

اثربخشی هزینه و صرفه اقتصادی بر فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازبایی شده از خروجی‌های نامطلوب

الهام ذاکر هرفته^۱ و فرانک حسین زاده سلجوقی^{۲*}

چکیده	اطلاعات مقاله
<p>بسیاری از شرکت‌ها و صنایع تولیدی دارای ساختار زنجیره تأمین هستند و محصول نهایی پس از گذراندن چندین مرحله متعدد بدست می‌آید. به طور معمول شرکت‌ها علاوه بر تولیدات مطلوب دارای تولیدات نامطلوبی نیز هستند که بصورت غیربازبایی در نظر گرفته می‌شوند ولی با افزودن بخش اصلاح و بازبافت می‌توان تولیدات نامطلوب آنها را بصورت منابع استفاده نمود که باعث بهبود صرفه اقتصادی و اثربخشی هزینه‌ها می‌شود. هدف این مقاله ارائه مدل‌هایی برای ارزیابی صرفه اقتصادی و اثربخشی هزینه در سیستم‌های زنجیره تأمین دو مرحله‌ای است که تولیدات زائد مرحله اول را به منظور پردازش و اصلاح به مرحله دوم داده و پس از اصلاح مجدد به مرحله اول بازگردانده خواهند شد. با بررسی ویژگی مدل‌های پیشنهادی، تأثیر تولیدات میانی نامطلوب بین مراحل بر اثربخشی هزینه و صرفه اقتصادی مورد سنجش و ارزیابی قرار گرفته است. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد که مدل‌های ارائه شده در مقایسه با مدل معمول از دقت بالاتری برخوردار بوده و توانایی تشخیص اثربخش هزینه و صرفه اقتصادی در آن بنحو قابل توجهی بهبود یافته است. همچنین امکان بررسی صرفه اقتصادی در تولید همزمان محصولات نیز در مدل‌های پیشنهادی وجود دارد.</p>	<p>دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۰۵/۱۱ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۴/۰۸</p> <p>واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده‌ها، زنجیره تأمین دو مرحله‌ای، اثربخشی هزینه، صرفه اقتصادی، خروجی نامطلوب، منابع تقسیمی.</p>

۱- مقدمه

یکی از موضوعات مهم و بحث برانگیز در سازمان‌ها و شرکت‌ها، کاهش و کنترل هزینه‌های اولیه می‌باشد که نقش مهمی در نیل به اهداف مدیران، صاحبان شرکت‌ها و بنگاه‌های اقتصادی دارد. اثربخشی در علم اقتصاد و مدیریت، ابزار بسیار مهم و شاخصی است که می‌تواند تولید را در سطح سازمانی، ملی و حتی بین‌المللی مورد سنجش و ارزیابی قرار دهد و میزان استفاده مطلوب از منابع موجود را در شرکت‌ها و سازمان‌ها نشان دهد. در واقع اثربخشی هزینه به معنای میزان مؤثر بودن اقدامات انجام شده برای دستیابی به اهداف از پیش تعیین شده است و به کیفیت و میزان مفید بودن کارهای اجرا شده توجه دارد. اثربخشی

هزینه با تنظیم همزمان خروجی‌ها، توانایی واحدهای تصمیم‌گیرنده (DMU) را برای تولید خروجی با حداقل هزینه ارزیابی می‌کند. افزایش اثربخشی همسو بودن فعالیت‌های مدیران، صاحبان شرکت‌ها و بنگاه‌های اقتصادی با اهدافشان را نشان می‌دهد. استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) روشی مناسب برای ارزیابی کارایی و اثربخشی هزینه است که محققین متعددی به آن پرداخته‌اند (شفارد [۱]، فارو همکاران [۲]، کامانو و دیسون [۳]، تاناسولیس و همکاران [۴] و فوکایاما و خانجانی [۵]).

تحقیقات زیادی تاکنون با تأکید بر اهمیت درآمد حاصل از تولید و همچنین هزینه‌های ورودی انجام شده است. کامانو

* پست الکترونیک نویسنده مسئول: saljooghi@math.usb.ac.ir

۱. دانشجوی دکتری، دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان ایران
۲. دانشیار، دانشکده ریاضی، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان ایران

متعددی را ارائه داده‌اند. برای تعیین صرفه اقتصادی به روش DEA، ابتدا هزینه شرکت‌های تولید توأم و تولید تخصصی تعیین شده سپس از ترکیب شرکت‌های تخصصی با یکدیگر و ایجاد شرکت‌های تولید توأم مجازی، مینیمم هزینه تولید آنها محاسبه و با شرکت‌های تولید توأم مقایسه می‌شوند. اگر هزینه بهینه شرکت‌های تولید توأم کمتر از هزینه تولید تخصصی باشد، صرفه اقتصادی در شرکت تولید توأم وجود دارد.

مطالعات اثربخشی هزینه و صرفه اقتصادی حاصل از تنوع تولید بر روی سیستم‌های تولیدی تک مرحله‌ای متمرکز شده و اغلب ارتباط فرایندهای درون سیستم نادیده گرفته شده‌اند. حال آن‌که بسیاری از شرکت‌ها و واحدهای تصمیم‌گیری دارای ساختارهای چند مرحله‌ای و عموماً بصورت زنجیره تأمین می‌باشند. با توجه به فضای رقابتی امروز، مدیریت زنجیره تأمین برای مدیران و تصمیم‌گیرندگان از اهمیت به‌سزایی برخوردار است (نعیمی و همکاران [۱۵] رحیمی و حسین‌زاده سلجوقی [۱۶]). در روش‌های متداول زنجیره تأمین معمولاً جریان‌های رو به جلو در نظر گرفته شده و از محصولات برگشت‌پذیر و نقش آن‌ها در بررسی زنجیره‌های تأمین چشم‌پوشی می‌شود. زنجیره‌های تأمین با جریان‌های رو به جلو و عقب و در نظر گرفتن بخش بازیافت "زنجیره تأمین حلقه بسته" نامیده می‌شود [۱۷].

اغلب مدل‌های زنجیره‌های تأمین حلقه بسته بعد از سال ۲۰۰۸ منتشر شده‌اند که از آن جمله می‌توان از گاوین‌دی و همکاران [۱۸]، هونگ و همکاران [۱۹]، فراهانی و همکاران [۲۰]، سیداصفهان‌ی و همکاران [۲۱]، وو و همکاران [۲۲]، جهانی و همکاران [۲۳] و فلاح و همکاران [۲۴] نام برد.

امروزه برخی شرکت‌های تولیدی محصولات معیوب و نامطلوب خود را به تعمیر و اصلاح می‌کنند و مجدد در مسیر تولید قرار می‌دهند.

هرگاه در فرایند یک زنجیره تأمین دو مرحله‌ای، محصولات نامطلوب مرحله اول، بلافاصله در مرحله دوم فرآوری شده و با تولید منابع جدید به مرحله اول بازگشت داده شود، یک زنجیره تأمین دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازایی شده از خروجی‌های نامطلوب ایجاد می‌شود [۲۵، ۲۶].

در عموم تحقیقات انجام شده بر صرفه اقتصادی، کل سیستم تولید بصورت یک مرحله در نظر گرفته شده و تعداد

و دیسون روش کارایی هزینه غیرمستقیم درآمد سفارده (۱۹۷۴) را به چارچوب اثربخشی هزینه بسط و گسترش دادند. مدل آن‌ها در ارزیابی توانایی شرکت‌ها به منظور دستیابی به درآمد جاری با حداقل هزینه است. درجه اثربخشی هزینه به صورت نسبت حداقل هزینه به هزینه مشاهده تعیین شده و حداقل هزینه نیز با تنظیم همزمان سطح خروجی‌ها در درآمد فعلی بدست می‌آید. کامانو و دیسون (۲۰۰۵) استدلال کردند که اندازه کارایی آن‌ها می‌تواند ماهیت رقابتی بازار مانند محصولات تجاری بانک را به خوبی نشان دهد. همچنین آن‌ها بر اهمیت در نظر گرفتن ورودی و خروجی فعالیت‌های مؤسسات مالی در اندازه‌گیری کارایی هزینه تأکید دارند [۳].

فوکویاما و خانجانی اندازه اثربخشی هزینه را روی تکنولوژی‌های محدب و نامحدب مورد بحث و بررسی قرار داده و یک تجزیه مناسب را برای آنالیز اثربخشی هزینه بانک‌ها مطرح نمودند [۵].

از مباحث تأثیرگذار بر اثربخشی هزینه، صرفه اقتصادی حاصل از تنوع تولید است. صرفه اقتصادی (ES) نظریه‌ای است که مزایای تنوع تولید یا خدمات را توسط یک شرکت در مقابل تولید شرکت‌هایی که همان محصولات را به طور جداگانه تولید می‌کند، بر پایه هزینه تولید بررسی می‌کند. وقتی تنوع تولید دارای صرفه اقتصادی است که تولید چند محصول در یک شرکت، نسبت به حالتی که هر یک از آن محصولات جداگانه و در شرکت‌های مختلف تولید شوند، هزینه کمتری داشته باشد. ES در ابتدا توسط ویلیگ و همکاران در چارچوب توابع هزینه معرفی شد [۶]. بنا بر تعریف بامول و همکاران، صرفه‌جویی ناشی از تنوع تولید دو محصول هنگامی رخ می‌دهد که هزینه تولید هر دو محصول به وسیله یک شرکت کمتر از هزینه تولید همان محصول‌ها به صورت جداگانه در شرکت‌های تولید تخصصی باشد. مطالعات در این زمینه از تخمین مرز تولید در دو حالت، تولید چندگانه و تولید تک محصولی و در نهایت مقایسه آنها نتیجه می‌شود. در این زمینه محققینی چون فریر و همکاران [۷] در بخش بانکداری، برگر و همکاران [۸] در صنعت بیمه، کامنز و همکاران [۹] در خدمات مالی، چرچی و همکاران [۱۰] در دانشگاه، لی و همکاران [۱۱] در بیمارستان‌ها، دیوید و مارکس [۱۲] در صنعت آب، فریرا و همکاران [۱۳] در بخش سلامتی، زینلی‌زاده و همکاران [۱۴] معرفی مدل DEA شبکه‌ای صرفه اقتصادی مدل‌های

مقایسه مقادیر مشاهده شده و بدست آمده از ورودی‌ها و خروجی‌های DMUها تعریف می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها قادر است انواع مختلفی از کارایی‌ها از جمله کارایی تکنیکی (TE)، کارایی هزینه (CE)، کارایی درآمد (RE) و کارایی قیاسی (SE) را محاسبه و اندازه‌گیری نماید. کارایی هزینه (CE): مینیمم هزینه تولید خروجی y_o را می‌توان از مدل DEA استاندارد زیر بدست آورد.

