

## ارائه الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای در مدل‌سازی ریاضی تولید معادن

فرشاد نژاد شاه محمد<sup>۱\*</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۱۰/۳۰ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۴/۱۹	در برنامه‌ریزی معادن از نظر تولید و افزایش بهره‌وری برای ایجاد مسائلی که به جواب‌های بهینه و دقیق برسد، باید تمام محدودیت‌های فنی و عملیاتی در مدل‌سازی وارد شوند. ایجاد چنین مدل‌هایی که در بیشتر مواقع با تابع هدف حداکثرسازی ارزش خالص فعلی همراه است، منجر به مسائل ریاضی با ابعاد بزرگ می‌شود که حل این مدل‌ها با دستگاه‌های رایانه‌ای فعلی، نیاز به زمان پردازش (CPU <sup>۲</sup> ) زیادی دارد. بنابراین در این تحقیق، الگوریتم خوشه‌بندی با شاخص شباهت چندمرحله‌ای با استفاده از فرمول‌بندی‌های ریاضی توسعه داده شده است که ابعاد مسائل ریاضی را از طریق کاهش تعداد متغیرهای تصمیم به نحوی کاهش دهد که ضمن عدم وابستگی به ضرایب اهمیت وزنی در شاخص شباهت، برنامه‌ریزی‌های تولید را با کمترین خطا و کاهش شدید در زمان اجرای مسئله اجرا کند. به‌منظور ارزیابی نتایج این خوشه‌بندی از ۲۴۷۸ بلوک استخراجی استفاده شد. این بلوک‌ها در طی ۳ مرحله، ابتدا در ۱۰ خوشه سپس ۴۰ و در نهایت در ۱۰۹ خوشه، طبقه‌بندی شدند. برای ارزیابی نتایج خوشه‌بندی، از روش برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط (MILP <sup>۳</sup> ) با استفاده از نرم‌افزار CPLEX و MATLAB به برنامه‌ریزی ریاضی تولید پرداخته شد. نتایج این تحقیق نشان داد که زمان اجرا با کاهش ۸۶ درصدی در مدل خوشه‌بندی نسبت به مدل بدون خوشه‌بندی همراه بوده است، در حالی که مقدار تابع هدف فقط ۱/۸ درصد اختلاف در دو مدل نشان داده است.
<b>واژگان کلیدی:</b> خوشه‌بندی، شاخص شباهت چندمرحله‌ای، برنامه‌ریزی تولید، MILP. معادن روباز و زیرزمینی.	

## ۱- مقدمه

حداکثرسازی NPV<sup>۴</sup> با در نظر گرفتن محدودیت‌های مختلف حاصل از خصوصیات عملیاتی و فنی پروژه موردنظر است [۲]. محققان مختلف در زمینه‌های معدنکاری، تحقیق در عملیات و ریاضی، روش‌ها و مدل‌های گوناگونی در ایجاد یک الگوی زمان‌بندی تولید مؤثر و کارا پیشنهاد داده‌اند. روش‌های ریاضی، روش‌هایی با راه‌حل دقیق‌اند که از سه جزء به نام‌های متغیر تصمیم، محدودیت و تابع هدف تشکیل شده‌اند. مهم‌ترین محدودیت‌های مورد توجه در معادن، ظرفیت استخراج سالیانه، عیار تولیدی، نرخ تولید، تعداد بلوک‌های فعال، تعداد بلوک‌های جدید، محدودیت ذخیره، راستای استخراج، حمل‌ونقل و فرآوری است [۳]. برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط در طول دهه‌های

امروزه اقتصاد صنعت معدنکاری به نحوی است که شرکت‌های بزرگ معدنی تمایل به روش‌های استخراج توده‌ای دارند. یکی از نگرانی‌های بزرگ در چنین شیوه‌های استخراج، پیش‌بینی مباحث تحلیل پایداری در معادن روباز و کنترل نشست و آثار زیست‌محیطی و حفظ ایمنی در معادن زیرزمینی است، به نحوی که بتوان به نرخ‌های تولید برنامه‌ریزی شده رسید [۱]. برنامه‌ریزی معادن به‌عنوان گامی است که با استفاده از مدل‌های بلوکی به‌دست‌آمده از مراحل اکتشاف همانند زمین‌آمار، برای تعیین نحوه استخراج بلوک‌های مواد معدنی در افق‌های زمانی مشخص، به کار گرفته می‌شود. هدف اصلی چنین فرایندی معمولاً

<sup>۲</sup> Central Processing Unit<sup>۳</sup> Mixed Integer Linear Programming<sup>۴</sup> Net Present Value

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول:

Farshad.shahmohammad@gmail.com

۱. استادیار، مرکز آموزش عالی شهید باکری، دانشگاه ارومیه

الگوریتم، وابستگی به فاکتور ضرایب وزنی رفع شده است؛ بنابراین امکان تکرار فرایند خوشه‌بندی توسط طراحان مختلف وجود دارد. همچنین در این الگوریتم توسعه‌یافته، می‌توان خوشه‌بندی را با توجه به راستای پیشروی موردنظر انجام داد. الگوریتم خوشه‌بندی ارائه‌شده، قابلیت استفاده در تجمیع اعضای مشابه در تمام علوم دیگر دارد.

اپیستین و همکاران [۹] از الگوریتم تجمیع در برنامه‌ریزی تولید تخریب بلوکی استفاده کردند و یک الگوی ابتکاری در این زمینه پیشنهاد دادند. نیومن و کوچتا [۱۰] یک برنامه عدد صحیح مختلط در معادن تخریب از طبقات فرعی ارائه کردند. در الگوی پیشنهادی آن‌ها یک فرایند ابتکاری برای تجمیع دوره‌های زمان‌بندی ارائه شد. ونتراب و همکاران [۱۱] از روش خوشه‌بندی تقدم و تأخر با استفاده از الگوریتم K-means برای کاهش ابعاد مدل MILP استفاده کردند. در این روش آن‌ها ابتدا عدم شباهت را در بین خوشه‌ها مشخص کردند. برای این عدم شباهت، تناژ استخراج، درصد عیار ماده استخراجی و سرعت استخراج به کار گرفته شد. در مرحله بعد با توجه به اهمیت هرکدام از این پارامترها، معیار وزنی برای آن‌ها در نظر گرفتند. ونتراب در این مدل تعدادی محدودیت عملیاتی را در محاسبات وارد کرد. تابع هدف آن‌ها حداکثرسازی سود بود. پانیگراهی و ساهو [۱۲] تحقیقی در مورد کاربرد روش خوشه‌بندی در تقسیم‌بندی لایه‌های زغالی با در نظر گرفتن مشخصاتی چون درجه انتقال حرارت، تجزیه و تحلیل انفجار هوا و سایر پارامترهای حرارتی پیشنهاد کردند. پوررحیمیان [۱۳ و ۱۴] مدل MILP برای معادن زیرزمینی بر اساس حداکثرسازی NPV ارائه کرد. وی در این الگوریتم توانست بر اساس متوسط عیار استخراجی و موقعیت فیزیکی آن‌ها، واحدهای تولید را در خوشه‌هایی قرار دهد. این الگوریتم راستای استخراج را در خوشه‌بندی اعمال نکرد و با استفاده از فازبندی به خوشه‌بندی پرداخت. وی توانست زمان محاسبات را برحسب راستای پیشروی استخراج در حدود ۳ برابر کاهش دهد. پوررحیمیان در الگوریتم خود از ضرایب وزنی برای تعیین درجه اهمیت پارامترهای خوشه‌بندی استفاده کرده بود.

رمضان مدل درخت بنیادی را برای یک معدن روباز فلزی پیشنهاد داد و در پی آن، تعداد متغیرهای گسسته را در

اخیر در برنامه‌ریزی تولید معادن، کاربرد گسترده‌ای پیدا کرده است. در این نوع برنامه‌ریزی‌ها، متغیرهای تصمیم می‌توانند از نوع پیوسته یا گسسته باشند. روش زمان‌بندی تولید که بتواند بیشتر اجزای مؤثر در برنامه‌ریزی را در مدل وارد کند، یک زمان‌بندی تولید بهینه است. زمان‌بندی تولید، نحوه توزیع جریان نقدینگی در طول عمر معدن و امکان‌پذیری پروژه را مشخص می‌کند. ایجاد مدل‌های MILP در شرایط اعمال محدودیت‌های مؤثر در برنامه‌ریزی، منجر به مسائلی با ابعاد بزرگ می‌شود که اجرای آن‌ها با زمان بسیار زیادی همراه است و در بعضی موارد امکان اجرا وجود ندارد [۱ و ۴].

