

بررسی اثر ترمیم در رفتار مکانیکی بستر آسفالت هوشمند و تغییر شکل دائمی ناشی از بارگذاری حرکتی بر روی آن در قالب تحلیل اجزاء محدود

روزبه اقبال پورا^۱، مصطفی باغانی^{۲*}، حمید شهسواری^۳ و محمد شجاعی فرد^۴

اطلاعات مقاله	چکیده
دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۱۱	
پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۱۲	
واژگان کلیدی:	
پلیمر خودترمیم،	پلیمرهای خودترمیم دسته‌ای از مواد هوشمند می‌باشند که بدلیل توانایی منحصر بفرد خود مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته‌اند. این مواد دارای قابلیت ترمیم بخشی از آسیب وارد شده به آن‌ها بدون نیاز به شناسایی محل آسیب می‌باشند. جهت مطالعه رفتار این پلیمرها حین اعمال بارگذاری، یک مدل سازگار ترمودینامیکی برای پیش‌بینی پاسخ مکانیکی آن‌ها در نظر گرفته شده است. بدین منظور مدل ساختاری استفاده شده را به صورت ضمنی گسسته‌سازی زمانی کرده تا در قالب زیربرنامه UMAT در نرم‌افزار اجزاء محدود ABAQUS مورد تحلیل قرار گیرد. در این گسسته‌سازی از روش نیوتون-رافسون برای بروز کردن متغیرهای داخلی مانند مؤلفه‌های کرنش ویسکوپلاستیک استفاده شده است. همچنین با توجه به واسنجی پارامترهای مادی مدل توسط نتایج آزمایشگاهی نمونه آسفالتی، به شبیه‌سازی حرکت وسیله نقلیه بر روی بستر مورد نظر پرداخته شده است. در این پژوهش ضمن ارائه توضیح نحوه تحلیل اجزاء محدود رفتار مکانیکی بستر آسفالت با استفاده از مدل ساختاری و گسسته‌سازی ضمنی آن، اعتبارسنجی آن با نتایج تجربی موجود نیز انجام گرفته است که این روش، خود راهکاری مناسب جهت اعمال بارگذاری‌های مختلف در قالب تحلیل اجزاء محدود و همچنین پیش‌بینی عمر بسترهای آسفالت خودترمیم می‌باشد. لذا در این پژوهش مقایسه‌ای میان شبیه‌سازی بدون اثرگذاری ترمیم و همچنین با اعمال ترمیم جهت مقایسه میزان آسیب و تغییر شکل‌های دائمی در بستر انجام گرفته است. از نتایج حاصل از تحلیل اجزاء محدود انجام گرفته می‌توان به نقش بسزای ترمیم در عمر بستر اشاره کرد که با اثرگذاری آن می‌توان تا ۲۰٪ بازیابی آسیب را افزایش داد.

۱-مقدمه

سیستم‌های زیستی مواد دیگری هم شناخته شده‌اند که رفتار مکانیکی آن‌ها بعد از خرابی و با گذر زمان بهبود می‌یابد. تحقیقات تجربی در چند دهه گذشته نشان داده است که بسیاری از مواد مانند پلیمرها، بافت‌های زنده، قیر، آسفالت و بتون‌ها تحت شرایط خاص و گذشت زمان،

مواد خودترمیم شامل طیف گسترده‌ای از مواد هستند که قادر به بازیابی (قسمتی و یا تمام) عملکرد گذشته خود می‌باشند. ایده طراحی و ساخت این مواد از مکانیزم ترمیم در سیستم‌های زیستی الهام گرفته شده است [۱]. به غیر از

*پست الکترونیک نویسنده مسئول: baghani@ut.ac.ir

۱. کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی، دانشگاه تهران

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

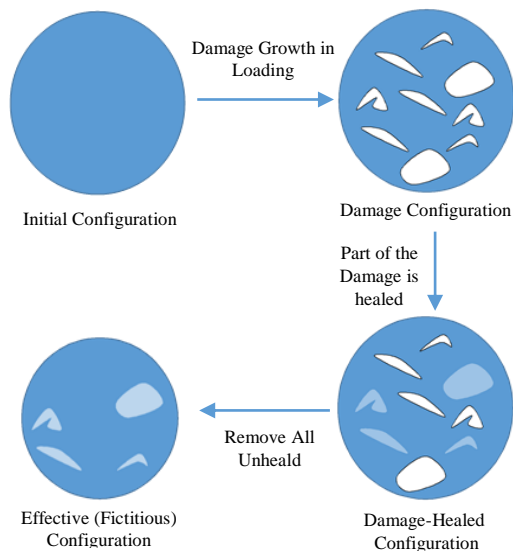
۳. دکتری، مکانیک جامدات، دانشگاه تهران

۴. کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی، دانشگاه تهران

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon(1 - \tilde{D}) \quad (2)$$

$$\tilde{D} = D(1 - h) \quad (3)$$

که در آن D متغیر آسیب، h متغیر ترمیم، ε تانسور کرنش و $\tilde{\sigma}$ تانسور تنش می‌باشد. علامت (\sim) بیانگر مقدار آن متغیر در وضعیت مؤثر می‌باشد.



شکل ۱- وضعیت‌های مختلف مدل سازی مورد استفاده در مکانیک محیط‌های پیوسته آسیب-ترمیم [۳]

مدل‌هایی که بر پایه‌ی مکانیک محیط‌های پیوسته آسیب^۴ بنا شده‌اند به راحتی می‌توانند تنزل در خواص مکانیکی ماده را با توجه به ایجاد ترک و حفره‌ها شبیه‌سازی کنند [۴-۷]. اخیراً دارابی و همکارانش یک مدل پدیده‌شناختی ویسکوآسیب وابسته به دما ارائه داده‌اند که با مدل ویسکوالاستیک شپری و ویسکوپلاستیسیته پرزینا ترکیب شده تا بتواند رفتار مکانیکی واقعی مخلوط آسفالت را پیش‌بینی کند [۸]. آن‌ها در سال ۲۰۱۳ به بررسی تئوری و عددی یک مدل برای پیش‌بینی رفتار مکانیکی وابسته به زمان و نرخ مواد و در نظر گرفتن جفت‌شدگی وابستگی به دما با ویسکوالاستیسیته، ویسکوپلاستیسیته، ویسکوآسیب و ترمیم بر پایه‌ی ترمودینامیک محیط پیوسته و فرض کرنش کوچک پرداختند [۹، ۱۰].

ابوالراب و همکاران یک بررسی جامع از انواع بارگذاری‌ها و رفتارهای ساختاری متفاوت برای پیش‌بینی شیارشدگی در

توانایی ترمیم و بهبود قسمتی از استحکام و سفتی خود را دارند [۲].

نادیده گرفتن اثر ترمیم منجر به تخمین کم مقدار تنش و مقاومت ماده خودترمیم خواهد شد. بنابراین، به منظور پیش‌بینی صحیح رفتار مکانیکی این پلیمرها نیاز به یک مدل ساختاری با در نظر گرفتن اثر ترمیم می‌باشد.

تئوری‌های بر پایه‌ی مکانیک محیط پیوسته‌ی آسیب، به منظور بیان تغییر خواص مکانیکی در مواد مختلف به کار برده می‌شود که یک فرض اساسی در این تئوری‌ها، برگشت‌ناپذیر بودن پدیده‌ی آسیب یا به بیان دیگر افزایشی بودن متغیر آسیب است. معادلات ساختاری^۱ که در آنها پدیده ترمیم در نظر گرفته نشده است، پیش‌بینی مناسبی از رفتار این مواد ارائه نمی‌دهند. از این رو تئوری جدیدی به نام تئوری مکانیک محیط پیوسته آسیب-ترمیم^۲ برای بررسی این مواد به مرور زمان توسعه پیدا کرده است که در ادامه به توضیح آن خواهیم پرداخت.

