بررسی فراکمانش مقاطع شامل ورق با ضخامت ثابت و متغیر به روش نوار محدود

آزاده آریانپور* و مجتبی ازهری**

دانشکدهٔ مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۱۱/۴– دریافت نسخه نهایی: ۱۳۸۹/۷/۱۸)

چکیده – در این مقاله، رفتار پس از کمانش ورق با ضخامت متغیر و همچنین مقاطع ساخته شده از ورق که داراي نقص عضو اولیه هستند، مورد بررسي قرار گرفته است. روش عددي نوار محدود براي تحلیل فراکمانش مقاطع ساخته شده از ورق تحت فشار و خمش، به کار رفته و به منظور دستیابي به این هدف، برنامه‌اي رایانه‌اي تدوین شده است. در این مقاله، سختي محوري و خمشي مقاطع کانالي لبه‌دار و بدون لبه، مقاطع Z شکل با ضخامت بال متغیر و ثابت و مقاطع T شکل و هم‌چنین بازتوزیع تنش پس از کمانش این‌گونه مقاطع و ورق با ضخامت عرضي متغیر تعیین شده‌اند. از نتایج به دست آمده، مي‌توان دریافت که ابعاد مقطع و کرنش اعمالي اولیه اثر چشمگیري بر توزیع تنش دارند و هم‌چنین سختي پس از کمانش مقطع کم مي‌شود.

واژگان کلیدی : **فراکمانش، ورق با ضخامت عرضي متغیر، نقص اولیه، نوار محدود**

Archive of SID

Post-Buckling Behavior of Sections Containing Thickness-Tapered and Thickness Constant Plates Using FSM

A. Aryanpour and M. Azhari

Civil Engineering Department, Isfahan University of Technology

Abstract: ***In this paper, post-buckling behavior of cold-formed, thin-walled structures containing thickness-tapered plate with initial imperfection is investigated. A computer program has been developed using the nonlinear Finite Strip Method for post-buckling analysis of plates and plate assemblies under compression and bending. Axial and flexural stiffness of lipped channels, Z-shaped and T-shaped sections containing thickness-tapered and thickness constant plates are calculated for different geometries. Stress redistributions of those sections are also determined. Results for stress redistributions show that sectional geometries and applied strains have important effects on stress distributions.***

Keywords: ***Post-buckling, Thickness-tapered plate, Initial imperfection, Finite strip.***

* – دانشجوی کارشناسی ارشد ** – استاد

www.SID.ir

فهرست علائم

a	نیم طول موج کمانش
A	مساحت نوار
b	عرض ورق
b_f	طول بال
b_l	طول لبه
b_w	طول جان
f	ضریب نسبت پوآسون
F	بار خارجی نوار
h	فاصله محور خنثی مقطع z شکل از لبه بال قبل از کمانش
h_1	فاصله محور خنثی مقطع z شکل از لبه بال بعد از کمانش
S	سختی محوری و خمشی
S^*	سختی محوری و خمشی فرا کمانش
t	ضخامت نوار
t_1	ضخامت لبه نازکتر ورق
t_2	ضخامت لبه ضخیمتر ورق
t_{f1}	ضخامت لبه خارجی بال
t_{f2}	ضخامت لبه داخلی بال
u_G	جابه‌جایی محوری غیر خطی در جهت x
u_{G1}	جابه‌جایی محوری غیر خطی خط گره‌ای ۱ در جهت x
u_{G2}	جابه‌جایی محوری غیر خطی خط گره‌ای ۲ در جهت x
u_H	جابه‌جایی کوتاه شدگی محوری در جهت x
u_R	جابه‌جایی جسم صلب
v_G	جابه‌جایی محوری غیر خطی در جهت y
v_{G1}	جابه‌جایی محوری غیر خطی خط گره‌ای ۱ در جهت y
v_{G2}	جابه‌جایی محوری غیر خطی خط گره‌ای ۲ در جهت y
v_H	جابه‌جایی کوتاه شدگی محوری در جهت y
w_1	جابه‌جایی خارج صفحه‌ای خط گره‌ای ۱
w_2	جابه‌جایی خارج صفحه‌ای خط گره‌ای ۲
w_{01}	جابه‌جایی خارج صفحه‌ای اولیه خط گره‌ای ۱
w_{02}	جابه‌جایی خارج صفحه‌ای اولیه خط گره‌ای ۲
W_{max}	جابه‌جایی حداکثر
$[.]$	نماد ماتریس
$\{.\}$	نماد بردار
$\langle . \rangle$	نماد جزیی از یک ماتریس کلی