روش‌های خوشه‌بندی به ادغام اطلاعات، کاهش ابعاد مسئله و تجزیه و تحلیل آثار الگوریتم‌های کاهش متغیر در نتایج مسائل بهینه‌سازی بزرگ مقیاس می‌پردازند [۵]. سیستم‌های خوشه‌بندی قابلیت کاربرد در تمام علوم به‌منظور طبقه‌بندی عضوهای مشابه در داخل گروه‌های یکسان دارند. بازاریابی، زیست‌شناسی، کتابداری، مطالعات زلزله نگاری، داده‌کاوی<sup>۱</sup>، تقسیم‌بندی تصاویر و بسیاری از کاربردهای گسترده در مدل‌سازی سازه‌ها در علوم مهندسی از طیف گسترده استفاده از فن‌های تجمیع است. در حوزه کاربرد روش‌های خوشه‌بندی در علوم غیر مهندسی می‌توان به تحقیقی که علی حیدری و خادمی انجام دادند اشاره کرد. آن‌ها بر اساس شاخص شباهت اعتباردهی به متقاضیان دریافت‌کننده وام بانکی، به خوشه‌بندی مشتریان پرداختند [۶]. خدایی و همکاران به‌منظور بازاریابی اطلاعات از روش بسط پرس‌وجو به‌عنوان یکی از روش‌های انطباق پرس‌وجو استفاده کردند تا خوشه‌بندی اسناد شبه بازخورد را بر اساس شباهت حساس به پرس‌وجو در شبیه‌ترین اسناد تجمیع کنند [۷].

اساساً یکی از رویکردها در به دست آوردن برنامه‌ریزی تولید بهینه، استفاده از روش‌های ریاضی است که از جنبه اجرایی مشکل است [۸]. یکی از دلایل چنین مشکلاتی ابعاد بزرگ مدل‌های ایجادشده در مسائل ریاضی است. در این مقاله سیستم خوشه‌بندی جدیدی ارائه شده است که بر مبنای الگوریتم خوشه‌بندی سلسه‌مراتبی، بلوک‌های استخراجی را در قالب واحدهای استخراجی بر اساس خواص شباهتی موردنظر هر معدن تجمیع می‌کند. در این

<sup>۱</sup> Data Mining

مسائلی می‌شود. افزایش تعداد واحدهای تولید، ابعاد چنین مدل‌هایی را آن‌چنان بزرگ می‌کند که یا به زمان اجرای طولانی نیاز داشته یا اینکه دیگر قابلیت اجرا با سیستم‌های رایانه‌ای موجود را ندارند.

خوشه‌بندی به‌عنوان فرایند گروه‌بندی اطلاعات مشابه در داخل خوشه‌هایی است که با استفاده از این روش، بیشتر شباهت در اطلاعات میان خوشه‌ای<sup>۱</sup> ایجاد شود. مسائل خوشه‌بندی از نوع NP-Hard<sup>۲</sup> است. نتایج چنین خوشه‌بندی‌هایی می‌تواند در مدل‌سازی مسائل برنامه‌ریزی ریاضی که در تخصیص منابع و زمان موردنیاز با مشکل مواجه‌اند به کار گرفته شود. بنابراین روش‌های خوشه‌بندی بر مبنای تعیین معیار شباهت بین اطلاعات موردنظر، آن‌ها را در گروه‌هایی تقسیم می‌کند. دو شیوه<sup>۳</sup> اصلی در خوشه‌بندی شامل روش سلسله‌مراتبی<sup>۳</sup> و تقسیمی<sup>۴</sup> است. روش‌های سلسله‌مراتبی در مقایسه با روش‌های تقسیمی، خوشه‌بندی‌های بهتری ارائه می‌کنند [۲۵].

روش‌های سلسله‌مراتبی، به دو شیوه<sup>۳</sup> تجمعی و تفریقی تقسیم‌بندی شده‌اند. در حالت تجمعی در هنگام شروع به خوشه‌بندی، تمام اطلاعات به‌عنوان یک خوشه بوده، با گسترش خوشه‌بندی، خوشه‌های بزرگ با تجمع این خوشه‌ها شکل می‌گیرند؛ ولی در حالت تفریقی تمام اطلاعات در خوشه بزرگ واحدی در شروع کار هستند و با گسترش خوشه‌بندی، خوشه‌های دیگری از این خوشه اصلی به وجود می‌آیند [۲۶]. نمونه<sup>۳</sup> معروف روش‌های خوشه‌بندی تقسیمی، روش k-means است که در آن با اختصاص یک مرکز به هر خوشه، سایر اطلاعات را به خوشه<sup>۳</sup> نزدیک‌تر تخصیص می‌دهد. یکی از مشکلات این روش، عدم تکرارپذیری خوشه‌بندی است [۲۰].

الگوریتم خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی بر مبنای شاخص شباهت کار می‌کند. اندیس‌های شباهت پرکاربرد در معادن اصولاً بر اساس متغیرهایی چون فاصله<sup>۳</sup> میان بلوک‌های تولید، عیار، تناژ ماده<sup>۳</sup> معدنی و نرخ تولید ایجاد می‌شود [۲۷]. شکل رایج اندیس شباهت میان بلوک‌ها به‌صورت معادله (۱) است.

$$SI = \frac{1}{F_{ij}^{\alpha} \times S_{ij}^{\beta} \times T_{ij}^{\delta} \times G_{ij}^{\gamma} \times \dots} \quad (1)$$

این مدل‌ها کم کرد [۱۵ و ۱۶]. ژانگ در سال ۲۰۰۶ الگوریتم ژنتیک را با روش‌های تجمیع ترکیب کرد و تعداد متغیرها را در مدل خود کاهش داد [۱۷]. بلند و همکاران [۱۸] از روش تجمع و تفرق برای کاهش ابعاد مدل خود استفاده کردند. رن [۱۹] برای ایجاد یک الگوی زمان‌بندی تولید در معادن روباز، از روش فازی C-Means در خوشه‌بندی بلوک‌های تولید استفاده کرد. در روش پیشنهادی وی مقدار NPV حدود ۱۲/۲۵ میلیون دلار بیشتر از مقدار واقعی به دست آمد. جلوز و همکاران [۲۰] الگوی تجمع و تفرق را برای برنامه‌ریزی ریاضی تولید معادن روباز در خوشه‌بندی بلوک‌های تولید ارائه کردند. طبق یافته‌های آنان، مدل پیشنهادی، قابلیت کاربرد در معادنی با گستردگی زیاد را نیز داشت.

بلی و همکاران [۲۱] یکی از کارهای تحقیقاتی برجسته را در برنامه‌ریزی تولید معادن روباز ارائه کردند. آن‌ها کوشیدند بر اساس محدودیت راستای تولید و ظرفیت تولید سالیانه، به کاهش تعداد متغیرهای تصمیم در مدل پردازند. مدل MILP آن‌ها با هدف حداکثرسازی NPV توانست زمان اجرای CPU را در مدل‌سازی کاهش دهد. تابش و همکاران [۲۲ و ۲۳] مدل‌های ریاضی مختلفی برای زمان‌بندی تولید معادن روباز پیشنهاد دادند. در مدل پیشنهادی آن‌ها محدودیت‌های مختلفی با هدف حداکثر سازی NPV استفاده شد. مدل‌هایی نیز به‌منظور تجمیع متغیرهای تصمیم در تحقیقات آن‌ها وجود دارد. در الگوریتم آن‌ها از ضرایب وزنی برای تعیین درجه اهمیت پارامترهای خوشه‌بندی استفاده شده بود. آن‌ها توانستند کارهایی در زمینه برنامه‌ریزی تولید معادن روباز ارائه کنند.

## ۲- خوشه‌بندی

سرمایه‌گذاری در هر پروژه<sup>۳</sup> معدنی نیازمند برنامه‌ریزی‌های دقیق برای کنترل و کاهش خطا در رسیدن به حداکثر سوددهی است. اسلون [۲۴] برنامه‌ریزی را به‌عنوان نگرشی برای بهبود سوددهی بلندمدت با تشخیص فرصت‌ها، تخصیص منابع و سازمان‌دهی فعالیت‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت برای رسیدن به نتایج دلخواه تعریف کرد. به‌کارگیری مدل‌های MILP در مسائل زمان‌بندی تولید برای رسیدن به جواب بهینه، منجر به افزایش ابعاد چنین

<sup>3</sup> Hierarchical clustering

<sup>4</sup> Partitional clustering

<sup>1</sup> Intra-cluster

<sup>2</sup> Non-Deterministic Polynomial-Time - Hard

فاکتور فاصله بین هر جفت بلوک یا هر جفت خوشه  $i$  و  $j$  برای  $D$  بلوک محاسبه خواهد شد. این فاکتور از فاصله اقلیدسی نرمال‌شده مرکز به مرکز بلوک‌های  $i$  و  $j$  به دست می‌آید. ابعاد این ماتریس،  $(D \times D)$  است. معادله (۲) این فاکتور را برای هر جفت بلوک نشان می‌دهد.

$$E.D_{ij} = \frac{\sqrt{(\chi_i - \chi_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}{E.D_{\max}} \quad (2)$$

در این رابطه،  $x$  و  $y$  بیانگر مشخصات فضایی بلوک‌های  $i$  و  $j$  و  $E.D_{\max}$  بیشترین فاصله میان بلوک‌ها در ماتریس فاصله است.

