

## حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن سفرهای چندگانه و پنجره های زمانی در مدیریت پسماند شهری با استفاده از الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری

عرفان بابایی تیرکلایی<sup>۱\*</sup>، ایرج مهدوی<sup>۲</sup> و میر مهدی سید اصفهانی<sup>۳</sup>

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۹۷/۰۸/۱۸	
پذیرش مقاله: ۹۷/۱۲/۱۱	
<b>واژگان کلیدی:</b> مسأله مسیریابی وسایل نقلیه، سفرهای چندگانه، جمع آوری زباله شهری، الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری، الگوریتم شبیه سازی تبرید.	یکی از مهم ترین مسائل نگران کننده جوامع بشری در سال های اخیر مدیریت پسماند شهری بوده که از جمله ملزومات اصلی هر شهر می باشد و بی توجهی نسبت به آن می تواند برای هر شهر و حتی ساکنان روستاهای اطراف آن مشکل آفرین باشد. مناطق شهری بیشترین مقدار زباله را تولید کرده و در نتیجه به یک سیستم کارا جهت جمع آوری زباله و دفع آن نیازمند است که تعیین و تثبیت آن بسیار مشکل و هزینه بر است. در این راستا، این مقاله به بررسی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با در نظر گرفتن سفرهای چندگانه و پنجره های زمانی مختص به جمع آوری زباله شهری با هدف کمینه سازی هزینه کل شامل هزینه های مسیریابی، هزینه های جریمه خروج از پنجره های زمانی سرویس و هزینه های بکارگیری وسایل نقلیه می پردازد. برای حل مسأله در ابعاد کاربردی، الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری (GWO) توسعه می یابد و عملکرد آن در مقابل حل کننده CPLEX نرم افزار GAMS و الگوریتم شبیه سازی تبرید (SA) مورد ارزیابی قرار می گیرد. نتایج بدست آمده بیانگر آن است که الگوریتم GWO پیشنهادی دارای عملکرد قابل قبولی در تولید جواب های با کیفیت می باشد. در نهایت، برای مطالعه رفتار تابع هدف در مقابل تغییرات پارامتر تقاضا در دنیای واقعی، آنالیز حساسیت بر روی این پارامتر انجام شده و سیاست بهینه مدیریتی تحلیل می شود.

### ۱-مقدمه و پیشینه مطالعاتی

گسترش بی رویه شهرها و افزایش چشمگیر جمعیت شهری به ویژه در سال های اخیر موجب افزایش بیش از پیش مصرف و در نتیجه افزایش تولید انواع پسماند در مناطق شهری گردیده است. امروزه تولید انواع زباله های جامد و بروز انواع ناسازگاری های اجتماعی، اقتصادی و زیست-محیطی مربوط به آن ها، مدیریت خدمات شهری را با مشکلات عدید ای در زمینه جمع آوری، حمل و نقل، پردازش و دفع این گونه زائدات مواجه ساخته است. این

پسماندها توسط منازل مسکونی، و پسماندهای مشابه تولیدشده توسط واحدهای تجاری، صنعتی، و موسساتی از قبیل مدارس، بیمارستان، مراکز مراقبت، و مراکز عمومی شامل خیابان ها، بازارها، ایستگاه های اتوبوس، پارک ها، سرویس های بهداشتی عمومی و ... می باشد که با عنوان "پسماندهای جامد شهری" نیز شناخته می شوند. از آنجایی که ۶۰ تا ۸۰ درصد هزینه های مدیریت پسماندهای جامد شهری مربوط به بخش جمع آوری و حمل و نقل زباله ها می باشد، ارزیابی این سیستم و بهینه سازی آن، نقش بسزایی

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: e.babae@ustmb.ac.ir

۱. دانشجوی دکترای مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

۲. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علوم و فنون مازندران، بابل، ایران

۳. استاد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

خروج از پنجره‌های زمانی، در عین پیچیدگی بسیار بالا به مباحث کاربردی در عمل بسیار نزدیک می‌گردد. از مثال-های مشخص این مسأله، می‌توان به توزیع پول نقد به شعب بانک‌ها، جمع‌آوری زباله‌ها و ضایعات صنعتی، توزیع سوخت به جایگاه‌های پخش و سرویس مدارس و غیره در عمل اشاره کرد. بطور کل در هر VRPTW با دو فاز مسیریابی و برنامه‌ریزی وسایل نقلیه مواجه هستیم [۵].

در این پژوهش، مسأله VRPTW با در نظر گرفتن وسایل نقلیه ناهمگن دارای سفرهای چندگانه و محدودیت‌های زمانی بکارگیری مختص به جمع‌آوری زباله شهری مطرح می‌شود که بر خلاف اکثر مسائل مسیریابی پس از رسیدن به نقاط تقاضا به جای تحویل تقاضا، بارگیری تقاضا انجام خواهد شد و تا زمانی که ظرفیت وسیله نقلیه در سفر مورد نظر تکمیل نشود و یا زمان باقیمانده بکارگیری از وسایل نقلیه به اندازه کافی باشد، جمع‌آوری زباله‌ها ادامه خواهد داشت. در واقع وسایل نقلیه با ظرفیت صفر سفر خود را از قرارگاه آغاز کرده و پس از رسیدن به نقاط تقاضا که در شبکه جمع‌آوری زباله شهری تعریف شده است، رفته رفته ظرفیت خود را کامل می‌کنند و سپس به سکوی تخلیه بار رفته و مجدداً ظرفیت خود را صفر می‌کنند و در صورت وجود زمان کافی، دوباره سفر خود را از سکوی تخلیه به سوی منطقه عملیاتی آغاز می‌کنند. در واقع در این نوع مسیریابی سرویس‌دهی معکوس ارائه می‌شود.

در ادامه، برخی از مهم‌ترین پژوهش‌های مرتبط انجام گرفته در ادبیات موضوع بررسی می‌شود. بلترامی و بودین [۶] یکی از اولین مسائل مسیریابی در جمع‌آوری زباله را به صورت مسأله مسیریابی VRP کلاسیک برای جمع‌آوری زباله شهرداری‌های نیویورک و واشنگتن همراه با انواع مختلف وسایل نقلیه (کامیون، قایق‌های بارکش، کشتی‌های یدک‌کش، جاروهای مکانیکی) ارائه کردند. آن‌ها توانستند در تعیین مسیر بهینه، الگوریتم ابتکاری کلارک و رایت [۷] را بهبود دهند. نتیجه کار آن‌ها در این شهرداری‌ها پیاده شد و منفعت‌های بسیاری را از لحاظ هزینه ایجاد نمود.

تونگ و پینوی [۸] الگوریتم ابتکاری سولومون [۹] را جهت حل مسأله VRPTW اصلاح کرده و آن را برای مسأله جمع-آوری زباله در شهر هانوی ویتنام اعمال کردند. آن‌ها علاوه بر در نظر گرفتن فرضیات کلاسیک VRPTW، یک محل عملیاتی جهت دفع زباله‌های جمع‌آوری شده نیز در نظر

در کاهش و حل مشکلات مدیریت خدمات شهری خواهد داشت [۱]. از همین رو، مسأله جمع‌آوری زباله شهری را می‌توان به صورت نسخه‌های مختلفی از مسائل مسیریابی وسایل نقلیه<sup>۱</sup> (VRP) فرموله و تدوین نمود. مسأله VRP قابلیت پیاده‌سازی و مدل‌سازی بازه وسیعی از مسائل روزمره مانند حمل و نقل، مدیریت زنجیره تامین، برنامه-ریزی تولید و ارتباطات را دارا می‌باشند. این مسأله ابتدا در سال ۱۹۵۹ توسط دانتریگ و رامسر [۲] انجام شد. و از آن پس، VRP مورد توجه و مطالعه بسیاری از محققان قرار گرفته است. هدف اصلی آن طراحی مجموعه‌ای از مسیرها (که از یک قرارگاه آغاز و به همان قرارگاه منتهی می‌شود) برای وسایل نقلیه با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت جهت کمینه نمودن هزینه کل یا مجموع مسافت پیموده شده است. هر مشتری تنها یک بار سرویس خود را دریافت می‌کند و به تمام مشتری‌ها باید سرویس داده شود.

امروزه علاقه‌ای رو به رشد در بحث جمع‌آوری و حمل و نقل پسماندهای شهری وجود دارد که با توجه به تهدیدات عمده برای سلامت انسان و تاثیر آن بر محیط زیست، مدیریت زباله‌های خطرناک شهری مستلزم توجه بسیار بیشتری و از اولویت بالاتری جهت سرویس‌دهی برخوردار است. با این وجود در ادبیات موضوع کمبود تکنیک‌هایی خاص به منظور بهینه‌سازی چنین فعالیت‌های بزرگ و بحرانی وجود دارد. برای پر کردن این شکاف، یک رویکرد پیشنهادی، می‌تواند ارائه و پیاده‌سازی مسائل مسیریابی و زمانبندی وسایل نقلیه برای جمع‌آوری و دفع زباله‌های شهری می‌باشد [۳]. در این میان، مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره زمانی<sup>۲</sup> (VRPTW) مسأله تعمیم یافته‌ای از مسأله مسیریابی وسایل حمل و نقل با محدودیت ظرفیت است که در آن سرویس به هر مشتری باید در یک بازه زمانی معین (این بازه زمانی به پنجره زمانی معروف است) صورت گیرد و به نوعی اولویت سرویس‌دهی بر اساس آن تعیین می‌شود [۴]. این مسأله با توجه به اهمیت بالایی که در بحث زمان سرویس‌دهی در یک بازه زمانی دارد، در عمل از کاربرد بیشتری برخوردار بوده و لذا توجه بیشتری را در محافل علمی به خود معطوف نموده است. مسأله VRPTW پیچیدگی‌های زیادی داشته که در صورت اضافه شدن محدودیت‌های زمانی استفاده از وسایل نقلیه و هزینه‌های

<sup>2</sup> Vehicle Routing Problem with Time Windows

<sup>1</sup> Vehicle Routing Problem

توانستند کارایی الگوریتم پیشنهادی خود را در مقایسه با حل-کننده<sup>۴</sup> CPLEX اثبات کنند. عرفانی و همکاران [۱۶] به توسعه یک رویکرد جدید برای حل مسأله مکانیابی سطل‌های زباله و تعیین مسیرهای بهینه جمع‌آوری وسایل نقلیه با استفاده از سیستم اطلاعات جغرافیایی<sup>۵</sup> (GIS) پرداختند. آن‌ها برای ارزیابی کاربردی بودن رویکرد پیشنهادی خود، به بررسی یک مسأله مطالعه موردی در ایران پرداختند. اخیراً نیز تیرکلایی و همکاران [۱۷] به توسعه یک الگوریتم SA برای حل مسأله استوار CARP با در نظر گرفتن سفرهای چندگانه و تقاضای غیرقطعی پرداختند. آن‌ها کارایی الگوریتم پیشنهادی خود را در مقایسه با حل‌کننده CPLEX مورد آزمون قرار دادند.