علائم یونانی

α	حداکثر نقص اولیه تقسیم بر ضخامت
δ	بردار جابه‌جاییهای گره‌ای
δ_0	بردار جابه‌جاییهای گره‌ای اولیه
δ_{0f}	بردار جابه‌جاییهای گره‌ای خمشی اولیه
ε_1	کرنش خط گره‌ای ۱
ε_2	کرنش خط گره‌ای ۲
ε_{cr}	کرنش حد بحرانی
ε_M	کرنش متوسط
θ_1	زاویه دوران خارج صفحه‌ای خط گره‌ای ۱
θ_2	زاویه دوران خارج صفحه‌ای خط گره‌ای ۲
θ_{01}	زاویه دوران خارج صفحه‌ای اولیه خط گره‌ای ۱
θ_{02}	زاویه دوران خارج صفحه‌ای اولیه خط گره‌ای ۲
υ	نسبت پوآسون
ρ	انحنا
ρ_{cr}	انحنا بحرانی
σ	تنش

Archive of SID

www.SID.ir

۱- مقدمه

ورقهای نازک و مقاطع جدار نازک، پس از کمانش از خود مقاومت نشان داده و با سختی کمتری نسبت به سختی قبل از کمانش به باربری خود ادامه می‌دهند. تعادل پایدار ورقها و مقاطع جدار نازک در محدوده فراکمانش را می‌توان به علت جابه‌جاییهای بزرگ از مرتبه ضخامت ورق که با افزایش فشار ایجاد می‌شوند، دانست. نیروی محوری حاصل از تنشهای کششی به وجود آمده در صفحه میانی باعث افزایش ظرفیت باربری می‌شود.

دو روش اجزای محدود و نوار محدود، رایجترین روشهای عددی برای بررسی فراکمانش ورقها هستند. در تحقیق حاضر از روش عددی نوار محدود استفاده شده است که در مورد مقاطع ساخته شده از ورق، روش مناسبتری است. سریدهاران و اسمیت [۱] دو روش نوار محدود بر اساس تکنیک آشفتگی، برای بررسی سازه‌های ساخته شده از ورق ارائه کردند. در روش اول، جابه‌جاییهای درون صفحه‌ای و برون صفحه‌ای در گوشه‌های سازه به صورت جدا در نظر گرفته شده‌اند و در روش دوم، سازگاری این جابه‌جاییها در گوشه‌ها مورد توجه قرار گرفته است [۲و۳].

بیکر و همکاران [۴] رفتار ورقهای مستطیلی با تکیه‌گاههای مفصلی را تحت بارگذاری طولی در محدوده تغییر شکلهای بزرگ، تحلیل کرده‌اند. فرمولهای ارائه شده توسط بیکر و همکاران، با فرض تغییر شکل سینوسی برای جابه‌جاییهای اولیه مطابق با مود کمانش اولیه ورق تحت فشار خالص، توسعه داده شده‌اند و اثر شرایط مرزی مختلف و تغییر نسبت عرض به طول را در رفتار ورق در محدوده تغییر شکلهای بزرگ، به خوبی نشان می‌دهند. این محققان، هم‌چنین اثبات کرده‌اند که با در دست داشتن نسبت سختی فراکمانش به سختی پیش از کمانش، می‌توان رفتار فراکمانش ورق مستطیلی تحت فشار با تکیه‌گاههای مفصلی را با یک مدل دو نواری، تعیین کرد [۵].

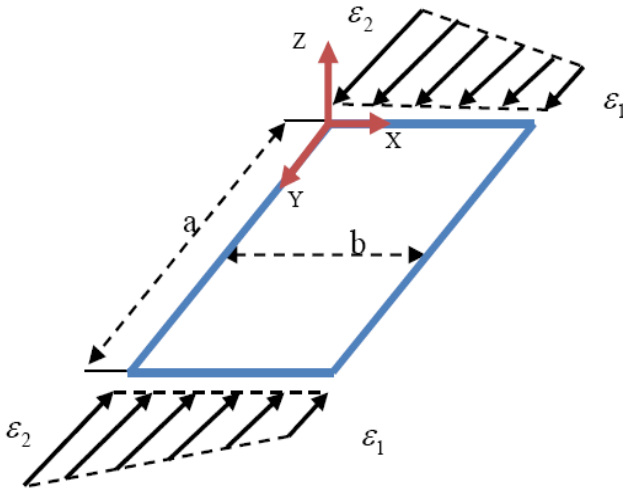
هنکاک [۶] مطالعه‌ای بر رفتار فراکمانش سازه‌های ساخته شده از ورق تحت فشار انجام داد. هنکاک از نقص اولیه کوچکی برای حل غیر خطی استفاده کرده است. ازهری و برادفورد [۷] از توابع حبابی برای فراکمانش مقاطع ساخته شده از ورق با استفاده از روش نوار محدود استفاده کرده‌اند. این محققان نشان دادند که استفاده از توابع حبابی به مقدار قابل توجهی همگرایی روش غیر خطی را بهبود می‌بخشد. اویسی و اعصایی اثر مهم مزدوج شدگی مکانیکی بین پیچش محوری و خارج صفحه‌ای را بر رفتار فراکمانش ورقهای لایه‌ای مطالعه کرده‌اند [۸]. هم‌چنین در این مطالعه تغییرات جابه‌جاییهای خارج صفحه‌ای به تفصیل بررسی شده است. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که در تعیین رفتار فراکمانشی ورقهای لایه‌ای نامتقارن اثر مزدوج شدگی مکانیکی باید در نظر گرفته شود.