همچنین تمام فاکتورهای شباهت بین بلوک‌های  $i$  و  $j$  بر مبنای اختلاف اقلیدسی نرمال‌شده میان مقادیر آن عامل شباهت در دو بلوک یا دو خوشه  $i$  و  $j$  از طریق رابطه (۳) قابل محاسبه است. ابعاد این ماتریس برای تمام فاکتورهای شباهت،  $(D \times D)$  است.

$$E.V_{ij} = \frac{\sqrt{(v_i - v_j)^2}}{V_{\max}} \quad (3)$$

در این رابطه،  $v_i$  و  $v_j$  بیانگر مقدار عامل شباهت در بلوک‌های  $i$  و  $j$  و  $V_{\max}$  حداکثر اختلاف عامل شباهت میان بلوک‌ها در ماتریس فاکتور شباهت است. اگر مقدار  $v_i$  و  $v_j$  برابر باشد، مقدار  $E.V_{ij}$  به بی‌نهایت سوق داده می‌شود تا در ماتریس شباهت، بیشترین شباهت به آن‌ها اختصاص داده شود.

پارامترهای بررسی شباهت میان بلوک‌ها در این تحقیق، شامل فاصله مرکز به مرکز بلوک‌ها ( $E.D_{ij}$ )، متوسط عیار وزنی بلوک‌ها ( $E.G_{ij}$ )، مقدار ماده معدنی موجود در هر بلوک ( $E.T_{ij}$ ) و راستای پیشروی استخراج در محدوده معدن ( $E.N_{ij}$ ) است. این پارامترهای شباهت می‌توانند بر اساس نوع معدن و شیوه استخراج، متفاوت باشند. سهم استخراج بلوک واقع در هر خوشه بر اساس نسبت وزنی آن بلوک به وزن خوشه است. بدین ترتیب، تمام بلوک‌های واقع در خوشه‌ها به نسبت وزنی، از تناژ استخراجی آن خوشه برخوردارند.

فرایند کلی موردنیاز در این خوشه‌بندی همانند شکل (۱) است. گام‌های این الگوریتم عبارت‌اند از:

۱. تعیین تعداد شاخص‌های شباهت موردنیاز بر طبق خصوصیات معدن؛

در این رابطه، متغیرهای  $F$ ،  $S$ ،  $T$ ،  $G$  و ... پارامترهای تعیین‌کننده شباهت میان بلوک‌های  $i$  و  $j$  بوده، ضرایب  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\delta$ ،  $\gamma$  و ... ضرایب اهمیت وزنی مرتبط با هر کدام از متغیرهای شباهتی است.

همان‌طور که در معادله (۱) دیده می‌شود، در محاسبه شاخص شباهت، پارامترهای مورداستفاده بر اساس یک سری ضرایب اهمیت وزنی در معادله وارد شده‌اند. این ضرایب بر اساس تجربه و سلیقه طراح فرق می‌کند. بنابراین شاخص شباهت محاسبه‌شده برای یک مورد خاص از یک طراح به طراح دیگر بر اساس تکرار خوشه‌بندی، متفاوت است. از این رو لازم است وابستگی به این ضرایب اهمیت وزنی را در محاسبه این شاخص برطرف کرد. این تحقیق با ارائه شاخص شباهت چندمرحله‌ای، وابستگی به ضرایب اهمیت وزنی را رفع کرده، خوشه‌بندی‌هایی یکسان در تکرارهای مختلف به دست می‌آورد.

### ۳- الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای

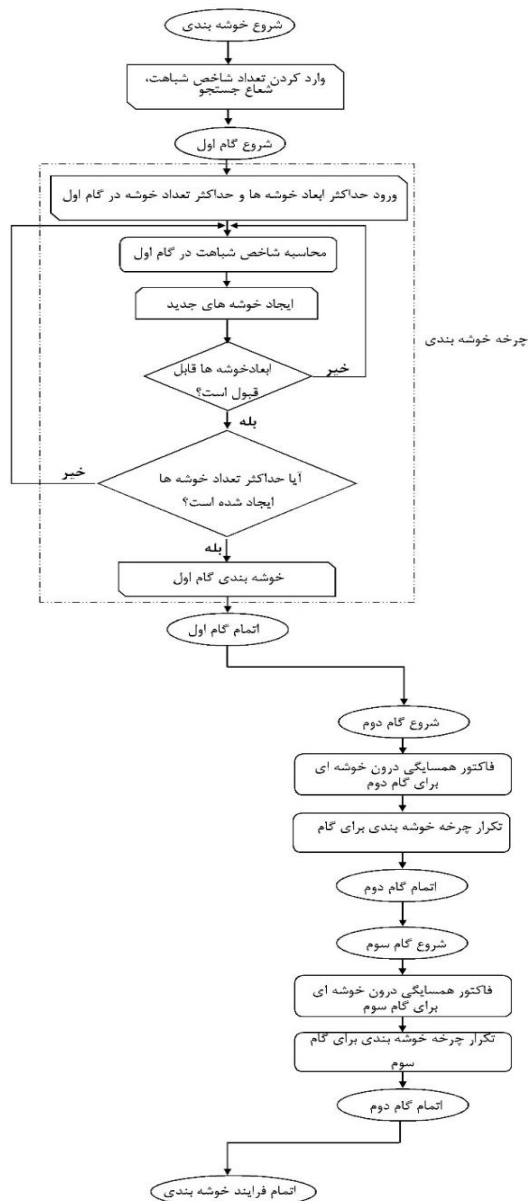
برای غلبه بر مشکل ابعاد مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی، باید تعداد متغیرهای تصمیم موجود در مدل را کاهش داد. بدین منظور، بلوک‌های استخراجی واقع در محدوده معدنی را می‌توان در داخل خوشه‌هایی قرار داد. روش‌های خوشه‌بندی، وابستگی شدیدی به ساختار مسئله، اطلاعات موجود و عضوهایی که باید خوشه‌بندی شوند، دارند. کارایی الگوریتم پیشنهادی با بررسی زمان‌بندی تولید صورت گرفته امکان‌پذیر خواهد بود. ویژگی‌های مختلفی را می‌توان در تعیین شاخص شباهت میان خوشه‌ها وارد کرد. افزایش بیش از حد این ویژگی‌ها موجب پیچیدگی الگوریتم خوشه‌بندی خواهد شد.

روش خوشه‌بندی با شاخص شباهت چندمرحله‌ای، می‌تواند: ۱. ایجاد یک مدل زمان‌بندی تولید انعطاف‌پذیر، ۲. کاهش تعداد متغیرها و ۳. عدم وابستگی به ضرایب اهمیت وزنی در محاسبات شاخص شباهت را برآورده کند. در الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای، از شیوه خوشه‌بندی سلسله‌مراتبی استفاده می‌شود. بنابراین در شروع کار، هر بلوک به‌عنوان یک خوشه در نظر گرفته می‌شود و با پیشرفت خوشه‌بندی، خوشه‌های جدید با پیوستن بلوک‌هایی با شباهت بیشتر به هم، ایجاد می‌شوند و این فرایند ادامه دارد تا زمانی که تمام خوشه‌ها به یک خوشه بزرگ‌تر ملحق شوند. در اولین مرحله از این الگوریتم، ماتریس

نمایش راستای پیشروی استخراج مشخص کند. این دو نقطه، نقاط شروع و پایان پیشروی استخراج خواهند بود. در مرحله بعد می‌توان از معادله (۴) فاکتور راستای پیشروی استخراج را محاسبه کرد.

$$N_i = \text{sign}((M_1^1)^2 - (M_1^2)^2) \times \sqrt{|(M_1^1)^2 - (M_1^2)^2|} \quad (4)$$

در این رابطه  $M_1^1$  و  $M_1^2$  به ترتیب فاصله نقاط شروع و پایان پیشروی استخراج از بلوک مورد نظر  $i$  است.



