Archive of SID

تعادل استکلبرگ–نش در بازی مکان‌یابی رقابتی تسهیلات میان یک امتیازدهنده و دو سرمایه گذار

عباس کاری مجیدآباد[۱]، مرضیه مظفری[۲،*] و علی نعیمی صدیق[۳]

اطلاعات مقاله

دریافت مقاله: ۹۷/۰۴/۰۹

پذیرش مقاله: ۹۷/۰۸/۳۰

واژگان کلیدی:

مکان‌یابی رقابتی،

مسئله امتیازدهنده سرمایه گذار،

نظریه بازی،

تعادل استکلبرگ،

تعادل نش.

چکیده

در مسئله مکان‌یابی رقابتی موضوع مکان‌یابی بهینه یک یا چند تسهیل جدید در شرایطی است که رقبای دیگر نیز وجود دارند، در این مقاله نوعی از مسئله مکان‌یابی رقابتی بررسی می‌شود که یک امتیاز دهنده امکان بهره‌گیری از سرمایه‌گذاری دو سرمایه‌گذار با دریافت درصدی از درآمد آن‌ها به‌عنوان فرانشیز را در اختیار دارد و ضمناً خود نیز با توجه به بودجه در اختیار می‌تواند نسبت به ایجاد تسهیلات در مکان‌های بالقوه موجود اقدام نماید. درواقع سه تصمیم‌گیرنده وجود دارد که یکی به‌عنوان رهبر و دو تصمیم‌گیرنده به‌عنوان پیرو در رقابت هم‌زمان با یکدیگر وارد بازی انتخاب مکان برای ایجاد تسهیلات خود می‌شوند. این بازی به‌صورت یک بازی دو سطحی استکلبرگ-نش است که در سطح اول امتیازدهنده با در نظر گرفتن بهترین پاسخ سرمایه‌گذاران بهترین تصمیم خود را اعلام می‌دارد و در سطح دوم دو سرمایه‌گذار با مشاهده استراتژی امتیازدهنده به‌صورت هم‌زمان و در رقابت با یکدیگر تصمیم‌گیری می‌کنند. درنهایت برای صحه‌گذاری نتایج مدل پیشنهادی یک مثال عددی ارائه‌شده است و به‌منظور دستیابی به سیاست‌های بهینه مدیریتی تحلیل حساسیت جامعی صورت گرفته‌است.

۱-مقدمه

یکی از مسائلی که در طراحی سیستم‌های صنعتی موردتوجه قرار می‌گیرد مسئله مکان‌یابی و استقرار تسهیلات است. درواقع مبحث مکان‌یابی یکی از مباحث مهم مهندسی صنایع است. مطالعه در خصوص مکان‌های بهینه صنعتی از دیدگاه متخصصان علم اقتصاد و صنعت دارای اهمیت و اولویت است. مراکز صنعتی و کارخانه‌ها برای تعیین مکان احداث کارخانه، استقرار تجهیزات و بخش‌های خود در کارخانه، استقرار دفاتر در سطح شهر، تعیین مراکز توزیع محصولات و ... با چنین مسائلی سروکار دارند. درواقع تصمیمات مرتبط با مکان‌یابی و استقرار، نه‌فقط در مسائل صنعتی بلکه در مسائل گوناگون در بخش‌های دولتی و خصوصی، اعم از صنعتی و غیر صنعتی و خدماتی ظاهر می‌گردد. در بخش‌های دولتی تعیین مکان مراکز خدماتی نظیر ایستگاه‌های پلیس‌راه، اورژانس، بیمارستان‌ها، ایستگاه‌های آتش‌نشانی و... نیاز به اتخاذ چنین تصمیماتی دارد. لذا تصمیم‌گیری در مورد مکان‌یابی تسهیلات عمدتاً از تصمیم‌گیری‌های بلندمدت و استراتژیک شرکت‌های بزرگ خصوصی و عمومی است و هزینه‌های بالای مربوط به مکان‌یابی و استقرار و راه‌اندازی تسهیلات، پروژه‌های مکان‌یابی را به سرمایه‌گذاری‌های بلندمدت تبدیل کرده است.

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: m_mozafari@iauec.ac.ir

۱. دانش‌آموخته، دانشکده مهندسی صنایع، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی

۲. استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، واحد الکترونیکی، دانشگاه آزاد اسلامی

۳. استادیار، پژوهشکده فناوری اطلاعات، پژوهشگاه علوم و فناوری اطلاعات ایران (ایرانداک)

www.SID.ir

Archive of SID

مدل‌های مکان‌یابی رقابتی، مسائل مکان‌یابی کلاسیک مانند P میانه و حداکثر پوشش را به محیط‌های رقابتی که در آن‌ها شرکت‌ها برای به دست آوردن سود و سهم بازار با یکدیگر رقابت می‌کنند، توسعه می‌دهند [۱]. یک مدل مکان‌یابی را می‌توان رقابتی نامید اگر شامل شرایطی شود که در آن تسهیلاتی قبلاً مستقر باشد یا در آینده قرار باشد مستقر شود و تسهیل یا تسهیلات جدید باید برای به دست آوردن بیشترین سهم بازار یا سود با آن‌ها رقابت کنند. از مهم‌ترین عوامل رقابتی در این مدل‌ها می‌توان به کوتاهی زمان انتظار، پایین بودن هزینه و نزدیکی مسافت اشاره نمود. وقتی مشتریان برای دریافت خدمات به مراکز خدماتی مراجعه می‌کنند، رقابت برای جذب هر چه بیشتر مشتری از طریق این عوامل صورت می‌گیرد. بسیاری از مباحث در حوزه مکان‌یابی تسهیلات بر این فرض بناشده است که نوعی انحصار در محیط وجود دارد. به عبارتی تسهیل یا تسهیلاتی که قرار است در محیط مستقر شوند، متعلق به تنها تأمین‌کننده موجود در محیط است، اما این فرض در دنیای واقعی برقرار نیست و اغلب رقبایی نیز در محیط وجود دارند. به‌طورکلی موضوع اصلی در مکان‌یابی رقابتی، مکان‌یابی بهینه یک یا چند تسهیل جدید در بازار است که رقبای دیگر نیز از قبل وجود داشته‌اند. با مدل کردن مسئله در قالب یک بازی می‌توان با در نظر گرفتن مکان تسهیلات موجود و همچنین تصمیم درباره‌ی سازمان‌هایی که احتمالاً در آینده وارد می‌شوند، مکان تسهیل جدید را تعیین کرده و نقطه تعادلی بر اساس مفاهیم تعادل برای کل مجموعه به دست آورد. همچنین مهم‌ترین شاخه از مسائل مکان‌یابی که در نظریه‌ی بازی‌ها استفاده‌شده است، مکان‌یابی تسهیلات رقابتی است که در آن شرکت‌های رقیب به دنبال حداکثر نمودن سهم بازار خودشان هستند. در مکان‌یابی رقابتی ممکن است یک امتیاز دهنده وجود داشته باشد که امتیازی مانند امکان سرمایه‌گذاری برای سرمایه‌گذار یا سرمایه‌گذاران را در مکان‌های بالقوه فراهم نماید [۲]. جهت مدل‌سازی این مسائل، می‌توان با توجه به در نظر گرفتن شرایط رقابتی به مکان‌یابی با رویکرد نظریه بازی‌ها پرداخت که در اینجا مکان‌یابی با رویکرد مذکور بین سه بازیکن موردبررسی قرار خواهد گرفت. به دو علت اصلی این تحقیق دارای اهمیت و ضرورت است. اول اینکه علی‌رغم اهمیت مسائل مکان‌یابی رقابتی با رویکرد تئوری بازی تعداد مقالات متناظر در این زمینه از درصد کمتری نسبت به مسائل مکان‌یابی غیررقابتی برخوردار است. این امر پیچیدگی ساختار مدل و روش‌های حل این نوع مسائل در مقایسه با مسائل مکان‌یابی غیررقابتی را نشان می‌دهد [۳]. دلیل دوم امکان وجود چنین مسئله‌ای در شرایط واقعی است به‌ویژه در خصوص سرمایه‌گذاری برای ایجاد تسهیلات است که یک‌طرف آن شخص یا شرکت و یا نماینده سازمانی است که می‌خواهد نیاز سازمان اصلی خود مبنی بر ایجاد تسهیلات در نقاط بالقوه‌ای را با حداکثر درآمد پوشش داده و در این شرایط از امکان سرمایه‌گذاری دیگر شرکت‌ها نیز استفاده نماید.

حل مسائل مکان‌یابی تسهیلات رقابتی با استفاده از تئوری بازی‌ها و با توجه به نوع رفتار مشتریان در انتخاب تسهیلات به دو گروه عمده تقسیم می‌گردد: ۱- انتخاب بر اساس کوتاه‌ترین فاصله ۲- انتخاب بر مبنای متغیرهای استراتژیک (مانند مقدار و قیمت تولید، ظرفیت، قیمت مکان و ...) که در شرایط عدم یکسان بودن ماهیت تسهیلات جهت تصمیم‌گیری بکار برده می‌شود. طبقه‌بندی کلی از تحقیقات صورت گرفته در این زمینه به این صورت است که اگر تسهیلات شبیه به یکدیگر باشد انتخاب بر اساس کوتاه‌ترین فاصله‌ای که تسهیل از مشتری دارد صورت می‌گیرد و مشتری نزدیک‌ترین فاصله از تسهیل را انتخاب می‌نماید و در غیر این صورت از متغیرهای استراتژیک استفاده خواهد کرد [۴]. در این مطالعه، بررسی و تحقیق در خصوص جواب تعادل برای مسئله مکان‌یابی تسهیلات رقابتی در شرایطی صورت می‌گیرد که دو شرکت سرمایه‌گذار با قدرت همسان در فضای گسسته و با در نظر گرفتن تصمیمات یک شرکت امتیاز دهنده در موقعیت رهبر که فرانشیز دریافت می‌نماید، به رقابت باهم می‌پردازند. جهت مدل‌سازی از رویکرد ترکیبی نظریه بازی بدون همکاری هم‌زمان و ترتیبی (استکلبرگ-نش) بهره گرفته می‌شود و به‌منظور دستیابی به نقطه تعادل بازی و جواب‌های بهینه بازیکنان یک الگوریتم ابتکاری پیشنهاد می‌گردد. در ادامه با مروری بر مقالات پیشین به تشریح خلأ موجود در ادبیات موضوع و نوآوری مقاله حاضر پرداخته می‌شود.