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^m c_{io} x_i \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{j=1}^n c_{ij} \lambda_j \leq x_i, \quad i=1,2,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{ro}, \quad r=1,2,\dots,s \\ & x_i \geq 0, \lambda_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن تعداد DMUها برابر $(j=1,2,\dots,n)$ است و بردارهای ورودی و خروجی DMU_j به ترتیب با نمادهای $X_j = (x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj})$ و $Y_j = (y_{1j}, y_{2j}, \dots, y_{sj})$ نشان داده می‌شوند. همپنین c_{ij} هزینه i امین ورودی از DMU_j است.

اگر x_i^* جواب بهینه مدل (۱) باشد، کارایی هزینه (CE)، واحد تصمیم‌گیری DMU_o از نسبت $CE_o = \frac{\sum_{i=1}^m c_{io} x_i^*}{\sum_{i=1}^m c_{io} x_{io}}$ محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که DMU_o کارایی هزینه است اگر و تنها اگر $CE_o = 1$.

۳- صرفه اقتصادی تنوع تولید

صرفه اقتصادی ناشی از تنوع تولید زمانی وجود دارد که هزینه تولید توأم محصولات توسط یک شرکت کمتر از هزینه تولید همان محصولات به صورت جداگانه در شرکت‌های تولیدی متعدد باشد.

فرض کنید شرکت با تولید توأم دو محصول ۱ و ۲ (گروه D) با نمادهای y_1^D, y_2^D به ترتیب با قیمت‌های c_1^D, c_2^D تولید کند. $C(y_1^D, y_2^D; c_1^D, c_2^D)$ مینیمم هزینه تولید توأم محصولات این شرکت را نشان می‌دهد. همچنین شرکت p فقط محصول ۱ را تولید می‌کند و در گروه S_1 قرار دارد و شرکت q نیز فقط محصول ۲ را تولید کرده و در گروه S_2 قرار دارد. گروه S_1 خروجی $y_1^{S_1} (y_1^{S_1} = y_1^D)$ را با بکاربردن هزینه $c_1^{S_1}$ تولید می‌کند و گروه S_2 خروجی

اندکی از تحقیقات به سیستم‌های دو مرحله‌ای پرداخته‌اند. همچنین مدل‌های ارائه شده در سیستم‌های دو مرحله‌ای ارتباط فرایندهای درون سیستم با تولیدات نامطلوب امکان بازیافت و بازیابی را نادیده می‌گیرند.

در این مقاله مدلی را ارائه می‌دهیم که امکان تعیین صرفه اقتصادی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها در سیستم‌های زنجیره تأمین دو مرحله‌ای را فراهم می‌کند که مرحله دوم وظیفه بازیابی و اصلاح تولیدات زائد مرحله اول و بازگرداندن آن به عنوان منابع به مرحله اول را بر عهده دارد. با کمک مدل پیشنهادی می‌توان تشخیص داد که بازیابی در شرکت‌ها تولیدات توأم به صرفه‌تر است یا در شرکت‌هایی که تولید یک محصول خاص را انجام می‌دهند. همچنین به بررسی صرفه ناشی از ادغام شرکت‌های تولیدی با یک محصول نیز می‌پردازیم.

در کنار بررسی صرفه اقتصادی، تشخیص اثربخش بودن تولید توأم و تولید تخصصی شرکت‌ها را با استفاده از مدل اثربخشی تحلیل پوششی داده‌ها بررسی خواهیم نمود. با استفاده از نتایج مدل می‌توان میزان مؤثر بودن اقدامات انجام شده برای دستیابی به اهداف از پیش تعیین شده شرکت‌های تولید توأم نسبت به شرکت‌های تولید تخصصی را تعیین کرد.

در این مقاله دو مفهوم اثربخشی هزینه و صرفه اقتصادی تنوع تولید را به سیستم‌های تولیدی دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده خروجی‌های نامطلوب بسط و گسترش داده‌ایم که تاکنون مورد تحقیق قرار نگرفته است. ویژگی‌های مدل‌های پیشنهادی تجزیه و تحلیل شده و تأثیر داده‌های میانی بین بخش‌ها را بر اثربخشی هزینه و صرفه اقتصادی مورد سنجش و ارزیابی قرار می‌دهیم.

ادامه مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در بخش دوم مفهوم کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها را بیان خواهیم نمود. بخش سوم و چهارم به ترتیب به معرفی مفاهیم صرفه اقتصادی تنوع تولید و اثربخشی هزینه اختصاص داده‌ایم. بخش پنجم و ششم به معرفی مدل‌های پیشنهادی برپایه DEA در سیستم‌های شبکه‌ای دو مرحله‌ای می‌پردازیم. مثال کاربردی و نتیجه‌گیری را به ترتیب در بخش‌های ۷ و ۸ بیان خواهیم نمود.

۲- کارایی در تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها یک روش مناسب برای ارزیابی کارایی DMUها می‌باشد. کارایی در DEA به صورت

که $C(y_1^D, y_2^D; c_1^D, c_2^D)$ مینیمم هزینه تولید توأم محصولات گروه D می‌باشد که مقدار آن در مرحله دوم و به کمک مدل (۱) محاسبه شده است.

• تعیین وجود صرفه اقتصادی یا عدم آن با توجه به رابطه (۵)

- i. $DES_j > 0$ ، نشان می‌دهد که شرکت تولید توأم دارای صرفه اقتصادی می‌باشد.
- ii. $DES_j < 0$ ، عدم صرفه اقتصادی را در شرکت تولیدات توأم نشان می‌دهد.
- iii. $DES_j = 0$ ، نه صرفه اقتصادی تنوع تولید و نه عدم آن را برای شرکت نشان می‌دهد.

۴- ارزیابی اثربخشی هزینه برپایه تحلیل پوششی داده‌ها

اثر بخشی هزینه (CCE) به صورت رابطه بین سطح عملکرد و هزینه‌های مربوط به رسیدن به این سطح از عملیات تعریف می‌شود. به عبارت دیگر اثربخشی هزینه توانایی DMU در بدست آوردن حداکثر سطح خروجی‌های فعلی با حداقل هزینه است. فرض کنید c_{ij} و p_{ij} به ترتیب هزینه i امین ورودی و r امین خروجی از DMU_j باشد و این داده‌ها نامنفی و دقیق هستند. اندازه CCE با استفاده از مدل (۶) بدست می‌آید [۳].

$$CCE_o^{Camanho-Dyson} = \min \frac{1}{\alpha_o} \sum_{i=1}^m c_{io} x_i$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_i, \quad i=1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq y_r, \quad r=1, 2, \dots, s \quad (۶)$$

$$\sum_{r=1}^s p_{ro} y_r = \beta_o,$$

$$x_i \geq 0, y_r \geq 0, \lambda_j \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, n.$$

جاییکه $\alpha_o = \sum_{i=1}^m c_{io} x_{io}$ و $\beta_o = \sum_{r=1}^s p_{ro} y_{ro}$

دسته محدودیت‌های دوم و سوم، قادر به تعیین مقادیر خروجیها است بطوریکه برخی خروجیها ممکن است کاهش و برخی دیگر افزایش یابند به شرط آنکه درآمد کل هر واحد تحت ارزیابی بدون تغییر باقی بماند (یعنی

$$\sum_{r=1}^s p_{ro} y_{ro} \quad (۳)$$

$y_2^{S_2} = y_2^D$) را با هزینه $c_2^{S_2}$ تولید می‌کند $C_1(y_1^{S_1}, 0; c_1^{S_1}, 0)$ و $C_2(0, y_2^{S_2}; 0, c_2^{S_2})$ به ترتیب مینیمم هزینه تولید هر یک از این محصولات می‌باشد.

تعریف ۱: صرفه اقتصادی در تولید توأم وجود دارد هرگاه:

$$C(y_1^D, y_2^D; c_1^D, c_2^D) < C_1(y_1^{S_1}, 0; c_1^{S_1}, 0) + C_2(0, y_2^{S_2}; 0, c_2^{S_2}) \quad (۲)$$

معیار دیگری که به منظور تعیین صرفه اقتصادی ناشی از تنوع تولید نیاز می‌باشد معیار درجه صرفه جویی تنوع تولید (DES) است. DES معیاری است که درصد کاهش هزینه را بازاء شرکت تولید توأم نشان می‌دهد.

تعریف ۲: درجه صرفه اقتصادی (DES) برای شرکت j با استفاده از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$DES_j = \frac{C_1(y_1^{S_1}, 0; c_1^{S_1}, 0) + C_2(0, y_2^{S_2}; 0, c_2^{S_2})}{C(y_1^D, y_2^D; c_1^D, c_2^D)} \quad (۳)$$

به منظور بررسی صرفه اقتصادی تنوع تولید در چارچوب DEA گام‌های زیر اجرا می‌گردد:

- محاسبه کارایی هزینه هر یک از DMUهای گروه‌های S_k ($k=1, 2$) و گروه D با استفاده از مدل (۱).
- ایجاد شرکت‌های مجازی (گروه V) به کمک ترکیب دو به دو شرکت‌های گروه تخصصی. گروه V متشکل از تمام ترکیبات شرکت‌ها در S_1 و S_2 که $b (= p \times q)$ تا DMU در نظر گرفته می‌شوند، به صورت $V = \{(c_j^V, y_{1j}^V, y_{2j}^V) | j=1, 2, \dots, b\}$ است که $c_j^V = c_{1j}^{S_1} + c_{2j}^{S_2}$ ، $y_{2j}^V = y_{2j}^{S_2}$ ، $y_{1j}^V = y_{1j}^{S_1}$ و $x_j^V = x_{1j}^{S_1} + x_{2j}^{S_2}$.
- مقایسه مینیمم هزینه بهینه شرکت‌های گروه D با شرکت‌های مجازی به کمک مدل (۴)

$$CE^{D-V} = \min_{x_i^{D-V}, \lambda} \sum_{i=1}^m c_{io}^D x_i^{D-V}$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^b \lambda_j x_{ij}^V \leq x_i^{D-V},$$

$$\sum_{i=1}^b \lambda_j y_{kj}^V \geq y_{ko}^D, \quad k=1, 2$$

$$\sum_{i=1}^b \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j=1, 2, \dots, b. \quad (۴)$$

اندیس بالانویس D-V نشان‌دهنده مقایسه گروه D نسبت به گروه مجازی V می‌باشد.