شکل ۱: الگوریتم خوشه‌بندی با شاخص شباهت چند مرحله‌ای در اولین مرحله از خوشه‌بندی، بر اساس فاصله اقلیدسی میان بلوک‌های استخراجی و با توجه به راستای پیشروی استخراج، ماتریس شاخص شباهت مرحله اول محاسبه می‌شود. معادله (۵) بیانگر شاخص شباهت در مرحله اول با

۲. تعیین شعاع همسایگی ماتریس مجاورت بلوک‌ها؛  
۳. در نظر گرفتن هر بلوک به‌عنوان یک خوشه؛ بنابراین اگر معدن مورد نظر دارای  $D$  بلوک باشد،  $D$  خوشه در شروع برنامه وجود دارد. نحوه محاسبه شباهت میان خوشه‌ها همانند محاسبه شباهت ویژگی‌های مورد استفاده در هر بلوک است؛

۴. تعیین حداکثر تعداد خوشه‌های مورد نیاز و حداکثر تعداد بلوک‌هایی که می‌تواند در خوشه‌ها قرار گیرد؛

۵. محاسبه شاخص شباهت برای اولین مرحله؛  
۶. قرار گرفتن بیشترین خوشه‌های مشابه در یک خوشه واحد؛

۷. محاسبه شباهت میان خوشه‌های جدید و بقیه خوشه‌ها؛  
۸. تکرار مراحل ۶-۳ تا زمانی که حداکثر تعداد خوشه‌ها به دست آید یا اینکه دیگر هیچ جفت خوشه برای قرار گرفتن در خوشه واحد وجود نداشته باشد؛ چراکه ابعاد خوشه‌ها (تعداد بلوک واقع در خوشه) در مرحله اول به حداکثر رسیده است؛

۹. تعریف یک ماتریس فاکتور همسایگی درون خوشه‌ای؛ برای بلوک‌های واقع در داخل هر خوشه جدید، این ماتریس از قرار گرفتن بلوک‌های واقع در خوشه‌های ایجاد شده از محاسبات شاخص شباهت مرحله اول در داخل یک خوشه جدید در مرحله بعد جلوگیری می‌کند. بدین ترتیب، بلوک‌های واقع در خارج یک خوشه در خوشه‌بندی ناشی از شاخص شباهت مرحله بعد در داخل خوشه یکسانی قرار نمی‌گیرند و فقط بلوک‌های واقع در داخل یک خوشه می‌توانند در مراحل بعدی در داخل خوشه‌های جدیدی قرار گیرند؛

۱۰. تکرار گام‌های ۳-۹ به تعداد شاخص‌های شباهت در نظر گرفته شده؛

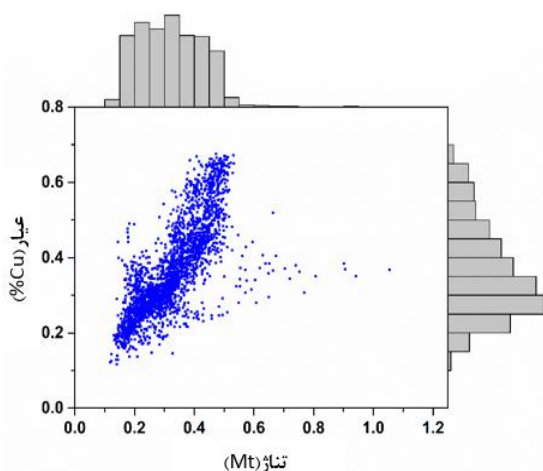
۱۱. در این الگوریتم، ماتریس راستای پیشروی استخراج در تمام مراحل در تمامی گام‌ها در نظر گرفته می‌شود.

تابش و عسگری‌نسب [۲۷] الگوریتمی در مدل‌سازی راستای پیشروی استخراج در معادن روباز و نژاد شاه محمد و همکاران، توسعه‌یافته این الگوریتم را برای مدل‌سازی پیشروی تخریب در معادن تخریب بلوکی ارائه کرده‌اند [۲۳]. در این تحقیق سعی شده است کاربرد این الگوریتم به تمام معادن گسترش یابد. در این الگوریتم همانند شکل (۲) بعد از مشخص شدن راستای پیشروی استخراج، طراح باید دو موقعیت مکانی را در محدوده مورد بررسی برای

ویژگی متوسط عیار میان بلوک‌های واقع در داخل خوشه‌های ایجادشده در مرحله دوم، به خوشه‌بندی جدید این بلوک‌ها در داخل خوشه‌های ایجادشده از مرحله دوم می‌پردازد.

$$SI_{3-ij} = SI_{1-ij} \times \frac{1}{E.G_{ij} \times E.N_{ij-SI_3}} \times ITA_{ij} \quad (7)$$

در معادله (۷) عبارت  $\frac{1}{E.G_{ij} \times E.N_{ij-SI_3}}$  مقدار شباهت میان ستون‌های تخلیه  $i$  و  $j$  را نشان می‌دهد.  $E.G_{ij}$  ماتریس اختلاف عیار نرمال‌شده بین ستون‌های تخلیه  $i$  و  $j$  و  $ITA_{ij}$  فاکتور همسایگی درون خوشه‌ای مرحله سوم بین ستون‌های  $i$  و  $j$  است. اگر ستون‌های تخلیه  $i$  و  $j$  در خوشه یکسانی از مرحله دوم باشند، مقدار این فاکتور ۱ و در غیر این صورت، صفر است.



شکل ۳: فراوانی عیار و تناژ ماده معدنی در بلوک‌های استخراجی

#### ۴- اجرای الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای

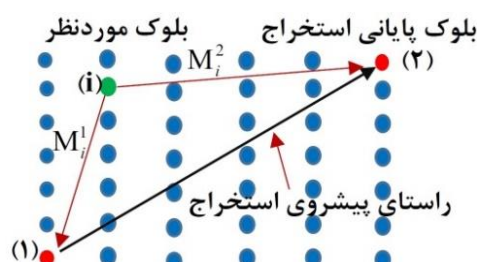
یک مورد مطالعاتی شامل ۲۴۷۸ بلوک برای ارزیابی عملکرد الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای در برنامه‌ریزی تولید مورد استفاده قرار گرفت. کل تناژ ماده معدنی در این محدوده ۸۰۳.۹۱ میلیون تن است. متوسط عیار مس در این محدوده ۰.۶۸٪ است. شکل (۳) توزیع عیار و تناژ ماده معدنی را در این بلوک‌ها نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل آمده، گسترش عیارها در بلوک‌های استخراجی در قسمت‌های جنوب غربی محدوده گستردگی بیشتری دارد. حداکثر مقادیر عیارها در این بلوک‌ها در بازه ۰.۲-۰.۴ درصد است.

تناژ ماده معدنی موجود در بلوک‌های استخراجی دارای

استفاده از معیار فاصله است.

$$SI_{1-ij} = \frac{1}{E.D_{ij} \times E.N_{ij-SI_1}} \times A_{ij} \quad (5)$$

در این رابطه  $\frac{1}{E.D_{ij} \times E.N_{ij-SI_1}}$  بیانگر ماتریس شباهت بلوک‌های  $i$  و  $j$  است.  $E.D_{ij}$  ماتریس فاصله اقلیدسی نرمال‌شده بلوک‌های مذکور بوده،  $E.N_{ij-SI_1}$  ماتریس راستای پیشروی استخراج اقلیدسی نرمال‌شده برای مقادیر  $N_j$  و  $N_i$  است.  $A_{ij}$  در این رابطه ماتریس فاکتور همسایگی میان بلوک‌های  $i$  و  $j$  است. اگر فاصله دو بلوک از همدیگر کمتر از شعاع همسایگی باشد، مقدار  $A_{ij}$  برابر با ۱ و اگر بیشتر باشد، صفر خواهد بود.



بلوک شروع استخراج

شکل ۲: اعمال راستای پیشروی استخراج در خوشه‌بندی

معادله (۶) ماتریس شاخص شباهت در مرحله دوم را نشان می‌دهد. این شاخص بر اساس حداکثر ماده معدنی موجود در بلوک‌های استخراجی به خوشه‌بندی بلوک‌های واقع در داخل خوشه‌های ایجادشده در مرحله اول می‌پردازد.

$$SI_{2-ij} = SI_{1-ij} \times \frac{1}{E.Ton_{ij} \times E.N_{ij-SI_2}} \times ISA_{ij} \quad (6)$$

در این معادله  $\frac{1}{E.Ton_{ij} \times E.N_{ij-SI_2}}$  مقدار شباهت میان بلوک‌های  $i$  و  $j$  را نشان می‌دهد.  $E.Ton_{ij}$  ماتریس اختلاف تناژ اقلیدسی نرمال‌شده بلوک‌های  $i$  و  $j$  بوده،  $E.N_{ij-SI_2}$  ماتریس راستای پیشروی استخراج اقلیدسی نرمال‌شده برای مقادیر  $N_j$  و  $N_i$  مربوط به بلوک‌های واقع در خوشه‌های مرحله اول است.  $ISA_{ij}$  فاکتور همسایگی درون خوشه‌های مرحله دوم، بین بلوک‌های  $i$  و  $j$  است.

اگر بلوک‌های مورد بررسی در داخل خوشه یکسان از مرحله اول باشند، مقدار این فاکتور برای آن بلوک‌ها برابر با ۱ و اگر در داخل خوشه یکسان نباشند، مقدار آن صفر است.