۲-مرور ادبیات

در مسائل مکان‌یابی رقابتی، مباحث هندسی با مباحث نظریه بازی‌ها ادغام می‌شوند تا مشخص شود چگونه رفتار این رقبا بر روی‌هم تأثیر می‌گذارد [۵]. هیسه و همکاران [۶] به بررسی بازی مکان‌یابی رقابتی تسهیلات بین دو

www.SID.ir

Archive of SID

بازیکن (خرده‌فروش) در فضای دوبعدی که به‌صورت هم‌زمان و با کسب حداکثر سود پرداخته‌شده است و با استفاده از استراتژی تعادل نش، مدل استکلبرگ و متاهیورستیک به حل مدل پرداخته شد.

فرضیات اولیه مدل‌های مکان‌یابی رقابتی با رویکرد نظریه بازی‌ها اولین بار در سال ۱۹۲۹ از سوی اقتصاددانی به نام هتلینگ در خصوص رقابت بین دو بستنی‌فروش دوره‌گرد در ساحل دریا معرفی گردید و در صنعت خرده‌فروشی از اهمیت بالایی برخوردار شد [۷].

برخی پژوهش‌ها تنها از اصول مطرح‌شده در مدل پایه هتلینگ استفاده کرده و سعی نمودند موضوعات جدیدی را مطرح و به شیوه‌ای متفاوت آن را حل نمایند، اما در میان گروهی از مطالعات ارجاع داده‌شده به مدل هتلینگ، سیر تحول با در نظر گرفتن تعداد متغیر وارد شونده به بازار و رقابت پویا مشاهده می‌شود. تحقیقات بعدی صورت گرفته در جهت بهبود یک یا چند فرض از فرضیات مدل هتلینگ و مطرح نمودن آن در سطح عمومی‌تر است. اولین فرض در مکان‌یابی تسهیلات رقابتی بر این اصل استوار است که تسهیلات از قبل مستقرشده‌اند و یا اینکه در آینده استقرار خواهند یافت و تسهیل یا تسهیلات جدید باید برای به دست آوردن سهم بازار با آن رقابت کنند. ویژگی‌های رقابت شامل رقابت ایستا، رقابت با پیش‌بینی و رقابت پویا خواهد بود. تحقیق انجام‌شده برخی از ایرادات مدل هتلینگ را برطرف نموده است. پس‌ازآن مسائل مکان‌یابی ترتیبی مورد بررسی و تفحص قرار گرفت [۸]. نتایج حاصل از این تحقیقات نشان داد که در اکثر مواقع یک تسهیل اگر به‌عنوان اولین وارد شونده مکان‌یابی وارد شود، شرایط سودمندتری نسبت به دیگر رقبا خواهد داشت. بر اساس مدل‌سازی هتلینگ، مسئله مکان‌یابی توسعه داده شد. در این توسعه به کاربردهای بازی بدون همکاری پرداخته‌شده است. همچنین عواملی مانند فضا، تعداد بازیکنان، سیاست قیمت‌گذاری، قوانین بازی، رفتار بازیکنان بکار گرفته‌شده است [۹]. پلاستریا و ونهاوربکه [۱] به بررسی مدلی در فضای شبکه در حالت گسسته برای مکان‌یابی رقابتی ترتیبی بدون کشش تقاضا پرداختند. مدل بر اساس بیشینه‌ی پوشش در شرایطی که یک رقیب با یک تسهیل جدید وارد بازار خواهد شد، بررسی‌شده و هدف آن مکان‌یابی جهت کسب بیشینه‌ی باقیمانده سهم بازار با توجه به محدودیت بودجه و بعد از ورود رقیب جدید است.

بررسی مکان‌یابی هم‌زمان چند بازیکن که درصد فرانشیزی را به امتیاز دهنده پرداخت می‌نمایند در فضایی دوسطحی جهت به دست آوردن بیشینه‌ی سهام بازار و کمینه‌ی هزینه‌ی کل تولید و تحویل خدمات به مشتری انجام شد. مدل مطرح‌شده با استفاده از شرایط تعادل نش و مدل استکلبرگ در فضایی گسسته حل‌شده و با استفاده از الگوریتم‌های تکرارشونده به تعادل رسیده است [۱۰]. در تحقیق دیگر سیاست بهینه‌ی مکان‌یابی رقابتی برای سه و تعداد بیشتر تسهیلات، در یک بازار خطی که تقاضا در طول آن با توزیع یکنواخت پراکنده‌شده است، در نظر گرفته شد [۱۱]. مدل بازی استکلبرگی فرناندز و همکاران [۱۲] و تعاریف مربوط به تعادل نش و مدل کورنوت در فضای رقابتی شناخته می‌شوند که کاربرد تئوری بازی را در حل مسائل مکان‌یابی رقابتی با دادن امتیاز تأسیس مکان را نشان می‌دهد [۱۳].

مدل استکلبرگ دیگری توسط فلاح و همکاران [۱۴] ارائه گردید که در آن به طراحی شبکه زنجیره تأمین حلقه بسته در محیط رقابتی تحت شرایط عدم قطعیت پرداختند. بشیری و یعقوبی [۱۵] مسئله مکان‌یابی p-مرکز را با در نظر گرفتن سلسله‌مراتب لانه‌ای توسط الگوریتم بهینه‌سازی ذرات حل نمودند. همچنین حکیم‌پور و همکاران [۱۶] به مقایسه سه الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید و فاخته‌ها در مکان‌یابی رقابتی بانک‌ها پرداختند. ایشان نشان دادند که سرعت همگرایی و دقت الگوریتم فاخته‌ها در رسیدن به بهترین جواب نسبت به دو الگوریتم دیگر بهتر بودند.

در تحقیق دیگری که انجام‌شده است مسئله رقابت بین دو بازیکن در فضای گسسته‌ای که مشتریان در نقاط مختلف وجود دارند و با تابع هدف حداکثر درآمد موردبررسی قرارگرفته است. در اینجا نیز درصدی از درآمد بازیکنان به امتیاز دهنده به‌عنوان درصد فرانشیز پرداخت می‌گردد ولی خود امتیاز دهنده دربازی حضور ندارد، در این تحقیق از مفهوم تعادل نش بین بازیکنان و الگوریتم پیشنهادی برای به دست آوردن جواب استفاده‌شده است [۱۷]. مکان‌یابی تسهیلات در فضای گسسته‌ی شبکه با P تسهیل ترتیبی در حالت رقابتی و قیمت‌های تحویل متفاوت با متغیرهای تصمیم مکان و قیمت محصولات ارائه شد. ابتدا مسئله در حالت یک مدل دو مرحله‌ای که شامل ورود رقیب اول و سپس رقیب دوم است، بررسی‌شده، سپس فرض می‌کند که اصلاح قیمت توسط رقبا، بعد از مکان‌یابی امکان‌پذیر

www.SID.ir

Archive of SID

است. این حالت با استفاده از مدل استکلبرگ ارائه‌شده و با استفاده از آن قیمت و مکان دو رقیب مشخص می‌شود [۱۸]. مسئله مکان‌یابی رقابتی در حالت یک رهبر – یک پیرو توسط درزنر و همکاران [۱۹] به صورت یک بازی تعادل استکلبرگ با استفاده از مفهوم پوشش مدل‌سازی شده به‌طوری‌که هر یک از طرفین دارای بودجه محدود برای توسعه تسهیلات پیشین و یا احداث تسهیلات جدید هستند. در تحقیق دیگری مسئله مکان‌یابی رقابتی با ورود ترتیبی به صورت یک مدل دوسطحی تحت شش سناریوی مختلف دوتایی، دوتایی نسبی، دوتایی جزئی و هریک به‌طور ترکیب‌شده با تقاضای ضروری و غیرضروری مورد بررسی قرار گرفته است [۲۰]. کوناک و همکاران [۲۱] یک رویکرد مدل‌سازی چندهدفه برای مسئله مکان‌یابی رقابتی ترتیبی با چندین رقیب بر پایه مسئله مکان‌یابی پوشش حداکثری ارائه نمودند و از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل و حصول نقاط ناچیره استفاده نمودند. مسئله مکان‌یابی رقابتی ترتیبی در تحقیق دیگری با در نظرگیری بازی تعیین قیمت میان رقیب موجود و رقیب تازه‌وارد مطرح و با استفاده از یک الگوریتم ابتکاری به حل آن پرداخته شده است [۲۲]. تحقیقی در حوزه‌ی طرح سرمایه‌گذاری اشتراکی برای بازی‌های مکان‌یابی مقعر در حالت درخت ارائه شد. هدف این نوع مسائل، ایجاد سیستم به نحوی است که با اختصاص مشتریان به تسهیلات بیکار، مجموع هزینه‌ی راه‌اندازی و ارتباط بین مشتریان و تسهیلات حداقل گردد. مدل با استفاده از حل دقیق و مفاهیم تعادل نش حل‌شده است [۲۳]. در تحقیقی دیگر به بررسی مدل مکان‌یابی گسسته ی غیرتعاونی با دو نفر و در حالت رقابتی پرداخته شد. تصمیمات به‌طور هم‌زمان گرفته می‌شود. متغیرهای طراحی مکان و قیمت است و تابع هدف به‌صورت کسب حداکثر سود است. شرایط موجود سبب می‌شود که یک بازیکن برای بهتر شدن وضعیت بازیکن دیگر، تلاش نموده تا خود نیز وضعیت بهتری داشته باشد که این حالت تعادل نش را به سطح رقابت افزایش می‌دهد. روش‌های حل از طریق تعادل نش و مدل استکلبرگی است. امتیاز دهنده در اینجا صرفاً امکان ایجاد تسهیلات برای بازیکنان را مهیا می‌کند [۲۴]. بر اساس دانش نویسندگان در اغلب مقالات مطرح در حوزه مکان‌یابی رقابتی ورود ترتیبی دو بازیکن مفروض است و مقالات اندکی ورود هم‌زمان بازیکنان را مورد توجه قرار دادند. در این مقاله توسعه‌ای از مسئله مکان‌یابی رقابتی در نظر است که در آن سه بازیکن وجود دارند و ورود ترتیبی و هم‌زمان به صورت ترکیبی مورد توجه قرار گرفته است به‌طوری‌که یکی از بازیکنان به‌عنوان امتیاز دهنده، امتیاز سرمایه‌گذاری را برای دو بازیکن دیگر (که اینجا نقش سرمایه‌گذار را خواهند داشت) به ازای دریافت درصدی از درآمد آن‌ها به‌عنوان فرانشیز فراهم می‌نماید. درواقع یکی از نوآوری‌های مهم این مقاله ورود امتیاز دهنده به‌عنوان بازیکن رهبر با هدف کسب حداکثر درآمد از نتیجه استقرار تسهیلات است که بخشی از آن می‌تواند توسط خود او و بخشی دیگر توسط دو سرمایه‌گذار رقیب مستقر گردد. که این مسئله به صورت یک مدل دو سطحی تعادل استکلبرگ-نش مدل‌سازی می‌شود و یک الگوریتم ابتکاری برای حل مدل و حصول نقاط تعادل پیشنهاد می‌گردد. در ادامه مقاله بیان شفافی از مسئله با ذکر یک نمونه ارائه می‌گردد. سپس به مدل‌سازی مسئله و حل آن توسط الگوریتم پیشنهادی پرداخته می‌شود و سپس تحلیل حساسیت بر روی جواب‌های حاصل از الگوریتم پیشنهادی با تغییر پارامترهای ورودی انجام می‌گردد. درنهایت به نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آینده اشاره می‌گردد.