ماتئوس و ویتز [۹] با استفاده از نرم افزار آباکوس، یک مطالعه پارامتری برای تحلیل رفتار کمانش و فراکمانش ورقهای با نقص اولیه که در کشتیها به کار برده می‌شوند، انجام داده‌اند. نتایجی که از تحلیل چندین مدل ورق به دست آورده‌اند، نشان می‌دهد که بزرگی نقص اولیه، شرایط مرزی و نسبت هندسی سه پارامتر مهمی هستند که بر کمانش و فراکمانش ورقها اثر می‌گذارند.

روشهایی تجربی نیز برای بررسی فراکمانش به کار برده شده‌اند. رودز [۱۰] آزمایشهایی برای بررسی رفتار فراکمانش مقاطع تحت اعمال فشار با خروج از مرکزیت، انجام داده است و نتایج قابل توجهی به دست آورده است. در این مقاله هم‌چنین به روشهای مختلف تحلیل رفتار فراکمانش ورق اشاره شده و کاربرد تحلیل ورق برای طراحی ستون و تیر بررسی شده است. بامباش تحلیلهایی عددی و تجربی برای مقاطعی که دارای اجزای سخت نشده هستند، ارائه کرده است و وجود مقاومت فراکمانشی قابل توجهی را برای اجزای سخت نشده، نتیجه گرفته است. بامباش همچنین نشان داده است که باز توزیع تنش در محدوده فراکمانش به گونه‌ای است که تنش در قسمتهای تحت کمانش کمتر از تنش در مناطق کمانش نکرده، است [۱۱].

در این مقاله، با استفاده از روش نوار محدود یک برنامه رایانه‌ای تدوین و رفتار فراکمانش ورقها با ضخامت ثابت و

www.SID.ir



شکل ۱- جابه‌جاییهای نوارتحت کرنش

متغیر در شرایط بار گذاری مختلف مورد بررسی قرار می‌گیرد. تفاوت عمده این مقاله با دیگر تحقیقات، قابلیت آن در منظور کردن ورق با ضخامتهای متغیر است که در مقاطع جدار نازک با نورد سرد کاربرد فراوانی دارد.

۲- تحلیل غیر خطی ورق با نقص اولیه

۲- ۱- جابه‌جاییها

در روش نوار محدود، جابه‌جاییها به صورت چند جمله‌ای در جهت عرض و سری فوریه در جهت طول نوار بیان می‌شوند. این جابه‌جاییها به طور کامل در ادامه آورده شده‌اند. در این تحقیق، فقط یک جمله از سری فوریه‌ای که جابه‌جاییها در طول نوار را بیان می‌کند، در نظر گرفته می‌شود. با این ساده‌سازی، اگر از طول موج به دست آمده از حل کمانش موضعی به عنوان طول موج سری فوریه استفاده شود (طول ورق مورد بررسی برابر با طول موج به دست آمده از حل کمانش موضعی در نظر گرفته شود)، به یک حل دقیق برای تحلیل فراکمانش ورق تحت بارگذاری تا اندازه ۱/۵ برابر بار کمانشی می‌توان دست یافت [۶]. منظور از طول موج در این مقاله طولی است که تنش بحرانی ورق در این طول حداقل باشد.

نوار نشان داده شده در شکل (۱) تحت کرنشهای ε_1 و ε_2 در دو خط گره‌ای قرار گرفته و جابه‌جاییهای محوری حاصل، از مجموع جابه‌جاییهای کوتاه شدگی و جابه‌جاییهای غیر خطی حاصل از خمش ورق، به دست می‌آیند.