در مواد خودترمیم، زمانی که آسیب و تنش به مقدار خاصی می‌رسند، متغیر ترمیم شروع به رشد می‌کند [۲]. بنابراین، در تئوری مکانیک محیط‌های پیوسته آسیب-ترمیم با چهار وضعیت روبرو هستیم:

- ۱- هیچ‌گونه آسیب و ترمیم در ماده وجود ندارد،
- ۲- فقط آسیب وجود دارد،
- ۳- هم آسیب و هم ترمیم در ماده وجود دارد،
- ۴- به عنوان یک وضعیت خیالی (مؤثر)، آسیب ترمیم نشده در نظر گرفته نمی‌شود.

همانطور که در شکل (۱) مشاهده می‌شود، این وضعیت‌ها با نام وضعیت‌های اولیه، آسیب‌دیده، آسیب‌دیده-ترمیم یافته^۳ و مؤثر می‌باشند. وضعیت مؤثر یک وضعیت غیر آسیب‌دیده خیالی است که تمام آسیب ترمیم نیافته از وضعیت قبلی پاک شده است. متغیرهای آسیب و ترمیم به ترتیب بصورت نسبت مساحت آسیب‌دیده به مساحت کل و نسبت مساحت آسیب ترمیم یافته به مساحت آسیب‌دیده تعریف می‌شوند بر اساس این تئوری، روابط زیر قابل بیان می‌باشد:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - \tilde{D})} \quad (1)$$

⁴ Continuum Damage Mechanics (CDM)

¹ Constitutive Equations

² Continuum Damage-Healing Mechanics (CDHM)

³ Damaged-Healed



شکل ۲- شیارشدگی در بسترهای آسفالت

به منظور بررسی کارایی مدل‌های ساختاری ارائه شده توسط محققین جهت تحلیل رفتار مکانیکی ماده‌های مورد نظر، می‌بایست این مدل‌ها برای تحلیل مسائلی با بارگذاری سه‌بعدی وابسته به زمان بکار روند. وظیفه اصلی در این قسمت، استفاده از یک روش انتگرال‌گیری مناسب برای معادلات رشد متغیرهای داخلی می‌باشد. از این رو، باید فرم گسسته‌سازی شده زمانی این مدل ساختاری را بدست آورد. برای بدست آوردن فرم گسسته‌سازی شده زمانی، دو روش رایج ضمنی^۲ و روش صریح^۳ مورد استفاده قرار می‌گیرد. روش‌های صریح وضعیت سیستم را در گام‌های زمانی بعدی با فرض معلوم بودم وضعیت فعلی و استفاده از آن محاسبه می‌کند، در حالی که روش‌های ضمنی پاسخ را با حل یک معادله شامل هر دو وضعیت فعلی و وضعیت بعدی بدست می‌آورد. برای بدست آوردن پاسخ با دقت مورد نیاز، زمان محاسبات با حل ضمنی کاهش می‌یابد چرا که در این روش نسبت به حل صریح می‌توان از گام‌های زمانی بزرگتر استفاده کرد و سرعت همگرایی بالاتری نیز دارد.

در این پژوهش با استفاده از یک معادله ساختاری سازگار ترمودینامیکی [۳]، رفتار وابسته به زمان بستر هوشمند مورد بررسی قرار می‌گیرد. به همین جهت می‌بایست برای مدل‌سازی اجزاء محدود مورد نظر، روابط ساختاری را به صورت زمانی گسسته‌سازی ضمنی کرد و در قالب سابروتین UMAT به زبان فرترن در نرم‌افزار اجزاء محدود ABAQUS مورد استفاده قرار داد. بدین منظور، استفاده از حلگر ABAQUS/Standard میسر می‌گردد. در فرآیند گسسته‌سازی ضمنی معادلات ساختاری، از روش حل عددی نیوتون-رافسون برای بدست آوردن مؤلفه‌های کرنش ویسکوپلاستیک و در پی آن سایر متغیرهای داخلی استفاده گردیده است. در نهایت با شبیه‌سازی بار اعمالی به بستر

آسفالت ارائه دادند [۱۱]. بر اساس این پژوهش، پاسخ مدل‌های المان محدود دوبعدی نسبت به مدل‌های سه‌بعدی بستر آسفالت از دقت خوبی برخوردار نمی‌باشد که در پژوهشی دیگر از یک روش برون‌یابی برای تطبیق نتایج غیرواقعی دوبعد با نتایج واقعی تر سه‌بعد استفاده کردند و نشان دادند این روش از دقت خوبی برخوردار است [۱۲]. با ارائه مدل‌های ساختاری متفاوت می‌توان به بررسی اجزاء محدود رفتار مکانیکی مواد مختلف پرداخت. زنگانه و همکاران [۱۳] با ارائه یک مدل ساختاری ویسکوالاستیک تعمیم یافته کلونین به بررسی نیروهای دینامیکی و استهلاک انرژی در استفاده از مواد ویسکوالاستیک به عنوان تکیه‌گاه پرداختند. محققین زیادی برای بررسی رفتار مکانیکی بسترهای آسفالتی پژوهش‌های کارآمدی را ارائه کرده‌اند. فخری و همکاران [۱۴] به بررسی خرابی‌های ناشی از خستگی در بسترهای آسفالتی پرداخته‌اند. شفابخش و همکاران [۱۵] با بررسی اثر سرعت بر خرابی‌های بوجود آمده در رویه‌های آسفالتی، تحلیل دینامیکی و اجزاء محدود مؤثری را ارائه کردند.

با توجه به ضرورت بررسی رفتار ترمیم در بسترهای آسفالتی، مطالعات دقیق و جامعی در این زمینه می‌بایست انجام گردد که در ادبیات تحقیق موضوع، به کمبود منابع علمی معتبر مواجه خواهیم شد. در این راستا از مدل ساختاری آسفالت خودترمیم، که در بخش‌های بعد معرفی گردیده است، استفاده شده است تا تحلیل اجزاء محدود مورد نظر انجام گیرد و اثر آن در به تاخیر انداختن آسیب وارد شده و همچنین کاهش کرنش‌های دائمی بوجود آمده در بستر بررسی گردد. از خرابی‌های رایج در بسترهای آسفالتی می‌توان به پدیده شیارشدگی^۱ اشاره کرد. شیارشدگی، فرورفتگی سطحی در راستای مسیر حرکت چرخ است که اگر در لایه آسفالتی رخ دهد همراه با جابجایی عمودی خواهد بود. نمونه‌ای از این تغییرشکل دائمی در شکل (۲) مشاهده می‌شود:

یکی از راه‌های بررسی اثر ترمیم در بسترهای آسفالتی، کاهش سرعت خرابی و شیارشدگی در آن‌ها می‌باشد که در این پژوهش با استفاده از مدل ساختاری مورد نظر و مدل‌سازی اجزاء محدود، مورد توجه قرار می‌گیرد.