- محاسبه درجه صرفه اقتصادی به کمک رابطه (۵).

$$DES_j = \frac{CE^{D-V}}{C(y_1^D, y_2^D; c_1^D, c_2^D)} - 1 \quad (۵)$$

X_{ij}^t : بردار ورودی تقسیمی بین مرحله اول و مرحله دوم (عواملی که بخشی از آن به عنوان ورودی مرحله اول و بخش دیگری آن به عنوان ورودی مرحله دوم در نظر گرفته می‌شود)

C_{ij}^t : قیمت ورودی‌های تقسیمی مرحله اول و دوم

\bar{C}_{gj}^t : قیمت ورودی مستقیم مرحله اول

\bar{C}_{lj}^t : قیمت ورودی مستقیم مرحله دوم

P_{rj}^t : قیمت خروجی مستقیم از مرحله اول

α^t : متغیری است که برای نمایش سهم بردار ورودی تقسیمی به صورت ورودی برای مرحله اول استفاده می‌شود (برعهده تصمیم گیرنده)

$1-\alpha^t$: متغیری است که برای نمایش سهم بردار ورودی تقسیمی به صورت ورودی برای مرحله دوم استفاده می‌شود.

λ_j : متغیرهای وزنی مرحله اول

μ_j : متغیرهای وزنی مرحله دوم

حال با در نظر گرفتن نمادهای فوق، به منظور بررسی صرفه اقتصادی در شرکت‌های تولید توأم مراحل زیر را بکار می‌بریم. در ابتدا مینیمم هزینه کلی شرکت‌های تولید توأم را به کمک مدل (۸) محاسبه می‌نماییم.

$$C_o^* = \min \sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^D) + \sum_{i=1}^m c_{io}^D ((1-\alpha)x_i^D) + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^D + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^D$$

$$s.t. \alpha \left(\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^D \leq x_i^D \right) \quad i=1,2,\dots,m \quad (8-1)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j H_{gj}^D \leq H_g^D \quad g=1,2,\dots,G \quad (8-2)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j z_{adj}^D \leq z_{ado}^D \quad d=1,2,\dots,D \quad (8-3)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^D \geq y_{ro}^D \quad r=1,2,\dots,s \quad (8-4)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j F_{akj}^D = F_{ako}^D \quad k=1,2,\dots,K; a=1,2 \quad (8-5)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j F_{akj}^D = F_{ako}^D \quad k=1,2,\dots,K; a=1,2 \quad (8-6)$$

$$(1-\alpha) \left(\sum_{j=1}^n \mu_j x_{ij}^D \leq x_i^D \right) \quad i=1,2,\dots,m \quad (8-7)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j R_{lj}^D \leq R_l^D \quad l=1,2,\dots,L \quad (8-8)$$

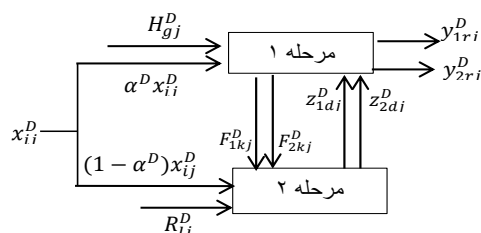
$$\sum_{j=1}^n \mu_j z_{adj}^D \geq z_{ado}^D \quad d=1,2,\dots,D \quad (8-9)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \sum_{j=1}^n \mu_j = 1, \quad (8-10)$$

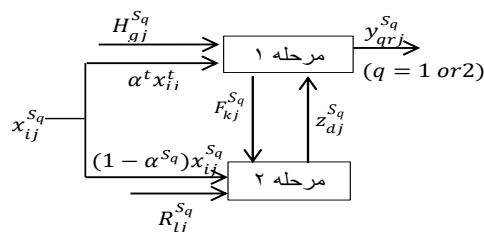
$$\lambda_j \geq 0, \mu_j \geq 0, R_l^D \geq 0, x_i^D \geq 0, H_g^D \geq 0.$$

۵- بررسی صرفه اقتصادی در فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب

در این بخش مدلی ارائه می‌دهیم که توانایی ارزیابی صرفه اقتصادی در فرایندهای تولیدی دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی را دارد. شکل‌های (۱) و (۲) یک فرایند تولید دو مرحله‌ای از شرکت‌های تولید توأم و شرکت‌های تولید تخصصی را نشان می‌دهند. با استفاده از مفهوم بکار رفته در مقاله وو و همکاران (۲۰۱۶) [۲۵]، هر DMU از دو زیر مرحله به صورت موازی ساخته شده است که محصولات نامطلوب مرحله اول را به طور پیوسته به عنوان یک منبع ورودی به مرحله دوم داده می‌شود و سپس مرحله دوم، مرحله پالایش یا بازیابی تولیدات نامطلوب را انجام داده سپس به عنوان ورودی به مرحله اول بازگشت می‌دهد.



شکل ۱- ساختار شرکت‌های تولید توأم (گروه D)



شکل ۲- ساختار شرکت‌های تک محصولی (گروه‌های S1 و S2)

قبل از بیان مراحل تعیین صرفه اقتصادی در شرکت‌ها ابتدا نمادهای زیر را معرفی می‌نماییم:

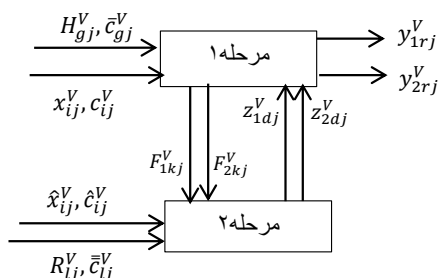
H_{gj}^t : بردار ورودی مستقیم مرحله اول
 Y_{rj}^t : بردار خروجی مستقیم از مرحله اول (خروجی‌های مطلوب)

F_{akj}^t : بردار(های) خروجی نامطلوب از مرحله اول به مرحله دوم و بردار(های) ورودی نامطلوب مرحله دوم به مرحله اول و بردار خروجی مطلوب از مرحله دوم به مرحله اول

R_{lj}^t : بردار ورودی مستقیم مرحله دوم

$$CE^{stage2} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D \left((1-\alpha)x_i^{D^*} \right) + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{io}^D R_l^{D^*}}{\sum_{i=1}^m c_{io}^D \left((1-\alpha)x_{io}^D \right) + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{io}^D R_{lo}^D} \quad (11)$$

تعریف ۳: DMU در کل سیستم کارای هزینه است $(CE^{overall} = 1)$ هرگاه در هریک از زیر مراحل خود کارا باشد یعنی $CE^{stage1} = CE^{stage2} = 1$.
 حال یک مجموعه از شرکت‌های تولید توأم مجازی (گروه V) را با ترکیب دو به دو شرکت‌های تولید تخصصی (گروه‌های S_1 و S_2) ایجاد می‌نماییم. این شرکت‌های مجازی فرضی هستند و تماماً از ترکیب شرکت‌های تولید تخصصی ایجاد می‌شوند. تعداد این شرکت‌های مجازی ایجاد شده را **b** در نظر می‌گیریم.
 ساختار شرکت‌های تولید توأم مجازی ساختاری مشابه با شکل (۲) دارد و به صورت زیر می‌باشد:



شکل ۳- ساختار شرکت‌های تولید توأم مجازی (گروه V)

همانطور که بیان شد تمام ورودی‌ها، خروجی‌ها و محصولات میانی شرکت‌های مجازی از ترکیب دو به دو ورودی‌ها، خروجی‌ها و محصولات میانی شرکت‌های تولید تخصصی ۱ و ۲ ایجاد می‌شوند که به شرح زیر هستند:
 بردار ورودی مستقیم مرحله اول شرکت مجازی برابر است با مجموع بردارهای ورودی مستقیم مرحله اول شرکت‌های تولید تخصصی ۱ و ۲.
 قیمت ورودی مستقیم مرحله اول شرکت مجازی برابر است با مجموع قیمت‌های ورودی مستقیم مرحله اول شرکت‌های تولید تخصصی ۱ و ۲.

بردار ورودی تقسیمی مرحله اول شرکت مجازی $C_{ij}^V = \alpha^{S_1} C_{ij}^{S_1} + \alpha^{S_2} C_{ij}^{S_2}$
 قیمت ورودی تقسیمی مرحله اول شرکت مجازی $\tilde{X}_{ij}^V = (1-\alpha^{S_1}) X_{ij}^{S_1} + (1-\alpha^{S_2}) X_{ij}^{S_2}$
 بردار ورودی تقسیمی مرحله دوم شرکت مجازی

دسته محدودیت (۱-۸) و (۲-۸) به ترتیب نشان دهنده میزان ورودی‌های تقسیمی و ورودی‌های مستقیم به مرحله اول می‌باشد. محدودیت (۳-۸) منابع بازیابی شده و اصلاح شده است که از مرحله دوم به مرحله اول به عنوان ورودی فرستاده می‌شود. این محدودیت‌ها به عنوان محصول میانی بین دو مرحله است. محدودیت (۴-۸) نشان‌دهنده خروجی‌های مطلوب و مستقیم از مرحله اول است. محدودیت‌های (۵-۸) خروجی‌های نامطلوب مرحله اول است محدودیت‌های (۶-۸) ورودی‌ها نامطلوبی که به منظور بازیافت و تعمیر از مرحله اول به مرحله دوم فرستاده می‌شوند را نشان می‌دهند. محدودیت‌های (۷-۸) و (۸-۸) به ترتیب نشان‌دهنده ورودی‌های تقسیمی و ورودی‌های مستقیم به مرحله دوم هستند. محدودیت (۹-۸) بیان‌کننده خروجی‌های مطلوب و تعمیر شده مرحله دوم است. در نهایت دو محدودیت (۱۰-۸) باعث می‌شود مدل در شرایط بازده به مقیاس متغیر قرار گیرد.

لازم به ذکر است در مدل فوق فرض بر آنست که تصمیم‌گیرنده بطور کامل بر تغییرات خروجی نامطلوب دسترسی ندارد بنابراین فرض دسترسی ضعیف را در این مورد در نظر می‌گیریم، که بنا بر استنتاج و همکاریان دسترسی‌پذیری ضعیف برای اندازه میانی در یک سیستم دو مرحله‌ای با خروجی نامطلوب مرحله یک و خروجی مطلوب مرحله دو فرض مناسب‌تری خواهد بود [۲۶].

از این‌رو در این مدل فرض دسترسی‌پذیری ضعیف را برای خروجی‌های نامطلوب در نظر گرفته‌ایم.

را جواب بهینه مدل (۸) $(x_i^{D^*}, H_g^{D^*}, R_l^{D^*}, \lambda_j^*, \mu_j^*)$ نظر بگیرید. به کمک روابط (۹) - (۱۱) می‌توانیم کارایی هزینه کل سیستم و کارایی مراحل یک و دو را محاسبه نماییم.
 کارایی هزینه کل سیستم:

$$CE^{overall} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^{D^*}) + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{io}^D R_l^{D^*} + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D^*}}{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_{io}^D) + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{io}^D R_{lo}^D + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_{go}^D} \quad (9)$$

کارایی هزینه مرحله اول:

$$CE^{stage1} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^{D^*}) + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D^*}}{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_{io}^D) + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_{go}^D} \quad (10)$$

کارایی هزینه مرحله دوم:

سمت راست هر محدودیت در مدل (۱۲) داده‌های مرتبط به شرکت‌های تولید توأم و سمت چپ آن مرتبط به شرکت‌های مجازی می‌باشد.