جابه‌جاییهای کوتاه شدگی توسط معادلات زیر بیان می‌شوند [۶]:

$$u_H = u_R + fv_y\varepsilon_M x + \rho y(a-y)/2 \quad (۱)$$

$$v_H = (\rho x - \varepsilon_1)(y - a/2) \quad (۲)$$

که در این معادلات:

$$\varepsilon_M = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2 \ , \ \rho = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/b \quad (۳)$$

جمله $fv_y\varepsilon_M x$ برای منظور کردن تغییر شکل ورق با توجه به اثر پوآسون است. در این مطالعه، ضریب f ابتدا واحد در نظر گرفته می‌شود و چون توزیع تنش در محدوده غیر خطی تغییر می‌کند، با تغییر این ضریب می‌توان تغییر نسبت پوآسون را منظور کرد. برای نیل به این هدف، ضریب f در ابتدای هر تکرار، برای هر نوار به صورت جداگانه تعیین می‌شود. در هر تکرار نیوتن-رافسون، از تنش وارده در جهت عرضی نوار انتگرال گرفته و حاصل را برابر صفر قرار داده و ضریب f به دست آورده می‌شود. این کار برای ورقی که حرکت آن در عرض آزاد است، صدق می‌کند.

مؤلفه‌های غیر خطی جابه‌جاییهای محوری توسط معادلات زیر بیان می‌شوند:

$$u_G = \langle N_1; N_2 \rangle \{u_{G1}; u_{G2}\}^T \sin^2 \eta \quad (۴)$$

$$v_G = \langle N_1; N_2 \rangle \{v_{G1}; v_{G2}\}^T \sin 2\eta \quad (۵)$$

$$N_1 = 1-\xi \ ; N_2 = \xi \quad (۶)$$

در این معادلات:

$$\xi = x/b \ , \ \eta = \pi y/a \quad (۷)$$

نقص اولیه فرض شده برای ورق، فقط مربوط به جابه‌جاییهای خمشی است. پس نقص اولیه ورق به صورت جابه‌جاییهای خمشی بیان می‌شود:

$$w_0 = \langle N_3; N_4; N_5; N_6 \rangle \{\delta_{0f}\} \sin \eta \quad (۸)$$

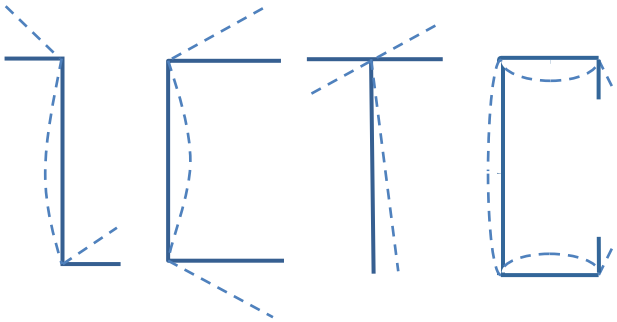
$$N_3 = 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad (۹)$$

$$N_4 = b\xi - 2b\xi^2 + b\xi^3 \quad (۱۰)$$

$$N_5 = 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad (۱۱)$$

Archive of SID

www.SID.ir



شکل ۲- مود کمانش موضعی مقاطع مختلف

$$N_6 = -b\xi^2 + b\xi^3 \qquad (۱۲)$$

که در این معادلات:

$$\{\delta_{0f}\} = \{w_{01}; \theta_{01}; w_{02}; \theta_{02}\}^T \qquad (۱۳)$$

شکل (۲) مود کمانش موضعی را برای مقاطع مختلف نشان می‌دهد. نقص اولیه برای مقاطع ساخته شده از ورق، به شکل مود کمانش موضعی مقاطع در نظر گرفته می‌شود.

۲-۲- کرنشها

بردار کرنش خطی و نیز بردار کرنش غیر خطی که شامل جملات غیر خطی است، به ترتیب در معادلات (۱۴) و (۱۵) ارائه می‌شوند. با گرفتن مشتقهای مناسب از جابه‌جاییها، تانسورهای کرنش خطی و غیر خطی، بر اساس بردار جابه‌جایی به صورت معادلات (۱۶) و (۱۷) نوشته می‌شوند:

$$\{\varepsilon_L\} = \Big\{-(w-w_0)_{,xx}; -(w-w_0)_{,yy}; 2(w-w_0)_{,xy}; u_{,x}; v_{,y}; u_{,y}+v_{,x}\Big\}^T \qquad (۱۴)$$

$$\{\varepsilon_N\} = \Big\{\frac{1}{2}\left(w_{,x}^2 - w_{0,x}^2\right); \frac{1}{2}\left(w_{,y}^2 - w_{0,y}^2\right); w_{,x}w_{,y} - w_{0,x}w_{0,y}; 0; 0; 0\Big\}^T \qquad (۱۵)$$

$$\varepsilon_{Li} = \langle B_i \rangle \{\delta\} - \langle B_i \rangle \{\delta_0\} + \varepsilon_{Hi} \qquad (۱۶)$$