³ Explicit¹ Rutting² Implicit

$$\begin{aligned}\tilde{p}_1 &= K^e \tilde{\theta}^e, \\ \tilde{p}_2 &= K^e \tilde{\theta}^e + K^{eve} (\tilde{\theta}^e + \tilde{\theta}^{ve}) - K^{vp} \tilde{\theta}^{vp}, \\ \tilde{s}_1 &= 2\mu^e \tilde{\mathbf{e}}^e, \\ \tilde{s}_2 &= 2\mu^e \tilde{\mathbf{e}}^e + 2\mu^{eve} (\tilde{\mathbf{e}}^e + \tilde{\mathbf{e}}^{ve}) - 2\mu^{vp} \tilde{\mathbf{e}}^{vp}\end{aligned}\quad (7)$$

μ ها و K ها به ترتیب مدول‌های برشی و حجمی هستند. نرخ ضریب لاگرانژ ($\dot{\lambda}$) با استفاده از یک تابع بالا تنش^۶ بصورت زیر محاسبه می‌شود [۳]:

$$\dot{\lambda} = \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^N \quad (8)$$

که در آن Γ^{vp} پارامتر ویسکوزیته پلاستیک، N پارامتر حساسیت مثبت نرخ ویسکوپلاستیک می‌باشد و $I^{\%}$ مطابق رابطه (۹) سطح تسلیم دراکر-پراگر می‌باشد. رویه‌های تسلیم نوع دراکر-پراگر در نظر گرفتن توسط بسیاری از محققین برای توصیف رفتار جریان ویسکوپلاستیک مخلوط‌های آسفالتی پیشنهاد شده است. $\langle \Phi(\tilde{F}) \rangle$ براکت ماکالی می‌باشد که بصورت رابطه (۱۰) بیان می‌گردد [۳].

$$\tilde{F} = \|\tilde{s}_2\| - \alpha \tilde{p}_2 - \tilde{R} \quad (9)$$

$$\langle \Phi(\tilde{F}) \rangle = \begin{cases} 0 & \tilde{F} < 0 \\ \frac{\tilde{F}}{\sigma^y} & \tilde{F} > 0 \end{cases} \quad (10)$$

$\alpha = 0.3$ پارامتر ویسکوپلاستیک مربوط به اصطکاک داخلی، σ^y سطح تسلیم اولیه و \tilde{R} شعاع رویه تسلیم (محدوده غیرپلاستیک) می‌باشد که مطابق رابطه زیر بیان می‌شود [۳]:

$$\tilde{R} = R_0 + R_1 [1 - \exp(-R_2 \tilde{\mathcal{E}}_{eq}^{vp})] \quad (11)$$

R_0 ، R_1 و R_2 پارامترهای مادی هستند و مقدار $\tilde{\mathcal{E}}_{eq}^{vp}$ از رابطه $\tilde{\mathcal{E}}_{eq}^{vp} = \sqrt{3/2} \sqrt{\tilde{\mathcal{E}}_{ij}^{vp} \tilde{\mathcal{E}}_{ij}^{vp}}$ بدست می‌آید. در نهایت بخش حجمی و انحرافی تانسور تنش بصورت زیر ارائه شده است [۳]:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{s}} &= 2\mu^e \tilde{\mathbf{e}}^e + 2\mu^{eve} (\tilde{\mathbf{e}}^e + \tilde{\mathbf{e}}^{ve}) \\ \tilde{\mathbf{p}} &= K^e \tilde{\theta}^e + K^{eve} (\tilde{\theta}^e + \tilde{\theta}^{ve})\end{aligned}\quad (12)$$

آسفالت حین حرکت وسایل نقلیه با تعداد چرخه نسبتاً بالا، اثر ترمیم بر عمر بستر تخمین زده می‌شود.

۲- مروری بر روابط ساختاری

معادلات ساختاری ارائه شده توسط شهسواری و همکاران [۳] در سه بخش طبقه‌بندی می‌شود: ۱- توصیف سینماتیک و قیود ترمودینامیکی ۲- معادله رشد آسیب ۳- معادله رشد ترمیم. همانطور که در بخش قبل گفته شد جهت برقراری قوانین ترمودینامیکی نامساوی کلایوس-دوئم ارضا شده است و با در نظر گرفتن فرم مرتبه دو برای انرژی آزاد هلمهولتز معادلات ساختاری کرنش‌های الاستیک-ویسکوالاستیک-ویسکوپلاستیک بدست آمده است. معادلات رشد آسیب و ترمیم به صورت دو تابع از پیش توصیف شده^۱ ارائه شده است. در اینجا صرفاً معادلات ساختاری معرفی می‌گردند و علاقمندان جهت بررسی دقیق‌تر روابط می‌توانند به مرجع مربوطه مراجعه کنند.

۲-۱- معادلات ساختاری مولفه‌های کرنش و تنش

در این تحقیق، کرنش کل به سه بخش الاستیک (e)، ویسکوالاستیک (ve) و ویسکوپلاستیک (vp) بصورت جمعی تجزیه می‌شود. از طرفی هر مولفه به بخش‌های انحرافی^۲ ($\tilde{\mathbf{e}}$) و حجمی^۳ ($\tilde{\theta}$) قسمت شده‌اند. در ادامه معادلات ساختاری مورد نظر معرفی می‌شود [۳]. برای مؤلفه‌های کرنش داریم:

$$\dot{\tilde{\mathbf{e}}}^{vp} = \dot{\lambda} \frac{\tilde{\mathbf{s}}_2}{\|\tilde{\mathbf{s}}_2\|}, \quad \dot{\tilde{\theta}}^{vp} = -\dot{\lambda} \beta \quad (4)$$

$$\dot{\tilde{\mathbf{e}}}^{ve} = \frac{1}{\zeta_e} \tilde{\mathbf{s}}_1, \quad \dot{\tilde{\theta}}^{ve} = \frac{1}{\zeta_\theta} \tilde{p}_1 \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{e}}^e = \tilde{\mathbf{e}}^{tot} - \tilde{\mathbf{e}}^{ve} - \tilde{\mathbf{e}}^{vp} \quad (6)$$

$$\tilde{\theta}^e = \tilde{\theta}^{tot} - \tilde{\theta}^{ve} - \tilde{\theta}^{vp}$$

که در آن $\dot{\lambda}$ ضریب لاگرانژ، $\beta = 0.15$ پارامتر ویسکوپلاستیک مربوط به اصطکاک داخلی^۴، ζ_e و ζ_θ پارامترهای مادی انحرافی و حجمی ویسکوالاستیک می‌باشند. $\|\mathbf{w}\|$ اپراتور نرم^۵ برای تانسور مرتبه دوم \mathbf{A} بصورت $\|\mathbf{A}\| = \sqrt{\mathbf{A} : \mathbf{A}}$ تعریف می‌شود. \tilde{p}_1 ، \tilde{p}_2 ، \tilde{s}_1 و \tilde{s}_2 تنش‌های نسبی می‌باشند که به صورت زیر بدست می‌آیند [۳]:

⁴ Internal Friction

⁵ Norm Operator

⁶ Over Stress Function

¹ Prescribed Evolution Function

² Deviatoric Part

³ Volumetric Part

۲-۲- معادله رشد آسیب

معادله‌ی رشد آسیب ارائه شده توسط شهسواری و همکاران [۳] بصورت زیر می‌باشد:

$$\dot{D} = \Gamma^{vd} \left(\frac{\tilde{Y}_{eq}}{Y_0} \right)^{X_1} (1-D)^{X_2} \exp(K_D \tilde{\epsilon}_{eq}) \quad (13)$$

این قانون رشد آسیب شامل چهار قسمت می‌باشد. قسمت اول (Γ^{vd}) ، به عنوان یک پارامتر مادی، در میزان دامنه رشد اثرگذاری دارد. با در نظر گرفتن نیروی آسیب مرجع (Y_0) به عنوان یک ثابت مدل، قسمت دوم وابستگی آسیب به تنش مؤثر معادل $1 = \sqrt{3/2} \sqrt{\tilde{s}_{ij} \tilde{s}_{ij}}$ را نشان می‌دهد. جمله $(1-D)^{X_2}$ مسئول اشباع متغیر آسیب در این قانون رشد می‌باشد. در این مدل، رشد آسیب تابعی نمایی از کرنش مؤثر معادل $2 = \sqrt{3/2} \sqrt{\tilde{\epsilon}_{ij} \tilde{\epsilon}_{ij}}$ می‌باشد. X_1 ، X_2 و K_D پارامترهای حساسیت مادی هستند.