از سوی دیگر، مطالعات اندکی در راستای توسعه مسائل مسیریابی در زمینه جمع‌آوری زباله شهری در داخل کشور انجام گرفته است که مهمترین آن‌ها در ادامه تشریح می‌گردد. در بحث بررسی مسائل مسیریابی مشابه با جمع‌آوری زباله، مهدوی و همکاران یک مسأله VRPTW با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت و محدودیت زمانی وسایل نقلیه ارائه کردند [۱۸]. در مدل آن‌ها یک ناوگان ثابت غیر یکنواخت با تعداد ثابتی از وسایل نقلیه جهت جمع‌آوری کل زباله‌های تولیدشده در نظر گرفته شد. هدف مسأله آن‌ها تعیین حداقل تعداد وسیله نقلیه، حداقل ظرفیت بیکار و حداقل زمان بکارگیری آن‌ها برای سرویس‌دهی بوده است. در پژوهشی دیگر، علینقیان و همکاران به مطالعه یک مسأله CARP با تقاضای فازی به همراه ارائه یک مطالعه موردی در شهر اصفهان پرداختند [۱]. آن‌ها برای حل مسأله، از یک الگوریتم ژنتیک<sup>۶</sup> (GA) ترکیبی به همراه شبیه‌سازی احتمالی مونت کارلو بهره بردند. در تحقیقی دیگر، شابندرزاده و همکاران [۱۹] به ارائه یک مدل ریاضی برای حل مسأله VRPTW مختص به جمع‌آوری زباله پرداختند. آن‌ها برای ارزیابی مدل پیشنهادی خود، چندین مسأله در ابعاد کوچک را با نرم‌افزار CPLEX و الگوریتم SA حل کرده و نتایج را با هم مقایسه کردند. هم‌چنین، در نهایت توانستند یک مسأله مطالعه موردی را نیز با استفاده از الگوریتم پیشنهادی خود مورد بررسی قرار دهند.

گرفتند. آن‌ها از عملگرهای 2-Opt و Or-Opt برای بهبود کیفیت جواب‌های الگوریتم استفاده کردند.

پوت و همکاران [۱۰] یک مسأله VRP همراه با محدودیت‌های مرتبط با دنیای واقعی از قبیل در نظر گرفتن ظرفیت چندگانه، محدودیت‌های محلی، پنجره‌های زمانی چندگانه و ... ارائه کردند. آن‌ها از یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر صرفه جویی جهت اعمال این محدودیت‌ها در حل مسأله خود استفاده کردند. آرینقیری و همکاران [۱۱] نیز به مطالعه مسیریابی وسایل نقلیه زباله‌های بازیافتی از جمله کاغذ، فلزات، چوب، شیشه و ... پرداختند و هم‌چنین یک مدل گراف مبتنی بر مسأله مسیریابی وسایل نقلیه نامتقارن<sup>۱</sup> (AVRP) را فرموله کرده و به وسیله الگوریتم‌های ابتکاری آن را حل کردند.

کیم و همکاران [۱۲] یک مسأله VRPTW متناسب با جمع-آوری زباله با در نظر گرفتن زمان استراحت و ناهار رانندگان ارائه کردند. هدف آن‌ها کمینه‌سازی تعداد وسایل نقلیه و زمان کل سفر بوده است و برای حل مسأله از یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر خوشه‌بندی مناطق استفاده کرده و در مدیریت پسماند شمال آمریکا پیاده‌سازی کردند. دتولی و همکاران [۱۳] مدل مسیریابی و برنامه‌ریزی خودرو جهت تعیین مسیرهای بهینه برای حمل و نقل و دفن پسماندهای خطرناک و هم‌چنین اختصاص مسیرهای بدست آمده به ناوگان حمل و نقل پیشنهاد کردند و بر روی مثال‌های آزمایشی پیاده‌سازی نمودند. اینقلز و همکاران [۱۴] امکان استفاده از وسایل حمل و نقل چندمنظوره و حمل و نقل در آب‌های داخلی به جای استفاده از کامیون‌ها برای جابه‌جایی عمده زباله‌های خانگی مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به توسعه یک مدل برنامه‌ریزی تاکتیکی پویا پرداختند که مجموع هزینه‌های حمل و نقل، هزینه‌های زیست‌محیطی و اجتماعی را به حداقل می‌رساند. در نهایت توانستند، رویکرد پیشنهادی خود را در یک مسأله مطالعه موردی در شمال بلژیک مورد ارزیابی قرار دهند.

بابایی تیرکلایی و همکاران [۱۵] نیز به توسعه یک مدل ریاضی استوار برای حل مسأله مسیریابی کمان ظرفیت دار<sup>۲</sup> (CARP) مختص به مسأله جمع‌آوری زباله شهری در شرایط عدم قطعیت پرداختند. آن‌ها برای حل مسأله خود به توسعه یک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید<sup>۳</sup> (SA) ترکیبی پرداختند و

<sup>4</sup> Solver

<sup>5</sup> Geographic Information System

<sup>6</sup> Genetic Algorithm

<sup>1</sup> Asymmetric Vehicle Routing Problem

<sup>2</sup> Capacitated Arc Routing Problem

<sup>3</sup> Simulated Annealing

## ۱-۲- نوآوری های متدولوژی پیشنهادی پژوهش

پس از بررسی موشکافانه ادبیات موضوع و بررسی مطالعات انجام گرفته در زمینه پژوهش، نوآوری های این تحقیق به شرح زیر می باشد:

- ارائه مدل جدید بهینه سازی برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای مسأله VRPTW با در نظر گرفتن سفرهای چندگانه و محدودیت زمانی بکارگیری وسایل نقلیه (که نقش اصلی در تعیین تعداد وسایل نقلیه مورد نیاز و تعداد سفرهای تشکیل شده دارد) که در بحث مدیریت پسماند شهری قابل پیاده سازی باشد.
- پنجره های زمانی بیانگر نوعی اولویت در سرویس دهی به گره های تقاضا می باشد و بر این اساس گره های تولیدکننده زباله های خطرناک شهری هم چون بیمارستان ها می توانند دارای پنجره های زمانی تنگ تری نسبت به گره های تقاضای عادی باشند که در مسأله در نظر گرفته شده است.
- در نظر گرفتن مکان های مجزا برای سکوی تخلیه پسماندهای جمع آوری شده توسط وسایل نقلیه علاوه بر وجود یک قرارگاه وسایل نقلیه جهت آغاز سفر- وسایل نقلیه سفر اول خود را از قرارگاه آغاز کرده و به سکوی تخلیه ختم می کنند و در صورت امکان سفرهای بعدی خود را از سکوی تخلیه آغاز و مجدداً به سکوی تخلیه ختم می کنند.
- توسعه یک روش ابتکاری سازنده جهت تولید جواب های اولیه برای مسأله.
- پیاده سازی الگوریتم جدید بهینه سازی گرگ خاکستری<sup>۱</sup> (GWO) و الگوریتم SA برای حل اثربخش مسائل در ابعاد بزرگ و مقایسه کارایی آن ها در مقابل یکدیگر و حل کننده CPLEX.
- انجام آنالیز حساسیت بر روی پارامتر حجم زباله تولید شده در هر گره و مطالعه رفتار تابع هدف در مقابل تغییرات آن در شرایط ناپایدار دنیای واقعی جهت تعیین سیاست های بهینه مدیریتی.

در ادامه مقاله و در بخش دوم تعریف مسأله و مدل ریاضی پیشنهادی ارائه می شود. سپس روش حل پیشنهادی در بخش سوم، و پس از آن در بخش چهارم نتایج عددی حاصل از اجرای الگوریتم ها مطرح می شود. در نهایت نیز در بخش پنجم،

نتیجه گیری و پیشنهادات آتی پژوهش بررسی می شود.

## ۲- متدولوژی تحقیق

مسأله مورد بررسی پژوهش بدنبال بدست آوردن تعداد بهینه وسایل نقلیه و تعیین سفرهای بهینه برای هر یک از این وسایل نقلیه با توجه به کمینه سازی تابع هدف کل شامل هزینه بکارگیری وسایل نقلیه، هزینه عبور از یال های شبکه حمل و نقل و هزینه های جریمه خروج از پنجره های زمانی مجاز می باشد. شبکه مورد نظر را می توان با گراف  $G=(NE, NT)$  نمایش داد و در آن  $NT=\{1, 2, \dots, n\}$  مجموعه ای از گره ها است که گره شماره ۱ بیانگر قرارگاه وسایل نقلیه و گره شماره  $n$  بیانگر سکوی تخلیه می باشد و مابقی گره ها نیز نشان دهنده گره های دارای زباله (گره های تقاضا) هستند.

وسایل نقلیه قبل از آغاز سفر در قرارگاه قرار دارند و سفر خود را جهت سرویس دهی به گره های تقاضا از آنجا آغاز می کنند و پس از پر شدن ظرفیت آن ها به محل سکوی تخلیه می روند تا ظرفیت خود را صفر کنند و دوباره در صورت امکان سفر خود را از سکوی تخلیه آغاز کنند و به محل عملیاتی باز گردند. علاوه بر در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت، محدودیت زمانی هر یک از وسایل نقلیه نیز در مسأله پیشنهادی دارای اهمیت است؛ هنگامی که زمان باقیمانده وسایل نقلیه صفر شود به ناچار باید به سکوی تخلیه برگشته و پس از خالی کردن بار خود، در نهایت به قرارگاه بازگردند. از سوی دیگر، در نظر گرفتن بازه های زمانی نرم در کنار بازه های زمانی سخت برای هر یک از نقاط تقاضا جهت برپایی سیاست های بهینه جمع آوری زباله شهری دارای اهمیت است و منجر به پیچیدگی مسأله خواهد شد.

مفروضات اصلی این مسأله عبارتند از:

- هر گره تقاضا، تنها توسط یک وسیله نقلیه سرویس داده می شود.

- یک نقطه قرارگاه و یک سکوی جهت تخلیه زباله جمع آوری شده وسایل نقلیه وجود دارد.

- وسایل نقلیه سفر خود را از قرارگاه آغاز می کنند و پس از هر بار تکمیل ظرفیت، به سکوی تخلیه رفته و سپس در صورت داشتن زمان باقیمانده، دوباره سفر خود را از سکوی تخلیه آغاز کنند.

- وسایل نقلیه ناهمگن بوده و شبکه گراف نامتقارن است.