$$\varepsilon_{Ni} = \frac{1}{2}\{\delta\}^T [m_i]\{\delta\} - \frac{1}{2}\{\delta_0\}^T [m_i]\{\delta_0\} \qquad (۱۷)$$

i معرف شماره درایه بردار و یا شماره سطر ماتریس است. بردارهای $\{\delta_0\}$, $\{\delta\}$ و همچنین بردار کوتاه شدگی $\{\varepsilon_H\}$ در معادلات بالا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\{\delta\} = \{w_1; \theta_1; w_2; \theta_2; u_{G1}; v_{G1}; u_{G2}; v_{G2}\}^T, \qquad (۱۸)$$
$$\{\delta_0\} = \{w_{01}; \theta_{01}; w_{02}; \theta_{02}; 0; 0; 0; 0\}^T$$

$$\{\varepsilon_H\} = \{0; 0; 0; f\upsilon\varepsilon_M; -\varepsilon_M; 0\}^T \qquad (۱۹)$$

ماتریسهای $[B]$ و $[m]$ به ترتیب شامل مشتقهای خطی و غیر خطی‌اند و به طور مفصل در مرجع [۱۲] آورده شده‌اند.

۲- ۳- ماتریسهای سختی و پایداری

با در نظر گرفتن یک تغییر شکل جزیی از وضعیت تغییر شکل یافته یک نوار و نیز فرض این که نوار دارای بار خارجی باشد، معادله کار مجازی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\{d\delta\}^T \{F\} = \int d\varepsilon_i . D_{ij} \varepsilon_j dA \qquad (۲۰)$$

ماتریس D ماتریس خواص ماده است که رابطه بین تنش و کرنش را بیان می‌کند و برای مواد ایزوتروپیک در مرجع [۷] ارائه شده است. لازم به ذکر است که از چیدمان برداری برای کرنش و چیدمان ماتریس برای ماتریس خواص ماده استفاده شده است.

با جایگزینی $d\varepsilon_i$ و ε_j در معادله (۲۰) و انجام یک سری عملیات ریاضی، معادله زیر به دست می‌آید:

$$\{F\} = ([k] + [g_H] + [k_1(\delta)] + \frac{1}{2}[k_1(\delta)]^T + \frac{1}{2}\left[k_2\left(\delta^2\right)\right] - \frac{1}{2}\left[k_2\left(\delta_0^2\right)\right])\{\delta\} - [k]\{\delta_0\} - \frac{1}{2}[k_1(\delta_0)]^T\{\delta_0\} + \{w_H\} \qquad (۲۱)$$

$[k]$ ماتریس سختی کشسان نوار است و به صورت زیر به دست می‌آید:

$$[k] = \int [B]^T [D][B] dA \qquad (۲۲)$$

$[k_1(\delta)]$ و $\left[k_2\left(\delta^2\right)\right]$ ماتریسهای سختی غیر خطی هستند که به ترتیب توابع خطی و درجه دو از جابه‌جاییهای گره‌ای هستند و بر طبق معادلات زیر تعیین می‌شوند:

$$[k_1(\delta)] = \int [m_i]\{\delta\}\langle D_i \rangle^T [B] dA \qquad (۲۳)$$

$$\left[k_2(\delta^2)\right] = \int [m_i]\{\delta\} D_{ij} \{\delta\}^T \left[m_j\right] dA \qquad (۲۴)$$

ماتریس $[g_H]$ ماتریس هندسی و $\{W_H\}$ بردار بار حاصله از کرنشهای فشاری است:

Archive of SID

www.SID.ir

$$[g_H] = \langle D_i \rangle \{\varepsilon_H\} \int [m_i] dA \qquad (۲۵)$$

$$\{W_H\} = \int [B]^T [D] \{\varepsilon_H\} dA \qquad (۲۶)$$

$[k_1(\delta)]$ رابطه بین نیروهای داخل سطح ناشی از خمش و جابه‌جاییهای داخل سطح را بیان می‌کند در حالی که $[k_1(\delta)]^T$ رابطه بین نیروهای داخل سطح و جابه‌جاییهای خمشی را بیان می‌کند.