۲-۳- معادله رشد ترمیم

دارایی و همکاران [۷] نشان دادند که با نادیده گرفتن ترمیم، یک مدل ویسکوالاستیک-ویسکوپلاستیک-ویسکواسیب می‌تواند سیکل‌های ابتدایی در تست‌های خزش-بازیابی چرخه‌ای (که مقدار آسیب کم است) را به خوبی پیش‌بینی کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ترمیم در یک مقدار آسیب خاص شروع به رشد می‌کند که

این موضوع در معادله‌ی رشد ترمیم، که مشابه آسیب بصورت یک تابع از پیش توصیف شده بیان شده است، با استفاده از یک تابع پله اعمال شده است. بنابراین برای رابطه رشد ترمیم داریم [۳]:

$$\dot{h} = u (\tilde{D} - D_0) \Gamma^h (1 - \tilde{D})^{Y_1} (1-h)^{Y_2} \quad (14)$$

این قانون رشد نیز شامل چهار قسمت می‌باشد. در قسمت اول، $u(W)$ تابع پله و D_0 به عنوان آستانه آسیب برای رشد ترمیم می‌باشد. قسمت دوم Γ^h ، یک پارامتر مادی، دامنه رشد ترمیم را مشخص می‌کند. جمله سوم، $(1-\tilde{D})^{Y_1}$ ، وابستگی ترمیم به مقدار آسیب را نشان می‌دهد. با افزایش آسیب، ابعاد میکروتکرک در ماده آسیب‌دیده افزایش یافته و در نتیجه رشد ترمیم کاهش می‌یابد. جمله $(1-h)^{Y_2}$ منجر به اشباع متغیر ترمیم خواهد شد و به بیان دیگر مقدار ترمیم هیچ‌گاه به یک نخواهد رسید.

همان‌طور که قبل‌تر ذکر گردید، پارامترهای مادی معادلات ساختاری بکار رفته در این پژوهش با نتایج آزمایشگاهی حاصل از بارگذاری‌های مختلف بر روی نمونه آسفالت، شامل تست‌های خزش، خزش-بازیابی، خزش-بازیابی چرخه‌ای که توسط دارایی و همکاران [۱۶] گزارش شده است، واسنجی شده‌اند. در جدول ۱ مقادیر این پارامترها آورده شده است [۳].

جدول ۱- مقادیر پارامترهای مادی بکار رفته در معادلات ساختاری [۳]

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
E^e (MPa)	۲۲۸/۵۲	E^{ve} (MPa)	۲۶/۴۰	E^{vp} (MPa)	۳۵/۶۱	σ_0^y (MPa)	۲۶/۸۲
Y_0 (kPa)	۷۲۶/۲۲	R_0 (kPa)	۵۴/۵۷	R_1 (kPa)	۱۰/۴۲	R_2	۳/۶۷
N	۰/۹۲	Γ^{vp} (1/s)	۰/۴۱۲	Γ^{vd} (1/s)	۰/۶۸۴	Γ^h (1/s)	۰/۵۳۲
K_1	۲/۲۳	K_2	۳/۷۹	ζ_e (GPa)	۳/۰۰	ζ_θ (GPa)	۱/۰۰
Y_1	۰/۴	Y_2	۱۵/۴۸	K_D	۷۸/۱۴	D_0	۰/۱۶

آسیب بوجود آمده در چرخه‌های اولیه بارگذاری خزش-بازیابی تخمین زده شده است.

با توجه به این جدول لازم به ذکر است مقدار آستانه آسیب (D_0) ، ۱۶٪ در نظر گرفته شده است که بر اساس مقادیر

² Equivalent Effective Strain

¹ Equivalent Effective Stress

$$\tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^{ve} - \tilde{\mathbf{e}}_t^{ve} = (2\mu^e / \zeta_e) \tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^e \delta t, \quad (17)$$

$$\tilde{\theta}_{t+\delta t}^{ve} - \tilde{\theta}_t^{ve} = (K^e / \zeta_\theta) \tilde{\theta}_{t+\delta t}^e \delta t,$$

$$\tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^e = \tilde{\mathbf{e}} - \tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^{ve} - \tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^{vp} \quad (18)$$

$$\tilde{\theta}_{t+\delta t}^e = \tilde{\theta} - \tilde{\theta}_{t+\delta t}^{ve} - \tilde{\theta}_{t+\delta t}^{vp}$$

برای راحتی در بکار بردن و خواندن روابط، زیرنویس $t + \delta t$ حذف می‌گردد. با جایگذاری روابط (۱۸) در روابط (۱۷) و ساده‌سازی آن، مولفه‌های کرنش ویسکوالاستیک به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\tilde{\mathbf{e}}^{ve} = \frac{(2\mu^e / \zeta_e) (\tilde{\mathbf{e}} - \tilde{\mathbf{e}}^{vp}) \delta t + \tilde{\mathbf{e}}_t^{ve}}{1 + (2\mu^e / \zeta_e) \delta t} \quad (19)$$

$$\tilde{\theta}^{ve} = \frac{(K^e / \zeta_\theta) \delta t (\tilde{\theta} - \tilde{\theta}^{vp}) + \tilde{\theta}_t^{ve}}{1 + (K^e / \zeta_\theta) \delta t}$$

با جایگذاری روابط (۱۸) و (۱۹) در رابطه (۱۶) خواهیم داشت:

$$\tilde{\mathbf{s}}_2 = (A_5 \tilde{\mathbf{e}}_{ij}^{vp} + H_{ij})_{3 \times 3} \quad (20)$$

که در آن داریم:

$$H_{ij} = (2\mu^e / A_1) \tilde{\mathbf{e}}_{t,ij}^{ve} + 2(\mu^{eve} + \mu^e - \mu^e A_3 / A_1) \tilde{\mathbf{e}}_{ij}, \quad (21)$$

for $i, j = 1:3$

و همچنین:

$$A_1 = \left(1 + \frac{2\mu^e \delta t}{\zeta_e} \right), \quad A_3 = \frac{2\mu^e \delta t}{\zeta_e} \quad (22)$$

$$A_5 = 2(\mu^e A_3 / A_1 - \mu^e - \mu^{vp} - \mu^{eve})$$

حال به راحتی می‌توان مولفه‌های کرنش ویسکوپلاستیک در گام زمانی جدید را بر حسب مقادیر کرنش کل در گام زمانی جدید و مولفه‌های کرنش در گام زمانی قبل بدست آورد. آخرین قدم بدست آوردن دستگاه مجهولات و استفاده از روش عددی نیوتون-رافسون^۱ جهت محاسبه مقادیر درایه‌های کرنش ویسکوپلاستیک می‌باشد. لذا دستگاه مجهولات بدست آمده بصورت زیر بیان می‌گردد:

۳- گسسته‌سازی ضمنی معادلات ساختاری

در اکثر مواقع از روش‌های حل عددی به جای بدست آوردن پاسخ دقیق معادلات دیفرانسیل غیرخطی استفاده می‌گردد. هدف نهایی از این کار تحلیل اجزا محدود مدل ارائه شده می‌باشد. روش‌های ضمنی پاسخ مورد انتظار را با حل یک (دستگاه) معادله که شامل هر دو وضعیت فعلی و وضعیت بعدی می‌باشد، بدست می‌آورد. از مزیت‌های گسسته‌سازی ضمنی معادلات ساختاری می‌توان به توانایی برداشتن گام‌های زمانی بزرگتر، حجم محاسبات کمتر و همچنین دسترسی به جواب‌های پایدارتر اشاره کرد. بدلیل کویل بودن معادلات رشد الاستیک، ویسکوالاستیک و ویسکوپلاستیک با یکدیگر، اولین قدم در بدست آوردن فرم زمان گسسته معادلات ساختاری، نوشتن تمامی معادلات برحسب یکی از متغیرهای کرنش الاستیک یا ویسکوالاستیک یا ویسکوپلاستیک می‌باشد. با در نظر گرفتن این نکته که در صورت داشتن مقدار کرنش کل، کرنش‌های الاستیک و ویسکوالاستیک با بروز شدن کرنش ویسکوپلاستیک بروز می‌گردند، لذا تمامی معادلات ساختاری را با حذف کرنش الاستیک و ویسکوالاستیک به دستگاه معادلات تنها مجهولات ما می‌باشد، تبدیل می‌گردند.