- وسایل نقلیه پس از پایان سفر خود در نهایت به قرارگاه باز

<sup>1</sup> Grey Wolf Optimization

می‌گردند.	$Pl$	هزینه واحد دیرکرد سرویس‌دهی به هر
- هر وسیله نقلیه دارای حداکثر زمان به خدمت گرفتن می- باشد.	$(e_j, l_j)$	گره تقاضا
- هر وسیله نقلیه می‌تواند دارای چندین سفر باشد، که سفر اول از قرارگاه به سکوی تخلیه و سفرهای بعدی از سکوی تخلیه به سکوی تخلیه می‌باشد.	$(ee_j, ll_j)$	بازه زمانی سخت برای سرویس‌دهی به هر گره تقاضای $z$ ام
- زمان و هزینه طی کردن یک مسیر در بین تمامی وسایل نقلیه یکسان است.	$W_k$	ظرفیت وسیله نقلیه $k$ ام
- هر گره تقاضا دارای دو پنجره زمانی سخت و نرم جهت سرویس‌دهی بوده که خروج از پنجره زمانی نرم با تحمیل هزینه جریمه همراه است و خروج از پنجره زمانی سخت امکان‌پذیر نیست.	$d_j$	میزان تقاضای گره تقاضای $z$ ام
	$T_{max}$	زمان در دسترس هر وسیله نقلیه
	$M$	عدد بزرگ
	$ul$	واحد زمان بارگیری وسایل نقلیه در گره- های دارای زباله
<b>اندیس‌ها و مجموعه‌ها:</b>	$uu$	واحد زمان تخلیه بار وسایل نقلیه در سکوی تخلیه
$NT$ مجموعه کل گره‌ها	$t_{ij}$	زمان طی کردن کمان $(i, j)$
$NC = NT \setminus \{1, n\}$ مجموعه گره‌های تقاضا؛	$cv_k$	هزینه بکارگیری وسیله نقلیه $k$ ام
$NE$ مجموعه کل یال‌های شبکه متشکل از گره‌ها	$\theta$	ضریب تبدیل مسافت به هزینه
$K$ مجموعه وسایل نقلیه		
$R$ مجموعه سفرهای وسایل نقلیه		
$S$ هر زیر مجموعه اختیاری از مجموعه گره‌های تقاضا		
$i$ و $j$ اندیس گره‌های تقاضا		
$k$ اندیس وسایل نقلیه		
$r$ اندیس سفرهای وسایل نقلیه		
<b>پارامترها:</b>		
$c_{ij}$ مسافت بین گره $i$ و گره $j$		
$Pe$ هزینه واحد زودکرد سرویس‌دهی به هر گره تقاضا		

**متغیرهای غیر تصمیم مسأله:**

$$x_{jik}^r = \begin{cases} 1, & \text{اگر وسیله نقلیه } k \text{ ام در سفر } r \text{ ام خود از گره } i \text{ به گره } j \text{ برود} \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (1)$$

$$y_{jk}^r = \begin{cases} 1, & \text{اگر وسیله نقلیه } k \text{ ام در سفر } r \text{ ام خود تقاضای گره } j \text{ را برآورده کند} \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (2)$$

$$u_k = \begin{cases} 1, & \text{اگر وسیله نقلیه } k \text{ ام بکار گرفته شود} \\ 0, & \text{در غیر این صورت} \end{cases} \quad (3)$$

روابط ریاضی شامل تابع هدف و محدودیت‌ها عبارتند از:

$$\text{minimize } Z = \theta \left( \sum_{i \in NT} \sum_{j \in NT} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} c_{ij} x_{ijk}^r \right) + \sum_{k \in K} \sum_{i \in NC} (Pe Y_{eki} + Pl Y_{lki}) + \sum_{k \in K} cv_k u_k \quad (۴)$$

subject to

$$\sum_{j \in NT} x_{ijk}^r = \sum_{j \in NT} x_{jik}^r \quad \forall i \in NT, \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (۵)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R} y_{jk}^r = 1 \quad \forall j \in NC, \quad (۶)$$

$$\sum_{i \in NT} \sum_{i \in NC} d_j y_{jk}^r \leq W_k \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (۷)$$

$$y_{jk}^r \leq x_{ijk}^r \quad \forall i, j \in NT, \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (۸)$$

$$\sum_{(i,j) \in NE} \sum_{r \in R} x_{ijk}^r \leq M u_k \quad \forall k \in K, \quad (۹)$$

$$LT_k^r = ul \sum_{j \in NC} d_j y_{jk}^r \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (۱۰)$$

$$UT_k^r = uu \sum_{j \in NC} d_j y_{jk}^r \quad \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (۱۱)$$

$$\sum_{r \in R} LT_k^r + \sum_{r \in R} UT_k^r + \sum_{(i,j) \in NE} \sum_{r \in R} t_{ij} x_{ijk}^r \leq T_{max} \quad \forall k \in K, \quad (۱۲)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{\substack{j \in S \\ i \neq j}} \sum_{k \in K} x_{ijk}^r \leq |S| - 1 \quad \forall S \subseteq NC; |S| \geq 2, \forall r \in R, \quad (۱۳)$$

$$\sum_{j \in NC} x_{1jk}^1 \geq \sum_{j \in NC} x_{njk}^2 \quad \forall k \in K, \quad (۱۴)$$

$$\sum_{j \in NC} x_{njk}^r \geq \sum_{j \in NC} x_{njk}^{r+1} \quad \forall r \in \{2, 3, \dots, |R| - 1\}, \forall k \in K, \quad (۱۵)$$

$$tt_j = \sum_{i \in NT} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} (tt_i + t_{ij}) x_{ijk}^r \quad \forall j \in NC, \quad (۱۶)$$

$$tt_i = 0 \quad \forall i = 1, \quad (۱۷)$$

$$e_i \leq tt_i \leq l_i \quad \forall i \in NC, \quad (۱۸)$$

$$Ye_{ki} \geq ee_i - tt_i \quad \forall k \in K, \forall i \in NC, \quad (۱۹)$$

$$Yl_{ki} \geq tt_i - ll_i \quad \forall k \in K, \forall i \in NC, \quad (۲۰)$$

$$\sum_{j \in NC} x_{1jk}^1 = u_k \quad \forall k \in K, \quad (۲۱)$$

$$\sum_{i \in NC} x_{ink}^1 = u_k \quad \forall k \in K, \quad (۲۲)$$

$$\sum_{i \in NC} x_{ink}^r \leq M(1 - u_k) + 1 \quad \forall r \geq 2, \forall k \in K, \quad (23)$$

$$\sum_{j \in NC} x_{njk}^r \leq M(1 - u_k) + 1 \quad \forall r \geq 2, \forall k \in K, \quad (24)$$

$$x_{n1k}^r \geq x_{n1k}^{r-1} \quad \forall r \geq 2, \forall k \in K, \quad (25)$$

$$\sum_{r \in R} x_{n1k}^r = u_k \quad \forall k \in K, \quad (26)$$

$$x_{ijk}^r, y_{jk}^r, u_k \in \{0,1\}, Y_{eki}, Y_{lki}, tt_i, LT_k^r, UT_k^r \geq 0 \quad \forall (i,j) \in NE, \forall k \in K, \forall r \in R. \quad (27)$$

محدودیت‌های (۱۶) تا (۱۸) رعایت زمان سرویس‌دهی به گره‌های تقاضا با توجه به پنجره زمانی سخت را الزام می‌نمایند. محدودیت‌های (۱۹) و (۲۰) نیز مقدار واحد زمانی عدم دریافت سرویس در بازه زمانی نرم به ترتیب به صورت زودکرد و دیرکرد تعیین می‌کند. محدودیت‌های (۲۱) و (۲۲) تضمین می‌کنند که سفر اول وسیله نقلیه از قرارگاه شروع و به سکوی تخلیه ختم می‌گردد. محدودیت‌های (۲۳) و (۲۴) بیانگر آن است که در صورت نیاز به سفرهای دوم، سوم و ...، وسایل نقلیه سفر خود را از اسکوی تخلیه آغاز و به سکوی تخلیه باز می‌گردند. محدودیت‌های (۲۶) و (۲۷) تضمین می‌کنند که تمامی وسایل نقلیه استفاده شده باید پس از تخلیه بار در آخرین سفر خود به قرارگاه باز می‌گردند. محدودیت (۲۷) نیز نوع متغیرهای مسأله را مشخص می‌سازد.

#### ۲-۱- خطی‌سازی رابطه (۱۶)

از آنجاییکه در رابطه (۱۶) ضرب دو متغیر مثبت پیوسته و باینری در هم منجر به غیرخطی شدن رابطه می‌شود، با اعمال روابط زیر، به راحتی مدل پیشنهادی به صورت یک مدل برنامه ریزی خطی عدد صحیح مختلط تغییر می‌یابد.

$$tt_j = \sum_{i \in NT} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} (tt_i + t_{ij}) x_{ijk}^r \quad \forall j \in NC, \quad (16)$$

$$f_{ijk}^r \leq tt_i \quad \forall (i,j) \in NE, \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (28)$$

$$f_{ijk}^r \leq M x_{ijk}^r \quad \forall (i,j) \in NE, \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (29)$$

$$f_{ijk}^r \geq tt_i - M(1 - x_{ijk}^r) \quad \forall (i,j) \in NE, \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (30)$$

$$tt_j = \sum_{i \in NT} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} f_{ijk}^r + t_{ij} x_{ijk}^r \quad \forall j \in NC, \quad (31)$$

$$f_{ijk}^r \geq 0 \quad \forall (i,j) \in NE, \forall k \in K, \forall r \in R, \quad (32)$$

رابطه (۴) بیانگر کمینه‌سازی هزینه کل شامل هزینه بکارگیری وسایل نقلیه، هزینه عبور از یال‌های شبکه تعریف شده و هزینه‌های جریمه خروج از پنجره‌های زمانی مجاز می‌باشد. محدودیت (۵) نشان‌دهنده روابط موازنه جریان برای هر وسیله نقلیه است. محدودیت (۶) این موضوع را تضمین می‌کند که هر گره تقاضا تنها توسط یک وسیله نقلیه سرویس‌دهی می‌شود. محدودیت (۷) بیانگر محدودیت ظرفیت وسیله نقلیه است. محدودیت (۸) بیانگر آن است که گره تقاضا توسط وسیله نقلیه‌ای که از آن عبور کرده است، سرویس داده می‌شود (یا وسیله نقلیه ممکن است از گره‌ای صرفاً عبور کند و آن را سرویس ندهد). محدودیت (۹) بیانگر آن است که از وسیله نقلیه هنگامی استفاده می‌شود که هزینه آن پرداخت شده باشد. روابط (۱۰) و (۱۱) به ترتیب نشان دهنده مجموع زمان بارگیری و تخلیه بار برای هر وسیله نقلیه در هر سفر است. محدودیت (۱۲) نشان‌دهنده محدودیت زمانی بکارگیری هر وسیله نقلیه است. محدودیت (۱۳) از ایجاد زیرتور در هر سفر جلوگیری می‌کند. محدودیت‌های (۱۴) و (۱۵) منجر به رعایت ترتیب شماره گذاری سفرهای وسایل نقلیه از ۱ تا  $R$  می‌شود.