تابع هدف مدل (۱۲) نسبت هزینه بدست آمده از مقایسه شرکت‌های تولید توأم و شرکت‌های مجازی به مینیمم هزینه بدست آمده از شرکت‌های تولید توأم را نشان می‌دهد.

C_o^* مینیمم هزینه شرکت‌های تولید توأم حاصل از مدل (۸) می‌باشد. $\overline{CE}^{overall}$ مقدار بهینه مدل (۱۲) و کارایی هزینه کل سیستم تولیدی قرار دهید.

کارایی هزینه هر یک از مراحل از روابط زیر بدست می‌آید:

$$\overline{CE}^{stage1} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^{D-V^*}) + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D-V^*}}{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^{D^*}) + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D^*}} \quad (13)$$

$$\overline{CE}^{stage2} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D ((1-\alpha)x_i^{D-V^*}) + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^{D-V^*}}{\sum_{i=1}^m c_{io}^D ((1-\alpha)x_i^{D^*}) + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^{D^*}} \quad (14)$$

چونیکه $(x_i^{D-V^*}, H_g^{D-V^*}, R_l^{D-V^*})$ و $(x_i^{D^*}, H_g^{D^*}, R_l^{D^*})$ به ترتیب جواب‌های بهینه مدل‌های (۸) و (۱۲) می‌باشند. اکنون می‌توان درجه صرفه‌اقتصادی را به کمک رابطه‌ای مشابه رابطه (۵) محاسبه نمود و مشابه شرایط (i) - (iii) در بخش ۳ وجود یا عدم وجود صرفه اقتصادی را در هر یک از شرکت‌ها بررسی نمود.

تعریف ۴: مقدار درجه صرفه‌اقتصادی کل سیستم و هر یک از مراحل از روابط زیر بدست خواهند آمد:

$$DES^{overall} = \overline{CE}^{overall} - 1$$

$$DES^{stage1} = \overline{CE}^{stage1} - 1$$

$$DES^{stage2} = \overline{CE}^{stage2} - 1$$

مدل (۱۲) ممکن است نشدنی شود در اینصورت مقدار کارایی هزینه را یک در نظر می‌گیریم. مقدار درجه صرفه اقتصادی در این حالت صفر خواهد شد که نشان‌دهنده بی‌تأثیر بودن صرفه اقتصادی می‌باشد.

تعریف ۵: شرکت تولید توأم نسبت به شرکت‌های مجازی دارای صرفه اقتصادی است هرگاه $\overline{CE}^{overall} > 1$ یا $DES_j^{overall} > 0$

تعریف مشابهی را می‌توان برای هر یک از مراحل یک و دو بیان نمود.

تقسیمی مرحله دوم شرکت مجازی: $\tilde{C}_{ij}^V = (1 - \alpha^{S_1})C_{ij}^{S_1} + (1 - \alpha^{S_2})C_{ij}^{S_2}$

بردار ورودی مستقیم مرحله دوم شرکت مجازی: $R_{lj}^V = R_{lj}^{S_1} + R_{lj}^{S_2}$

قیمت ورودی مستقیم مرحله دوم شرکت مجازی: $\bar{C}_{lj}^V = \bar{C}_{lj}^{S_1} + \bar{C}_{lj}^{S_2}$

بردارهای خروجی نامطلوب از مرحله اول به مرحله دوم و بردار ورودی نامطلوب مرحله دوم شرکت مجازی: $F_{1kj}^V = F_{1kj}^{S_1}, F_{2kj}^V = F_{2kj}^{S_2}$

بردار ورودی مطلوب از مرحله اول به مرحله دوم و بردار خروجی مطلوب از مرحله دوم شرکت مجازی: $Z_{1dj}^V = Z_{1dj}^{S_1}, Z_{2dj}^V = Z_{2dj}^{S_2}$

بردارهای خروجی مستقیم از مرحله اول شرکت مجازی (خروجی‌های مطلوب): $Y_{1rj}^V = Y_{1rj}^{S_1}, Y_{2rj}^V = Y_{2rj}^{S_2}$

پس از تشکیل شرکت‌های تولید توأم مجازی، به منظور بررسی صرفه‌اقتصادی در شرکت‌های تولید توأم، کارایی هزینه واحدهای گروه تولید توأم را با توجه به مجموعه شرکت‌های گروه مجازی تولید توأم (گروه V) به صورت زیر مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

$$\min \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^{D-V}) + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D-V} + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^{D-V}}{C_o^*}$$

$$s.t. \sum_{j=1}^b \lambda_j x_{ij}^V \leq \alpha x_i^{D-V} \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^b \lambda_j H_{gj}^V \leq H_g^{D-V}, \quad g = 1, 2, \dots, G$$

$$\sum_{j=1}^b \lambda_j z_{adj}^V \leq z_{ado}^D, \quad d = 1, 2, \dots, D$$

$$\sum_{j=1}^b \lambda_j y_{rj}^V \geq y_r^D, \quad r = 1, 2, \dots, S \quad (**)$$

$$\sum_{j=1}^b \lambda_j F_{akj}^V = F_{ako}^D, \quad k = 1, 2, \dots, K; a = 1, 2$$

$$\sum_{j=1}^b \mu_j F_{akj}^V = F_{ako}^D, \quad k = 1, 2, \dots, K; a = 1, 2$$

$$\sum_{j=1}^b \mu_j \tilde{x}_{ij}^V \leq (1 - \alpha)x_i^{D-V}, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^b \mu_j R_{lj}^V \leq R_l^{D-V}, \quad l = 1, 2, \dots, L$$

$$\sum_{j=1}^b \mu_j z_{adj}^V \geq z_{ado}^D, \quad d = 1, 2, \dots, D$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \mu_j \geq 0, R_l^{D-V} \geq 0, x_i^{D-V} \geq 0, H_g^{D-V} \geq 0.$$

لذا به منظور بررسی اینکه تولید توأم محصولات اثربخش تر هستند یا تولید جداگانه آن‌ها مراحل زیر را اجرا می‌کنیم. در ابتدا مدل (۱۵) را برای هر یک از شرکت‌های تولید توأم (گروه D) بکار می‌بریم و مینیمم هزینه اثربخش کل این شرکت‌ها را بدست می‌آوریم.

$$\bar{C}_o^* = \min \sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^D) + \sum_{i=1}^m c_{io}^D (1-\alpha)x_i^D + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^D + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^D$$

s.t.

همان محدودیت‌های مدل (۸) به غیر از محدودیت

(۸-۴) به همراه محدودیت‌های

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^D \geq y_r^D \quad r=1,2,\dots,s \quad (15)$$

$$\sum_{r=1}^s p_{ro} y_r^D = \sum_{r=1}^s p_{ro} y_{ro}^D$$

$$x_i^D \geq 0, H_g^D \geq 0, R_l^D \geq 0, y_r^D \geq 0,$$

$$\lambda_j \geq 0, \mu_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,n.$$

فرض کنید $(\bar{x}_i^{D*}, \bar{H}_g^{D*}, \bar{R}_l^{D*}, \bar{y}_r^{D*}, \bar{\lambda}_j^*, \bar{\mu}_j^*)$ جواب بهینه مدل (۱۵) باشد در اینصورت میزان اثربخشی هزینه کلی و هر یک از مراحل یک و دو را می‌توانیم به کمک روابطی مشابه روابط (۹) تا (۱۱) محاسبه نماییم. آن‌ها را به ترتیب $CCE^{overall}$ ، CCE^{stage1} و CCE^{stage2} می‌نامیم. مشابه بخش قبل برای بررسی اثربخشی هزینه در شرکت‌های تولید توأم نیاز به ایجاد شرکت‌های تولید توأم مجازی داریم. همانطور که بیان شد این شرکت‌ها از ترکیب دو به دو شرکت‌های تولید تخصصی ایجاد می‌شوند. فرض می‌کنیم تعداد این شرکت‌های مجازی b تا باشد. پس از ایجاد شرکت‌های مجازی مینیمم هزینه اثربخش کل سیستم شرکت تولید توأم را نسبت به شرکت‌های مجازی به کمک مدل (۱۶) مورد مقایسه و ارزیابی قرار می‌دهیم.

$$\bar{CCE}^{overall} = \min \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D (\alpha x_i^{D-V}) + \sum_{i=1}^m c_{io}^D (1-\alpha)x_i^{D-V} + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D-V} + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^{D-V}}{\bar{c}_o^*}$$

s.t.

همان محدودیت‌های مدل (۱۲) به غیر از محدودیت

(**) به اضافه محدودیت‌های

$$\sum_{j=1}^b \lambda_j y_{rj}^V \geq y_r^D \quad r=1,2,\dots,s \quad (16)$$

$$\sum_{r=1}^s p_{ro} y_r^D = \sum_{r=1}^s p_{ro} y_{ro}^D$$

$$x_i^{D-V} \geq 0, H_g^{D-V} \geq 0, R_l^{D-V} \geq 0, y_r^D \geq 0$$

$$\lambda_j \geq 0, \mu_j \geq 0, \quad j=1,2,\dots,b.$$

تعریف ۶: DMU در کل سیستم دارای صرفه اقتصادی است هرگاه در هر یک از زیر مراحل خود دارای صرفه اقتصادی باشد به بیان دیگر $\bar{CE}^{overall} > 1$ هرگاه $\bar{CE}^{stage1} > 1$ و $\bar{CE}^{stage2} > 1$.

مطابق با تعریف بامول و همکاران (۱۹۸۲) می‌توان صرفه اقتصادی را برای سیستم‌های دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب به صورت زیر تعریف نمود.

تعریف ۷: صرفه اقتصادی در فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب زمانی وجود دارد که هزینه تولید توأم محصولات در کل سیستم دو مرحله‌ای کمتر از هزینه کل تولید همان محصولات به طور جداگانه در شرکت‌های تولید تخصصی باشد.

در ادامه به بررسی این موضوع می‌پردازیم که آیا در این سیستم‌های تولیدی، تولید هر یک از محصولات توسط شرکت‌های مختلف به طور جداگانه اثربخش هزینه خواهد بود یا تولید توأم همان محصولات توسط یک شرکت و به طور همزمان.