ابتدا می‌بایست معادلات تکاملی کرنش‌های ویسکوپلاستیک و ویسکوالاستیک بر حسب گام‌های زمانی محاسبه گردند. بنابراین داریم:

$$\tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^{vp} - \tilde{\mathbf{e}}_t^{vp} = \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{\mathbf{F}}) \rangle^N \frac{\tilde{\mathbf{s}}_{2,t+\delta t}}{\|\tilde{\mathbf{s}}_{2,t+\delta t}\|} \delta t, \quad (15)$$

$$\tilde{\theta}_{t+\delta t}^{vp} - \tilde{\theta}_t^{vp} = -\Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{\mathbf{F}}) \rangle^N \beta \delta t,$$

که در آن:

$$\tilde{\mathbf{s}}_{2,t+\delta t} = 2\mu^e \tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^e + 2\mu^{eve} (\tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^e + \tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^{ve}) - 2\mu^{vp} \tilde{\mathbf{e}}_{t+\delta t}^{vp} \quad (16)$$

و همچنین برای کرنش‌های ویسکوالاستیک و الاستیک داریم:

¹ Newton-Raphson Method

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} (\tilde{e}_{11}^{vp} - \tilde{e}_{11,t}^{vp}) \|\tilde{\mathbf{s}}_2\| - \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} (A_5 \tilde{e}_{11}^{vp} + H_{11}) \delta t \\ (\tilde{e}_{22}^{vp} - \tilde{e}_{22,t}^{vp}) \|\tilde{\mathbf{s}}_2\| - \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} (A_5 \tilde{e}_{22}^{vp} + H_{22}) \delta t \\ (\tilde{e}_{33}^{vp} - \tilde{e}_{33,t}^{vp}) \|\tilde{\mathbf{s}}_2\| - \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} (A_5 \tilde{e}_{33}^{vp} + H_{33}) \delta t \\ (\tilde{e}_{12}^{vp} - \tilde{e}_{12,t}^{vp}) \|\tilde{\mathbf{s}}_2\| - \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} (A_5 \tilde{e}_{12}^{vp} + H_{12}) \delta t \\ (\tilde{e}_{13}^{vp} - \tilde{e}_{13,t}^{vp}) \|\tilde{\mathbf{s}}_2\| - \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} (A_5 \tilde{e}_{13}^{vp} + H_{13}) \delta t \\ (\tilde{e}_{23}^{vp} - \tilde{e}_{23,t}^{vp}) \|\tilde{\mathbf{s}}_2\| - \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} (A_5 \tilde{e}_{23}^{vp} + H_{23}) \delta t \\ \tilde{\theta}^{vp} - \tilde{\theta}_t^{vp} + \Gamma^{vp} \langle \Phi(\tilde{F}) \rangle^{0.92} \beta \delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

دارایی و همکاران [۱۶] اعتبارسنجی می‌شود. در شکل (۳) نتایج تحلیل اجزاء محدود با نتایج تجربی در قالب آزمایش‌های مختلف ارائه گردیده و قابل مقایسه می‌باشند.

۵- مدل سازی اجزاء محدود

در این پژوهش با مدل سازی یک بستر آسفالت به بررسی آسیب و اثر ترمیم در به تاخیر انداختن تغییرشکل‌های دائمی موسوم به پدیده شیاردگی پرداخته می‌شود.

۵-۱- اعمال بارگذاری

همانطور که در مقدمه ذکر گردید، در این پژوهش عملکرد بستر آسفالت حین تردد وسایل نقلیه مورد سنجش قرار می‌گیرد. به همین منظور جهت شبیه سازی واقعی حرکت تایر بر روی بستر آسفالت، از نتایج حاصل از اندازه گیری تنش وارد بر سطح آسفالت توسط بیبر^۱ و فیشر^۲ [۱۷]، استفاده شده است. لذا، با استفاده از برآزش منحنی^۳، بارگذاری مورد نظر در قالب سابروتین بارگذاری عمود بر سطح DLOAD اعمال می‌گردد. نتایج این بارگذاری در شکل (۴) مشاهده می‌شود.

۵-۲- مدل اجزاء محدود بستر آسفالت

در این قسمت بستر آسفالت مدل شده مشاهده می‌شود که مطابق آن ارتفاع بستر ۱۵ سانتی متر و عمق آن ۶۰ سانتی متر می‌باشد. موقعیت حرکت تایر وسط بستر می‌باشد و سطح تماس تایر و بستر ۱۵ سانتی متر در نظر گرفته شده است. برای مش بندی بستر از المان‌های مکعب ۳ بعدی ۸ گره (C3D8) استفاده شده است و سطوح مختلف با ۳

با توجه به نامگذاری دستگاه فوق (\mathbf{R})، برای حل آن و استفاده از روش نیوتون رافسون می‌بایست ماتریس شیب (ژاکوبین) را محاسبه کرده که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathbf{J} = \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{X}} \right)_{6 \times 6} \quad (24)$$

که در آن \mathbf{J} ماتریس شیب و \mathbf{X} بردار مجهولات به شرح زیر می‌باشد:

$$\mathbf{X} = [\tilde{e}_{11}^{vp}, \tilde{e}_{22}^{vp}, \tilde{e}_{33}^{vp}, \tilde{e}_{12}^{vp}, \tilde{e}_{13}^{vp}, \tilde{e}_{23}^{vp}, \tilde{\theta}^{vp}]^T \quad (25)$$

بنابراین مطابق نیوتون رافسون دستگاه فوق به صورت زیر حل می‌شوند:

$$\mathbf{X}_{(n+1)} = \mathbf{X}_{(n)} - J^{-1}(\mathbf{X}_{(n)}) \mathbf{R}(\mathbf{X}_{(n)}) \quad (26)$$

زمانی که اختلاف نتایج بدست آمده از حلقه تکرار حل نیوتون رافسون از میزان مورد نظر ما کمتر شود، از ادامه تکرار صرف نظر می‌گردد و جواب نهایی بدست آمده به عنوان مولفه های کرنش ویسکوپلاستیک در نظر گرفته می‌شود. در نهایت با بدست آمدن فرم زمان گسسته معادلات ساختاری، و تهیه سابروتین UMAT می‌توان به بررسی اجزاء محدود معادلات ساختاری و اعمال بارگذاری‌های مورد نیاز پرداخت.