۳- بیان مسئله

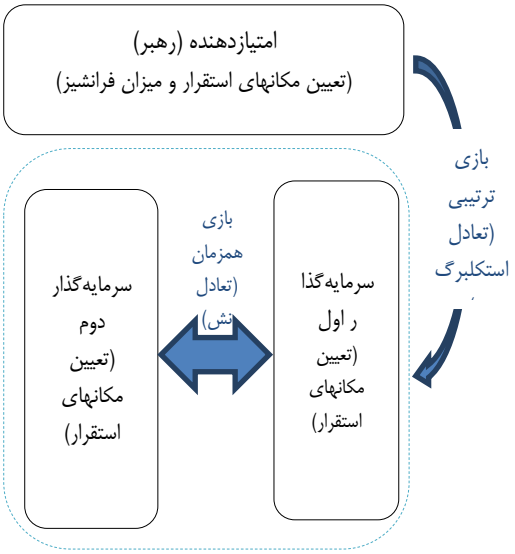
در اینجا مکان‌یابی رقابتی برای دو شرکت سرمایه‌گذاری انجام می‌شود که توسط یک امتیاز دهنده به‌عنوان دهنده فرانشیز برای ایجاد تسهیلات در مکان‌های گسسته انتخاب شده‌اند و درصدد کسب بیشترین درآمد برای خود می باشند. با این توضیح که شرایط فعالیت آن‌ها در محیط استراتژیکی است که اطلاعات کامل و بدون همکاری است.

در تحقیقات مکان‌یابی تسهیلات رقابتی عمدتاً ورود بازیکنان به‌صورت ترتیبی و غیر هم‌زمان است [۵]. همچنین در تعدادی از تحقیقات انجام‌شده ورود بازیکنان هم‌زمان در نظر گرفته‌شده است. ضمناً تحقیقات مذکور فقط یکی از دو حالت را شامل می‌شوند. در تحقیق حاضر از ترکیب دو ورود به این‌گونه استفاده خواهد شد که امتیاز دهنده به‌عنوان تصمیم‌گیرنده اصلی یا رهبر ابتدا وارد شده و تصمیمات خود را اعلام می‌نماید. سپس مجموعه بازیکنان پیرو (شرکت‌های سرمایه‌گذار) وارد می‌شوند (ورود ترتیبی) و تصمیم‌گیری در مجموعه شرکت‌های سرمایه‌گذار به‌صورت هم‌زمان صورت می‌پذیرد. تحقیق در خصوص رفتارهای امتیاز دهنده و شرکت‌های سرمایه‌گذار در این

www.SID.ir

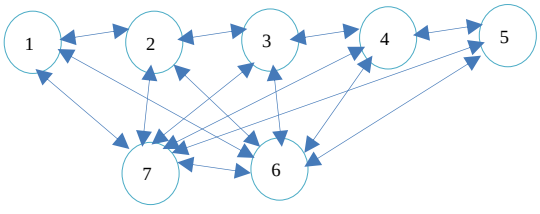
Archive of SID

نوع بازی ترکیبی (تعادل استکلبرگ- نش)، به‌عنوان جنبه‌های قابل جستجو مطرح می‌گردد. شکل ۱ شمای کلی مسئله تحقیق را به نمایش می‌کشد.



شکل ۱- شمای کلی از مسئله تحقیق

برای تشریح بهتر مسئله فرض کنید منطقه‌ای دارای ۷ مکان جهت ایجاد تسهیلات مطابق با شکل (۲) وجود دارد. در این شکل مکان‌ها با گره‌هایی که با اعداد یک تا هفت علامت‌گذاری شده است، مشخص می‌شوند. بین هر دو منطقه کمان‌های دارای دو جهت وجود دارد به این معنا که دو گره می‌توانند تقاضای متقابل داشته باشند و همان‌طور که گفته شد هر یک از سه بازیکن می‌توانند جهت استقرار تسهیلات جدید از میان گره‌ها انتخاب نمایند. همچنین توجه داریم که الزاماً تمامی مکان‌ها در یک امتداد نیستند و می‌توانند به هر صورتی فضای تصمیم را شکل دهند.



شکل۲- نمونه‌ای از شبکه مکان‌یابی تسهیلات

به‌طورکلی مفروضات مسئله عبارتند از:

۱. فضای تصمیم گسسته است. استقرار تسهیلات در نقاط گسسته که از قبل مشخص است صورت می‌پذیرد.
۲. بازیکنان از یک رهبر (امتیاز دهنده یا تصمیم‌گیرنده اول) و دو پیرو (سرمایه‌گذار یا تصمیم‌گیرندگان دوم و سوم) تشکیل‌شده است.
۳. بین دو سرمایه‌گذار رقابت هم‌زمان وجود دارد.
۴. میزان تقاضا هر مشتری از تسهیل ایجادشده نسبت عکس با فاصله آن مشتری با تسهیل ایجادشده دارد.
۵. تقاضای مشتری زمانی که به یک فاصله از هر یک از مکان‌های انتخابی بازیکنان باشد به نسبت مساوی بین آن‌ها تقسیم خواهد شد.
۶. درصدی از درآمد حاصله برای دو سرمایه‌گذار به امتیاز دهنده تعلق می‌گیرد. این درصدها به‌عنوان فرانشیز شناخته‌شده و مقدار آن توسط امتیاز دهنده تصمیم گیری می‌شود.
۷. در هریک از مکان‌های موجود فقط نیاز به یک تسهیل وجود دارد که می‌تواند توسط هریک از بازیکنان مستقر گردد.
۸. در هر یک از مکان‌های موجود که در آن مشتری مستقر شده است ممکن است تقاضایی وجود داشته باشد که از خود همان مکان قابل پاسخگویی باشد.

۳-۱- علائم ریاضی

پارامترها و متغیرهای مسئله مطابق جدول ۱ تعریف می‌شوند.

۳-۲- مدل‌سازی ریاضی

با توجه به کلیات مسئله با یک ساختار یک رهبر- دو پیرو مواجه هستیم که به مدل‌سازی آن در قالب یک مدل برنامه ریزی دوسطحی[1] [۲۵] می‌پردازیم.

در مدل برنامه‌ریزی دو سطحی، ابتدا یک بازیکن (بازیکن سطح بالا) استراتژی خود را انتخاب می‌کند و نقش رهبر را ایفا می‌نماید و پس از آن بازیکن پیرو (بازیکن سطح پایین) بهترین پاسخ خود به تصمیم رهبر را انتخاب می‌کند و بازیکن رهبر به دنبال بهینه نمودن تابع هدف خود با در نظر گرفتن تابع بهترین پاسخ بازیکن پیرو است. به‌منظور مدل‌سازی این نوع بازی، شرایط بهینگی مدل پیرو به‌عنوان بهترین پاسخ او به تصمیمات رهبر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین رهبر در مسئله خود به دنبال بیشینه‌سازی تابع هدف فردی است که علاوه بر متغیرهای خود به متغیرهای تصمیم بازیکن پیرو وابسته است. در واقع، رهبر بر اساس

[1] Bi-Level Programming

www.SID.ir

Archive of SID

پیش‌بینی‌ای که از عکس‌العمل پیرو دارد، استراتژی خود را انتخاب می‌کند. بنابراین رهبر بدون داشتن کنترل بر عملکرد پیرو، بر چگونگی رفتار وی اثر می‌گذارد و همچنین پیرو با داشتن استراتژی رهبر سعی در انتخاب بهترین استراتژی ممکن برای خود دارد.