۶- بررسی اثربخشی هزینه بر فرایندهای شبکه‌ای دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیافتی از خروجی‌های نامطلوب

آنالیز اثربخشی هزینه نوعی تجزیه و تحلیل اقتصادی است که هزینه‌های نسبی و نتایج (اثرات) دوره‌های مختلف را با یکدیگر مورد مقایسه قرار می‌دهد. ارزیابی اقتصادی با استفاده از تکنیک اثربخشی هزینه (CCE) به تحلیل‌گر کمک می‌کند تا مقرون به صرفه‌ترین گزینه را به منظور دستیابی به یک هدف از پیش تعیین شده، تشخیص دهد. در این بخش برای سیستم‌های دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب، مدل DEA اثربخشی هزینه را در چارچوب مدل صرفه اقتصادی بسط می‌دهیم تا بتوانیم به شرکت‌ها یا بنگاه‌ها به منظور دستیابی به درآمد فعلی با حداقل هزینه و اثربخشی آن‌ها کمک نماییم. مدل‌های پیشنهادی به دنبال یافتن بهترین فعالیت یا فرایند جایگزین است تا بتواند منابع و هزینه‌های شرکت‌ها یا بنگاه‌ها یا سازمان‌ها را به حداقل برساند و به یک نتیجه مطلوب برسد.

اثربخش بودن هر یک از مراحل نمی‌باشد ممکن است شرکتی در کل فرایند تولید اثربخش باشد اما در یکی از زیر مراحل اثربخش نباشد.

همچنین حضور صرفه اقتصادی در یک شرکت نشان‌دهنده حضور اثربخشی هزینه در این شرکت نیست.

۷- مثال عددی

در این بخش با مثال عددی به تشریح نحوه عملکرد مدل‌های پیشنهادی می‌پردازیم. جداول ۱ تا ۳ مجموعه داده‌های مرتبط با دو گروه تولید تخصصی و یک گروه تولید توأم را در یک سیستم دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب نشان می‌دهد. هر کدام از گروه‌ها شامل ۸ شرکت هستند بطوریکه هشت شرکت گروه تخصصی اول تنها محصول میانی اول و محصول میانی دوم و هشت شرکت گروه تولید توأم به طور همزمان هر دو محصول یک و دو را تولید می‌کنند. داده‌های جداول ۱ و ۲ به غیر سطر آخر (هزینه‌ها)، داده‌های موجود در مقاله خالقی و همکاران [۲۷] می‌باشد.

حال در این نوع از فرایند تولید که یک تعداد از خروجی‌های مرحله اول برای بازیافت و اصلاح به مرحله دوم برده می‌شوند و پس از اصلاح به عنوان ورودی به مرحله اول داده می‌شود، به بررسی این موضوع می‌پردازیم که آیا تولید دو محصول به طور همزمان در یک شرکت از لحاظ هزینه به صرفه می‌باشد یا بهتر است این محصولات به طور جداگانه در شرکت‌های مجزا تولید شوند. برای این هدف در ابتدا هزینه کمینه کلی شرکت‌های تولید توأم (C_0^*) را به کمک مدل (۸) بدست می‌آوریم. نتایج حاصل از این مدل درستون اول جدول ۴ درج شده است.

پس از ترکیب شرکت‌های تولید تخصصی با یکدیگر و ایجاد ۶۴ شرکت تولید توأم مجازی، مدل (۱۲) و روابط (۱۳) و (۱۴) را بکار می‌بریم و میزان کارایی هزینه کل سیستم و هریک از زیر مراحل ۱ و ۲ شرکت تولید توأم نسبت به شرکت مجازی را بدست می‌آوریم. جدول ۵ نتایج را در فرم (۱) میزان کارایی هزینه، (۲) میزان درجه صرفه اقتصادی (DES)، (۳) تعیین حضور یا عدم حضور صرفه اقتصادی در کل سیستم و هریک از مراحل یک و دو نشان می‌دهد.

مشاهده می‌شود که چهار شرکت از گروه D در کل فرایند تولید دارای صرفه اقتصادی هستند، این شرکت‌ها

با در نظر گرفتن $(\bar{x}_i^{D*}, \bar{H}_g^{D*}, \bar{R}_l^{D*})$ و $(\bar{x}_i^{D-V*}, \bar{H}_g^{D-V*}, \bar{R}_l^{D-V*})$ به ترتیب به عنوان جواب‌های بهینه مدل‌های (۱۵) و (۱۶) و بکار بردن روابط مشابه روابط (۱۳) و (۱۴) می‌توانیم میزان اثربخشی هزینه مراحل یک و دو را محاسبه نماییم. آن‌ها را به ترتیب \overline{CCE}^{stage1} و \overline{CCE}^{stage2} می‌نامیم.

تعریف ۸: درجه اثربخشی هزینه کل سیستم و هریک از مراحل از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$DCCE^{overall} = \overline{CCE}^{overall} - 1$$

$$DCCE^{stage1} = \overline{CCE}^{stage1} - 1$$

$$DCCE^{stage2} = \overline{CCE}^{stage2} - 1$$

در تعیین اثربخشی هزینه در شرکت‌های تولید توأم حالت‌های مختلف زیر را داریم:

- هرگاه $\overline{CCE}^{overall} > 1$ ، شرکت در کل فرایند اثربخش هزینه است در این حالت $DCCE^{overall} > 0$.

- هرگاه $\overline{CCE}^{overall} < 1$ ، شرکت در کل فرایند تولید عدم اثربخشی هزینه را نشان می‌دهد در این حالت $DCCE^{overall} < 0$

- در صورتیکه $\overline{CCE}^{overall} = 1$ باشد در اینصورت نه حضور و نه عدم حضور اثربخشی را نشان می‌دهد و $DCCE^{overall} = 0$.

- مدل (۱۶) ممکن است ناکارا شود در این صورت میزان اثربخشی هزینه را یک در نظر می‌گیریم و لذا درجه اثربخشی هزینه صفر خواهد شد. این حالت نه اثربخشی و نه عدم اثربخشی را نشان می‌دهد.

- به طور مشابه می‌توان برای هریک از مراحل یک و دو بیان نمود.

تعریف ۸: شرکت تولید توأم در کل سیستم دارای اثربخش هزینه است هرگاه در هریک از زیر مراحل خود اثربخش هزینه باشد. به بیان دیگر $\overline{CCE}^{overall} > 1$ هرگاه $\overline{CCE}^{stage1} > 1$ و $\overline{CCE}^{stage2} > 1$.

قضیه: میزان کارایی هزینه کل حاصل از مدل (۱۶) کمتر یا مساوی میزان اثربخشی هزینه حاصل از مدل (۱۲) است $(\overline{CCE}^{overall} \leq \overline{CE}^{overall})$.

اثبات: بدیهی است.

قابل ذکر است اثربخش بودن در کل فرایند تولید دلیل بر

نسبت به شرکت‌های تولید تخصصی، مصرف نمایند. اکنون به منظور بررسی اینکه آیا این شرکت‌هایی تولید توأم اثر بخش هزینه هستند یا خیر مطابق بخش (۶) مراحل زیر را اجرا می‌کنیم. در ابتدا مینیمم هزینه اثر بخش شرکت‌های تولید توأم (C_o^*) را به کمک مدل (۱۵) محاسبه می‌نماییم که نتایج آن در ستون سوم جدول ۴ آمده است. سپس ۶۴ شرکت مجازی را مطابق روند قبل ایجاد می‌نماییم و اثر بخشی هزینه کل فرایند شرکت‌های تولید توأم را نسبت به شرکت‌های مجازی به کمک مدل (۱۶) بدست می‌آوریم. نتایج حاصل از مدل (۱۶) (اثر بخشی هزینه کل) و میزان اثر بخشی مراحل یک و دو که از روابط (۱۳) و (۱۴) بدست می‌آیند، به همراه میزان درجه اثر بخشی هزینه آن‌ها و حضور یا عدم حضور اثر بخشی هزینه در جدول ۶ درج گردیده است.

مطابق با جدول ۶ از بین هشت شرکت، ۶ شرکت در کل فرایند تولید دارای اثر بخشی هزینه می‌باشند و دو شرکت عدم اثر بخشی هزینه را نشان می‌دهند. از نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود شرکتی که در هر دو مرحله اثر بخش هزینه هستند در کل سیستم هم اثر بخش هزینه خواهد بود. قابل ذکر است که یک شرکت ممکن است با وجود اینکه در یکی از مراحل عدم اثر بخشی هزینه را نشان می‌دهد، در کل فرایند تولید اثر بخش هزینه باشد. برای نمونه شرکت پنجم با وجود اینکه در مرحله دوم عدم اثر بخشی هزینه را نشان می‌دهد اما در کل فرایند تولید اثر بخش هزینه است. در این مثال مقادیر حاصل از مدل‌های (۱۲) و (۱۶) یکسان شده‌اند.

توانسته‌اند با کمترین هزینه دو محصول را به طور همزمان تولید نمایند. شرکت پنجم با وجود اینکه در مرحله اول از لحاظ هزینه به صرفه عمل کرده است اما در کل سیستم دو مرحله‌ای نه حضور و نه عدم حضور صرفه اقتصادی را نشان می‌دهد. سه شرکت دیگر یعنی شرکت‌های ۳ و ۴ و ۶ عدم صرفه اقتصادی را نشان می‌دهند.

مطابق با ستون دوم جدول ۴ که میزان کارایی هزینه شرکت‌های تولید توأم را نشان می‌دهد، شرکت‌های سوم و چهارم در کل سیستم کارایی هزینه را نشان می‌دهند اما مطابق با نتایج جدول ۵ این دو شرکت با تولید توأم نسبت به شرکت‌های تولید تخصصی نتوانسته‌اند کمترین هزینه را مصرف نمایند و از لحاظ اقتصادی به صرفه باشند. مطابق با جدول ۵ شرکت سوم در مرحله اول و شرکت چهارم در هر دو مرحله بیشترین هزینه را مصرف نموده‌اند. لذا می‌توان گفت این دو شرکت با وجود اینکه کارای هزینه هستند اما تولید توأم دو محصول به طور همزمان پیشنهاد نمی‌گردد. از طرفی شرکت هفت در گروه D کارایی هزینه است اما این شرکت با تولید توأم محصولات در این نوع سیستم نتوانسته کمترین هزینه را مصرف نمایند و از لحاظ اقتصادی به صرفه باشد.