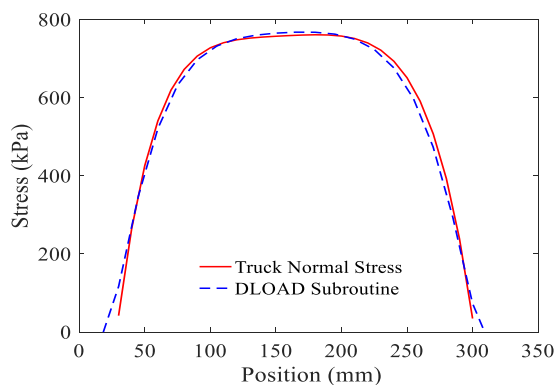
۴- اعتبارسنجی فرم زمانی گسسته سازی شده

در این بخش فرم گسسته سازی شده مدل ساختاری که در بخش قبل ارائه گردید با نتایج آزمایشگاهی ارائه شده توسط

³ Curve Fitting

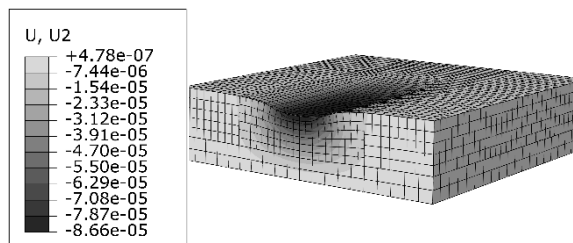
¹ Beer

² Fisher



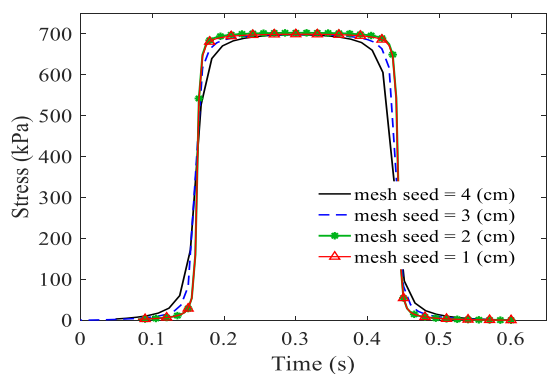
شکل ۴- مقایسه بار عمود اعمالی به بستر توسط تایر کامیون و شبیه‌سازی این بارگذاری توسط سابروتین DLOAD

شکل (۵) این تغییرشکل دائمی را پس از ۱۰۰۰ بار چرخه بارگذاری با بزرگنمایی ۳۰۰ برابر نشان می‌دهد.



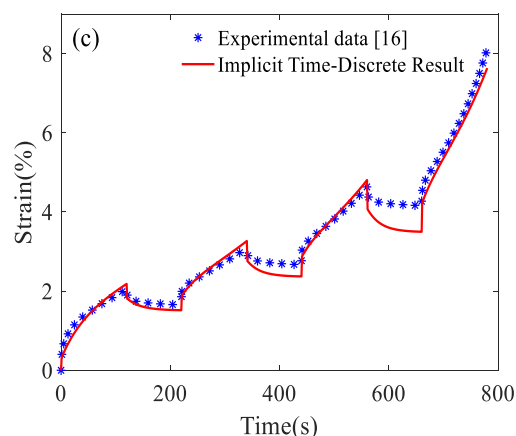
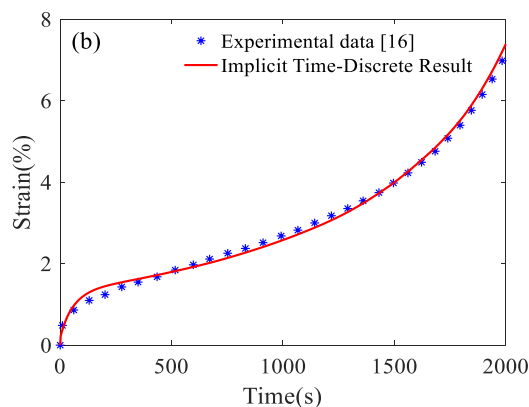
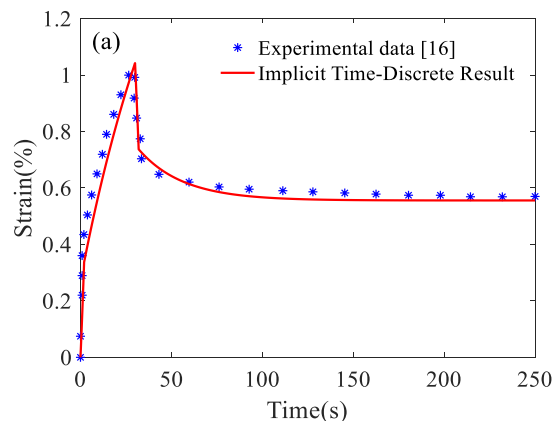
شکل ۵- نتایج شبیه‌سازی شیارشدگی در بستر آسفالت با بزرگنمایی ۳۰۰ برابر

مطابق هندسه مدل‌شده، مش‌بندی زیر سطح بارگذاری ریزتر انتخاب شده است تا نتایج دقیق‌تر و هموارتر باشند. جهت بررسی وابستگی مدل اجزاء محدود به ابعاد مش، تحقیقی به همین منظور انجام گرفته است که مطابق نتایج ارائه شده در شکل (۶) سایز ۲ سانتی‌متر از دقت مناسب و در عین حال حجم محاسبات مطلوب برخوردار می‌باشد. در این مدل‌سازی ابتدا سرعت حرکت بارگذاری ۱۶ متر بر ثانیه (معادل تقریبی ۶۰ کیلومتر بر ساعت) در نظر گرفته شده است که برابر ۰/۱۸ ثانیه زمان بارگذاری می‌باشد.



شکل ۶- بررسی وابستگی نتایج بدست‌آمده به ابعاد مش

سطح مش متفاوت ۰/۱۵، ۰/۰۲ و ۰/۰۳ متر با قید tie در کنار هم گذاشته شده‌اند. تمام درجات آزادی سطح پایین بسته شده و سطوح کنار بدلیل اثرگذاری تنش و کرنش بسیار جزئی و قابل نظر آزاد در نظر گرفته شده است.



شکل ۳- اعتبارسنجی فرم زمانی گسسته شده با نتایج آزمایشگاهی (a) خزش-بازیابی (b) خزش (c) خزش-بازیابی چرخه‌ای

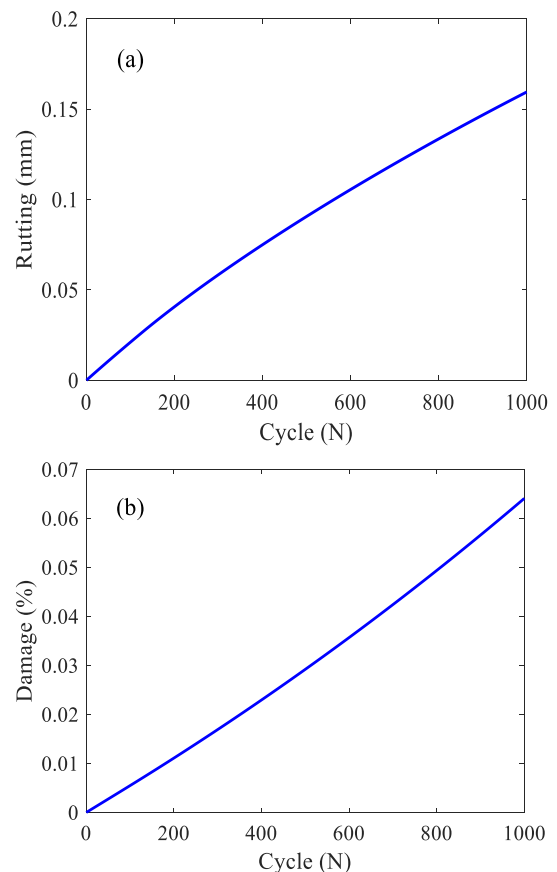
جهت مشاهده بهتر شیارشدگی حاصل از حرکت تایر بر بستر آسفالت مدل‌شده، اعمال بارگذاری کمی جلوتر از لبه آسفالت انجام و حرکت مدل می‌شود.