۲- ۴- حل معادلات غیر خطی

دستگاه معادلات ارائه شده توسط معادله (۲۱) غیر خطی بوده و برای حل معادلات، یک روش تکرار مورد نیاز است. روش تکرار نیوتن-رافسون، روش مناسبی برای حل این معادلات غیر خطی است. با توسعه معادله (۲۱) به صورت سری تیلور و چشمپوشی از جملات درجه بالاتر و هم‌چنین حدس اولیه برای بردار جابه‌جایی، پس از n تکرار معادله زیر به دست می‌آید:

$$\{\delta\}_{(n+1)} = \{\delta\}_n - \left[\left(\frac{\partial\{F\}}{\partial\{\delta\}}\right)_n\right]^{-1} \{F\}_n \qquad (۲۷)$$

وقتی اختلاف بین بردارهای جابه‌جایی $\{\delta\}_n$ و $\{\delta\}_{(n+1)}$ از خطای مورد نظر کمتر باشد و بردار $\{F\}_n$ به صفر نزدیک باشد، تکرار متوقف می‌شود.

در نهایت پس از تعیین بردار جابه‌جایی، می‌توان تنشها و در نتیجه نیروها و لنگرهای وارده به مقطع را به دست آورد. با در دست داشتن معادلات تنشها، می‌توان توزیع تنش در هر نوار و در نتیجه توزیع تنش در کل مقطع را تعیین کرد. سختی مقطع را نیز می‌توان با تعیین کرنشهای اعمالی و نیروهای حاصله، به دست آورد. محل محور خنثی، در محدوده فراکمانش تغییر می‌کند. بنابراین با استفاده از روش سعی و خطا، کرنشی اضافی به کرنش اولیه اعمال و مجموع نیروهای کششی و فشاری تعیین و این کار تا جایی ادامه داده می‌شود که مجموع نیروها صفر شود. به این ترتیب با تعیین محلی که منتجه تنشها در ضخامت صفر است، محل محور خنثی به دست می‌آید.

۲- ۵- مراحل گام به گام تحلیل

در این بخش مراحل تحلیل به صورت گام به گام بیان می‌شود.

گام اول: دریافت مشخصات مقطع و تعیین بردار نقص اولیه با توجه به شکلی که مقطع کمانش موضعی می‌کند. در این گام، هم‌چنین کرنش اولیه اعمالی به مقطع تعیین می‌شود.(اطلاعات مربوط به کمانش موضعی مقطع از برنامه‌ای جداگانه که برای کمانش مقطع تدوین شده است، به دست می‌آید). با در دست داشتن تنش کمانشی و مدول کشسان، کرنش اعمالی تعیین می‌شود.

گام دوم: با تعیین مقدار اولیه‌ای برای بردار جابه‌جایی(معمولاً به صورت ضریبی از بردار نقص اولیه در نظر گرفته می‌شود) و سپس تعیین جابه‌جاییهای محلی هر نوار با اعمال ماتریس دوران، ماتریسهای سختی نوارها تعیین می‌شوند، معادلات (۲۲) تا (۲۶). همان‌طور که اشاره شد، ضریب f نیز در این گام برای هر نوار به صورت جداگانه تصحیح می‌شود.

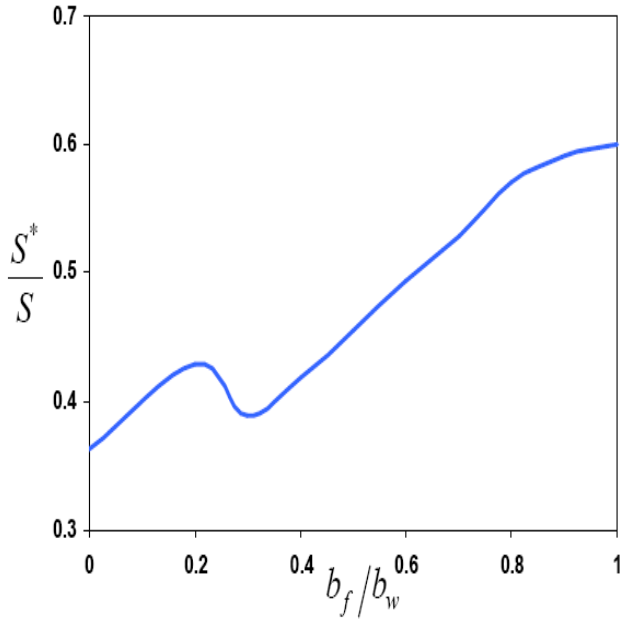
گام سوم: ماتریسهایی که برای هر نوار در گام پیشین به دست آمدند، در این گام روی هم سوار می‌شوند و ماتریسهای سختی و هندسی کلی به دست می‌آیند.

گام چهارم: با در دست داشتن ماتریسهای کلی می‌توان معادله غیر خطی بیان شده در معادله (۲۱) را تشکیل داد. سپس با تشکیل معادله (۲۷)، بردار جابه‌جایی جدید تعیین می‌شود. تا زمانی که اختلاف بین جابه‌جاییهای اولیه و جدید از خطای مورد نظر کمتر و هم‌چنین نرم بردار نیرو صفر شود، گامهای دوم تا چهارم تکرار می‌شوند.