میانگین DES کل فرایند و مراحل یک و دو به ترتیب $0/228(0/22/8)$ ، $0/255(0/25/5)$ و $0/296(0/29/6)$ هستند، این نتایج حضور صرفه اقتصادی را در کل سیستم و هر یک از مراحل نشان می‌دهند. در نتیجه گروه D که متشکل از شرکت‌های تولید توأم هستند در کل نتوانسته است کمترین هزینه را برای تولید هر دو محصول خود،

جدول ۱- داده‌های مربوط به شرکت تولید تخصصی گروه اول ($\alpha = 0.6$)

DMU	x_i	H_g	R_l	F_1	F_2	Z_1	Z_2	y_1	y_2
۱	۱۶/۰۷	۴۱۴۳۷۳۱/۷۸	۹۹۲۷۲/۱۲	۳۶۸۴۲/۴۸		۱۲۸۶۷/۵۲		۵۸۶۰۴۴۶/۵۱	
۲	۴/۵۱	۱۲۹۷۸۹۲/۴۷	۲۲۳۵۲/۲۹	۶۲۵۲/۲۷		۳۴۵۳/۷۶		۲۵۸۰۲۱۱/۶۴	
۳	۲/۷	۱۵۷۵۷۰۳/۶۲	۲۶۶۱۸/۰۴	۶۱۱۹/۳۴		۴۳۸۱/۶۶		۵۰۵۹۶۰۴/۷۰	
۴	۹/۳۹	۵۱۶۸۸۴۱/۲۵	۱۱۹۰۱۵/۹	۱۳۵۶۷۱/۵۷		۵۷۳۶/۵۸		۱۱۹۵۲۷۵۰/۰۰	
۵	۴/۸۸	۱۰۵۹۲۱۴/۲۴	۲۶۸۴۵/۱۶	۱۶۲۹۲/۵۵		۱۳۵۳/۰۹		۱۴۵۷۱۹۷/۸۸	
۶	۳/۴۶	۱۲۶۸۴۴۰/۵۷	۱۷۹۴۹/۵۴	۹۲۲۹/۵۵		۱۳۴۷/۲۱		۱۱۵۵۷۴۳/۹۰	
۷	۳۲/۷۳	۹۲۳۷۶۶۶/۶۷	۲۲۷۱۰۳/۶	۱۹۹۱۳۴/۸۳		۲۰۱۳۴/۰۹		۱۳۴۶۵۵۸۳/۳۰	
۸	۱۶/۱۹	۵۴۴۵۱۷۵/۱۵	۱۴۸۰۰۱/۷	۱۵۴۸۲۶/۵۳		۶۱۶۹/۱۶		۶۶۳۴۷۵۹/۴۱	
هزینه	۱۲۰/۲	۰/۴	۱/۲						

جدول ۲- داده‌های مربوط به شرکت تولید تخصصی گروه دوم ($\alpha = 0.7$)

DMU	x_i	H_g	R_l	F_1	F_2	z_1	z_2	y_1	y_2
۱	۲/۹۳	۱۹۷۲۶۷۹/۶۲	۵۹۰۲۰/۱۱۲		۱۰۱۱۷/۵۰		۳۶۹۷/۹۸		۱۷۶۱۹۷۸/۹۱
۲	۱۶/۵۹	۷۳۴۵۱۶۴/۹۷	۲۰۳۸۶۲/۷		۱۴۱۸۹۷/۸۴		۱۵۸۷۹/۲۵		۱۰۰۸۹۴۱۶/۶۰
۳	۳/۵۹	۱۴۱۰۳۷۵/۵۶	۳۱۲۴۱/۷۴		۱۸۰۷۰/۴۷		۳۵۲۴/۵۴		۲۶۱۴۲۶۸/۰۶
۴	۴/۵۳	۲۴۱۶۶۰۰/۹۴	۵۰۱۱۸/۷		۲۹۳۹۲/۰۰		۳۶۵۱/۷۷		۲۳۱۰۰۳۴/۸۰
۵	۶/۶۱	۳۷۹۸۸۹۸/۹۷	۶۹۹۷۴/۱۳		۷۵۷۸۶/۲۲		۵۸۱۵/۶۱		۴۲۹۷۷۲۱/۸۴
۶	۷/۸۶	۲۷۸۸۴۴۵/۳۹	۶۹۷۱۵/۶		۲۰۳۳۳/۵۳		۱۰۲۳۲/۹۰		۳۱۱۰۰۷۲/۰۰
۷	۱۳/۰۴	۴۸۸۸۸۹۲/۴۱	۱۰۱۴۱۱/۹		۴۶۱۶۰/۱۱		۱۶۱۷۹/۲۲		۵۲۷۷۸۰/۴۹
۸	۳/۹۴	۱۴۰۵۲۳۷/۲۲	۲۷۲۵۰/۰۳		۱۶۶۶۵/۶۴		۲۱۰/۱۸۱		۱۵۰۴۴۳۶/۹۶
هزینه	۴۲۰/۷	۰/۷	۰/۵						

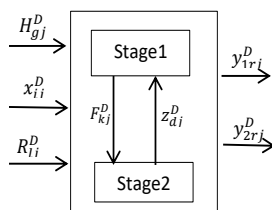
جدول ۳- داده‌های مربوط به شرکت تولید توأم ($\alpha = 0.7$)

DMU	x_i	H_g	R_l	F_1	F_2	z_1	z_2	y_1	y_2
۱	۴۱/۶۹۳	۱۹۷۸۲۵۸/۷۳	۳۲۵۲۰/۷۴	۲۶۴۱۰/۰۱	۱۶۲۷۰/۵۰	۶۲۰۱/۴۵	۲۶۹۹/۰۹	۱۵۹۴۲۸/۶۲	۱۲۷۷۸۰۰/۹۱
۲	۱۱/۲۵۵	۲۹۵۲۶۴۰/۳۳	۴۱۳۲۵/۹۷	۱۱۸۹۷/۱۴	۱۱۸۹۷/۸۴	۵۳۰۱/۳۹	۳۷۰۰/۶۵	۲۲۹۴۲۸/۶۰	۱۲۹۸۰۳/۶۰
۳	۲۱/۱۵۵	۲۹۵۱۲۵۸/۳۸	۵۰۵۲۰/۸۹	۲۰۱۶۰/۰۰	۱۶۹۶۰/۴۷	۵۹۰۱/۶۰	۳۰۹۵/۹۹	۱۴۱۴۲۸/۵۴	۱۰۰۷۷۸۰/۰۶
۴	۱۲/۸۱۳	۵۵۵۱۲۵۸/۶۷	۶۲۶۳۴۲/۵۹	۲۰۳۹۲/۰۰	۱۵۸۲۰/۸۰	۶۰۰۰/۸۶	۲۹۸۱/۳۱	۱۵۹۴۲۰/۱۳	۱۳۱۰۰۳۴/۸۰
۵	۱۴/۲۶۹	۲۱۹۴۱۳۲/۲۱	۶۰۶۰۶۰/۶۱	۵۵۷۸۶/۰۱	۱۵۷۸۶/۲۲	۷۱۴۵/۵۹	۲۴۶۱/۷۲	۳۳۹۹۱/۹۲	۲۲۹۷۷۲۱/۸۴
۶	۱۵/۱۴۴	۴۰۵۱۲۵۸/۵۶	۶۰۵۲۰/۴۳	۲۵۱۶۰/۵۳	۱۶۰۶۰/۵۳	۵۱۰۱/۷۷	۳۰۰۵/۳۹	۱۳۱۴۲۸/۴۹	۱۲۵۷۷۸۰/۰۰
۷	۴۸/۷۷	۱۹۵۱۲۵۸/۹۹	۶۱۵۲۰/۹۲	۲۶۱۶۰/۰۱	۱۶۱۶۰/۱۱	۵۲۰۱/۱۹	۳۶۹۵/۷۷	۱۵۱۴۲۸/۱۹	۱۲۴۷۷۸۰/۴۹
۸	۲۰/۷۵۸	۱۰۹۹۳۱۸/۵۴	۱۰۱۸۶/۴۱	۳۸۹۶۰/۶۴	۱۹۸۰۲/۶۵	۵۹۰۲/۷۶	۴۹۱۹/۳۴	۱۶۱۴۲۸/۰۹	۱۴۹۷۸۰/۹۶
هزینه	۸۳۳/۴	۱	۰/۲					۱۲/۵	۲۶/۸

جدول ۴- مینیمم هزینه بهینه حاصل از مدل‌های (۸)، (۱۵) و جعبه سیاه

DMU	C_o^*	$CE_o^{overall*}$	\bar{C}_o^*	\bar{C}_o	\bar{C}_o^*
۱	۲۰۲۰۰۰۰	۱	۲۰۲۰۰۰۰	۲۰۲۰۰۰۰	۱۷۷۱۰۰۰
۲	۲۹۷۰۰۰۰	۱	۲۹۷۰۰۰۰	۲۹۷۰۰۰۰	۱۱۲۵۰۰۰
۳	۲۹۷۹۰۰۰	۱	۲۹۷۹۰۰۰	۱۷۲۸۰۰۰	۱۶۱۰۰۰۰
۴	۵۶۸۷۰۰۰	۱	۵۶۸۷۰۰۰	۵۶۸۷۰۰۰	۱۷۹۰۰۰۰
۵	۲۳۲۷۰۰۰	۱	۲۳۲۷۰۰۰	۲۳۲۷۰۰۰	۲۳۲۷۰۰۰
۶	۴۰۷۱۰۰۰	۰,۹۹۹	۴۰۷۱۰۰۰	۱۸۸۹۰۰۰	۱۷۵۲۰۰۰
۷	۱۹۹۷۰۰۰	۰,۹۹۶	۱۹۹۷۰۰۰	۱۹۶۳۰۰۰	۱۷۵۱۰۰۰
۸	۱۱۱۹۰۰۰	۱	۱۱۱۹۰۰۰	۱۱۹۰۰۰	۱۱۱۹۰۰۰

این سیستم دو مرحله‌ای به صورت زیر باشد.



شکل ۴- ساختار شرکت‌های تولید توأم در سیستم جعبه سیاه

با مقایسه نتایج جداول ۵ و ۶ ملاحظه می‌گردد که در این مثال به غیر از حالت بی تأثیر بودن، میزان اثربخش هزینه با میزان کارایی هزینه یکسان شده است و شرکت‌هایی که از لحاظ اقتصادی به صرفه بودند اثربخش هزینه هم هستند. شرکت ۵ که نه صرفه اقتصادی و نه عدم آن را نشان می‌دهد اثربخش هزینه است. به منظور مقایسه این سیستم دو مرحله‌ای با سیستم جعبه‌ای، فرض می‌کنیم فرم جعبه سیاه

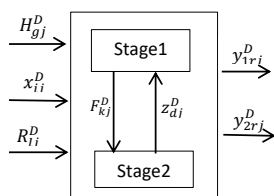
جدول ۵- مقدار کارایی هزینه کل و مراحل یک و دو در سیستم دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازبایی شده از خروجی‌های نامطلوب