۶- نتایج مدل سازی و بحث

همانطور که ذکر شد، در این پژوهش بار اعمالی به بستر آسفالت ناشی از حرکت وسیله نقلیه مورد بررسی قرار می گیرد. یکی از خرابی های رایج در این زمینه شیارشدگی می باشد که دارایی و همکاران برای بررسی میزان شیارشدگی رابطه زیر را ارائه دادند [۱۱]:

$$u_{rutting} = \sum_{i=1}^k \varepsilon^{vp(i)} h^{(i)} \quad (27)$$

که در آن $u_{rutting}$ جابجایی دائمی (شیارشدهگی)، $\varepsilon^{vp(k)}$ کرنش ویسکوپلاستیک عمودی در لایه k ام (طبقات مش) و ضخامت آن لایه $h^{(k)}$ می باشد. شیارشدگی را برای نقطه ای در میانه پهنای بارگذاری محاسبه می کنیم. نتایج بدست آمده برای آسیب وارد شده به بستر و مقدار شیارشدگی پس از ۱۰۰۰ چرخه بارگذاری بصورت شکل (۷) می باشد.



شکل ۷- نتایج بار حرکتی اعمالی به بستر (a) شیارشدگی (b) آسیب

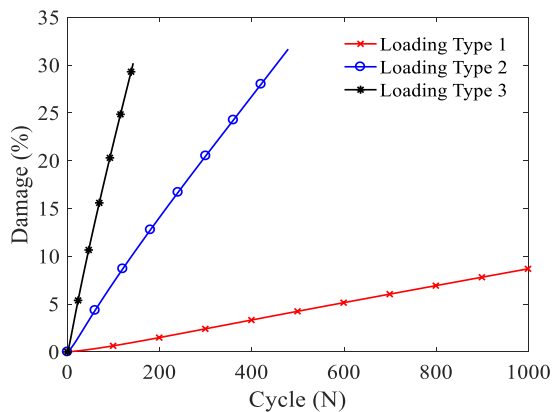
با توجه به نتایج بدست آمده از این شبیه سازی، میزان شیارشدگی و آسیب کم می باشد که این خود حاکی عمر

چندین ساله بستر می باشد. از طرفی برای مشاهده مقدار آسیب و شیارشدگی بیشتر، می بایست این شبیه سازی در تعداد چرخه های بالاتر انجام گیرد. با افزایش آسیب می توان تا رسیدن به آستانه ترمیم اثر فرآیند ترمیم را نیز مطالعه کرد. بدین منظور ۳ شبیه سازی مطابق جدول ۲ با زمان های بارگذاری و باربرداری متفاوت انجام می گیرد.

جدول ۲- شرایط مختلف شبیه سازی بار حرکتی بصورت چرخه ای

بارگذاری	سطح تنش	زمان بارگذاری (s)	زمان باربرداری (s)
نوع ۱	۷۵۰ کیلوپاسکال (کامیون)	۱	۲
نوع ۲	۷۵۰ کیلوپاسکال (کامیون)	۱۰	۲۰
نوع ۳	۷۵۰ کیلوپاسکال (کامیون)	۳۰	۶۰

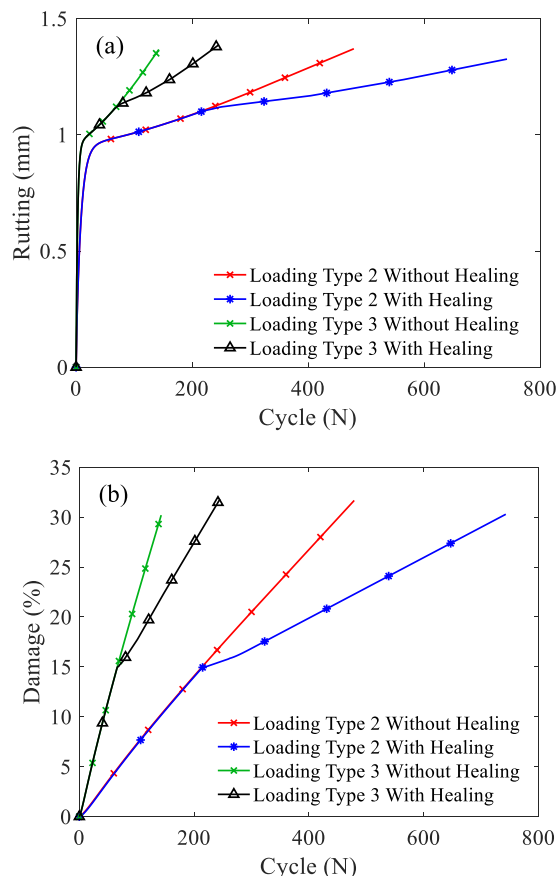
مطابق بارگذاری های معرفی شده در جدول ۲ رشد آسیب را تسریع کرده و نتایج بدست آمده از شبیه سازی بار حرکتی در تعداد چرخه های بالا در نمودار شکل (۸) قابل مقایسه می باشد.



شکل ۸- مقایسه مقدار آسیب در بارگذاری های متفاوت

همچنین نتایج شیارشدگی در این بارگذاری ها در شکل (۷) قابل مشاهده می باشد. با افزایش مقدار آسیب مقدار تغییر شکل دائمی افزایش پیدا کرده و مطالعه ترمیم نیز قابل بررسی می باشد.

رفتار نمایش داده شده در شکل (۹) موسوم به رفتار خزش در مواد می باشد که در این نتایج عملاً دو مرحله خزش



شکل ۱۰- نتایج بار حرکتی اعمالی به بستر (a) شیارشدگی (b) آسیب

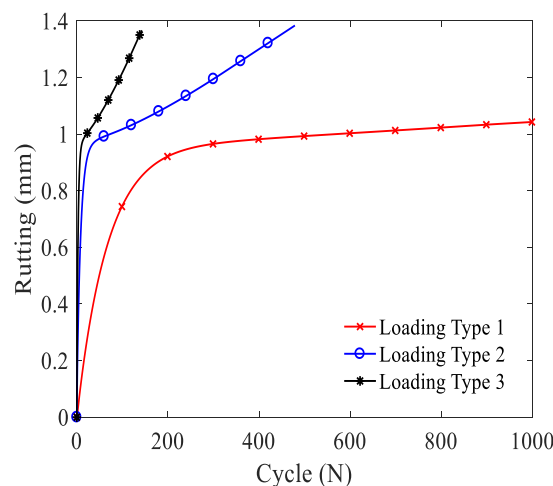
۷- جمع بندی

در این پژوهش مدل ساختاری ارائه شده برای آسفالت خودترمیم گسسته‌سازی ضمنی شده و در قالب کد سابروتین UMAT در نرم افزار آباکوس به بررسی رفتار مکانیکی آن و اثرگذاری ترمیم تحت بارگذاری متحرک پرداخته شده است.

ضمن ارائه توضیحات دقیق و مرحله به مرحله در بدست آوردن فرم زمان گسسته معادلات ساختاری، بستر آسفالت مورد نظر تحت بارگذاری‌های مختلف خزش، خزش-بازیابی، خزش-بازیابی چرخه‌ای مطابق بارگذاری‌های آزمایشگاهی قرار گرفته و کد سابروتین نوشته شده اعتبارسنجی گردید.

