0.165668	0.082688	0.09609	0.19943	0.165495
65	Ptot	0.900123	0.868396	0.84435	0.868396	0.821706	0.734061	0.818067	0.767356	0.69771	0.868396	0.821706	0.732041	0.821706	0.80519	0.68376	0.732313