DMU	کل مرحله			مرحله اول			مرحله دوم		
	CE	DES	ES	CE	DES	ES	CE	DES	ES
۱	۱/۴۰۸	۰/۴۰۸	دارد	۱/۴۱۱	۰/۴۱۱	دارد	۱/۱۳۲	۰/۱۳۲	دارد
۲	۱/۰۰۸	۰/۰۰۸	دارد	۱/۰۰۵	۰/۰۰۵	دارد	۱/۸۰۰	۰/۸۰۰	دارد
۳	۰/۸۷۷	-۰/۱۲۳	ندارد	۰/۸۷۵	-۰/۱۲۵	ندارد	۱/۱۶۵	۰/۱۶۵	دارد
۴	۰/۴۷۳	-۰/۵۲۷	ندارد	۰/۴۸۱	-۰/۵۱۹	ندارد	۰/۱۴۶	-۰/۸۵۴	ندارد
۵	ناکارا	۰	بی‌تأثیر	۱/۲۱۴	۰/۲۱۴	دارد	۰/۱۵۰	-۰/۸۵	ندارد
۶	۰/۶۹۳	-۰/۳۰۷	ندارد	۰/۶۹۰	-۰/۳۱۰	ندارد	۱/۸۲۵	۰/۸۲۵	دارد
۷	۱/۴۲۵	۰/۴۲۵	دارد	۱/۴۲۸	۰/۴۲۸	دارد	۱/۰۹۳	۰/۰۹۳	دارد
۸	۲/۹۳۹	۱/۹۳۹	دارد	۲/۹۳۹	۱/۹۳۹	دارد	۳/۰۵۶	۲/۰۵۶	دارد
میانگین DES		۰/۲۲۸	دارد		۰/۲۵۵	دارد		۰/۲۹۶	دارد

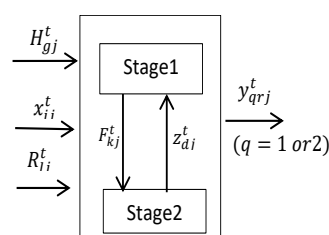
جدول ۶- میزان اثربخشی هزینه، درجه اثربخشی و تعیین حضور اثربخشی و عدم آن برای کل فرایند و هر یک از مراحل ۱ و ۲

DMU	کلی			مرحله ۱			مرحله ۲		
	CCE	DCCE	ES	CE	DCCE	ES	CCE	DCCE	ES
۱	۱/۴۰۸	۰/۴۰۸	دارد	۱/۴۱۱	۰/۴۱۱	دارد	۱/۱۳۲	۰/۱۳۲	دارد
۲	۱/۰۰۸	۰/۰۰۸	دارد	۱/۰۰۵	۰/۰۰۵	دارد	۱/۸۰۰	۰/۸۰۰	دارد
۳	۰/۸۷۷	-۰/۱۲۳	ندارد	۰/۸۷۵	-۰/۱۲۵	ندارد	۱/۱۶۵	۰/۱۶۵	دارد
۴	۰/۴۷۳	-۰/۵۲۷	ندارد	۰/۴۸۱	-۰/۵۱۹	ندارد	۰/۱۴۶	-۰/۸۵۸	ندارد
۵	۱/۶۴۴	۰/۶۴۴	دارد	۱/۷۲۵	۰/۷۲۵	دارد	۰/۱۹۸	-۰/۸۰۲	ندارد
۶	۰/۶۹۳	-۰/۳۰۷	ندارد	۰/۶۹۰	-۰/۳۱۰	ندارد	۱/۸۲۵	۰/۹۲۵	دارد
۷	۱/۴۲۵	۰/۴۲۵	دارد	۱/۴۲۸	۰/۴۲۸	دارد	۱/۰۹۳	۰/۰۹۳	دارد
۸	۲/۹۳۹	۱/۹۳۹	دارد	۲/۹۳۹	۱/۹۳۹	دارد	۳/۰۵۶	۲/۰۵۶	دارد
میانگین DES		۰/۳۰۸	دارد		۰/۳۱۹	دارد		۰/۴۳۹	دارد

مرحله‌ای با سیستم جعبه‌ای، فرض می‌کنیم فرم جعبه سیاه این سیستم دو مرحله‌ای به صورت زیر باشد.



شکل ۴- ساختار شرکت‌های تولید توأم در سیستم جعبه سیاه با توجه به شکل ۵ که نمایش ساختار داخلی سیستم عمل می‌کند، فقط خروجی‌های نهایی که مطلوب هستند در نظر گرفته شده و از میانی‌ها (چه مطلوب و چه نامطلوب) صرف نظر می‌شود. اکنون مدل‌های (۱۷) و (۱۸) را به ترتیب برای



شکل ۵- ساختار شرکت‌های تولید تخصصی در سیستم جعبه سیاه

با مقایسه نتایج جداول ۵ و ۶ ملاحظه می‌گردد که در این مثال به غیر از حالت بی‌تأثیر بودن، میزان اثربخش هزینه با میزان کارایی هزینه یکسان شده است و شرکت‌هایی که از لحاظ اقتصادی به صرفه بودند اثربخش هزینه هم هستند. شرکت ۵ که نه صرفه اقتصادی و نه عدم آن را نشان می‌دهد اثربخش هزینه است. به منظور مقایسه این سیستم دو

حالت جعبه سیاه عدم صرفه اقتصادی را نشان می‌دهد. برعکس شرکت سوم که در فرایند دو مرحله‌ای عدم صرفه اقتصادی دارد در حالت جعبه سیاه حضور صرفه اقتصادی را بیان می‌کند. شرکت پنجم در فرایند دو مرحله‌ای بی‌اثر بودن صرفه اقتصادی را نشان می‌دهد در حالت جعبه سیاه حضور صرفه اقتصادی را نشان می‌دهد. بدین ترتیب می‌توان تأثیر خروجی‌های نامطلوب میانی را بر حضور یا عدم حضور صرفه اقتصادی را مشاهده نمود. میانگین درجه صرفه اقتصادی در حالت جعبه سیاه ۰,۲۲۶ (۰,۲۲۶) می‌باشد.

در جدول (۸) میزان اثربخشی و وجود یا عدم وجود آن را در شرکت تولید توأم آمده است.

جدول ۸- مقدار اثربخشی هزینه و میزان درجه اثربخشی آن در

سیستم جعبه سیاه

DMU	CCE	DES	ES
۱	۱/۴۰۲	۰/۴۰۲	دارد
۲	۲/۲۰۷	۰/۲۰۷	دارد
۳	۱/۵۴۲	۰/۵۴۲	دارد
۴	۱/۳۸۷	۰/۳۸۷	دارد
۵	۱/۰۶۷	۰/۰۶۷	دارد
۶	۱/۴۱۷	۰/۴۱۷	دارد
۷	۰/۱۴۲	-۰/۸۵۷	ندارد
۸	۲/۲۱۹	۱/۲۱۹	دارد

از بین هشت شرکت تولید توأم، تنها شرکت هفتم عدم اثربخشی هزینه را نشان می‌دهد. با مقایسه نتایج آمده در جداول ۷ و ۸ ملاحظه می‌گردد که در حالت جعبه سیاه شرکت‌های دوم و چهارم عدم صرفه جویی اقتصادی را نشان می‌دهند از این رو این شرکت‌ها نمی‌توانند با کمترین هزینه دو محصول را همزمان تولید نمایند. اما همین شرکت‌ها اثربخش هزینه هستند. شرکت هفتم دارای صرفه اقتصادی می‌باشد اما اثربخش هزینه نیست.

از طرفی با مقایسه نتایج جدول ۸ با جدول ۶ شرکت‌های سوم، چهارم و پنجم که در سیستم جعبه سیاه اثربخش هزینه هستند در سیستم دو مرحله با حضور عوامل نامطلوب عدم آن را نشان می‌دهند. شرکت هفتم که در سیستم دو مرحله‌ای اثربخش هزینه است در سیستم جعبه سیاه عدم آن را بیان می‌کند. بنابراین به راحتی می‌توان تأثیر عوامل نامطلوب را روی صرفه اقتصادی ناشی از تنوع تولید و اثربخشی هزینه مشاهده نمود. برای تشریح ساده

بدست آوردن مینیمم هزینه شرکت تولید توأم و بررسی صرفه اقتصادی این نوع شرکت‌ها بکار می‌بریم

$$\begin{aligned} \bar{C}_o^* = \min & \sum_{i=1}^m c_{io}^D x_i^D + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^D + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^D \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}^D \leq x_i^D \quad i=1,2,\dots,m \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j H_{gj}^D \leq H_g^D \quad g=1,2,\dots,G \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j R_{lj}^D \leq R_l^D \quad l=1,2,\dots,L \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}^D \geq y_r^D \quad r=1,2,\dots,s \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \geq 0, R_l^D \geq 0, H_g^D \geq 0, x_i^D \geq 0. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \min & \frac{\sum_{i=1}^m c_{io}^D x_i^{D-V} + \sum_{g=1}^G \bar{c}_{go}^D H_g^{D-V} + \sum_{l=1}^L \bar{c}_{lo}^D R_l^{D-V}}{\bar{C}_o^*} \\ \text{s.t.} & \sum_{j=1}^b \lambda_j x_{ij}^V \leq x_i^{D-V} \\ & \sum_{j=1}^b \lambda_j H_{gj}^V \leq H_g^{D-V} \\ & \sum_{j=1}^b \lambda_j R_{lj}^V \leq R_l^{D-V} \\ & \sum_{j=1}^b \lambda_j y_{rj}^V \geq y_r^D \\ & \sum_{j=1}^b \lambda_j = 1 \\ & \lambda_j \geq 0, R_l^{D-V} \geq 0, H_g^{D-V} \geq 0, x_i^{D-V} \geq 0. \end{aligned} \quad (18)$$

نتایج حاصل از مدل (۱۷) (مقدار \bar{C}_o^*) در ستون چهارم جدول ۴ آمده است. جدول ۷ نتایج حاصل از مدل (۱۸) را در فرم (۱) میزان کارایی هزینه، (۲) میزان درجه صرفه اقتصادی (DES)، (۳) تعیین حضور یا عدم حضور صرفه اقتصادی را در سیستم جعبه سیاه نشان می‌دهد. جدول ۷- مقدار کارایی هزینه و میزان درجه صرفه اقتصادی در

سیستم جعبه سیاه

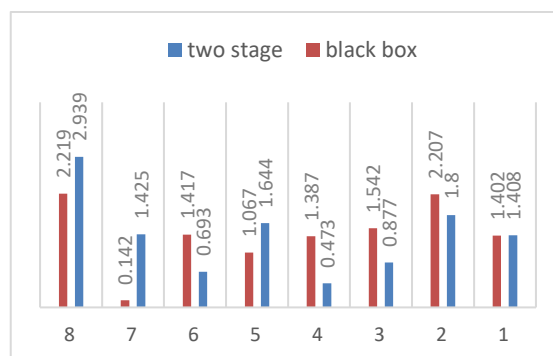
DMU	CCE	DES	ES
۱	۱/۲۲۹	۰/۲۲۹	دارد
۲	۰/۸۳۶	-۰/۱۶۳	ندارد
۳	۱/۴۳۷	۰/۴۳۷	دارد
۴	۰/۴۳۷	-۰/۵۶۳	ندارد
۵	۱/۰۶۹	۰/۰۶۹	دارد
۶	۱/۳۱۴	۰/۳۱۴	دارد
۷	۱/۲۶۵	۰/۲۶۵	دارد
۸	۲/۲۱۹	۱/۲۱۹	دارد