این الگوریتم به صورت موفقیت آمیزی برای حل مسائل مختلف بهینه‌سازی مهندسی بکار گرفته شده است و عملکرد بسیار بالایی در مقابل سایر الگوریتم‌های شناخته شده از خود نشان داده است [۲۶]. از سوی دیگر، این الگوریتم تعداد پارامترهای کمی داشته و براحتی قابل پیاده‌سازی است و در پژوهش انجام شده توسط گوپتا و همکاران [۲۷] برتری آن نسبت به چندین الگوریتم مشابه به اثبات رسیده است.

از سوی دیگر، جهت ارزیابی الگوریتم GWO از الگوریتم SA استفاده شده است که دلیل اصلی آن نیز کاربرد فراوان در حل مسائل بهینه‌سازی [۲۱-۲۳] از یک سو و از سوی دیگر، سادگی پیاده‌سازی، قابلیت بالای حل مسائل بزرگ بهینه‌سازی ترکیبی و همگرایی کارا می‌باشد [۲۸].

### ۳-۱- الگوریتم ابتکاری تولید جواب اولیه

برای تولید جواب‌های اولیه برای مسأله، یک الگوریتم ابتکاری تصادفی سازنده توسعه داده می‌شود که مکانیزم دقیق آن به صورت فلوجارت در شکل (۱) ارائه شده است. بدین منظور، تعداد جواب‌های اولیه تولیدشده برابر با ۵۰۰ جواب در نظر گرفته شده است.

### ۳-۲- الگوریتم گرگ خاکستری

نقش قربانی را برای سایر اعضای گروه دارند. آن‌ها آخرین گرگ‌هایی هستند که اجازه خوردن غذا را دارند. اگر گرگی آلفا، بتا یا امگا نباشد او فرمانبردار یا دلتا نامیده می‌شود. گرگ‌های دلتا از آلفاها و بتاها تبعیت می‌کنند و به امگاها حکمرانی می‌کنند [۲۹]. برای مدل‌سازی ریاضی حکومت اجتماعی گرگ‌ها هنگام طراحی GWO، شایسته‌ترین راه‌حل را گرگ آلفا ( $\alpha$ ) نامگذاری می‌کنند. در نتیجه، دومین و سومین راه‌حل‌های بهتر به ترتیب گرگ‌های  $\beta$  و  $\delta$  نامیده شدند. راه‌حل‌های باقیمانده فرض می‌شود که  $\omega$  هستند. لذا در الگوریتم GWO، بهینه‌سازی با  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\delta$  رهبری می‌شود و گرگ‌های  $\omega$  از این سه دسته پیروی می‌کنند. گرگ‌های خاکستری در طول شکار طعمه را دور می‌زنند. برای مدل‌سازی ریاضی رفتار دور زدن روابط (۳۳) و (۳۴) پیشنهاد شده است:

$$\vec{D} = |\vec{C} \cdot \vec{X}_p(t) - \vec{X}(t)|, \quad (33)$$

$$\vec{X}(t+1) = X_p(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}, \quad (32)$$

که  $t$  نشان دهنده شماره تکرار فعلی،  $A$  و  $C$  ضریب بردار،  $X_p$  بردار موقعیت شکار، و  $X$  نشان‌دهنده بردار موقعیت یک گرگ خاکستری است. بردارهای  $A$  و  $C$  مطابق روابط (۳۵) و

در نهایت نیز مدل نهایی به صورت روابط (۱)-(۱۵)، (۱۷)-(۲۷) و (۲۸)-(۳۲) تعریف می‌شود.

### ۳- روش‌های پیشنهادی حل مسأله

به دلیل درجه پیچیدگی بالای مسأله پایه یعنی VRP و VRPTW [۹]، حل مدل پیشنهادی پژوهش توسط روش‌های دقیق کارآمد نمی‌باشد. بنابراین، یک روش ابتکاری جهت تولید جواب اولیه و الگوریتم جدید فراابتکاری GWO جهت حل مسأله پیشنهاد می‌شود. از سوی دیگر، از الگوریتم SA نیز به عنوان رقیب الگوریتم GWO جهت ارزیابی کارایی آن در حل مسائل با ابعاد بالا استفاده می‌شود. در بخش‌های بعدی سازوکار الگوریتم‌های پیشنهادی و الگوریتم ابتکاری جهت تولید جواب‌های اولیه مناسب شرح داده می‌شود.

از جمله دلایل اصلی انتخاب الگوریتم جدید GWO جهت حل مسأله بهینه‌سازی پیشنهادی این پژوهش این است که، پس از بررسی ادبیات موضوعی مشخص شده است که این الگوریتم با استفاده از توابع تست استاندارد ارزیابی می‌شود که بیانگر خصوصیات جستجو و بهره برداری برتر نسبت به سایر تکنیک‌های هوش ازدحامی می‌باشد [۲۴-۲۶]. علاوه بر این، الگوریتم GWO، یک الگوریتم فرا ابتکاری الهام گرفته از طبیعت است که رفتار گرگ‌های خاکستری و سلسله مراتب رهبری و روش شکار آنها را تقلید می‌کند. این الگوریتم ابتدا توسط میرجلیلی و همکاران ایشان در سال ۲۰۱۴ بر مبنای شکار دسته جمعی آنها ارائه شده است [۲۹]. گرگ خاکستری از خانواده گرگ‌های کشور کانادا است. گرگ‌های خاکستری در بالای زنجیره غذایی قرار دارند و ترجیح می‌دهند به صورت گروهی زندگی کنند و بطور میانگین، گروه‌های آن‌ها ۵-۱۲ نفر است. جالب توجه است که آن‌ها حکومت خیلی سختگیرانه‌ای دارند. به این صورت که گرگ آلفا، گرگ حاکم در گروه نامیده می‌شود، چرا که دستورات او باید توسط گروه پیروی شود. آلفاها اساساً مسئول تصمیم‌گیری درباره شکار، محل خواب، زمان حرکت و ... هستند. دومین سطح درجه‌بندی گرگ‌های خاکستری، بتا است، بتاها گرگ‌های تحت امر آلفا هستند که به آلفا در تصمیم‌گیری و دیگر فعالیت‌های گروه کمک می‌کنند. گرگ بتا، احتمالاً بهترین کاندیدا برای آلفا شدن است و نقش یک معاون را برای آلفا و ناظم را برای گروه بازی می‌کند. پایین‌ترین طبقه گرگ خاکستری امگا است. گرگ‌های امگا

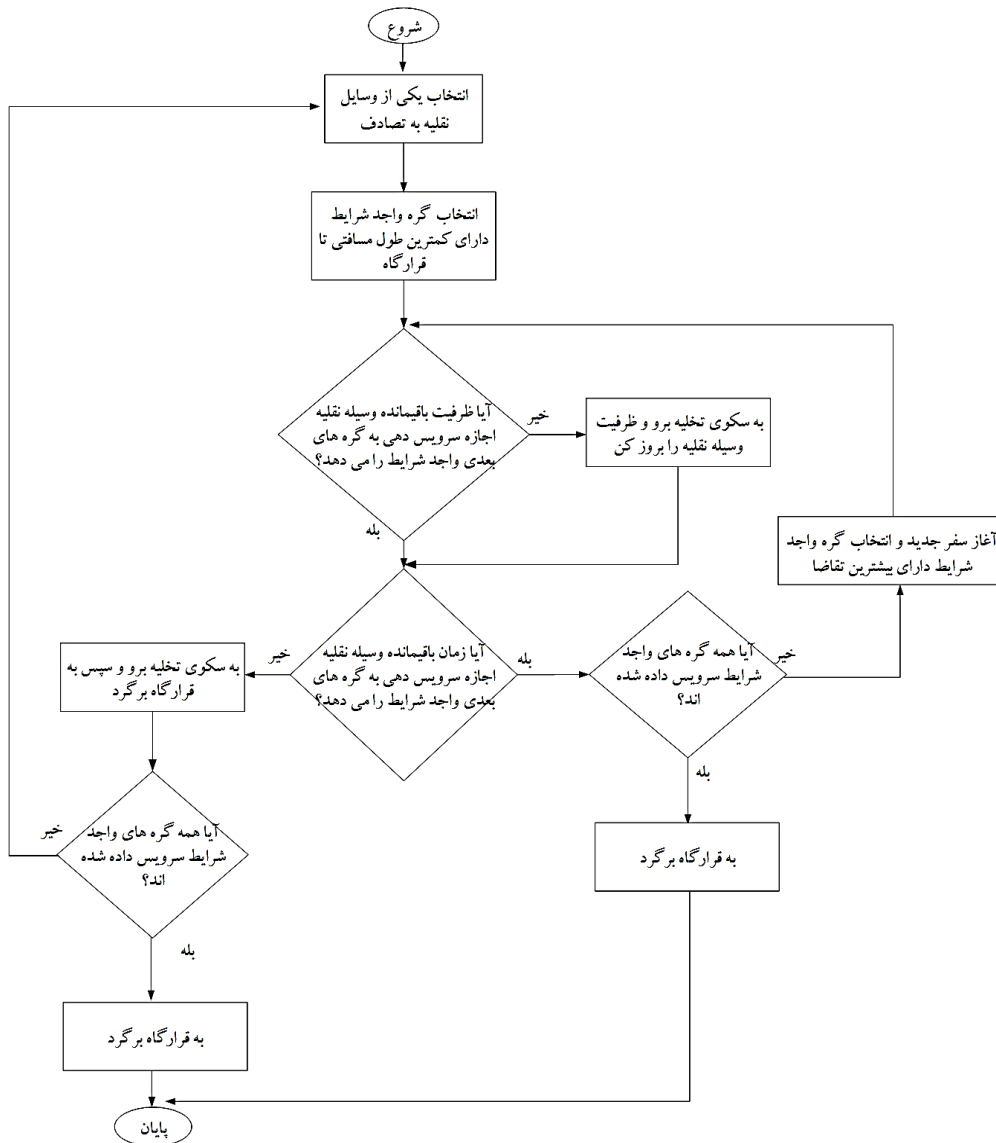


عناصر  $a$  به طور خطی از ۲ به ۰ تحت مسیر تکرارها کاهش می‌یابند و  $r_1$  و  $r_2$  بردارهای تصادفی در بازه  $[0,1]$  هستند.

(۳۶) محاسبه می‌شوند:

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a}, \quad (35)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2, \quad (36)$$



شکل ۱- فلوچارت الگوریتم ابتکاری تولید جواب اولیه.