معادله (۷) ماتریس شاخص شباهت را برای مرحله سوم نشان می‌دهد. این شاخص بر اساس شباهت مربوط به

عمر معدن، نرخ تولید در هر دوره، تعداد بلوک‌های فعال، تعداد بلوک‌های جدید در هر دوره، راستای پیشروی استخراج در طول عمر معدن، ذخیره موجود و قابل استخراج و پیوستگی تولید از بلوک‌ها است. هرکدام از این محدودیت‌ها بر اساس واقعیت‌های موجود در معادن و با توجه به منابع و امکانات موجود قابل تعریف هستند. محدودیت پیوستگی استخراج به‌عنوان ابزاری است تا نظم و چگونگی ارتباط میان بلوک‌های استخراجی را برآورده کند. با توجه به اینکه موضوع بحث این تحقیق، ارزیابی عملکرد خوشه‌بندی چندمرحله‌ای در چگونگی خوشه‌بندی بلوک‌های استخراجی و بررسی تأثیر این خوشه‌بندی‌ها در برنامه‌ریزی تولید ریاضی معادن است، تمام مسائل در مدل خوشه‌بندی و مدل اصلی با پارامترهای ورودی یکسانی اجرا شده‌اند. جدول ۱ تابع هدف و محدودیت‌های استفاده‌شده در برنامه‌ریزی تولید را نشان می‌دهد.

در این جدول، واحد تولید به بلوک‌های استخراجی در مدل بلوکی و به خوشه‌ها در مدل خوشه‌بندی اشاره دارد. این مدل‌ها با استفاده از سیستم رایانه‌ای ASUS G501 پردازنده Intel (R) Core i7-2.3GHz و حافظه داخلی GB 16 اجرا شدند.

علاقه‌مندان برای مطالعه بیشتر در زمینه برنامه‌ریزی تولید استفاده‌شده در این تحقیق، می‌توانند به منابع [۱] و [۲۵] مراجعه کنند.

جدول ۲: پارامترهای موردنیاز در خوشه‌بندی

پارامتر	مرحله اول	مرحله دوم	مرحله سوم
حداکثر تعداد خوشه	۱۰	۴۰	۱۰۹
حداکثر ابعاد خوشه‌ها	۳۵۰	۸۰	۲۵
شعاع جست‌وجو	۲۰		

بلوک‌ها با استفاده از الگوریتم خوشه‌بندی با شاخص شباهت چندمرحله‌ای ارائه‌شده در این تحقیق، در داخل خوشه‌هایی قرار می‌گیرند که بتوانند اهداف زمان‌بندی تولید را نیز برآورده کنند. خوشه‌بندی نیازمند به معیارهای تمام الگوریتم است. این معیارها برای تمام مرحله‌های خوشه‌بندی مجزا است و در هر مرحله بر اساس ویژگی‌های آن مرحله تعیین می‌شود. تمام پارامترهای موردنیاز در این خوشه‌بندی برای تمام شاخص‌های شباهت، در جدول ۲ آمده است.

برای این خوشه‌بندی‌ها راستای جنوب - شمال به‌عنوان

یکنواختی بیشتری نسبت به عیار این بلوک‌ها است. بیشتر این بلوک‌های دارای تناژهایی در بازه ۰.۵-۰.۲ میلیون تن هستند.

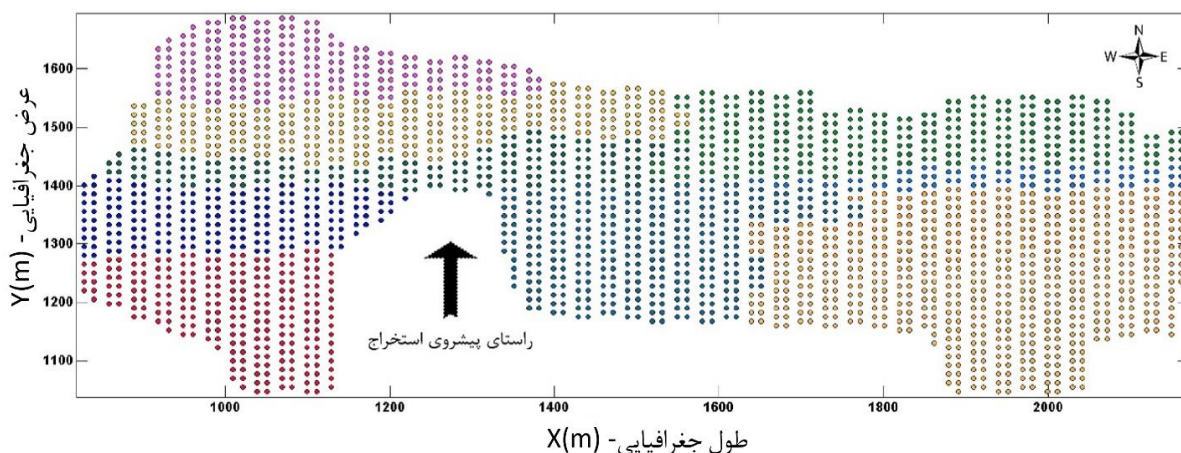
جدول ۱: محدودیت‌ها و تابع هدف در برنامه‌ریزی تولید مدل MILP خوشه‌بندی و بلوک‌های استخراج

تابع هدف	
حداکثر سازی NPV	$\text{Maximize } \sum_{d=1}^D \sum_{t=1}^T \left[ \frac{Re_d}{(1+i)^t} \right] \times U_{d,t}$
محدودیت‌ها	
ظرفیت تولید سالیانه	$M_1 \leq \sum_{d=1}^D (\text{Ton}_d) \times U_{d,t} \leq M_u$
متوسط عیار تولیدی	$\sum_{d=1}^D (\text{Ton}_d \times (G_{d,t} - G_{u,d,t})) \times U_{d,t} \leq 0$
راستای پیشروی	$Z_{d,t} - \sum_{j=1}^t Z_{1,j} \leq 0$
حداکثر واحد تولید فعال	$\begin{aligned} A_{d,t} &\leq L \cdot U_{d,t} \\ U_{d,t} &\leq A_{d,t} \\ \sum_{d=1}^D A_{d,t} &\leq N_{Ad,t} \end{aligned}$
تعداد واحد تولید جدید	$N_{Ni,d,t} \leq \sum_{d=1}^D Z_{d,t} \leq N_{Nu,d,t}$
پیوستگی استخراج	$\begin{aligned} A_{d,1} &= Z_{d,1} \\ A_{d,t} - A_{d,(t-1)} &\leq Z_{d,t} \\ \sum_{t=1}^T Z_{d,t} &= 1 \end{aligned}$
ذخیره	$\sum_{t=1}^T U_{d,t} \leq 1$
عمر فعالیت	$\sum_{t=1}^T A_{d,t} \leq \text{Max}_{\text{Life-Activity}}$

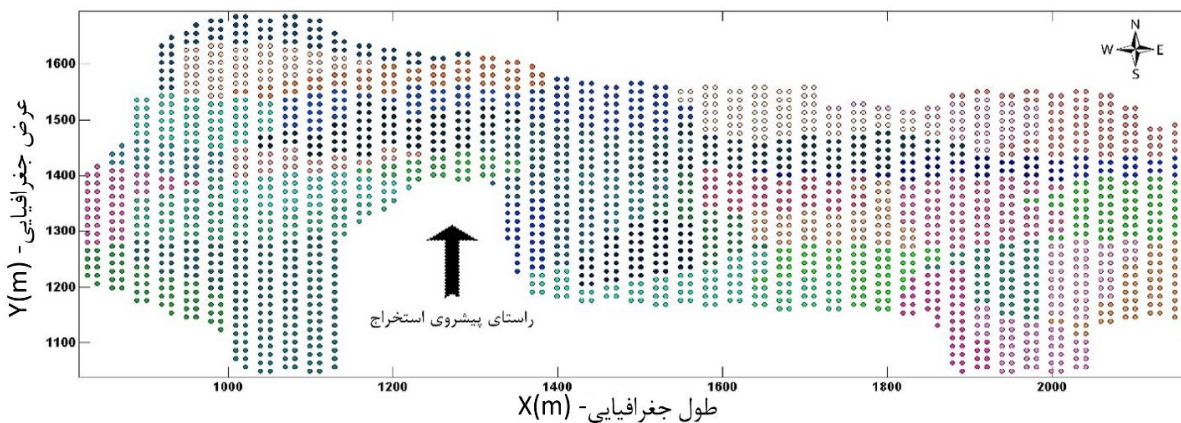
برای بررسی عملکرد خوشه‌بندی توسعه‌یافته در این تحقیق، برنامه‌ریزی تولید بر اساس حداکثرسازی NPV با نرخ تنزیل ۱۲ درصد اجرا شد. حداکثرسازی NPV به‌عنوان یکی از اهداف تولید موردقبول توسط بیشتر شرکت‌های معدنی است. این تابع هدف جریان نقدینگی تنزیل‌شده را با توجه به نرخ تنزیل در نظر گرفته‌شده در عمرهای مختلف معدن، به‌عنوان هدف تولید در نظر می‌گیرد. بخش دوم از مدل‌های ریاضی محدودیت‌های برنامه‌ریزی است. محدودیت‌های استفاده‌شده در این تحقیق شامل حداکثر و حداقل ظرفیت تولید سالیانه، متوسط عیار تولید در طول

خوشه‌بندی را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، حداکثر تعداد خوشه‌های به‌دست‌آمده ۴۰ است. در این مرحله، خوشه‌بندی‌های جدید بر مبنای تناژ ماده معدنی موجود در بلوک‌های واقع در خوشه‌های مرحله اول انجام می‌گیرد. توزیع بلوک‌ها در داخل خوشه‌ها در راستای جنوب - شمال است.