با بررسی مقادیر دو جدول ۵ و ۷ می‌بینیم شرکت دوم که در فرایند دو مرحله‌ای دارای صرفه اقتصادی می‌باشد در

تحت ارزیابی حضور دارند تحلیل و بررسی شده است. مدل‌های غیرپارامتری تحلیل پوششی داده‌های اثر بخشی هزینه و صرفه اقتصادی را به منظور تحلیل عملکرد شرکت‌ها و سازمان‌ها در این نوع سیستم‌های تولیدی دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب بسط و توسعه دادیم. بر این اساس می‌توانیم تعیین کنیم که آیا تولید توأم بهترین کارایی را نسبت به تولیدات مجزا در ساختار شبکه‌ای دو مرحله‌ای دارند یا خیر. مدل‌های پیشنهادی به تحلیلگر کمک می‌کند تا مقرون به صرفه‌ترین گزینه را برای دستیابی به اهداف از پیش تعیین شده را شناسایی کند. به منظور نشان دادن تأثیر عوامل نامطلوب روی صرفه اقتصادی ناشی از تنوع تولید و اثر بخشی هزینه مثال عددی را در آخر مطرح نمودیم و آن را هم در حالت جعبه سیاه و هم در ساختار دو مرحله‌ای با منابع تقسیمی و منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب با استفاده از مدل‌های پیشنهادی مورد بررسی قرار دادیم. نتایج نشان می‌دهد که در نظر گرفتن منابع بازیابی شده از خروجی‌های نامطلوب در شرکت‌ها میزان صرفه اقتصادی و اثر بخشی هزینه را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

با بررسی مقادیر بدست آمده از مثال مشاهده گردید در حالت جعبه سیاه یک شرکت ممکن است دارای صرفه اقتصادی باشد اما زمانیکه حضور عوامل نامطلوب میانی، عواملی که از مرحله اول به مرحله دوم داده می‌شود و مرحله دوم آنها را تعمیر و اصلاح می‌کند و به عنوان ورودی مجدد به سیستم مرحله اول می‌رساند، وارد مدل می‌شوند ممکن است بر میزان صرفه اقتصادی شرکت‌های تولید توأم تأثیر بگذارد و عدم صرفه اقتصادی را نشان دهند و در این حالت تولید هم‌زمان را برای شرکت پیشنهاد نمی‌شود مگر اینکه شرکت تولید توأم بتواند هزینه‌های خود را کاهش دهد.

تر مقایسه کارایی هزینه جداول ۶ و ۸ در شکل (۶) آمده است.



شکل ۶- مقایسه نتایج کارایی هزینه واحدها بدون در نظر گرفتن ساختار داخلی (black box) و با در نظر گرفتن ساختار دو مرحله‌ای و کالای بازیابی شده (two stage)

۸- نتیجه‌گیری

لازمه موفقیت مدیران برای پیشرفت و توسعه سازمان‌ها، توجه به مسائل اقتصادی سازمان است. تعیین صرفه اقتصادی و اثر بخشی هزینه، دو روش از روش‌های ارزیابی اقتصادی می‌باشند. در روش‌های تحلیل پوششی داده‌های مرسوم، به منظور ارزیابی اثر بخشی هزینه و صرفه اقتصادی، به فرایندهای داخلی شرکت‌ها و یا سازمان‌ها توجهی نمی‌شود و آن‌ها را به دید جعبه سیاه نگاه می‌کنند. به این معنا که تنها هزینه‌های مصرف شده و خروجی (محصول)‌های تولید شده توسط هر شرکت را مدنظر می‌گیرند و به فرایندهای داخلی و روابط درون سازمانی توجهی نمی‌نمایند که این امر موجب می‌شود بسیاری از اطلاعات سودمند نادیده گرفته شوند. در این مقاله با در نظر گرفتن تعامل و ارتباط بین بخش‌های داخلی هر سازمان، مدلی برای ارزیابی این دو امر پیشنهاد شده است. در این بررسی اثر بخشی هزینه و صرفه اقتصادی را در یک سیستم تولید دو مرحله‌ای که عوامل نامطلوب در سیستم

مراجع

- [1] R. W. Shephard, "Indirect production functions. Mathematical systems in economics", Anton Hain, Meisenheim am Glad, January 1974, Vol. 10, pp. 97-108.
- [2] R. Färe, S. Grosskopf, and C. A. K. Lovell, "Production Frontiers", Cambridge: Cambridge University Press, 1994.
- [3] A. S. Camanho, and R. G. Dyson, "Cost efficiency, production and value-added models in the analysis of bank branch performance", Journal of Operational Research Society, 2005, Vol. 56, pp.483-494.

- [4] E. Thanassoulis, M. C. S. Portela, and O. Despic, "Data envelopment analysis: the mathematical programming approach to efficiency analysis, H.O. Fried, C.A.K. Lovell, and S.S. Schmidt (Eds.)", *The measurement of productive efficiency and productivity growth*, New York: Oxford Press, 2008, pp. 251-420.
- [5] H. Fukuyama, and R. Khanjani Shiraz, "Cost-effectiveness measures on convex and non-convex technologies", *European Journal of Operational Research*, Vol. 246, No. 1, October 2015, pp. 307-319.
- [6] W. J. Baumol, J. C. Panzar, and R. D. Willig, "Contestable Markets and the Theory of Industrial Structure", New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1988.
- [7] G. Ferrier, S. Grosskopf, K. Hayes, S. Yaisawarng, "Economies of diversification in the banking industry", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 31, April 1993, pp. 229-249.
- [8] A. Berger, J. D. Cummins, M. A. Weiss, H. Zi, "Conglomeration versus strategic focus: Evidence from the insurance industry", *Journal of Financial Intermediation*, Vol. 9, October 2000, pp. 332-362.
- [9] J. D. Cummins, M. Weiss, H. Zi, "Economies of scope in financial services: A DEA bootstrapping analysis of the US insurance industry", Working Paper, Unpublished manuscript, The Wharton School, Philadelphia, PA, January 2003
- [10] L. Cherchye, B. De Rock, and F. Vermeulen, "Analyzing cost-efficient production behavior under economies of scope: A nonparametric methodology", *Operations Research*, Vol. 56, No. 1, Jan- Feb 2008, pp. 204-221.
- [11] K. Lee, K. Chun, and J. Lee, "Reforming the hospital service structure to improve efficiency: Urban hospital specialization", *Health Policy*, Vol. 87, 2008, pp. 41-49.
- [12] K. De Witte, and R. C. Marques, "Designing performance incentives, an international benchmark study in the water sector", *Central European Journal of Operations Research*, Vol. 18, June 2010, pp. 189-220.
- [13] D. C. Ferreira, R. C. Marques, and A. M. Nunes, "Economies of scope in the health sector: The case of Portuguese hospitals", *European Journal of Operational Research*, Vol. 266, 2018, pp. 716-735.
- [14] L. Zeinalzadeh, A. R. Kazemi Matin, and R. F. Saen, "Economies of scope in two-stage production systems: A data envelopment analysis approach", *RAIRO Operations Research*, Vol. 52, 2018, pp. 335-349
- [۱۵] علی نعیمی صدیق، کمال چهار سوقی و مجید شیخ محمدی، "طراحی مدل هماهنگی در زنجیره تأمین رقابتی با استفاده از رویکرد نظریه بازی با همکاری و بدون همکاری"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، دوره ۱۰، شماره ۲۹، ۱۳۹۱، صفحه ۱۹-۳۱.
- [۱۶] امیر رحیمی و فرانک حسین زاده سلجوقی، "کارایی هزینه و بازده به مقیاس در یک زنجیره تأمین شبکه دو مرحله‌ای: مطالعه موردی شرکت نوشیدنی در ایران"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، سال ۱۶، ۱۳۹۷، صفحه ۶۳-۷۶.
- [17] K. Govindan, H. Soleimani, and D. Kannan, "Reverse logistics and closed-loop supply chain: A comprehensive review to explore the future", *European Journal of Operational Research*, 240, 2015, pp.603-626.
- [۱۸] منیژه جهانی صیادنویری، سهراب کردرستمی و علیرضا امیرتیموری، "کارایی هزینه زنجیره تأمین حلقه بسته در حضور عوامل دو نقشی و نامطلوب"، *پژوهشهای نوین* شماره ۹، ۱۳۹۶، صفحه ۵-۱۵.
- [19] S. Huang, C. Yang, and X. Zhang, "Pricing and production decisions in dual-channel supply chains with demand disruptions", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 62, 2012, pp. 70-83.
- [20] R. Z. Farahani, S.Rezapour, T. Drezner, and S. S.Fallah, "Competitive supply chain network design: An overview of classifications, models, solution techniques and applications", *Omega*, Vol. 45, 2014, pp.92-118.
- [21] M. M. Seyed Esfahani, M. Biazaran, and M. Gharakhani, "A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer-retailer supply chains", *European Journal of Operational Research*, Vol. 211, 2011, pp. 263-273.
- [22] C. H. Wu, C. W. Chen, and C. C. Hsieh, "Competitive pricing decisions in a two-echelon supply chain with horizontal and vertical competition", *International Journal of Production Economics*, Vol. 135, 2012, pp. 265-274.
- [۲۳] منیژه جهانی صیادنویری، سهراب کردرستمی و علیرضا امیرتیموری، "کارایی هزینه زنجیره تأمین حلقه بسته در حضور عوامل دو نقشی و نامطلوب"، *مجله مدل‌سازی در مهندسی*، شماره ۹، ۱۳۹۶، صفحه ۵-۱۵.

[۲۴] حامد فلاح، حمیدرضا اسکندری، سید حسام‌الدین ذگردی و سید کمال چهارسوقی، "ارائه مدل دوسطحی طراحی شبکه زنجیره تأمین حلقه بسته در شرایط عدم قطعیت و رقابت بین زنجیره‌ای؛ حل با رویکرد تجزیه بندرز"، مجله مدل‌سازی در مهندسی، شماره ۴۹، ۱۳۹۶، صفحه ۲۰۱-۲۱۵.

[25] J. Wu, P. Yin, J. Sun, J. Chu, and L. Liang, "Evaluating the environmental efficiency of a two-stage system with undesired outputs by a DEA approach: An interest preference perspective", *European Journal of Operational Research*, Vol. 254, No. 3, November 2016, pp. 1047-1062.

[26] J. Wu, Q. Zhu, J. Chu, and L. Liang, "Two-stage network structures with undesirable intermediate outputs reused: A DEA Based Approach", *Computational Economics*, Vol. 46, No. 3, April 2015, pp. 455-477.

[27] M. Khaleghi, G. Jahanshahloo, M. Zohrehbandian, and F. H. Lotfi, "Return to scale and scale elasticity in two stage DEA", *Mathematical and Computational Applications*, Vol. 17, No. 3, December 2012, pp. 193-202,