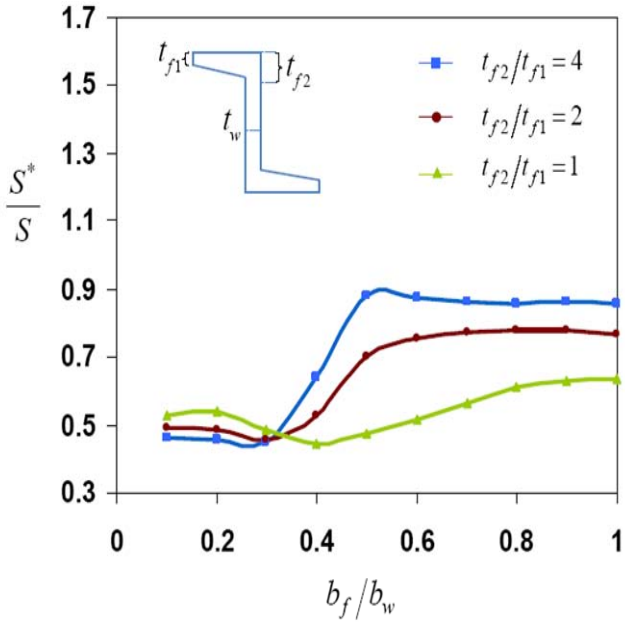
گام پنجم: پس از تعیین بردار جابه‌جایی، کرنشها از معادلات (۱۶) و (۱۷) به دست می‌آیند و در نتیجه می‌توان تنش را محاسبه کرد. برای مقاطع تحت خمش، پس از تعیین تنش، نیروهای وارد شده به مقطع محاسبه می‌شوند.

گام ششم: با اعمال کرنش ثابتی به کرنش اولیه گامهای اول تا ششم تا زمانی که مجموع نیروهای به دست آمده صفر گردد، تکرار می‌شود. پس از این مرحله لنگر خمشی رامی‌توان تعیین کرد.

Archive of SID
www.SID.ir



شکل ۳- نسبت سختی فراکمانش به سختی قبل از کمانش مقطع کانالی



شکل ۴- تغییرات سختی مؤثر برای مقطع Z شکل با ضخامت عرضی متغیر

۳- نتایج

۳- ۱- بررسی صحت نتایج

برای اطمینان از صحت نتایج به دست آمده، مقایسه‌ای نسبت به نمودار به دست آمده توسط اسمیت و سریدهاران [۲] برای مقطع کانالی تحت فشار، انجام گرفته است. شکل (۳) نسبت سختی فراکمانش به سختی قبل از کمانش را برای مقطع کانالی تحت فشار، بر حسب نسبتهای مختلف بال به جان نشان می‌دهد. S^* معرف سختی محوری مؤثر فراکمانش است که پس از تعیین منحنی بار-کرنش، از محاسبه شیب یک منحنی درجه دو که از سه نقطه مجاور روی منحنی بار-کرنش می‌گذرد، به دست می‌آید. نتیجه به دست آمده با دقت بسیار خوبی با جواب اسمیت و سریدهاران [۲] مطابقت دارد.

۳- ۲- بررسی فراکمانش مقطع Z شکل با بال با ضخامت متغیر

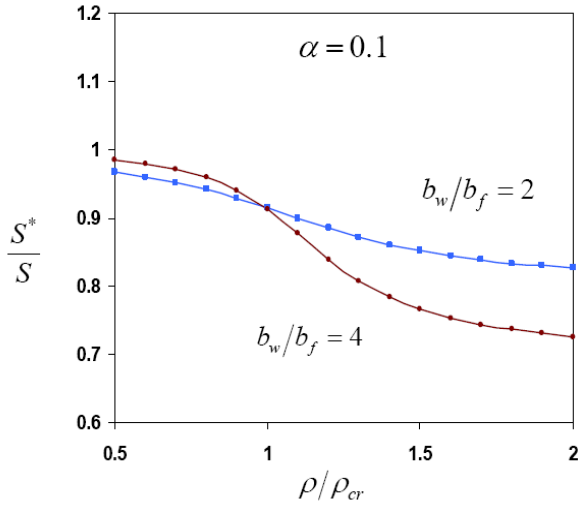
شکل (۴) نسبت سختی مؤثر را برای مقطع Z شکل که دارای بال با ضخامت عرضی متغیر است، بر حسب نسبتهای مختلف بال به جان برای سه نسبت مختلف ضخامت نشان می‌دهد. نقص اولیه در نظر گرفته شده در همه مسائل حل شده، مطابق شکل کمانش موضعی و به گونه‌ای است که جابه‌جایی میانه جان برابر αt_w است. α ضریبی است که مقدار آن در هر مسئله مشخص می‌شود. در مسئله حل شده در شکل (۴)، $\alpha = 0.1$ است.