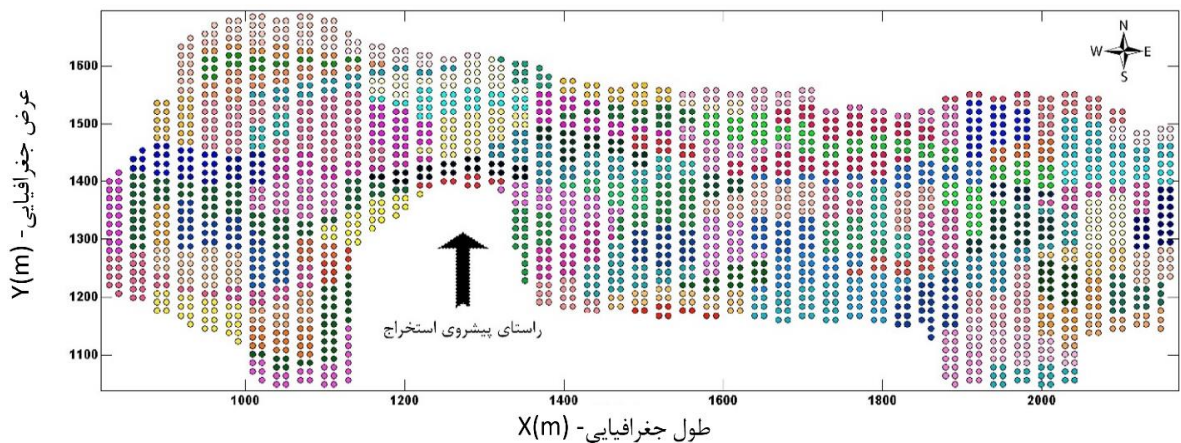
راستای پیشروی استخراج فرضی در نظر گرفته شد. شکل (۴) خوشه‌های ایجادشده در راستای جنوب - شمال را در مرحله اول نشان می‌دهد. همان‌طور که از این شکل مشخص است، حداکثر تعداد خوشه‌ها برابر با ۱۰ بوده، توزیع بلوک‌ها در داخل خوشه‌ها در این راستا است. شکل (۵) خوشه‌بندی‌های حاصل از مرحله دوم الگوریتم



شکل ۴: خوشه‌بندی در مرحله اول با داشتن ۱۰ خوشه، معیار شباهت فاصله‌داری و راستای استخراج

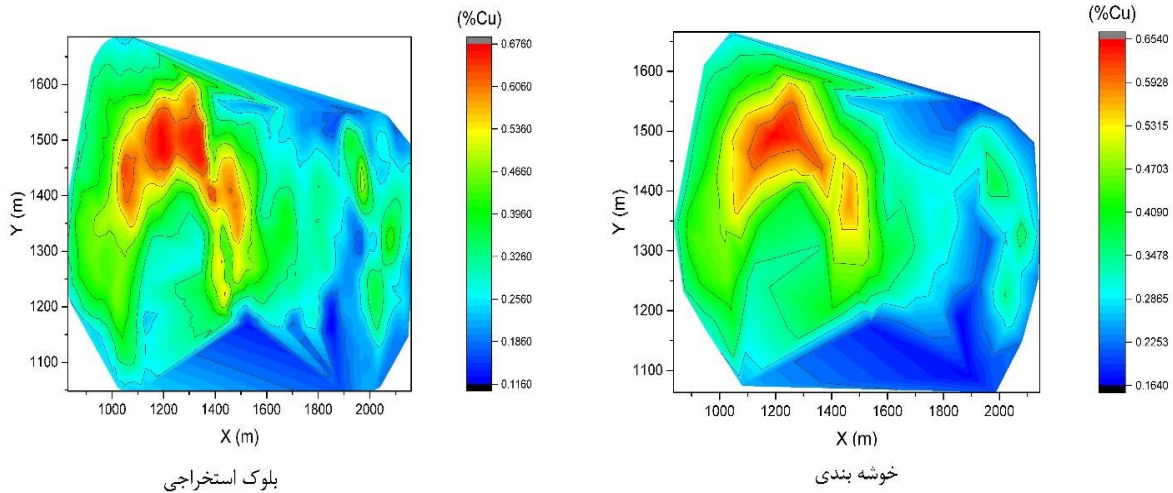


شکل ۵: خوشه‌بندی در مرحله دوم با داشتن ۴۰ خوشه، معیار شباهت تناژ ماده معدنی و راستای استخراج

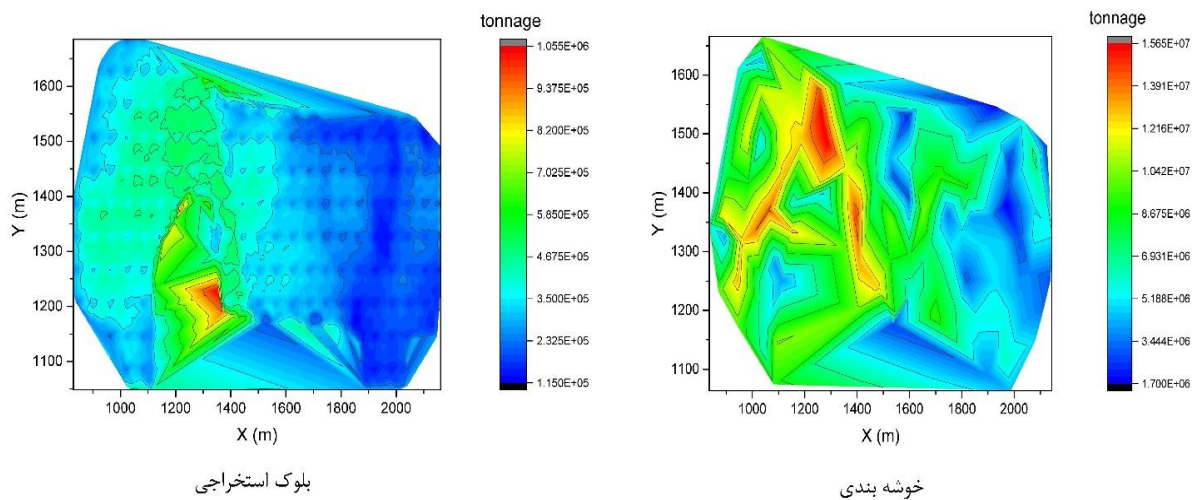


شکل ۶: خوشه‌بندی در مرحله سوم با داشتن ۱۰۹ خوشه، معیار شباهت متوسط عیار و راستای استخراج





شکل ۷: توزیع عیار در مدل خوشه‌بندی و مدل بلوک‌های استخراج



شکل ۸: توزیع تناژ ماده معدنی در مدل خوشه‌بندی و مدل بلوک‌های استخراج

شکل (۸) توزیع تناژ ماده معدنی را در مدل خوشه‌بندی و بلوک‌های استخراجی نشان می‌دهد. همان طور که از این شکل مشخص است، پراکندگی وزنی خوشه‌ها دارای توزیع نسبی مشابه با بلوک‌ها است و در نواحی مرکزی محدوده تمرکز بیشتری را نشان می‌دهند.

یکی از کاربردهای الگوریتم خوشه‌بندی با شاخص شباهت چندمرحله‌ای، کاهش تعداد متغیرها در مسائل برنامه‌ریزی ریاضی و در نتیجه کاهش زمان موردنیاز در اجرای مسائلی با ابعاد بزرگ است. در این تحقیق به منظور ارزیابی کارکرد این الگوریتم در چنین مسائلی، محدوده شامل ۲۴۷۸ بلوک استخراجی به ۱۰۹ خوشه با الگوریتم خوشه‌بندی چندمرحله‌ای تبدیل و با استفاده از مدل MILP هر دو مسئله اجرا شد. برای برنامه‌ریزی تولید در این تحقیق، از نرم‌افزارهای MATLAB و CPLEX استفاده شده است. مقدار اتمام بهینگی در هر دو مسئله برابر با ۱۰ درصد (

شکل (۶) نتایج خوشه‌بندی را در مرحله سوم نشان می‌دهد. در این مرحله بر مبنای توزیع عیار در بلوک‌های واقع در خوشه‌های ایجادشده از مرحله دوم، به خوشه‌بندی جدید این بلوک‌ها در داخل خوشه‌های مرحله قبل در راستای جنوب - شمال پرداخته می‌شود. حداکثر تعداد خوشه‌ها در این مرحله ۱۰۹ است.