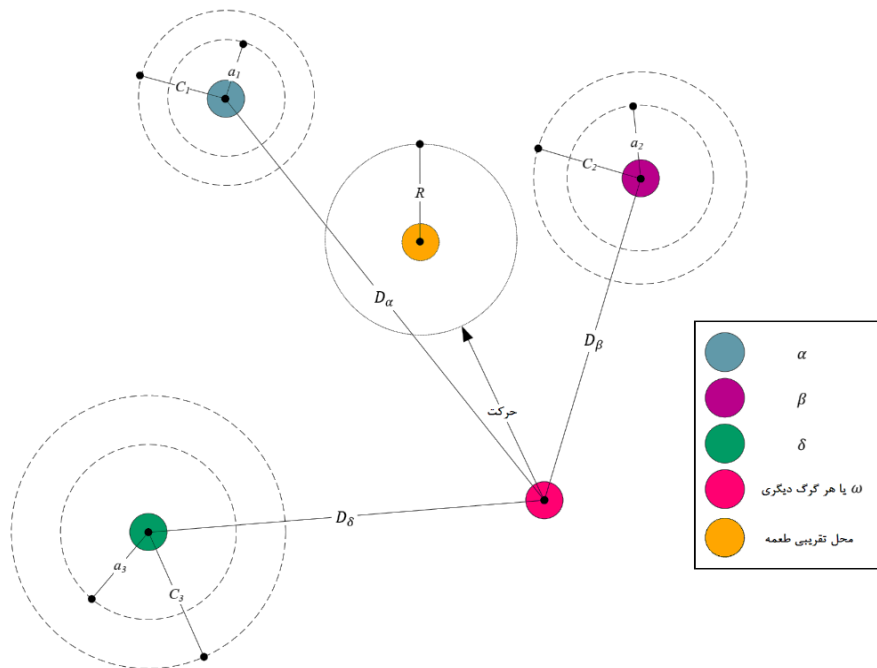
را مجبور می‌کنیم تا موقعیت خودشان را مطابق موقعیت بهترین عامل‌های جستجو بروز کنند (شکل ۲). این عملیات مطابق روابط (۳۷) تا (۳۹) انجام می‌شود:

$$\begin{aligned} \vec{D}_\alpha &= |\vec{C}_1 \cdot \vec{X}_\alpha - \vec{X}|, \\ \vec{D}_\beta &= |\vec{C}_2 \cdot \vec{X}_\beta - \vec{X}|, \\ \vec{D}_\delta &= |\vec{C}_3 \cdot \vec{X}_\delta - \vec{X}|, \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \vec{X}_1 &= \vec{X}_\alpha - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\alpha), \\ \vec{X}_2 &= \vec{X}_\beta - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\beta), \\ \vec{X}_3 &= \vec{X}_\delta - \vec{A}_1 \cdot (\vec{D}_\delta), \end{aligned} \quad (38)$$

گرگ‌های خاکستری توانایی تشخیص موقعیت طعمه و دور زدن آن‌ها را دارند. شکار کردن معمولاً توسط آلفا راهنمایی می‌شود. همچنین بتا و دلتا ممکن است بعضی اوقات در شکار مشارکت کنند. بنابراین، در یک فضای جستجوی مطلق هیچ راه‌حلی درباره موقعیت بهینه (شکار) نداریم. برای شبیه‌سازی ریاضی رفتار شکار گرگ‌های خاکستری فرض می‌کنیم که آلفا (بهترین حل‌کننده)، بتا و دلتا آگاهی کافی درباره موقعیت بالقوه شکار دارند. بنابراین، اولین سه راه‌حل بهتر بدست آمده تا اینجا را ذخیره می‌کنیم و عامل‌های دیگر جستجو (امگاها)

راه حل کاندید فاصله خود را با طعمه بروز رسانی می کند. پارامتر  $a$  از مقدار ۲ تا ۰ کاهش پیدا می کند تا فرایند شناسایی و حمله به طعمه را تقویت نمایند. زمانی که  $|A| > 1$  باشد، راه حل های کاندید واگرا می شوند و زمانی که  $|A| < 1$  باشد راه حل های کاندید همگرا می گردند. شکل (۳) نیز این مورد را به روشنی نمایش می دهد.



شکل ۲- بروز رسانی موقعیت در الگوریتم GWO [۳۰].

تاثیر بیشتری در شکار برای تغییر موقعیت گرگ لحاظ می شود و هنگامیکه  $C < 1$  باشد این تاثیر کمتر خواهد بود. جستجوی محلی به نحوه عملکرد پارامتر و نحوه انتخاب نخبه-گرایی به جهت بروز رسانی جمعیت جواب های کاندید، وابستگی زیادی دارد. این رویکرد در نهایت منجر به نزدیک شدن گرگ های آلفا، بتا و دلتا، و در نتیجه کاهش جستجوی محلی جهت یافتن بهینه سراسری خواهد شد. به عبارتی دیگر، کاهش جستجوی محلی باعث مستعد شدن الگوریتم GWO برای افتادن در دام بهینه محلی خواهد شد. بنابراین در این پژوهش، جهت افزایش کارایی الگوریتم از جستجوی محلی نیز در اجرای الگوریتم استفاده می شود (در صورتیکه در الگوریتم GWO ساده اجرای آن کاربردی نیست).

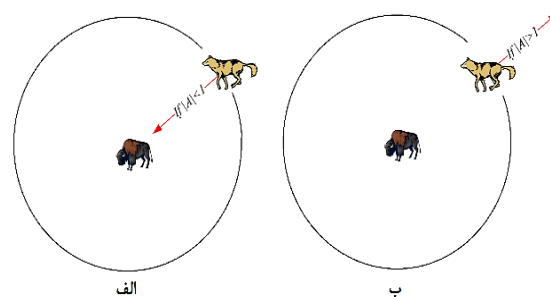
### جستجوی محلی

روش های جستجوی محلی در ایجاد ساختار همسایگی نیز در الگوریتم در شکل های (۴-۷) ارائه شده است:

**الف) جابه جایی:** در این روش محل قرارگیری یکی از گره ها در رشته تشکیل دهنده مسیر (از قرارگاه تا سکوی تخلیه و از

$$\vec{X}(t+1) = \frac{\vec{X}_1 + \vec{X}_2 + \vec{X}_3}{3} \quad (39)$$

به طور خلاصه در الگوریتم GWO فرایند جستجو با ایجاد یک جمعیت تصادفی از گرگ های خاکستری (راه حل های کاندید) شروع می شود. در طول دوره تکرار، گرگ های آلفا و بتا و دلتا موقعیت احتمالی شکار را برآورد می کنند. هر



شکل ۳- مکانیزم حمله به طعمه در برابر جستجوی طعمه

[۳۰].

با توجه به شکل (۳)، تا زمانی که  $|A| < 1$  باشد، گرگ ها مجبور به حمله به سوی طعمه خواهند بود و تا زمانی که  $|A| > 1$  باشد، به امید یافتن طعمه بهتری از طعمه فعلی دور می شوند. بردار  $\vec{C}$  نیز به عنوان موانع موجود در طبیعت که نزدیک شدن گرگ ها به شکار را کند می کنند، در نظر گرفته می شود. این بردار منجر به تخصیص وزن به شکار شده و آن را برای گرگ ها غیر قابل دستیابی تر می کند. این بردار بر خلاف  $a$  به صورت خطی از ۲ تا ۰ کاهش نمی یابد و با توجه به رابطه (۳۶)، برداری تصادفی در بازه  $[0,1]$  است. در واقع، هنگامیکه  $C > 1$  باشد،

گسسته دارد و برای حل مسائل برنامه‌ریزی عدد صحیح نیز استفاده می‌شود [۳۱].

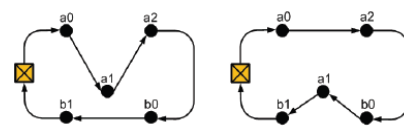
ورود جمعیت گرگ‌های خاکستری  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ ؛  
مقداردهی به  $A$  و  $C$ ؛  
برازش هر یک از عوامل جستجو را محاسبه کن؛  
 $X_\alpha =$  بهترین عامل جستجو؛  
 $X_\beta =$  دومین بهترین عامل جستجو؛  
 $X_\delta =$  سومین بهترین عامل جستجو؛  
هنگامیکه بیشترین تعداد تکرارها  $t < t$  بود  
برای هر عامل جستجو  
موقعیت کنونی عامل جستجو را با استفاده از روابط  
(۳۷)–(۳۹) بروزرسانی کن؛  
پایان  
مقادیر  $a$ ،  $A$  و  $C$  را بروزرسانی کن؛  
برازش همه عوامل جستجو را محاسبه کن؛  
مقادیر  $X_\alpha$ ،  $X_\beta$  و  $X_\delta$  را بروزرسانی کن؛  
قرار بده  $t = t + 1$ ؛  
پایان  
مقدار  $X_\alpha$  را گزارش کن.

شکل ۸- شبه کد الگوریتم GWO [۳۰].

همچنین سادگی اجرا، خواص همگرایی و همینطور حرکات تپه‌نوردی برای فرار از دام بهینه محلی سبب شده است که از آن جهت بهبود جواب‌های اولیه ایجاد شده در هر تکرار استفاده شود. چارچوب کلی الگوریتم به این گونه است که با یک جواب اولیه الگوریتم شروع می‌شود، پارامترهای اولیه الگوریتم شامل تعداد تکرارهای الگوریتم در هر دما ( $M$ )، مقدار دمای اولیه ( $T_0$ )، نرخ کاهش دما ( $\alpha$ )، مقدار دمای نهایی ( $T_{end}$ ) و ثابت بولتزمن ( $K$ ) می‌باشد که قبل از شروع جستجو مقداردهی اولیه می‌شوند. سپس یک همسایگی برای جواب اولیه در نظر گرفته می‌شود؛ در صورتیکه مقدار تابع هدف همسایه تولید شده بهتر از تابع هدف جواب باشد، همسایه جایگزین جواب شده و در غیر این صورت یک عدد تصادفی در بازه صفر و یک تولید شده با مقدار رابطه الگوریتم مقایسه می‌گردد در صورتیکه عدد تصادفی از مقدار رابطه الگوریتم کمتر باشد جواب بدتر پذیرفته می‌شود. در هر دما تعدادی تکرار رخ می‌دهد و پس از آن دما کاهش می‌یابد. شرط توقف رسیدن به دمای نهایی است.

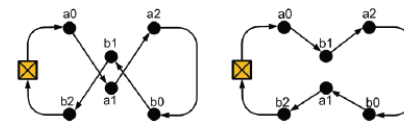
در این مقاله بر اساس مقادیر گزارش شده در پژوهش‌های پیشین و با حل سه مسأله نمونه که به تصادف انتخاب

سکوی تخلیه تا سکوی تخلیه) تغییر می‌کند.



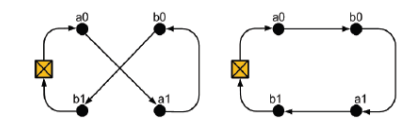
شکل ۴- جابه‌جایی.

(ب) تعویض: در این روش جای دو گره در رشته تشکیل‌دهنده جواب تغییر می‌کند.



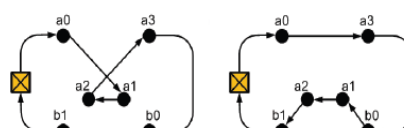
شکل ۵- تعویض.

(ج) 2-Opt: در این روش جای یک گره ابتدایی و یک گره انتهایی دو یال مسیر عوض می‌شود.



شکل ۶- 2-Opt.