جدول ۱- علائم ریاضی

علائم	توضیحات	علائم	توضیحات
p	شماره بازیکنان	$G'(j)$	مجموعه مکان‌های متعلق به بازیکن ۲و یا ۳ که با کمترین فاصله مشتری j از تمامی مکان‌های موجود، برابراست.
M	مجموعه مکان‌های بالقوه برای تسهیلات جدید	$G''(j)$	مجموعه مکان‌های متعلق به بازیکن ۱ را نشان می‌دهد که فاصله آن‌ها از مشتری j، از کمترین فاصله این مشتری از مکان‌هایی که بازیکن ۲ و یا ۳ استقرار داده است، بزرگ‌تر نباشد.
J	مجموعه مشتریان	$U'(j)$	مجموعه مکان‌های متعلق به بازیکن ۱ را نشان می‌دهد که فاصله آن‌ها از مشتری j، با کمترین فاصله این مشتری از مکان‌هایی که بازیکن ۲ و یا ۳ استقرار داده است، برابر باشد.
G	مجموعه مکان‌های بالقوه‌ای که قبلاً توسط امتیاز دهنده انتخاب‌نشده است	u_i	اگر امتیاز دهنده در مکان i تسهیلی را بازگشایی نماید مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد
F	مجموعه تسهیلات متعلق به امتیاز دهنده که توسط او مشخص می‌شود	r_i	اگر سرمایه‌گذار ۲ در مکان i تسهیلی را بازگشایی نماید مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد
c_{ij}	فاصله بین مشتری j از مکان i	v_i	اگر سرمایه‌گذار ۳ در مکان i تسهیلی را بازگشایی نماید مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد
d_{ij}	تقاضای مشتری j از مکان i	m'_{ij}	درصدی از تقاضای مشتری j که توسط تسهیل i که متعلق به امتیاز دهنده است، تأمین می‌گردد
f_{ip}	هزینه سرمایه‌گذار p برای بازگشائی یک تسهیل در مکان i	t_{ij}	درصدی از تقاضای مشتری j که توسط تسهیل i که متعلق به سرمایه‌گذار ۲ است، تأمین می‌گردد
α_p	درصدی از تقاضا که توسط سرمایه‌گذار p به امتیاز دهنده اختصاص می‌یابد	t'_{ij}	درصدی از تقاضای مشتری j که توسط تسهیل i که متعلق به سرمایه‌گذار ۳ است، تأمین می‌گردد
O_p	ماکزیمم بودجه در دسترس برای سرمایه‌گذار p (این سرمایه‌گذار شامل امتیاز دهنده نیز است.)	x'_{ij}	درصدی از تقاضای مشتری j که توسط تسهیل i که متعلق به سرمایه‌گذار ۳ یا ۲ است، تأمین می‌گردد
Z'_p	تابع درآمد بازیکن p		

در این مقاله در سطح بالا زیرمدل تصمیم‌گیری بازیکن امتیازدهنده قرار می‌گیرد که با نماد DM.1 مشخص می شود.

سپس در سطح پایین دو بازیکن سرمایه‌گذار به رقابت می پردازند. بنابراین دو زیر مدل DM.2 و DM.3 به ترتیب مرتبط با بازیکنان ۲ و ۳ در سطح پایین قرار می‌گیرد. از آنجایی‌که بین دو سرمایه‌گذار رقابت هم‌زمان وجود دارد در واقع شرایط تعادل نش زیرمدل دو سرمایه‌گذار به‌عنوان بهترین پاسخ به بازیکن امتیازدهنده است. در ادامه به تعریف سه زیرمدل مطرح‌شده می‌پردازیم.

دو مجموعه $G''(j)$ و $U'(j)$ از طریق روابط زیر محاسبه می‌شوند.

$$G''(j)=\left\{k\in H \mid c_{kj}\le min\left\{c_{ij}\right\}\right\} \quad \forall i\in M \ , \ \forall j\in J \qquad (۱)$$

$$U'(j)=\left\{k\in H \mid c_{kj}=min\left\{c_{ij}\right\}\right\} \quad \forall i\in M \ , \ \forall j\in J \qquad (۲)$$

www.SID.ir

Archive of SID

همچنین روابط بین تقاضا و فواصل با توجه به در نظر گرفتن نزدیکی به‌صورت زیر همواره برقرار خواهد بود.

$$c_{kj} \le c_{ij} \rightarrow d_{kj} \qquad (۳)$$
$$c_{kj} \le c_{ij} \rightarrow d_{kj} \ge d_{ij} \quad \forall\, i \in M \ ,\forall\, j \in J$$
$$c_{kj} = c_{ij} \rightarrow d_{kj} = d_{ij}$$

زیرمسئله امتیازدهنده به صورت زیر فرموله می‌شود.

زیرمدل DM.1

$$Max\, Z'_1 = \frac{\alpha_2}{(1-\alpha_2)} Z'_2 + \frac{\alpha_3}{(1-\alpha_3)} Z'_3 + \sum_{j\in J}\sum_{i\in G''(j)} d_{ij}\, m'_{ij} \qquad (۴)$$

$$\sum_{i\in G} f_{i1} u_i \le O_1 \qquad (۵)$$

$$u_i = 1 \qquad \forall i \in F \qquad (۶)$$

$$\sum_{i\in G''(j)} m'_{ij} + \sum_{i\in G'(j)} x'_{ij} \le 1 \qquad \forall j \in J \qquad (۷)$$

$$m'_{ij} \le U_i \quad \forall j \in J \ ,\forall i \in G''(j) \qquad (۸)$$

$$m'_{ij} = x'_{ej} \quad \forall j \in J \ ,\forall e \in U'(j) \ ,\forall i \in G''(j) \qquad (۹)$$

$$u_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \in M \qquad (۱۰)$$

$$m'_{ij} \in [0,1] \quad \forall j \in J, \forall i \in G''(j) \qquad (۱۱)$$

$$x'_{ij} \in [0,1] \quad \forall j \in J, \forall i \in G'(j) \qquad (۱۲)$$

تابع هدف اصلی مسئله (رابطه ۴) از سه بخش تشکیل‌شده است که بخش اول و دوم مربوط به درصدی از درآمد سرمایه‌گذاران (بازیکنان ۲ و ۳) است و بخش سوم مربوط به درآمد فردی امتیاز دهنده (بازیکن ۱) است که از نتیجه انتخاب تسهیلات با توجه به بودجه در اختیار به دست می آید.

رابطه (۵) بیانگر محدودیت بودجه بازیکن شماره یک است و رابطه (۶) انتخاب تسهیلات را نشان می‌دهد. روابط (۷) و (۸) به ترتیب محدودیت درصد تقاضای مجموع بازیکن‌ها و بازیکن اول را نشان می‌دهد. رابطه (۹) محدودیت درصد تقاضا برای بازیکن امتیازدهنده زمانی که فواصل بین مشتری و تسهیلات متعلق به بازیکن یک با بازیکنان ۲ و ۳ یکسان باشد را بیان می‌نماید. روابط (۱۰-۱۲) مربوط به تعریف و بازه متغیرها است.

اکنون رقابت هم‌زمان بازیکن دوم و سوم به صورت زیرمدل های DM.2 و DM.3 مدل‌سازی می‌گردد.

زیرمدل DM.2

$$MAX\ Z'_2 = \sum_{i\in G}\sum_{j\in J}(1-\alpha_2) d_{ij} t_{ij} \qquad (۱۳)$$

$$\sum_{i\in G} f_{i2} r_i \le (1-\alpha_2) O_2 \qquad (۱۴)$$

$$r_i = 0 \qquad \forall i \in F \qquad (۱۵)$$

$$t_{ij} \le r_i \quad \forall i \in M \ ,\forall j \in J \qquad (۱۶)$$

$$r_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in M \qquad (۱۷)$$

$$t_{ij} \in [0,1] \quad \forall i \in M \ ,\forall j \in J \qquad (۱۸)$$

زیرمدل DM.3

$$MAX\ Z'_3 = \sum_{i\in G}\sum_{j\in J}(1-\alpha_3) d_{ij} t'_{ij} \qquad (۱۹)$$

$$\sum_{i\in G} f_{i3} v_i \le (1-\alpha_3) O_3 \qquad (۲۰)$$

$$v_i = 0 \qquad \forall i \in F \qquad (۲۱)$$

$$t_{ij} \le v_i \quad \forall i \in M \ ,\forall j \in J \qquad (۲۲)$$

$$v_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in M \qquad (۲۳)$$

$$t'_{ij} \in [0,1] \quad \forall i \in M \ ,\forall j \in J \qquad (۲۴)$$

فرض می‌شود تعریف توابع هدف و محدودیت‌های مربوط به دو سرمایه‌گذار مشابه هم است و تنها مقادیر پارامترها در دو زیرمدل DM.2 و DM.3 می‌تواند متفاوت باشد. روابط (۱۳) و (۱۹) به ترتیب توابع درآمد بازیکن دوم و سوم را نشان می‌دهند. روابط (۱۴) و (۱۹) بیانگر محدودیت بودجه هر یک از بازیکنان دوم و سوم است. در واقع روابط (۱۴) و (۱۹) بیانگر این مفروض است که هرچه قدر درصد فرانشیز امتیاز دهنده از بازیکنان بیشتر شود مقدار بودجه در اختیار کاهش یابد که با ضریب $(1-\alpha_2)$ برای بودجه بازیکن ۲ و $(1-\alpha_3)$ برای بازیکن ۳ تأثیر خود را نشان خواهد داد. روابط (۱۵) و (۲۱) نشان می‌دهد در مکان‌هایی که از قبل توسط امتیاز دهنده تسهیلی ایجادشده است بازیکنان دوم و سوم نمی‌توانند تسهیل خود را استقرار نمایند. دلیل این امر آن است که بازیکن اول نقش رهبر را دارد و برای انتخاب مکان در اولویت قرار دارد. روابط (۱۶) و (۲۲) نشان می‌دهد زمانی که تسهیلی از بازیکنان ۲ و ۳ در مکانی مستقر گردید مقادیر درصد تقاضای متعلق به این بازیکنان مشخص می‌گردد. روابط

www.SID.ir

Archive of SID

(۱۷-۱۸) و (۲۳-۲۴) مربوط به تعریف و بازه متغیرها به ترتیب برای بازیکنان دوم و سوم هستند.