با انجام خوشه‌بندی در سه مرحله متوالی، نتایج حاصل از خوشه‌های مرحله سوم در برنامه‌ریزی تولید استفاده می‌شود. همان‌طور که در شکل (۷) آمده، متوسط عیار تولیدی خوشه‌ها در دو راستای مختلف با متوسط عیار بلوک‌های استخراجی دارای روند تغییرات مشابهی است. در بخش‌های غربی محدوده، توزیع عیار در هر دو شکل، مقادیر بیشتری از بخش شرقی دارد. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، در خوشه‌بندی‌ها بیشترین عیار متوسط ۰.۶۵٪ است.

(EPGAP = 10%) در نظر گرفته شد.

هر دو مدل در طی ۳۲ دوره استخراجی مدل‌سازی شدند. ظرفیت استخراج سالیانه در هر دو مدل ۲۷.۵-۱۵ میلیون تن، حداکثر عمر فعالیت هر بلوک و خوشه ۵ سال، حداکثر تعداد بلوک‌های فعال در هر دو مدل ۵۵۰، حداکثر تعداد بلوک‌های جدید که می‌توانند در هر دوره وارد فرایند استخراج شوند ۲۵۰ و متوسط عیار استخراجی در هر دو مدل ۰.۳ تا ۰.۶ درصد است. راستای پیشروی استخراج از قسمت‌های جنوبی شروع و به سمت شمال محدوده در نظر گرفته شده است.

جدول ۳ نتایج برنامه‌ریزی تولید را برای بلوک‌های اصلی و خوشه‌های ایجاد شده از الگوریتم شاخص شباهت چندمرحله‌ای نشان می‌دهد.

همان طور که در این جدول آمده است، مدل MILP بلوک‌های استخراجی توانست بعد از حدود ۱۵ روز به جواب بهینه برسد و مدل خوشه‌بندی، در کمتر از ۲ روز موفق به حل این مسئله شد. در حالی که مقدار خطای ناشی

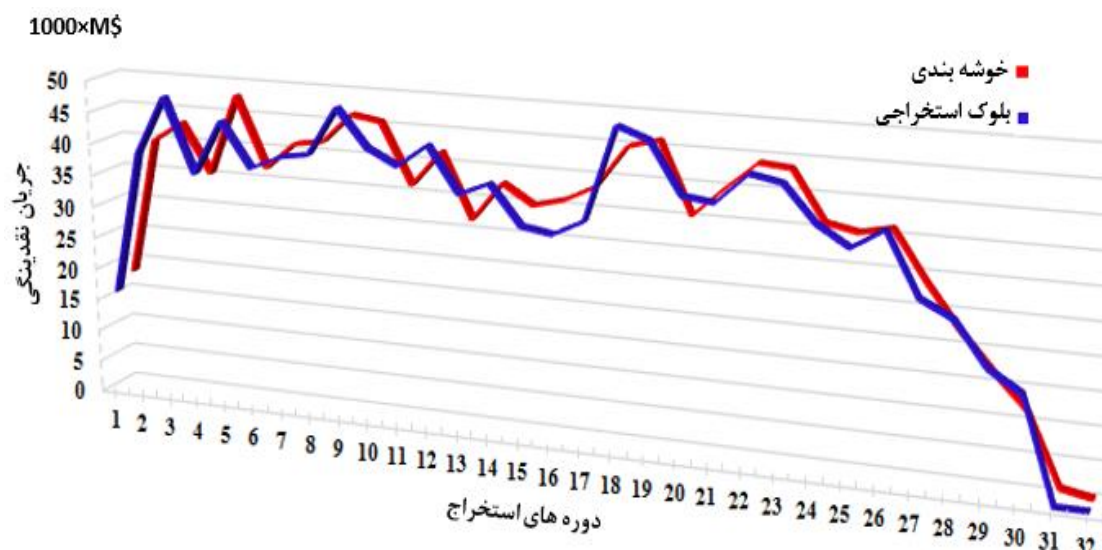
از تابع هدف مدل MILP در مسئله خوشه‌بندی نسبت به مسئله اصلی ۱.۸% کاهش داشته است. مقدار ماده معدنی استخراج شده در مدل اصلی نسبت به مدل خوشه‌بندی نیز کمتر از ۰.۴% افزایش داشته است.

توجه به این نکته ضروری است که زمان اجرای مدل در مسئله خوشه‌بندی نسبت به مسئله اصلی بیش از ۸۷ درصد کاهش نشان داده است. دلیل این کاهش در زمان محاسبات، کاهش تعداد محدودیت‌ها و تعداد متغیرهای تصمیم در مدل خوشه‌بندی نسبت به مدل اصلی است که به ترتیب این کاهش برابر با ۹۵ و ۹۶ درصد است.

شکل (۹) جریان نقدینگی تنزیل شده را برای هر دو مدل نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقادیر جریان نقدینگی در طی سال‌های مختلف برنامه‌ریزی شده در مدل بلوک استخراجی و مدل خوشه‌بندی با همدیگر اختلاف بسیار کمی داشته، روند کلی تغییرات در هر دو مدل مشابه است. بنابراین مقدار NPV به دست آمده از دو مدل با همدیگر اختلافی ناچیز دارد.

جدول ۳: نتایج حاصل از اجرای مدل MILP در مسئله خوشه‌بندی و بلوک‌های استخراجی

استخراج (%)	استخراج (ton)	NPV (M\$)	زمان CPU	تعداد متغیر تصمیم		تعداد محدودیت	
				پیوسته	گسسته		
۹۴/۸	۷۶۱/۸۷	۳۰۴۶۱۰	۳۷:۴۸:۱۱	۳۴۸۸	۶۹۷۶	۳۰۵۱۶	خوشه‌بندی
۹۵/۱	۷۶۴/۵۹	۳۱۰۲۴۷	۳۶:۰۰:۵:۲۹	۷۹۲۹۶	۱۵۸۵۹۲	۶۱۰۵۴۸	بلوک استخراجی



شکل ۹: جریان نقدینگی تنزیل شده در هر دو مدل

۹۶ درصد کاهش دهد.

## ۶- فهرست علائم

### شاخص

شاخص واحدهای تولید (بلوک در مدل بلوکی و خوشه در مدل خوشه بندی)	$d \in \{1, \dots, D\}$
شاخص دوره‌های زمان بندی تولید	$t \in \{1, \dots, T\}$
متغیر تصمیم پیوسته، بیانگر نسبت استخراج از واحد تولیدی $d$ ، در هر دوره $t$	$U_{d,t} \in [0, 1]$
اگر واحد تولیدی در دوره $t$ فعال باشد، متغیر تصمیم باینری، برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است.	$A_{d,t} \in \{0, 1\}$
متغیر تصمیم باینری، کنترل کننده تقدم استخراج از واحد تولیدی، اگر استخراج از واحد تولیدی در دوره $t$ شروع شده باشد، برابر با یک و در غیر این صورت برابر صفر است.	$Z_{d,t} \in \{0, 1\}$
حداکثر تعداد واحدهای تولیدی	$D$
عمر کل معدن	$T$
ارزش اقتصادی مواد استخراجی از هر ستون تخلیه در ارتباط با واحد تولید $d$	$Re_d$
حداکثر تعداد واحدهای تولید فعال در هر دوره زمانی $t$	$N_{Ad,t}$
حداقل تعداد واحدهای تولید جدید که در هر دوره زمانی	$N_{Ni,d,t}$
حداکثر تعداد واحدهای تولید جدید در هر دوره زمانی	$N_{Nu,d,t}$
کل تناژ ماده معدنی موجود در هر ستون تخلیه مرتبط با واحد تولیدی $d$	$Ton_d$
نرخ تنزیل	$i$

باید توجه کرد که اختلاف بسیار کم در مقدار تابع هدف (NPV) و مقدار ماده معدنی استخراج شده در هر دو مسئله به شیوه خوشه بندی ارائه شده در این تحقیق برمی گردد که توانست با حذف ضرایب اهمیت وزنی در محاسبه شاخص شباهت و همچنین با وارد کردن راستای خوشه بندی در محاسبات شاخص شباهت چندمرحله‌ای، خوشه بندی‌ها را به نحوی انجام دهد که دارای خصوصیات مشابه با مدل اصلی باشند. این الگوریتم می‌تواند در برنامه ریزی‌های مختلف معادن و همچنین در سایر کارهایی که نیاز به گروه بندی اطلاعات در داخل خوشه‌های مختلف برای کاهش ابعاد مدل‌ها و تجمیع اطلاعات دارد، مورد استفاده قرار گیرد تا زمان اجرای مدل‌ها کاهش یافته، فرایند تجمیع با کمترین خطا همراه باشد.