(د) Or-Opt: در این روش جایگاه دو گره به صورت هم‌زمان در رشته تشکیل‌دهنده مسیر عوض می‌شود.



شکل ۷- Or-Opt.

پارامترهای الگوریتم GWO در این پژوهش با استفاده از الگوبرداری از پژوهش‌های مشابه و حل سه مسأله نمونه با رویکرد سعی و خطا تعیین شده‌اند بطوریکه تعداد بیشینه تکرارها برابر با ۵۰۰، تعداد عامل‌های جستجو برابر با ۳۰ و مقدار پارامتر  $a$  با استفاده از رابطه  $a = 2 - \frac{2t}{500}$  به صورت خطی از ۲ به ۰ کاهش می‌یابد.

جهت درک بهتر مکانیزم الگوریتم GWO پیشنهادی، شبه کد آن در شکل (۸) نشان داده شده است.

### ۳-۳- الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

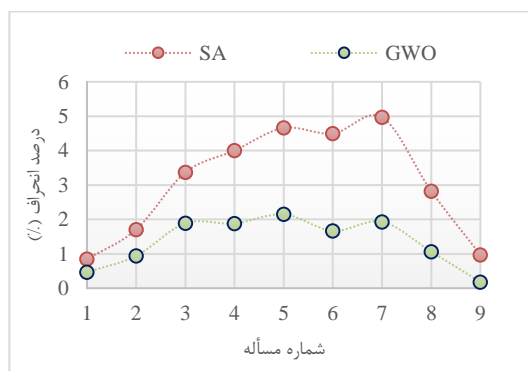
الگوریتم SA دارای مکانیزمی جهت بهبود جواب‌های اولیه بوده و تمامی جواب‌های اولیه به صورت جداگانه با این الگوریتم بهبود داده می‌شوند. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، یک الگوریتم فراابتکاری جستجوی محلی بوده که قابلیت فرار از دام بهینه‌های محلی را داراست [۱۷]. این الگوریتم توانایی بسیاری در حل مسائل با فضای حل غیرمحدب یا

جدول ۱- نمونه های تصادفی ایجاد شده.

مسأله	تعداد کل گره ها	تعداد وسایل نقلیه در دسترس
۱	۷	۲
۲	۱۲	۳
۳	۱۵	۳
۴	۱۸	۴
۵	۲۲	۴
۶	۲۵	۵
۷	۲۸	۵
۸	۳۵	۶
۹	۴۵	۶
۱۰	۵۰	۶
۱۱	۶۰	۷
۱۲	۷۰	۷
۱۳	۸۰	۸
۱۴	۹۰	۸
۱۵	۱۰۰	۹

نتایج محاسباتی بدست آمده در جدول ۳ ارائه شده است. در بررسی نتایج حاصل از اجرای الگوریتمها میانگین تابع هدف و میانگین زمان اجرا برای ۱۰ بار تکرار گزارش شده است. میزان درصد انحرافهای گزارش شده در ۹ مسأله اول در مقایسه با حل کننده CPLEX به عنوان بهترین روش حل بوده، و به ازای ۶ مسأله آخر که حل کننده CPLEX قادر به حل آنها در ۳۶۰۰ ثانیه نبوده است، میزان درصد انحرافهای گزارش شده نسبت به بهترین جوابها که توسط الگوریتم GWO حاصل شده، می باشد. لازم به ذکر است که نحوه محاسبه درصد انحراف در رابطه (۴۱) ارائه شده است.

$$(41) \quad \text{هدف مورد نظر} - \text{بهترین هدف} \\ \text{درصد انحراف} = \frac{\text{هدف مورد نظر} - \text{بهترین هدف}}{\text{بهترین هدف}} \times 100$$



نمودار ۱- مقایسه عملکرد الگوریتمها بر حسب درصد انحراف. در مقایسه بهترین جواب حاصل از الگوریتمها با بهترین جواب یافت شده و با محاسبه و بررسی درصد انحراف در

گردیدند و با اعمال روش سعی و خطا مقادیر پارامترهای SA تعیین شدند که عبارتند از:

$$(40) \quad M = 5, \alpha = 0.98, t_0 = 200, \\ t_{end} = 1, K = 0.8$$

برای اعمال جستجوی محلی از عملگرهای معرفی شده در زیربخش ۲-۳ یعنی عملگرهای جابه جایی، تعویض، 2-Opt و Or-Opt استفاده می شود. در ادامه جهت درک بهتر، روند اجرای الگوریتم در شبه کد ارائه شده در شکل (۹) آمده است:

شروع  
بهترین جواب اولیه را انتخاب کن (S1)  
یک دمای اولیه انتخاب کن ( $t_0$ )  
تا زمانیکه  $t < t_{end}$   
هنگامیکه (تکرار الگوریتم  $M$ )  
یک همسایگی برای جواب S1 تولید کن؛  
قرار بده  $\Delta = \Delta - \text{تابع هدف (S1)} - \text{تابع هدف (S2)}$ ؛  
اگر  $\Delta < 0$  بود، آنگاه  
S2 را جایگزین S1 قرار بده؛  
در غیر این صورت اگر  $\text{rand}(0,1) > e^{-\Delta/K.t}$ ، آنگاه  
S2 را جایگزین S1 قرار بده؛  
پایان  
قرار بده  $M = M + 1$   
پایان  
 $t = \alpha.t$   
پایان

شکل ۹- شبه کد الگوریتم SA.

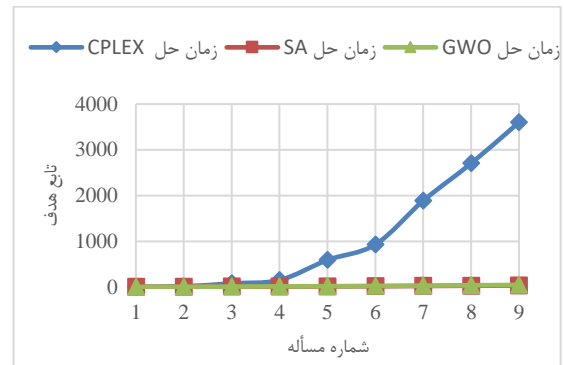
#### ۴- نتایج محاسباتی

در ادامه به منظور بررسی کارایی الگوریتم پیشنهادی تعداد ۱۵ مسأله در ابعاد مختلف به طور تصادفی تولید و حل می شود و کیفیت جوابهای حاصل مورد بررسی قرار می گیرند. اطلاعات مربوط به نمونه های تصادفی ایجاد شده در جدول ۱ ارائه شده است. در این جدول ستون اول بیانگر شماره مسأله، ستون دوم بیانگر تعداد کل گرهها، ستون سوم بیانگر تعداد وسایل نقلیه در دسترس در هر مسأله می باشد. برای حل مسأله از لپتاپی با پردازنده Core i7-4720HQ و حافظه RAM 8.00GB استفاده شده است. الگوریتمهای پیشنهادی توسط نرم افزار MATLAB و مدل ریاضی نیز توسط نرم افزار GAMS کدنویسی و اجرا شده است. مقادیر پارامترهای ورودی مسأله و نتایج محاسبات بدست آمده به ترتیب در جداول ۲ و ۳ نمایش داده شده است. همینطور نمودارهای ۱ و ۲ نیز به ترتیب روند درصد انحرافها و زمانهای حل بدست آمده توسط الگوریتمهای پیشنهادی در مقایسه با حل کننده CPLEX را نشان می دهند.

جدول ۲- مقادیر پارامترهای ورودی مسائل.

پارامترها	مقادیر
$c_{ij}$	$U(0.5, 10)$
$Pe$	۲۰۰
$Pl$	۳۰۰
$(e_j, l_j)$	$U(1, 10)$
$(ee_j, ll_j)$	$U(0.5, 10)$
$W_k$	$U(500, 2000)$
$d_j$	$U(20, 50)$
$T_{max}$	۴۸۰
$M$	$10^6$
$ul$	۰,۱
$uu$	۰,۴
$t_{ij}$	$U(3, 15)$
$cv_k$	$U(500, 1000)$
$\theta$	۰,۲۵

می‌یابیم که الگوریتم‌های پیشنهادی نتایج مناسبی را در یک زمان کوتاه محاسباتی در مقابل حل‌کننده CPLEX تولید می‌کنند. از سوی دیگر، الگوریتم GWO در تمامی مسائل جواب بهتری نسبت به الگوریتم SA تولید کرده است، در حالیکه الگوریتم SA نیز در تمامی مسائل زمان حل کمتری نسبت به الگوریتم GWO داشته که برای مقایسه بهتر و اثبات برتری دو روش حل نیاز به بهره‌گیری از روش‌های مقایسه دقیق‌تری می‌باشد.



نمودار ۲- مقایسه زمان حل CPLEX و الگوریتم‌ها.

جدول ۳- نتایج محاسباتی مثال‌های ایجادشده

مسأله	تعداد وسایل نقلیه استفاده شده	تایم هدف CPLEX	زمان اجرای CPLEX (ثانیه)	زمان اجرای GWO (ثانیه)	بهترین تایم هدف GWO	درصد انحراف GWO	زمان اجرای SA (ثانیه)	بهترین تایم هدف SA	درصد انحراف SA
۱	۱	۲۸۵۹,۷۵	۱,۸۹	۲,۷۵	۲۸۷۳,۰۱	۰,۴۶	۲,۶۷	۲۸۸۳,۹۲	۰,۸۵
۲	۱	۳۰۱۸,۵۹	۱۴,۲۵	۴,۹۰	۳۰۴۶,۹۲	۰,۹۴	۴,۵۲	۳۰۷۰,۰۸	۱,۷۱
۳	۲	۳۶۸۶,۷۲	۷۸,۸۹	۹,۷۶	۳۷۵۶,۳۶	۱,۸۹	۷,۹	۳۸۱۰,۸۲	۳,۳۷
۴	۲	۴۲۳۱,۱۹	۱۵۱,۳۹	۱۴,۱۸	۴۳۱۰,۸	۱,۸۸	۱۱,۲۹	۴۴۰۰,۴۶	۴,۰۰
۵	۲	۴۵۶۵,۲۹	۵۹۰,۱۷	۱۸,۱۸	۴۶۶۳,۳	۲,۱۵	۱۳,۸۲	۴۷۷۸,۰۱	۴,۶۶
۶	۳	۵۳۹۹,۳۴	۹۲۸,۴۸	۲۳,۸۶	۵۴۸۹,۴۷	۱,۶۷	۱۷,۱۸	۵۶۴۲,۰۸	۴,۵۰
۷	۴	۵۶۴۳,۵۸	۱۸۸۶,۰۶	۳۰,۰۸	۵۷۵۲,۵۵	۱,۹۳	۲۳,۱۴	۵۹۲۳,۹۸	۴,۹۷
۸	۴	۶۴۶۱,۷۴	۲۷۰۲,۷۲	۳۸,۱۹	۶۵۳۰,۴۶	۱,۰۶	۲۸,۲۲	۶۶۴۴,۰۹	۲,۸۲
۹	۵	۷۱۹۰,۲۷	۳۶۰۰	۴۶,۰۱	۷۲۰۳,۱۴	۰,۱۸	۳۲,۸۶	۷۲۶۰,۰۰	۰,۹۷
۱۰	۵	-	-	۵۱,۳۵	۷۳۱۳,۵۹	۰	۳۷,۰۴	۷۳۹۰,۰۸	۱,۰۵
۱۱	۶	-	-	۵۸,۳۷	۸۰۳۱,۲۰	۰	۴۴,۱۵	۸۱۶۵,۹۵	۱,۶۸
۱۲	۷	-	-	۷۷,۶۰	۹۱۹۸,۰۸	۰	۵۶,۷۳	۹۳۲۸,۲۹	۱,۴۲
۱۳	۷	-	-	۸۹,۸۲	۹۳۶۴,۱۴	۰	۶۱,۲۸	۹۵۸۲,۰۰	۲,۳۳
۱۴	۸	-	-	۱۰۶,۴۰	۹۹۹۲,۴۶	۰	۷۴,۱۹	۱۰۲۴۰,۵۴	۲,۴۸
۱۵	۸	-	-	۱۳۵,۷۸	۱۰۶۲۳,۹۳	۰	۹۶,۸۴	۱۰۸۱۶,۰۳	۱,۸۱
میانگین	-	-	۱۱۰۵,۹۸	۴۷,۱۵	-	۰,۸۱	۳۴,۱۲	-	۲,۵۷

اندیس‌های  $i$  و  $j$  به ترتیب مرتبط با گزینه‌ها و شاخص‌ها می‌باشند.