۴- الگوریتم حل مسئله

از آنجایی‌که مدل ارائه‌شده یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی است که حتی در اندازه‌های کوچک نیز یک مسئله سخت محسوب می‌شود [۲۶]، حل آن از طریق الگوریتم‌های دقیق امکان‌پذیر نیست. ازاین‌رو در این مقاله جهت حل مدل دوسطحی مطرح‌شده الگوریتم ابتکاری ارائه می‌شود که مراحل آن به‌صورت ذیل بیان می‌گردد.

گام ۱- انتخاب یک جواب توسط بازیکن رهبر (زیرمدل سطح بالا)

در این گام یک زیرمجموعه از مجموعه M که درواقع اولین انتخاب تسهیلات توسط بازیکن رهبر است و با مجموعه F نشان می‌دهیم تعیین می‌گردد. این انتخاب با در نظرگیری محدودیت بودجه برای بازیکن امتیازدهنده انجام می‌گیرد. بنابراین در هر بار تکرار، مجموعه F که انتخاب‌های بازیکن رهبر است تعیین و برای محاسبه درآمد و سایر خروجی‌ها به الگوریتم داده می‌شود.

گام ۲- یافتن بهترین پاسخ در بازی رقابت سرمایه‌گذاران به انتخاب بازیکن رهبر (زیرمدل‌های سطح پایین)

در مدل سطح بالاتر به دنبال بیشینه کردن درآمد بازیکن رهبر (امتیازدهنده) هستیم. بدین منظور برای محاسبه تابع هدف رهبر نیاز به این است که با توجه به انتخاب مجموعه F توسط بازیکن رهبر (که از مرحله قبل واردشده است) بر اساس بازی تعادل نش زیرمدل‌ها در سطح پایین‌تر مقادیر مربوط به درآمد بازیکن ۲ و بازیکن ۳ و همچنین مجموعه مکان‌های انتخابی توسط این بازیکنان به دست آید. توجه داریم که بازیکنان ۲ و ۳ در این مرحله فقط در مجموعه مکان‌هایی که از قبل توسط بازیکن رهبر اشغال نشده است مجاز به انتخاب مکان تسهیلات خود هستند. مجموعه مذکور همان مجموعه M-F است. در سطح پایین مدل برای تعیین تعادل نش از رویکرد تکرارشونده ژاکوبی[1] [۲۷] استفاده می‌شود. یک زیرمجموعه ممکن از مجموعه M-F انتخاب می‌شود. ابتدا زیر مدل DM.2 فراخوانی و بهینه سازی می‌شود و سپس با حل بهینه زیر مدل DM.3 بهترین پاسخ بازیکن ۳ به انتخاب بازیکن ۲ حاصل می‌شود. لازم به ذکر است با مشخص شدن زیرمجموعه نقاط انتخابی برای بازیکنان، زیرمدل هر بازیکن به یک مدل برنامه‌ریزی خطی کاهش می‌یابد. جهت حل مدل برنامه‌ریزی خطی در این مرحله از الگوریتم سیمپلکس استفاده می‌شود. در ادامه مجدداً با فراخوانی زیرمدل DM.2 و حل بهینه آن، بهترین پاسخ بازیکن ۲ به مجموعه به‌دست‌آمده بازیکن ۳ حاصل می‌شود. درصورتی‌که این پاسخ با انتخاب قبلی این بازیکن برابر باشد تعادل نش رخ‌داده است. در صورت عدم برابری، بهترین پاسخ بازیکن ۳ به انتخاب جدید بازیکن ۲ تعیین می‌گردد که در صورت برابری با انتخاب قبلی، بازیکن شماره ۳ تعادل نش روی‌داده است. در این مرحله هر جا که تعادل نش به دست آید مقادیر حاصل برای مجموعه‌های مشخص‌شده بازیکنان ۲ و ۳ به همراه تابع هدف آن‌ها به مدل سطح بالاتر بازگردانده می‌شود تا برای محاسبه درآمد بازیکن رهبر استفاده گردد. درصورتی‌که تعادل نش حاصل نگردد زیرمجموعه دیگری از M-F انتخاب و دوباره به زیر مدل DM.2 برمی‌گردیم و الگوریتم را تا به دست آوردن تعادل نش و یا در صورت حاصل نشدن این تعادل تا بررسی همه زیرمجموعه‌های M-F ادامه می‌دهیم.

گام ۳- محاسبه تابع هدف رهبر در زیرمدل سطح بالا

زمانی که مرحله ۲ به اتمام رسید و جواب تعادل نش در سطح پایین به دست آمد، این جواب به زیرمدل سطح بالا (DM.1) بازگردانده می‌شود و تابع هدف بازیکن رهبر محاسبه می‌گردد. سپس مجموعه جدیدی از F (که زیرمجموعه جدیدی از M است) جهت استقرار تسهیلات بازیکن رهبر تعیین و گام‌های ۲ و ۳ تکرار می‌گردد.

گام ۴- شرط توقف

الگوریتم تا زمانی که تمام مجموعه‌های شدنی F برای بازیکن رهبر بررسی گردد ادامه می‌یابد. درنهایت جواب تعادل استکلبرگ نش جوابی است که بیشترین عایدی (مقدار تابع هدف) را برای بازیکن رهبر حاصل نماید.

پس از توقف الگوریتم، درآمد بیشینه بازیکن رهبر به همراه مجموعه مکان تسهیلات این بازیکن و سایر بازیکنان را به‌عنوان خروجی ارائه می‌دهد.

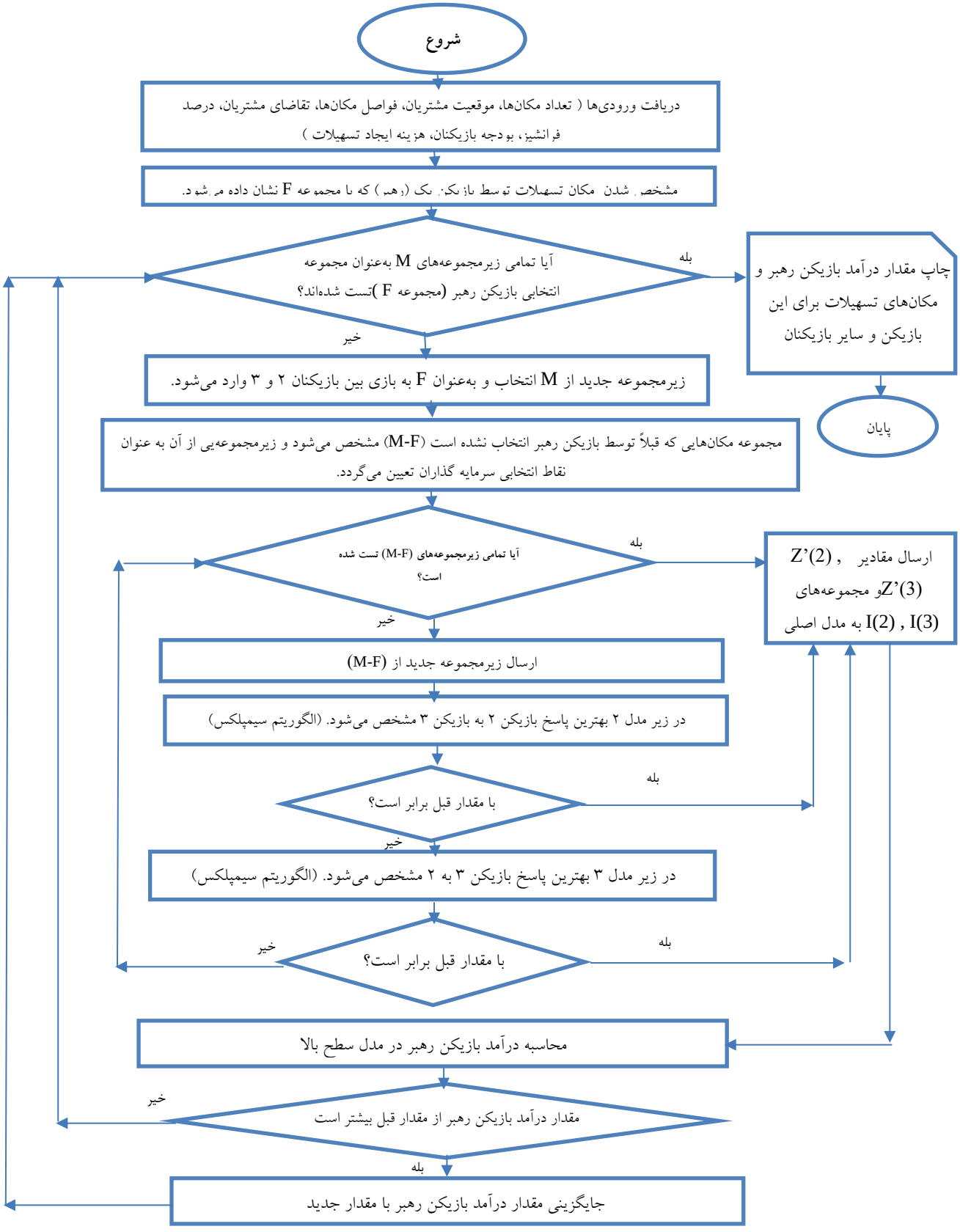
ازآنجایی‌که الگوریتم ارائه‌شده تمام نقاط بهترین پاسخ بازیکنان نسبت به یکدیگر را شمارش می‌کند دستیابی به جواب تعادل استکلبرگ-نش، که در آن هیچ‌یک از بازیکنان نمی‌تواند با تغییر یک‌جانبه تصمیمات خود عایدی خود را

[1] Jacobi

www.SID.ir

Archive of SID

افزایش دهد، در صورت وجود، قطعی است. در شکل (۳) فلوچارت الگوریتم پیشنهادی ارائه می‌گردد.