## ۵- نتیجه گیری

این مقاله یک الگوریتم تجمیع با شاخص شباهت چندمرحله‌ای ارائه کرده است که در طی چند مرحله و بر اساس تعداد پارامترهای شباهت مدنظر، فرایند خوشه بندی بلوک‌ها را انجام می‌دهد. این الگوریتم با داشتن انعطاف پذیری لازم، قابلیت کاربرد در تمام معادن یا علوم زمین، با پارامترهای شباهت گوناگون را دارد. در مسائل زمان بندی ریاضی تولید با ابعاد بزرگ که زمان اجرای مدل‌ها بسیار طولانی و در برخی مواقع بدون جواب‌اند، الگوریتم خوشه بندی با شاخص شباهت چندگانه به خوبی بر مشکل زمان اجرا فائق آمده، با کمترین خطا به جواب بهینه مسئله می‌رسد. این الگوریتم با حذف ضرایب اهمیت وزنی موجود در سیستم‌های خوشه بندی قبلی، موفق به حذف خطاهای ناشی از سلیقه طراحان در مقداردهی به چنین ضرایبی شد. همچنین این الگوریتم با وارد کردن راستای پیشروی استخراج در چند مرحله از فرایند خوشه بندی بلوک‌های استخراجی، عامل تعیین راستا را نیز در الگوریتم‌های تجمیع وارد کرد. اجرای این الگوریتم در مسائل زمان بندی تولید نشان داد که در مدل MILP خوشه بندی نسبت به مدل بلوک‌های استخراجی زمان اجرای مسئله تا ۸۶ درصد کاهش داشته، درحالی که مقدار خطا در محاسبه NPV بسیار کم و در حدود ۱.۸ درصد و مقدار تناژ استخراجی در حدود ۰.۴ درصد تفاوت داشته است. این الگوریتم توانست تعداد محدودیت‌ها و متغیرهای تصمیم را در مدل خوشه بندی به مدل بلوک‌های استخراجی به ترتیب ۹۵ و

حداکثر ظرفیت استخراج سالیانه از واحدهای تولید	$M_u$
حداقل ظرفیت استخراج سالیانه از واحدهای تولید	$M_l$
حداکثر تعداد مجاز دوره فعال بودن هر واحد تولیدی	$Max_{Life-Activity}$
حداکثر عیار قابل قبول استخراجی از واحدهای تولید در هر دوره زمانی	$G_{u,d,t}$
متوسط عیار وزنی هر واحد تولیدی	$\bar{G}_{d,t}$
<b>مخفف</b>	

CPU	Central Process Unit Non-Deterministic Polynomial-Time - Hard
MILP	Mixed Integer Linear Programing
NPV	Net Present Value
NP-Hard	Non-Deterministic Polynomial-Time - Hard

## ۷- مراجع

- [1] F. Nezhadshahmohammad, H. Aghababaei and Y. Pourrahimian, "Block cave extraction sequence and draw rate optimization using mathematical programming", International Journal of Mining and Mineral Engineering (IJMME), Inderscience Enterprises Ltd, Geneve, Switzerland, Geneva, 2017.
- [2] B.M. Maybee, "A Risk-based Evaluation Methodology for Underground Mine Planning", NR71893 PhD, Laurentian University Canada, 2011.
- [3] D.D. Munro, "Incline caving as a massive mining method", The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 113, 2013, pp. 555-563.
- [4] S. Opoku, "Modelling the optimum interface between open pit and underground mining for gold mines", PhD, University of the Witwatersrand, Johannesburg, 2013.
- [5] I. Litvinchev and V. Tsurkov, "Aggregation in Large-Scale Optimization", Springer US, 2003.
- [6] علی حیدری بیوکی، طاهره خادمیو حسن زارع، «توسعه روش تحلیل پوششی داده‌ها به منظور خوشه‌بندی مشتریان اعتباری بانک‌ها»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، سال ۱۳، شماره ۴، ۱۳۹۴، صفحه ۷۴-۵۹.
- [7] هادی مختاری، معین بهادری و جواد غلام‌نژاد، «برآورد ارزش اقتصادی بلوک استخراجی برای طراحی پیشروی‌ها در معادن روباز با در نظر گرفتن عدم قطعیت عیار، نمونه مطالعاتی: معدن سنگ آهن چادرملو»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، سال ۱۴، شماره ۴۷، ۱۳۹۵، صفحه ۲۴۰-۲۲۹.
- [8] رضا خدایی، محمدعلی بالافر و سید ناصر رضوی، «بسط پرس‌وجو با خوشه‌بندی اسناد شبه بازخورد با شباهت حساس به پرس‌وجو»، مجله مدل‌سازی در مهندسی، سال ۱۴، شماره ۴۷، ۱۳۹۵، صفحه ۲۵۴-۲۴۳.
- [9] R. Epstein, S. Gaete and F. Caro, "Optimizing long term planning for underground copper mines", 5th

- International conference Proceedings of Copper, Santiago, 2003.
- [10] A. M. Newman and M. Kuchta, "Using aggregation to optimize long-term production planning at an underground mine", *European Journal of Operational Research* 176, 2007, pp. 1205-1218.
- [11] A. Weintraub, M. Pereira and X. Schultz, "A Priori and A Posteriori Aggregation Procedures to Reduce Model Size in MIP Mine Planning Models", *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 30, 2008, pp. 297-302.
- [12] D.C. Panigrahi and H.B. Sahu, "Application of hierarchical clustering for classification of coal seams with respect to their proneness to spontaneous heating", *Mining Technology*, 103, 2004, pp. 97-106.
- [13] Y. Pourrahimian, H. Askari Nasab and D. Tannant, "A multi-step approach for block-cave production scheduling optimization", *International Journal of Mining Science and Technology*, 23, 2013, pp. 739-750.
- [14] Y. Pourrahimian and H. Hooman Askari Nasab, "An application of mathematical programming to determine the best height of draw in block-cave sequence optimisation, *Mining Technology*", *Trans. Inst. Min. Metall. A*, 123, 2014, pp. 162-172.
- [15] S. Ramazan and R. Dimitrakopoulos, "Recent applications of operations research in open pit mining", *SME Transactions*, 316, 2004, pp. 73-78.
- [16] S. Ramazan, "The New Fundamental Tree Algorithm for Production Scheduling of Open Pit Mines". *European Journal of Operational Research*, 177(2), 2007, pp.1153-1166.
- [17] M. Zhang, "Combining Genetic Algorithms and Topological Sort to Optimise Open Pit Mine Plans", Paper presented at the 15th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, (MPES), Torino, Italy, 2006.
- [18] N. Boland, I. Dumitrescu, G. Froyland and A.M. Gleixner, "LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity", *Computers & Operations Research*, 36, 2009, pp. 1064-1089.
- [19] H. Ren and E. Topal, "Using Clustering Methods for Open Pit Mine Production Scheduling", *Journal of Research Projects Review*, 3, 2014, pp. 45-49.
- [20] E. Jelvez, N. Morales, P. Nancel-Penard, J. Peypouquet and P. Reyes, "Aggregation heuristic for the open-pit block scheduling problem", *European Journal of Operational Research*, 249, 2016, pp. 1169-1177.
- [21] A. Bley, N. Boland, Ch. Fricke and G. Froyland, "A Strengthened Formulation and Cutting Planes for the Open Pit Mine Production Scheduling Problem", *Computers & Operations Research*, 37(9), 2010, pp.1641-1647.
- [22] M. Tabesh and H. Askari Nasab, "Automatic Creation of Mining Polygons using Hierarchical Clustering Techniques", *Journal of Mining Science*, 49(3), 2013, pp. 426-439.
- [23] M. Tabesh, C. Mieth and H. Askari Nasab, "A Multi-Step Approach to Long-Term Open-Pit Production Planning", *International Journal of Mining and Mineral Engineering*, 5(4), 2014, pp. 273-298.
- [24] D. Sloan, *Mine Management*, Chapman and Hall, London, 1983.
- [25] L. Feng, M. Qiu, Y-X. Wang, Q-L. Xiang, Y-F. Yang and K. Liu, "A Fast Divisive Clustering Algorithm Using an Improved Discrete Particle Swarm Optimizer", *Pattern Recognition Letters*, 31, 2010, pp. 1216-1225.
- [26] F. Nezhadshahmohammad, Y. Pourrahimian and H. Aghababaei, "Presentation of a multi-index clustering technique for the mathematical programming of block-cave scheduling", *International Journal of Mining Science and Technology*, 2017.
- [27] M. Tabesh and H. Askari Nasab, "Automatic Creation of Mining Polygons Using Hierarchical Clustering Techniques", *Mining Science*, 49, 2013, pp. 426-440.
- [28] F. Nezhadshahmohammad, H. Aghababaei and Y. Pourrahimian, "Conditional draw control system in block-cave production scheduling using mathematical programming", *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 2017, pp. 1-24.