**گام چهارم)** محاسبه درجه انحراف شاخص‌ها ( $d_j$ ): این درجه انحراف نشان‌دهنده آن است که شاخص مربوطه چه میزان اطلاعات مفید برای تصمیم‌گیری در اختیار تصمیم‌گیرنده قرار می‌دهد. هر چه مقادیر اندازه‌گیری شده به هم نزدیک باشند بیانگر آن است که گزینه‌ها از نظر آن شاخص تفاوت چندانی با هم ندارند.

$$d_j = 1 - E_j \quad \forall j, \quad (43)$$

**گام پنجم)** محاسبه مقدار وزن نهایی تخصیص یافته به هر شاخص  $W_j$  که بر اساس رابطه زیر بدست می‌آید:

$$W_j = d_j / D \quad \forall j, \quad (43)$$

$$D = \sum_j d_j.$$

حال با استفاده از جدول ۵، مقادیر  $E_j$ ،  $d_j$  و  $W_j$  را بدست می‌آوریم، بطوریکه  $k$  معادل با ۱ فرض شده است.

جدول ۶- تعیین وزن نهایی شاخص‌ها.

متغیرها	درصد انحراف	زمان حل
$E_j$	0.55	0.68
$d_j$	0.45	0.32
$w_j$	0.58	0.42

در نهایت نیز، با در نظر گرفتن وزن‌های بدست آمده در جدول ۶، جمع وزنی شاخص‌ها با توجه به مقادیر جدول ۴ برای هر روش حل محاسبه می‌شود و بهترین روش منتخب دارای کمترین مقدار جمع وزنی شاخص‌ها می‌باشد. نتایج بدست آمده در جدول ۶ ارائه شده است.

جدول ۷- محاسبه جمع وزنی شاخص‌ها.

الگوریتم‌ها	جمع وزنی شاخص‌ها
GWO	۰,۳۸
SA	۰,۶۲

در نهایت مشخص شده است که روش GWO با داشتن کمترین مقدار جمع وزنی شاخص‌ها به عنوان بهترین الگوریتم حل انتخاب شده است.

#### ۴-۱- آنالیز حساسیت

در این بخش، به جهت مطالعه رفتار تابع هدف در مقابل تغییرات پارامترها در دنیای واقعی و تعیین سیاست‌های بهینه متناسب، آنالیز حساسیت بر روی مهمترین پارامتر یعنی پارامتر تقاضا صورت می‌گیرد. به همین جهت یکی از مسائل

در مقایسه بهترین جواب حاصل از الگوریتم‌ها با بهترین جواب یافت شده و با محاسبه و بررسی درصد انحراف در می‌یابیم که الگوریتم‌های پیشنهادی نتایج مناسبی را در یک زمان کوتاه محاسباتی در مقابل حل‌کننده CPLEX تولید می‌کنند. از سوی دیگر، الگوریتم GWO در تمامی مسائل جواب بهتری نسبت به الگوریتم SA تولید کرده است، در حالیکه الگوریتم SA نیز در تمامی مسائل زمان حل کمتری نسبت به الگوریتم GWO داشته که برای مقایسه بهتر و اثبات برتری دو روش حل نیاز به بهره‌گیری از روش‌های مقایسه دقیق‌تری می‌باشد. به همین دلیل، در این پژوهش از روش آنتروپی شانون [۳۲] جهت تعیین وزن هر یک از شاخص‌ها (درصد انحراف و زمان حل) استفاده می‌شود ایده اصلی این روش آن است که هر چه پراکندگی در مقادیر یک شاخص بیشتر باشد آن شاخص از اهمیت بیشتری برخوردار است. گام‌های اصلی این روش مطابق زیر می‌باشد:

**گام اول)** تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری: برای تشکیل این ماتریس تصمیم‌گیرنده کفایت مقادیر عدد معیارهای کمی را در ماتریس قرار دهیم. از آنجاییکه تعداد مسائل حل شده بیش از یک مسأله است، برای وارد کردن مقادیر شاخص‌ها، مقادیر متوسط بدست آمده در تمامی مسائل را قرار می‌دهیم. این ماتریس در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴- ماتریس تصمیم‌گیری.

الگوریتم‌ها	شاخص‌ها	
	درصد انحراف	زمان حل
GWO	۰,۸۱	۴۷,۱۵
SA	۲,۵۷	۳۴,۱۲

**گام دوم)** نرمال‌سازی ماتریس تصمیم‌گیری: مقادیر ماتریس تصمیم‌گیری مرتبط با هر شاخص نرمال‌سازی می‌شود. نتیجه آن در جدول ۵ نشان داده شده است.

جدول ۵- مقادیر نرمال‌سازی شده ماتریس تصمیم‌گیری.

الگوریتم‌ها	شاخص‌ها	
	درصد انحراف	زمان حل
GWO	۰,۲۴	۰,۵۸
SA	۰,۷۶	۰,۴۲

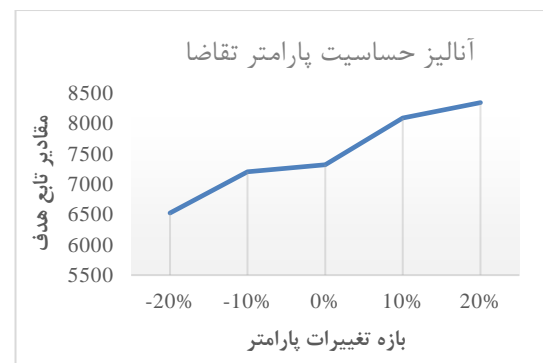
**گام سوم)** محاسبه آنتروپی هر شاخص ( $E_j$ ): آنتروپی با استفاده از رابطه (۴۲) محاسبه می‌گردد، بطوریکه  $k$  به عنوان یک مقدار ثابت مقدار  $E_j$  را بین ۰ و ۱ حفظ می‌کند.

$$E_j = -k \sum_i p_{ij} \times \ln p_{ij} \quad \forall j, \quad (42)$$

در مقابل بازه‌های مختلف تغییرات پارامتر تقاضا، دارای نوسان- های زیادی است. همانطور که از نمودار مشخص است، با افزایش پارامتر تقاضا، مقدار هزینه کل افزایش یافته است و رابطه مستقیمی را تشکیل داده‌اند، با این تفاوت که در بازه‌های مختلف تغییرات پارامتر، شیب تغییرات هدف نیز متفاوت بوده‌است. بیشترین تغییرات حاصل شده منجر به افزایش تابع هدف تا حدود ۱۴٪ بوده که ناشی از افزایش ۲۰٪ در پارامتر تقاضا بوده است.

بنابراین مدیریت سازمان‌هایی هم‌چون شهرداری می‌توانند با بررسی و تحلیل نتایج بدست آمده، به جهت مقابله با شرایط ناپایدار دنیای واقعی، به بازنگری سیاست‌های فعلی پرداخته و با تنظیم سطح بهینه منابع در دسترس، بهترین سیاست را در شرایط گوناگون اتخاذ نمایند. به عبارتی دیگر می‌توان گفت که اگر به عنوان مثال در یک روز سرویس‌دهی و جمع‌آوری زباله انجام نشود، حجم زباله‌ای که باید در روز بعد جمع‌آوری شود مسلماً و افزایش خواهد یافت و این افزایش بسته به اندازه خود می‌تواند بر تعداد وسایل نقلیه مورد نیاز و مسیرهای بهینه تاثیرگذار باشد.

تصادفی ایجاد شده (مسأله شماره ۱۰)، به عنوان نمونه انتخاب شده و تاثیر تغییرات پارامتر تقاضا در بازه‌های کاهش و افزایش ۲۰ درصدی بر روی مقدار هزینه کل سیستم جمع‌آوری پسماند توسط الگوریتم GWO مورد آزمون قرار می‌گیرد. در نهایت، نتایج بدست آمده به صورت ارائه مقادیر تابع هدف و تعداد وسایل نقلیه استفاده‌شده در هر بازه تغییرات در جدول ۸ ارائه می‌گردد. هم‌چنین، روند تغییرات مقدار تابع هدف در مقابل تغییرات پارامتر تقاضا یا به عبارت دیگر رفتار تابع هدف در نمودار ۳ نیز تشریح می‌شود.



نمودار ۳- آنالیز حساسیت پارامتر تقاضا

بر اساس نتایج بدست آمده مشخص می‌گردد، که تابع هدف

جدول ۸- نتایج محاسباتی آنالیز حساسیت پارامتر تقاضا.

مقادیر بدست آمده	بازه های تغییرات پارامتر $d_j$				
	-۲۰٪	-۱۰٪	٪۰	+۱۰٪	+۲۰٪
تابع هدف	۶۵۲۱,۰۸	۷۱۹۸,۲۱	۷۳۱۳,۵۹	۸۰۸۳,۶۴	۸۳۳۶,۵
تعداد وسایل نقلیه	۴	۵	۵	۶	۶

شروع و انتهای سفر و محدودیت زمانی بکارگیری وسایل نقلیه بوده است. برای حل مسأله، به توسعه الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری (GWO) پرداخته شد بطوریکه ارزیابی عملکرد آن در ابعاد کوچک و متوسط در مقابل حل‌کننده CPLEX نرم افزار GAMS و در ابعاد بزرگ در مقابل الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (SA) مورد آزمون قرار گرفت. نتایج بدست آمده حاصل از حل مسائل مختلف تولیدشده بیانگر آن بوده است که:

۱- متوسط زمان حل بالای مورد نیاز توسط حل‌کننده CPLEX اثباتی بر پیچیدگی بالای مسأله بوده بطوریکه استفاده از این روش در حل مسائل با ابعاد کاربردی در دنیای واقعی توجیه‌پذیر نمی‌باشد.

## ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی

تعیین مسیر و زمانبندی بهینه وسایل نقلیه در کنار تخصیص بهینه وسایل نقلیه در مسائل مسیریابی، یکی از تصمیم‌گیری‌های مهم سازمان‌هایی هم‌چون شهرداری‌ها در بحث جمع-آوری زباله شهری می‌باشد؛ چرا که با ایجاد بهبودی کوچک در این مسأله می‌تواند درصد مهمی از هزینه‌های مرتبط را کاهش دهند. در این مقاله یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط جهت مدل کردن مسأله مسیریابی وسایل نقلیه ناهمگن با در نظر گرفتن سفرهای چندگانه و محدودیت پنجره های زمانی ارائه شد که هدف آن تعیین مسیرهای بهینه سرویس‌دهی به گره‌های تقاضا با توجه به محدودیت‌های موجود در شرایط واقعی از جمله در نظر گرفتن محل‌های مجزا

از جمله پیشنهادات نزدیک به دنیای واقعی این است که می‌توان تقاضای گره‌های تقاضا را به صورت غیرقطعی در نظر گرفت و با سیاست‌های موجود در ادبیات جهت مقابله با عدم قطعیت به حل مسأله پرداخت، و همچنین می‌توان مدل پیشنهادی را در یک مسأله مطالعه موردی پیاده‌سازی نمود و سیاست‌های بهینه بدست آمده را استخراج نمود. یکی دیگر از پیشنهادات کاربردی، افزایش کارایی الگوریتم‌ها با استفاده از روش‌های طراحی آزمایشات جهت تنظیم بهینه مقادیر پارامترها و بکارگیری و مقایسه سایر الگوریتم‌های کارا در ادبیات از جمله الگوریتم بهینه‌سازی مورچگان می‌باشد.

۲- الگوریتم GWO پیشنهادی در تمامی مسائل توانسته است در یک زمان علمياتی بسیار مناسب در مقایسه با CPLEX جواب‌های نزدیک به بهینه ارائه کند.  
 ۳- بررسی شاخص‌های درصد انحراف و زمان حل با استفاده از روش آنتروپی شانون و جمع وزنی مقادیر شاخص‌ها نشان داد که الگوریتم GWO در مقابل الگوریتم SA دارای ارجحیت بوده و به عنوان بهترین روش حل پژوهش معرفی گردید.  
 در نهایت، برای مطالعه رفتار تابع هدف (هزینه کل) در مقابل تغییرات پارامتر تقاضا در دنیای واقعی، آنالیز حساسیت بر روی این پارامتر انجام شد و نتایج بدست آمده تشریح گردید.

## مراجع

- [۱] مهدی، علینقیان، محمدسعید، صباغ و عرفان، بابایی تیرکلاهی، "مسأله مسیریابی کمان ظرفیتدار با تقاضای فازی به همراه مطالعه موردی"، فصلنامه علمی - پژوهشی مهندسی حمل و نقل، دوره ۷، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۲۷۷-۲۹۶.
- [2] G. B. Dantzig, and J. H. Ramser, "The truck dispatching problem", *Management science*, Vol. 6, No. 1, 1959, pp. 80-91.
- [3] P. De Bruecker, J. Beliën, L. De Boeck, S. De Jaeger, and E. Demeulemeester, "A model enhancement approach for optimizing the integrated shift scheduling and vehicle routing problem in waste collection", *European Journal of Operational Research*, Vol. 22, No. 1, 2018, pp. 278-290.
- [4] E. B. Tirkolaee, A. Goli, M. Bakhsi, and I. Mahdavi, "A robust multi-trip vehicle routing problem of perishable products with intermediate depots and time windows", *Numerical Algebra, Control and Optimization*, Vol. 7, No. 4, 2017, pp. 417-433.
- [5] W. Dong, K. Zhou, H. Qi, C. He, and J. Zhang, "A tissue P system based evolutionary algorithm for multi-objective VRPTW", *Swarm and evolutionary computation*, Vol. 39, 2018, pp. 310-322.
- [6] E. Beltrami, and L. D. Bodin, "Networks and Vehicle Routing for Municipal Waste Collection", *Networks*, Vol. 4, No. 1, 1974, pp. 65-94.
- [7] G. Clarke, and J. W. Wright, "Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*", Vol. 12, No. 4, 1964, pp. 568-581.
- [8] D. V. Tung, and A. Pinnoi, "Vehicle routing-scheduling for waste collection in Hanoi", *European Journal of Operational Research*, Vol. 125, No. 3, 2000, pp. 449-468.
- [9] M. M. Solomon, "Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints", *Operations research*, Vol. 35, No. 2, 1987, pp. 254-265.
- [10] A. Poot, G. Kant, and A. P. M. Wagelmans, "A savings based method for real-life vehicle routing problems", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 53, No. 1, 2002, pp. 57-68.
- [11] R. Aringhieri, M. Bruglieri, F. Malucelli, and M. Nonato, "An asymmetric vehicle routing problem arising in the collection and disposal of special waste", *Electronic notes in discrete mathematics*, Vol. 17, 2004, pp. 41-47.
- [12] B. I. Kim, S. Kim, and S. Sahoo, "Waste collection vehicle routing problem with time windows", *Computers and Operations Research*, Vol. 33, No. 12, 2006, pp. 3624-3642.



- [13] M. Dotoli, and N. Epicoco, "A Vehicle Routing Technique for Hazardous Waste Collection", IFAC-PapersOnLine, Vol. 50, No. 1, 2017, pp. 9694-9699.
- [14] D. Inghels, W. Dullaert, and D. Vigo, "A service network design model for multimodal municipal solid waste transport", European Journal of Operational Research, Vol. 254, No. 1, 2016, pp. 68-79.
- [15] E. Babae Tirkolaee, , Alinaghian, M., Bakhshi Sasi, and Seyyed Esfahani, M. M, "Solving a robust capacitated arc routing problem using a hybrid simulated annealing algorithm: A waste collection application", Journal of Industrial Engineering and Management Studies, Vol. 3, No. 1, 2016, pp. 61-76.
- [16] S. M. H. Erfani, S. Danesh, S. M. Karrabi, and R. Shad, "A novel approach to find and optimize bin locations and collection routes using a geographic information system", Waste Management and Research, Vol. 35, No. 7, 2017, pp. 776-785.
- [17] E. B. Tirkolaee, I. Mahdavi, and M. M. S. Esfahani, "A robust periodic capacitated arc routing problem for urban waste collection considering drivers and crew's working time", *Waste Management*, Vol. 76, 2018, pp. 138-146.
- [۱۸] ایرج مهدوی، رضا توکلی مقدم و سید مصطفی قاضی زاده هاشمی، "مسیریابی وسایل نقلیه و تعیین تعداد ماشین های جمع آوری زباله با استفاده از یک روش فرا ابتکاری- یک مطالعه ی موردی"، پژوهشنامه حمل و نقل، دوره ۷، شماره ۱، بهار ۱۳۸۹، صفحه ۹۵-۱۰۱.
- [۱۹] حمید شاهبندرزاده، محمد حسن نجمی و علیرضا عطایی، "ارائه مدل ریاضی بر اساس مسئله مسیریابی خودرو ظرفیت دار با پنجره های زمانی برای جمع آوری زباله"، نشریه مدیریت صنعتی، دوره ۹، شماره ۱، بهار ۱۳۹۶، صفحه ۱۴۷-۱۶۶.
- [۲۰] ابراهیم اسدی گنگرج، فاطمه بزرگ نژاد و محمد مهدی پایدار، "توسعه روش های فرا ابتکاری برای حل مسئله زمانبندی نیروی انسانی در محیط جریان کارگاهی"، مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۶، شماره ۵۴، پاییز ۱۳۹۷، صفحه ۲۰-۲۰.
- [۲۱] عباس رستمی، امیر نوروزی، هادی مختاری و یاسر نعمتی، "مساله بهینه سازی پورتفولیوی چندهدفه با اهداف حداکثر کردن بازده، حداقل کردن ریسک و حداقل کردن تعداد دارایی"، مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۴، شماره ۴۵، تابستان ۱۳۹۵، صفحه ۹۹-۱۰۹.
- [۲۲] فرشاد حکیم پور، سیامک طلعت اهری و ابوالفضل رنجبر، "ارزیابی و مقایسه الگوریتم های بهینه سازی ژنتیک، شبیه سازی تیرید و فاخته ها در مکان یابی رقابتی تسهیلات (مطالعه موردی: بانکها)"، مدل سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۴۸، بهار ۱۳۹۶، صفحه ۲۳۱-۲۴۶.
- [23] X. Song, L. Tang, S. Zhao, X. Zhang, L. Li, J. Huang, and W. Cai, "Grey Wolf Optimizer for parameter estimation in surface waves", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol. 75, 2015, pp. 147-157.
- [24] A. Madadi, and M. M. Motlagh, "Optimal control of DC motor using grey wolf optimizer algorithm", *Technical Journal of Engineering and Applied Science*, Vol. 4, No. 4, 2014, pp. 373-379.
- [25] H. Faris, I. Aljarah, M. A. Al-Betar, and S. Mirjalili, "Grey wolf optimizer: a review of recent variants and applications", *Neural computing and applications*, 2018, pp. 1-23.
- [26] P. Rathee, R. Garg, and S. Meena, "Using grey wolf optimizer for image registration", *International Journal of Advance Research in Science and Engineering*, Vol. 4, No. 4, 2015, pp. 360-364.
- [27] P. Gupta, V. Kumar, K. P. S. Rana, and P. Mishra, "Comparative study of some optimization techniques applied to Jacketed CSTR control", 4th International Conference on Reliability, Infocom Technologies and Optimization (ICRITO) (Trends and Future Directions), 2015, pp. 1-6.
- [28] H. Kubotani, and K. Yoshimura, "Performance evaluation of acceptance probability functions for multi-objective SA", *Computers & Operations Research*, Vol. 30, No. 3, 2003, pp. 427-442.
- [29] S. Mirjalili, S. M. Mirjalili, and A. Lewis, "Grey wolf optimizer", *Advances in engineering software*, Vol. 69, 2014, pp. 46-61.
- [30] S. A. Medjahed, T. A. Saadi, A. Benyettou, and M. Ouali, "Grey Wolf Optimizer for hyperspectral band selection", *Applied Soft Computing*, Vol. 40, 2016, pp. 178-186.

[31] F. W. Glover, and G. A. Kochenberger, "Handbook of metaheuristics", Springer Science and Business Media, Vol. 57, 2006.

[32] C. E. Shannon, "A mathematical theory of communication", Bell system technical journal, Vol. 27, No. 3, 1948, pp. 379-423.