شکل ۳- فلوچارت الگوریتم پیشنهادی

www.SID.ir

Archive of SID

به‌منظور کد کردن الگوریتم از برنامه نرم‌افزاری ویژوال استودیو دات نت[1] نسخه ۲۰۱۲ و زبان C^{++} استفاده‌شده است.

۵- نتایج محاسباتی

در این بخش ابتدا یک نمونه مسئله که به صورت تصادفی تولیدشده بررسی و با استفاده از الگوریتم ارائه‌شده حل می‌گردد. سپس به حل نمونه‌های بیشتر می‌پردازیم و تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای مهم مسئله انجام می دهیم. تعداد مکان‌های موجود جهت استقرار تسهیلات در این مثال برابر با ۷ در نظر گرفته شده است. گراف مسئله مشابه شکل (۲) در نظر است. فواصل بین مکان‌ها در جدول ۲ نمایش داده شده‌است.

جدول ۲- فواصل بین مکان‌های موجود برحسب کیلومتر

c_{ij}	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۰	۵	۱۱	۱۶	۲۴	۱۶	۱۲
۲	۵	۰	۶	۱۱	۱۹	۱۳	۸
۳	۱۱	۶	۰	۵	۱۳	۸	۶
۴	۱۶	۱۱	۵	۰	۸	۷	۱۱
۵	۲۴	۱۹	۱۳	۸	۰	۱۱	۱۸
۶	۱۶	۱۳	۸	۷	۱۱	۰	۵
۷	۱۲	۸	۶	۱۱	۱۸	۵	۰

تقاضای نقاط از یکدیگر در جدول ۳ درج‌شده است. همچنین ممکن است برای مکان i تقاضایی از خود آن مکان وجود داشته باشد یعنی امکان دارد که d_{ii} مقدار داشته باشد.

جدول ۳- تقاضای مکان‌های موجود از یکدیگر (میلیون تومان در سال)

d_{ij}	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۰	۱۰	۶۰	۵۰	۰	۸۰	۱۲۰
۲	۵۰	۱۰	۶۰	۷۰	۰	۱۰۰	۴۰
۳	۱۲۰	۷۰	۳۰	۶۰	۰	۹۰	۹۰
۴	۱۶۰	۱۰۰	۵۰	۰	۰	۸۰	۹۰
۵	۲۰	۳۰	۷۰	۸۰	۰	۲۰	۹۰
۶	۱۱۰	۱۳۰	۹۰	۷۰	۰	۰	۵۰
۷	۳۰	۵۰	۶۰	۲۰	۰	۳۰	۸۰

هزینه ایجاد تسهیلات در مکان‌های هفت‌گانه مسئله به شرح جدول ۴ در نظر است.

جدول ۴- هزینه ایجاد تسهیلات توسط بازیکنان (میلیون تومان)

f_{ip}	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
۱	۵	۳	۷	۴	۴	۸	۱۲
۲	۳	۲	۴	۳	۱۱	۱	۴
۳	۲	۷	۲	۶	۶	۶	۶

در این مثال مجموعه مکان‌های استقرار مشتریان $J=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ است. در اینجا فرض می‌شود در مکان ۵ هیچ مشتری وجود ندارد. لذا ستون تقاضا در جدول ۲ تماماً صفر است.

مقادیر درصد فرانشیزی که بازیکنان دوم و سوم باید به امتیاز دهنده پرداخت کنند عبارت‌اند از $\alpha_2=50\%$ و $\alpha_3=50\%$ که در ادامه تحلیل حساسیت بر این مقادیر صورت خواهیم داد. همچنین بودجه در اختیار برای امتیاز دهنده برابر با $O_1=100$ سرمایه‌گذار دوم برابر با $O_2=200$ و سرمایه‌گذار سوم برابر با $O_3=150$ است (واحد مربوط به بودجه برحسب میلیون تومان است).

درنهایت با حل نمونه مسئله فوق توسط الگوریتم ارائه‌شده مجموعه جوابی که در جدول ۵ ذکرشده است، حاصل شده است.

جدول ۵- مکان‌های بهینه و مقادیر تابع هدف بازیکنان

شماره مکان‌های ایجاد تسهیلات			درآمد بازیکنان به میلیون تومان		
$I(1)$	$I(2)$	$I(3)$	$Z_1^{'}$	$Z_2^{'}$	$Z_3^{'}$
۲	۵ و۱	۶	۱۳۴۵	۸۰۰	۱۰۵۰

۵-۱- حل مسئله برای نمونه‌های دیگر

در اینجا چندین نمونه دیگر از مسئله با تعداد مکان‌های ۸، ۱۰، ۱۲ و ۱۴ و همچنین با فرض ثابت ماندن مقدار α_2و α_3 و همچنین بودجه در اختیار بررسی شده و محاسبات انجام گردید که جواب‌ها در جدول ۶ خلاصه گردیده است. همانطور که قبلا اشاره شد، الگوریتم ارائه‌شده تمام نقاط بهترین پاسخ بازیکنان نسبت به یکدیگر را شمارش می‌کند و دستیابی به جواب تعادل استکلبرگ-نش، در صورت وجود، قطعی است. به منظور نشان دادن کارایی الگوریتم ارائه شده، مدل دوسطحی در نرم‌افزار گمز[2] نسخه ۲۴,۱

[1] Visual Studio.Net

[2] GAMS

www.SID.ir

Archive of SID

سال ۲۰۱۳ کد شد و با استفاده از حل کننده SBB مورد حل قرار گرفت. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که در تمامی مسائل نمونه جواب الگوریتم پیشنهادی با خروجی نرم‌افزار گمز یکسان است. همچنین با درنظر گرفتن محدودیت زمانی ۲۰۰ دقیقه، نرم افزار گمز تنها قادر به حل مسئله تا سایز ۱۰ مکان می‌باشد، درحالی‌که الگوریتم پیشنهادی سایزهای بزرگتری از مسئله را حل می‌کند.

جدول ۶- جواب بهینه و تابع هدف بازیکنان با افزایش تعداد مکان‌های بالقوه

R تعداد مکان های بالقوه	$I(1)$	$I(2)$	$I(3)$	$Z_1^{'}$	$Z_2^{'}$	$Z_3^{'}$
۸	۳	۷ و ۲	۰	۱۶۳۰	۱۶۰۰	۰
۱۰	۵	۶ و ۱	۲	۱۷۱۰	۱۵۹۱	۹۰۰
۱۲	۶ و ۱۰	۷	۹ و ۸	۱۷۹۰	۱۴۵۰	۱۲۴۱
۱۴	۱۳ و ۲	۸	۵	۱۸۷۰	۱۵۵۰	۱۳۰۵

۵-۲- تحلیل حساسیت

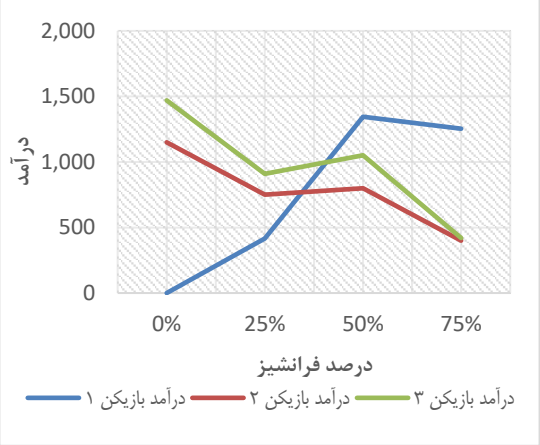
با توجه به اینکه درصد فرانشیز به‌عنوان عامل مهمی در این مسئله قلمداد می‌شود بنابراین کانون تجزیه‌وتحلیل مسئله بر اساس تغییرات درصد درآمدی خواهد بود که به‌عنوان فرانشیز به امتیاز دهنده توسط سرمایه‌گذاران پرداخت خواهد شد.

به‌منظور تجزیه‌وتحلیل مسئله درزمانی که مقادیر درصد فرانشیزها هم‌زمان باهم تغییر کند می‌توانیم بازه صفر تا صد را به‌صورت جدول ۷ بخش‌بندی نموده و مجدداً مسئله را برای هریک از درصدها حل نماییم. دقت کنید در ازای فرانشیز ۱۰۰٪ درآمد سرمایه‌گذاران صفر می‌شود و به همین دلیل این حالت در نظر گرفته نشده است. در اینجا مشاهده می‌کنیم که عدد ۵۰ برای درصد درآمد هریک از بازیکنان ۲ و ۳ که به بازیکن رهبر تعلق می‌گیرد موجب بیشینه شدن سود برای امتیاز دهنده خواهد شد. همچنین طبق جدول ۷ جواب‌های بهینه برای بازیکنان نیز تغییر می‌نماید و نقاط متفاوتی با توجه به اثرگذاری درصدهای فرانشیز حاصل می‌گردد. در مورد حالت اول که درصد فرانشیزها برابر با صفر درصد است باید گفت از آنجایی‌که درآمد امتیازدهنده از محل فرانشیز دریافتی از بازیکنان دیگر صفر می‌گردد و همچنین برای او نیز مکانی برای ایجاد تسهیل به دست نیامده است $(I_1=0)$ درمجموع درآمد بازیکن رهبر صفر خواهد بود.