جهت مشاهده تغییر شکل دائمی در آسفالت (شیارشدهگی) بر روی بستر آسفالت، شبیه‌سازی حرکت تایلر بر روی آسفالت در تعداد چرخه‌های زیاد صورت می‌گیرد. لذا در این پژوهش بدلیل محدودیت‌های زمانی و محاسباتی از

اولیه^۱ و خزش ثانویه^۲ نمایش داده شده است که در مرحله اول نرخ رشد کرنش بالاست و در مرحله بعد با کاهش نرخ و رسیدن به مقداری تقریبی ثابت مواجه هستیم. مرحله سوم خزش که بیانگر شکست و خرابی در ماده تحت بارگذاری است، در این پژوهش بررسی نمی‌گردد.



شکل ۹- مقایسه میزان شیارشدگی در بارگذاری‌های متفاوت

با توجه به نمودارهای شکل (۸) و شکل (۹) شبیه‌سازی نوع اول برای بررسی ترمیم مناسب نمی‌باشد چرا که میزان آسیب به آستانه شروع ترمیم (۱۶٪) نرسیده است. لذا دو بارگذاری بعد را برای مشاهده اثر ترمیم بررسی می‌کنیم. شکل (۱۰) مقایسه‌ای میان نتایج بدست‌آمده از محاسبه شیارشدگی طی بارگذاری‌های ذکر شده در دو حالت با در نظر گرفتن ترمیم و بدون اثر ترمیم نشان می‌دهد.

بر اساس این نتایج پس از رسیدن مقدار آسیب به آستانه شروع ترمیم، سرعت رشد آسیب کاهش یافته بطوری‌که بیش از ۲۵٪ از میزان آسیب وارد شده بر بستر بازیابی شده و این خود باعث افزایش عمر بستر گردیده است. همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، میزان آسیب و کرنش ماندگار رابطه مستقیم با یکدیگر دارند که این مسئله با نتایج بدست‌آمده از نمودارهای فوق نیز مطابقت دارد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با شروع فرآیند ترمیم، سرعت رشد شیارشدگی کاهش پیدا کرده و تعداد چرخه‌های بارگذاری جهت افزایش مقدار آسیب و رسیدن مقدار آن به میزان نهایی تا حدود ۲ برابر افزایش یافته است که این خود گواهی بر افزایش طول عمر بستر می‌باشد.

¹ Primary Creep

² Secondary creep

انجام گرفته و مورد مقایسه قرار داده شد. با مشاهده نتایج بدست آمده، مشخص گردید که با آغاز فرآیند ترمیم سرعت رشد آسیب و افزایش شیارشدگی کاهش پیدا کرده بطوریکه می توان عمر بستر را طی چرخه های بارگذاری حین اعمال ترمیم تا دو برابر افزایش داد.

سابروتین DLOAD برای شبیه سازی بارحرکتی استفاده شده است. با اعمال بار حاصل از حرکت چرخ کامیون بر بستر آسفالت طی ۱۰۰۰ چرخه رفت آن با سرعت های مختلف، فرآیند رشد آسیب و شیارشدگی مورد بررسی قرار گرفت. لذا تحلیل های اجزاء محدود با اعمال فرآیند ترمیم و بدون آن

مراجع

- [1] R. Trask, H. Williams, and I. Bond, "Self-healing polymer composites: mimicking nature to enhance performance", *Bioinspiration and Biomimetics*, Vol. 2, No. 1, 2007, pp. P1.
- [2] R.K.A. Al-Rub, M. K. Darabi, N. Dallas Little, and E. A. Masad, "A micro-damage healing model that improves prediction of fatigue life in asphalt mixes", *International Journal of Engineering Science*, Vol. 48, No. 11, 2010, pp. 966-990.
- [3] H. Shahsavari, M. Baghani, R. Naghdabadi, and S. Sohranpour, "A thermodynamically consistent viscoelastic-viscoplastic constitutive model for self-healing materials", *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Vol., No., 2017, pp. 1045389X17730914.
- [4] J. Lemaitre, "A course on damage mechanics", Springer Science & Business Media, 2012.
- [5] E. Masad, L. Tashman, D. Little, and H. Zbib, "Viscoplastic modeling of asphalt mixes with the effects of anisotropy, damage and aggregate characteristics", *Mechanics of Materials*, Vol. 37, No. 12, 2005, pp. 1242-1256.
- [6] G.Z. Voyiadjis and P.I. Kattan, "Investigation of the damage variable basic issues in continuum damage and healing mechanics", *Mechanics Research Communications*, Vol. 68, No., 2015, pp. 89-94.
- [7] M.K. Darabi, R.K.A. Al-Rub, and D.N. Little, "A continuum damage mechanics framework for modeling micro-damage healing", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 49, No. 3, 2012, pp. 492-513.
- [8] M.K. Darabi, R. K. Abu Al-Rub, E. A. Masad, C. W. Huang, and D. N. Little, "A thermo-viscoelastic-viscoplastic-viscodamage constitutive model for asphaltic materials", *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 48, No. 1, 2011, pp. 191-207.
- [9] R.K.A. Al-Rub and M.K. Darabi, "A thermodynamic framework for constitutive modeling of time-and rate-dependent materials. Part I: Theory", *International Journal of Plasticity*, Vol. 34, No., 2012, pp. 61-92.
- [10] M.K. Darabi, R.K.A. Al-Rub, E. A. Masad, and D. N. Little, "A thermodynamic framework for constitutive modeling of time-and rate-dependent materials. Part II: Numerical aspects and application to asphalt concrete", *International Journal of Plasticity*, Vol. 35, 2012, pp. 67-99.
- [11] R.K. Abu Al-Rub, M.K. Darabi, C. W. Huang, E. A. Masad, and D. N. Little, "Comparing finite element and constitutive modelling techniques for predicting rutting of asphalt pavements", *International Journal of Pavement Engineering*, Vol. 13, No. 4, 2012, pp. 322-338.
- [12] R.K.A. Al-Rub, M.K. Darabi, T. You, and E. A. Masad, "A unified continuum damage mechanics model for predicting the mechanical response of asphalt mixtures and pavements". *International Journal of Roads and Airports*, Vol. 1, No. 1, 2011, pp. 68-84.
- [13] R. Zanganeh, A. Keramat, and A. Ahmadi, "Investigation of the Effects of Viscoelastic Support Properties Simulated by the Generalized Kelvin-Voigt Model on the Axial Vibration of a Rod", *Journal of Modeling in Engineering*, Vol. 13, No. 41, 2015, pp. 93-111.

- [14] M. Fakhri, M. Dolatali Zadeh, and A. Ghanizadeh, "Developing A Model To Predict The Pulse Duration of Tensile Response At The Bottom Of Asphalt Layer", *Journal of Modeling in Engineering*, Vol. 11, No. 33, 2013, pp. 83-98.
- [15] G. Shafabakhsh, H. naderpour, and M. Motamedi, "Optimal Response Modeling of Asphalt Pavement Using Finite Element Method", *Journal of Modeling in Engineering*, Vol. 14 ,No. 47, 2017, pp. 33-40.
- [16] M.K. Darabi, R.K.A. Al-Rub, E. A. Masad, and D. N. Little, "Thermodynamic-based model for coupling temperature-dependent viscoelastic, viscoplastic, and viscodamage constitutive behavior of asphalt mixtures", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 36, No. 7, 2012, pp. 817-854.
- [17] M. De Beer and C. Fisher, "Stress-In-Motion (SIM) system for capturing tri-axial tyre-road interaction in the contact patch", *Measurement*, Vol. 46, No. 7, 2013, pp. 2155-2173.