جدول ۷- تغییرات جواب بهینه و تابع هدف با توجه به تغییر درصد فرانشیز بازیکنان

α_2 و α_3	$I(1)$	$I(2)$	$I(3)$	$Z_1^{'}$	$Z_2^{'}$	$Z_3^{'}$
٪۰	-	۵ و ۳ و ۱	۶ و ۴ و ۲	۰	۱۱۵۰	۱۴۷۰
۲۵ ٪	-	۳ و ۱	۴ و ۲	۴۱۵	۷۵۰	۹۱۰
۵۰ ٪	۲	۵ و ۱	۶	۱۳۴۵	۸۰۰	۱۰۵۰
۷۵ ٪	۳ و ۱	۵	۲	۱۲۵۵	۴۰۰	۴۲۰

در شکل (۴) تغییرات مقدار تابع هدف بهینه (درآمد بازیکنان) با توجه به تغییر مقادیر مربوط به درصدهای فرانشیز α_2 و α_3 نشان داده‌شده است.



شکل ۴- مقایسه منحنی تغییر مقدار تابع هدف بازیکنان با تغییر درصد فرانشیز

همان‌طور که در شکل (۳) مشاهده می‌نماییم با افزایش درصد فرانشیز که هم‌زمان برای دو بازیکن ۲ و ۳ (سرمایه گذاران) از طرف بازیکن امتیازدهنده اعمال می‌گردد میزان مشارکت و تمایل آن‌ها برای سرمایه‌گذاری برای ایجاد تسهیلات کاهش‌یافته و بالطبع درآمد حاصل نیز برای هرکدام کاهش می‌یابد. همچنین درآمد بازیکن ۱ (رهبر) نیز با افزایش بیش‌ازحد که در مورد درصد فرانشیز بازیکنان دیگر صورت می‌گیرد روند کاهشی نشان می‌دهد

www.SID.ir

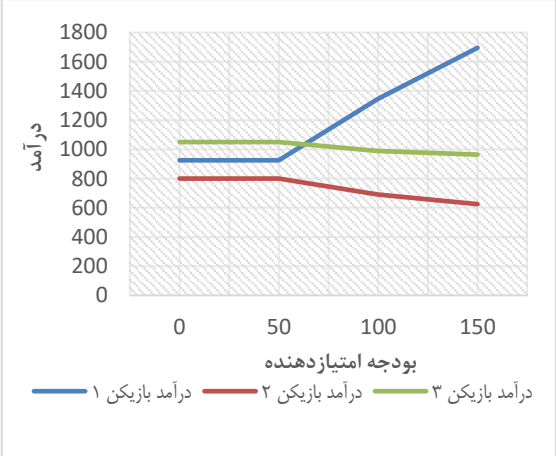
Archive of SID

به این معنی که بازیکن ۱ نمی‌تواند هر درصد فرانشیز را به امید افزایش درآمد خود در نظر بگیرد چراکه ضمن افزایش درصدهای فرانشیز تمایل سرمایه‌گذاران کمتر شده و درمجموع درآمد کمتری را برای بازیکن رهبر به همراه خواهد داشت.

در ادامه تأثیر تغییرات بودجه برای بازیکنان را مورد تجزیه‌وتحلیل قرار می‌دهیم .در ابتدا بودجه دو سرمایه‌گذار را ثابت فرض می‌نماییم و تغییرات بودجه امتیازدهنده را لحاظ می‌نماییم.

جدول۸- تغییرات جواب بهینه و تابع هدف با توجه به تغییر بودجه بازیکن رهبر

O_1	$I(1)$	$I(2)$	$I(3)$	$Z_1^{'}$	$Z_2^{'}$	$Z_3^{'}$
۰	-	۵ و ۱	۶	۹۲۵	۸۰۰	۱۰۵۰
۵۰	-	۵ و ۱	۶	۹۲۵	۸۰۰	۱۰۵۰
۱۰۰	۲	۵ و ۱	۶	۱۳۴۵	۶۹۰	۹۸۸
۱۵۰	۳ و ۲	۵ و ۱	۶	۱۶۹۵	۶۲۵	۹۶۴



شکل ۵- مقایسه منحنی تغییر مقدار تابع هدف بازیکنان با تغییر بودجه بازیکن رهبر

همان‌طور که در جدول ۸ مشاهده می‌نماییم زمانی که بازیکن رهبر بودجه‌ای در اختیار ندارد امکان ایجاد تسهیلات برای او وجود نخواهد داشت بنابراین مجموعه I_1 تهی خواهد شد. ولیکن چون بازیکن رهبر درصدی از درآمد دو بازیکن دیگر را به‌عنوان فرانشیز دریافت می‌کند، بنابراین مقدار تابع هدف این بازیکن با درصد فرانشیز ۵۰ برابر با ۹۲۵ می‌شود که از عبارت (۰/۵×۸۰۰ +۰/۵×۱۰۵۰) حاصل می‌گردد. همچنین مشاهده می‌شود حتی اگر بودجه بازیکن رهبر به ۵۰ افزایش پیدا کند مجدداً در جواب بهینه، مجموعه I_1 تهی می‌گردد. ولیکن زمانی که بودجه به ۱۰۰ افزایش می‌یابد مجموعه I_1 دیگر تهی نیست و در مکان ۲ تسهیل موردنظر بازیکن رهبر تأسیس می‌گردد. در اینجا علاوه بر درآمد حاصل از درصد فرانشیز که از دو بازیکن سرمایه‌گذار دریافت می‌شود درآمدی نیز از تأسیس تسهیل در مکان ۲ که توسط خود بازیکن رهبر ایجاد می‌شود حاصل می‌گردد که در مجموعه درآمد ۱۳۴۵ را نصیب امتیازدهنده می‌نماید.

به همین ترتیب اگر بودجه بازیکن رهبر به ۱۵۰ افزایش یابد تسهیلات این بازیکن در نقاط ۲ و ۳ تأسیس می‌گردد و درمجموع درآمد این بازیکن به ۱۶۹۵ می‌رسد. روند افزایشی که در شکل (۵) در خصوص درآمد بازیکن رهبر مشاهده می‌شود را می‌توان این‌گونه توجیه نمود که با افزایش بودجه برای این بازیکن، به‌جای سپردن ایجاد تسهیلات به سرمایه‌گذاران دیگر، خود تمایل بیشتری برای کسب درآمد آن‌ها به‌طور مستقیم و نه از راه کسب درصد فرانشیز خواهد داشت. برای ثابت بودن روند سایر بازیکنان که در شکل (۵) در مقادیر بین صفر تا ۵۰ اتفاق می‌افتد، می‌توان گفت که این بازیکنان با توجه به بودجه در اختیار که دچار نوسان نمی‌گردد و رسیدن به تعادل نش تمایلی به خارج شدن از این وضعیت نخواهند داشت و به همین دلیل تا جایی که مقادیر پارامترها نوسان زیادی نداشته باشند در این تعادل باقی می‌مانند. همچنین روند کاهشی برای مقادیر بیشتر از ۵۰ به دلیل تقویت قدرت سرمایه‌گذاری بازیکن رهبر است که منجر به کاهش امکان سرمایه‌گذاری برای دو بازیکن دیگر می‌گردد.

همچنین می‌توانیم فرض نماییم که بودجه بازیکن امتیازدهنده (رهبر) ثابت بماند و محاسبات را برای حالتی که بودجه سرمایه‌گذاران (بازیکنان ۲ و ۳) به‌صورت یکسان در نظر گرفته شوند و هم‌زمان باهم مقدار بگیرند را انجام دهیم. این محاسبات برای به دست آوردن جواب‌های بهینه و تابع هدف در جدول ۹ درج‌شده است.

تغییرات تابع هدف بهینه برای بازیکنان و با توجه به مقادیر جدول ۹ و روندهای مربوط به آن در شکل (۵) نشان داده‌شده است. در شکل (۶) افزایش بودجه برای بازیکنان ۲ و ۳ در مقادیر میانی موجب ثابت باقی ماندن درآمدها

www.SID.ir

Archive of SID

شده است که با افزایش بودجه به بیش از ۲۰۰ نوساناتی را به وجود می‌آورد که از آن جمله کاهش درآمد بازیکن ۱ و سپس افزایش جزئی آن و کاهش مشارکت بازیکن ۳ است.

جدول ۹- تغییرات جواب بهینه و تابع هدف با توجه به تغییر بودجه بازیکنان ۲ و ۳

O_2 و O_3	$I(1)$	$I(2)$	$I(3)$	$Z_1^{'}$	$Z_2^{'}$	$Z_3^{'}$
۰	۲	۵ و ۱	۰	۸۲۰	۷۲۰	۰
۱۰۰	۲	۵ و ۱	۰	۱۰۶۵	۸۰۰	۰
۱۵۰	۲	۵ و ۱	۶	۱۳۴۵	۸۰۰	۱۰۵۰
۲۰۰	۲	۵ و ۱	۶	۱۳۴۵	۸۰۰	۱۰۵۰
۲۵۰	۰	۵ و ۱	۶	۹۲۵	۸۰۰	۹۰۰
۳۰۰	۲	۰	۶	۹۴۵	۷۶۰	۹۰۰

شکل ۶- مقایسه منحنی تغییر مقدار تابع هدف بازیکنان با تغییر بودجه بازیکنان ۲ و ۳

برای مقادیر بیش از ۲۵۰ افزایش جزئی در درآمد بازیکن رهبر، ثابت ماندن درآمد بازیکن ۳ و کاهش کم در درآمد بازیکن ۲ حاصل می‌گردد. مقادیر میانی در نمودار فوق بهترین مبالغ مربوط به بودجه بازیکنان هستند که در حالت تعادل نش حاصل می‌گردد. افزایش درآمد بازیکن ۱ در ابتدای نمودار همزمان با افزایش درآمد سایر بازیکنان است تا به نقطه پایدار برسند و در محدوده بین ۱۰۰ تا ۲۰۰ این پایداری حفظ‌شده و برای مقادیر بیشتر احتمالاً به دلیل تأثیر بیشتر کاهش مشارکت و کم شدن درآمد ناشی از درصد فرانشیز برای بازیکن ۱ روند کاهشی مشاهده‌شده است. در مجموع به نظر می‌رسد تأثیر درصد فرانشیز در کسب درآمدهای بازیکنان از عوامل دیگر مؤثرتر بوده ولیکن تجزیه‌وتحلیل مربوط به تغییرات بودجه نیز از اهمیت برخوردار است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی

در این مقاله مکان‌یابی رقابتی تسهیلات در شرایطی مورد بررسی قرار گرفت که رقابت بین سه بازیکن (یک امتیازدهنده به‌عنوان رهبر و دو سرمایه‌گذار رقیب به‌عنوان پیروان) برای مکان‌یابی تسهیلات خود در فضای گسسته انجام می‌پذیرد. این شرایط با واقعیات دنیای رقابتی در جهان حاضر انطباق داشته و نتیجه مدل‌سازی آن ارزش کاربردی خواهد داشت و می‌تواند مورد استفاده‌های گوناگونی داشته باشد که از آن جمله می‌توان به سرمایه‌گذاری‌های هم‌زمان بخش‌های دولتی و خصوصی اشاره نمود.

در این مقاله مسئله به این صورت توسعه داده می‌شود که بازیکن امتیازدهنده ضمن اینکه درصدی از درآمد سایر بازیکنان را به‌عنوان امتیاز سرمایه‌گذاری از آن‌ها اخذ می‌کند، خود نیز با توجه به بودجه در اختیار می‌تواند نسبت به ایجاد تسهیلات در مکان‌های بالقوه اقدام نماید و ضمناً از امتیاز اینکه موقعیت رهبر را دارا است و نوبت اول انتخاب با اوست بهره ببرد. همچنین رویکرد مورداستفاده در بررسی و تجزیه‌وتحلیل مسئله نظریه بازی‌ها است که ماهیت رقابتی موضوع را به شیوه‌ای علمی مورد بررسی قرار داده و با تکیه بر مفاهیم تعادل‌های استکلبرگ- نش، الگوریتمی جهت یافتن بهترین پاسخ ارائه می‌نماید.

جهت مدل‌سازی مسئله یک مدل برنامه‌ریزی دوسطحی خطی دارای متغیرهای عدد صحیح ایجاد شد که در سطح بالا تصمیمات امتیاز دهنده و در سطح دوم تصمیمات سرمایه‌گذاران در حالت تعادل نش مطرح است. سپس برای حل مدل تعادل استکلبرگ-نش یک الگوریتم ابتکاری بر اساس مفاهیم اساسی نظریه بازی‌ها ارائه گردید که در آن تمام نقاط بهترین پاسخ بازیکنان نسبت به یکدیگر مورد شمارش قرار می‌گیرد و درنهایت جواب تعادل، در صورت وجود، به دست می‌آید.

www.SID.ir

Archive of SID

نهایتاً جهت تست مدل و تجزیه‌وتحلیل مسئله، چندین نمونه مسئله به صورت تصادفی ایجاد و نتایج گزارش گردید و همچنین پارامترهای مهم مدل مربوط به درصد فرانشیز و مقدار بودجه که نقش اساسی در مشارکت سرمایه‌گذاران ایفا می‌نماید مورد تحلیل حساسیت قرار گرفت.

به‌منظور مطالعات آتی پیشنهاد می‌گردد پارامتر ضریب فرانشیز که تأثیر قابل‌توجهی در تعادل بازی دارد به‌عنوان یک متغیر تصمیم وارد مدل شود. همچنین مسئله می‌تواند برای حالتی که تعداد سرمایه‌گذاران بیشتری برای مشارکت حضور دارند بررسی گردد. تعداد امتیاز دهندگان نیز می تواند بیشتر از یک باشد.

مراجع

[1] F. Plastria, and L. Vanhaverbeke, "Discrete Models for Competitive Location with Foresight", Computers & Operation Research, Vol. 35, NO. 3, 2008, pp. 683-700.

[۲] مهدی بشیری، عباس حسینی‌جو و جواد حسینی‌نژاد، "طراحی سیستمهای صنعتی (مکان‌یابی و استقرار تسهیلات)"، چاپ سوم، انتشارات دانشگاه شاهد، تهران، ۱۳۹۲.

[3] S. H. Owen, and M. S. Daskin, "Strategic Facility Location: A Review", European Journal of Operational Research, Vol. 111, NO. 3, 1998, pp. 423-447.

[4] H. A. Eiselt, "Competitive Location Models: A Framework and Bibliography", Transportation Science, Vol. 27, NO. 1, 1993, pp. 44-54.

[5] A. Hee-Kap, C. H. Siu-Wing, C. H. Otfreid, G. Mordecai, and V. O. Rene, "Competitive Facility Location: The Voronoi Game", Theoretical Computer Science, Vol. 310, NO. 1-3, 2004, pp. 457-467.

[6] A. Groznik, and H. S. Heese, "Supply chain interactions due to store-brand introductions: The impact of retail competition", European Journal of Operational Research, Vol. 203, NO. 3, 2010, pp. 575-582.

[7] H. Hotelling, "Stability in Competition", Economic Journal, Vol. 39, 1929, pp. 41-57.

[8] C. D'Aspremont, J. J. Gabszewicz, and J. F. Thisse, "On Hoteling's Stability in Competition", The Econometric Society, Vol. 47, 1979, pp. 1145-1150.

[9] H. A. Eiselt, "Subsidy Competition in Networks", Computational & Mathematical Organization Theory, Vol. 6, NO. 1, 2000, pp. 99-111.

[10] A. V. Kononov, Y. A. Kochetov, and A. V. Plyasunov, "Competitive Facility Location Models", Computational Mathematics and Mathematical physics, Vol. 49, NO. 6, 2009, pp. 994-1009.

[11] Sh. Shiode, K. Y. Yeh, and H. Ch. Hsia, "Optimal Location Policy for Three competitive facilities", Computers & Industrial Engineering, Vol 62, NO. 3, 2012, pp. 703-707.

[12] L. Fernandez, and M. T. E. Hendrix, "Recent Insights in Huff-like Competitive Facility Location and Design", European Journal of Operational Research, Vol. 227, NO. 3, 2013, pp.581-584

[13] M. Hofer, and J. Cardinal, "Non-Cooperative Facility Location and Covering Game", Theoretical Computer Science, Vol. 411, NO. 16-18, 2010, pp. 1855-1876.

[۱۴] حامد فلاح، حمیدرضا اسکندری، سیدحسام‌الدین ذگردی، و سیدکمال چهارسوقی، "ارائه مدل دوسطحی طراحی شبکه زنجیره تامین حلقه بسته در شرایط عدم قطعیت و رقابت بین زنجیرهای: حل با رویکرد تجزیه بندرز"، مجله مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۴۹، ۱۳۹۶، صفحه ۲۰۱-۲۱۵.

[۱۵] مهدی بشیری و محمدرضا یعقوبی، "مدل‌سازی ریاضی مساله مکان‌یابی P مرکز با در نظر گرفتن سلسله‌مراتب لانه‌ای و کاربرد الگوریتم بهینه‌سازی گروهی ذرات در حل آن" مجله مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۴، شماره ۴۷، ۱۳۹۵، صفحه ۱۸۷-۱۹۷.

[۱۶] فرشاد حکیم‌پور، سیامک طلعت‌اهری، و ابوالفضل رنجبر، "ارزیابی و مقایسه الگوریتم‌های بهینه‌سازی ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید و فاخته‌ها در مکان‌یابی رقابتی تسهیلات (مطالعه موردی: بانک‌ها)". مجله مدل‌سازی در مهندسی، دوره ۱۵، شماره ۴۸، ۱۳۹۶، صفحه ۲۳۱-۲۴۶.

www.SID.ir

Archive of SID

[17] P. Godinho, and J. Dias, "A Two-player Competitive Discrete Location Model with Simultaneous Decisions", European Journal of Operational Research, Vol. 207, NO. 3, 2010, pp. 1419-1432

[18] K. Fisher, "Sequential discrete p-facility models for competitive location planning", annuals of operations research, Vol. 111, NO. 1-4, 2002, pp. 253-270

[19] T. Drezner, Z. Drezner, and P. Kalczynski, "A leader–follower model for discrete competitive facility location", Computers & Operations Research, Vol. 64, 2015, pp. 51-59.

[20] B. Biesinger, B. Hu, and G. Raidl, "Models and algorithms for competitive facility location problems with different customer behavior", Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, Vol. 76, 2016, pp. 93–119.

[21] A. Konak, S. Kulturel-Konak, and L. Snyder, "A Multi-Objective Approach to the Competitive Facility Location Problem", Procedia Computer Science, Vol. 108, 2017, pp. 1434-1442.

[22] W. Shan, Q. Yan, C. Chen, M. Zhang, B. Yao, and X. Fu, "Optimization of competitive facility location for chain stores", Annals of Operations Research, 2017, DOI 10.1007/s10479-017-2579-z.

[23] G. Li, Y. Li, J. Shu, and D. Xu, "A Cross-Monotonic Cost-Sharing Scheme for the Concave Facility Game", Journal of Global Optimization, Vol. 56, NO. 4, 2013, pp. 1325-1334.

[24] P. Godinho, and J. Dias, "A Two-player Simultaneous Location Game: Preferential Rights and Overbidding", European Journal of Operational Research, Vol. 229, NO. 3, 2013, pp. 663-672.

[25] J. F. Bard, "Practical Bilevel Optimization: Applications and Algorithms", Kluwer Academic Press, 1998.

[26] O. Ben-Ayed, D. E. Boyce, C. E. Blair, "A general bi-level linear programming formulation of the network design problem", Transportation Research Part B, Vol. 22, NO. 4, 1988, pp. 311–318.

[27] J-S. Pang and D. Chan, "Iterative methods for variational and complementarity problems", Mathematical Programming, Vol. 24, 1982, pp. 284–313.

www.SID.ir