۳- ۳- بررسی مقاطع Z شکل تحت خمش

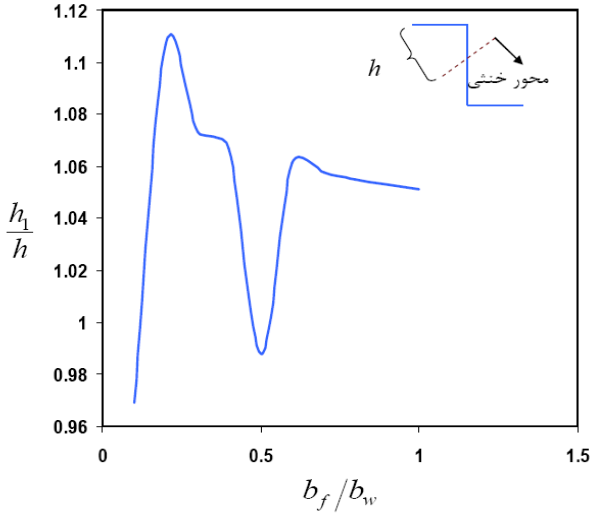
برنامه تدوین شده، قابلیت تحلیل غیر خطی مقاطع Z شکل تحت خمش حول محور ضعیف را نیز دارد. شکل (۵) تغییرات نسبت سختی مؤثر برای دو مقطع Z شکل با ضخامت عرضی ثابت را نسبت به مقادیر مختلف انحنا نشان می‌دهد. در رابطه با تعیین سختی خمشی می‌توان گفت که پس از تعیین منحنی لنگر-انحنا، شیب یک منحنی درجه دو که از سه نقطه مجاور روی منحنی لنگر-انحنا می‌گذرد، سختی خمشی مؤثر را به دست می‌دهد. وقتی مقطع در محدوده فراکمانش قرار می‌گیرد، محل محور خنثی تغییر می‌کند. برای این که مقطع تحت خمش خالص بررسی شود، یک کرنش یکنواخت اضافی به مقطع اعمال می‌شود به نحوی که نیروی محوری صفر شود. مقدار این

Archive of SID

www.SID.ir



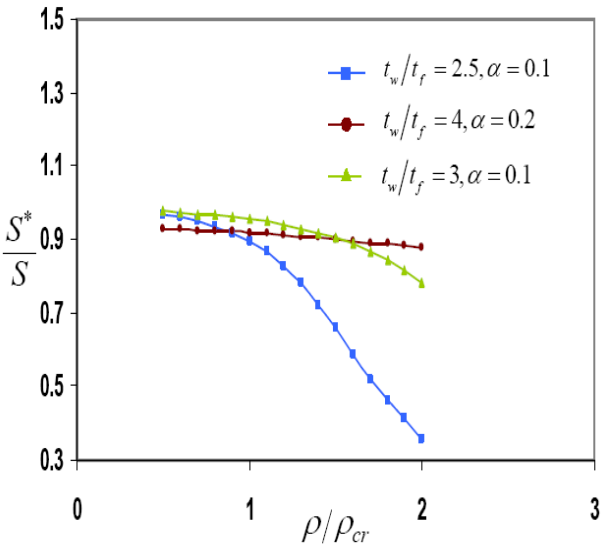
شکل ۵- تغییرات سختی مؤثر بر حسب تغییرات انحنای مقطع Z شکل تحت خمش خالص حول محور ضعیف



شکل ۶- تغییرات محل محور خنثی برای مقطع Z شکل تحت خمش

کرنش به روش سعی و خطا به دست می‌آید.

شکل (۶) موقعیت محور خنثی در محدوده فراکمانش (h_1) را نسبت به محل محور خنثی قبل از کمانش (h)، برای مقطع Z شکل بر حسب نسبتهای مختلف بال به جان نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که محل محور خنثی پس از کمانش نسبت به محل محور، قبل از کمانش ثابت نمی‌ماند. هم‌چنین اگر نسبت بال به جان خیلی کوچک و یا این نسبت حدود ۰/۵ باشد، محل محور خنثی در محدوده فراکمانش بالاتر از محور خنثی قبل از کمانش به دست می‌آید. با توجه به این که در این مثال بال بالای مقطع تحت فشار است، پس در نسبتهای ذکر شده با بالا رفتن محور خنثی در محدوده فراکمانش قسمتهای کمتری از مقطع تحت فشار قرار می‌گیرند.



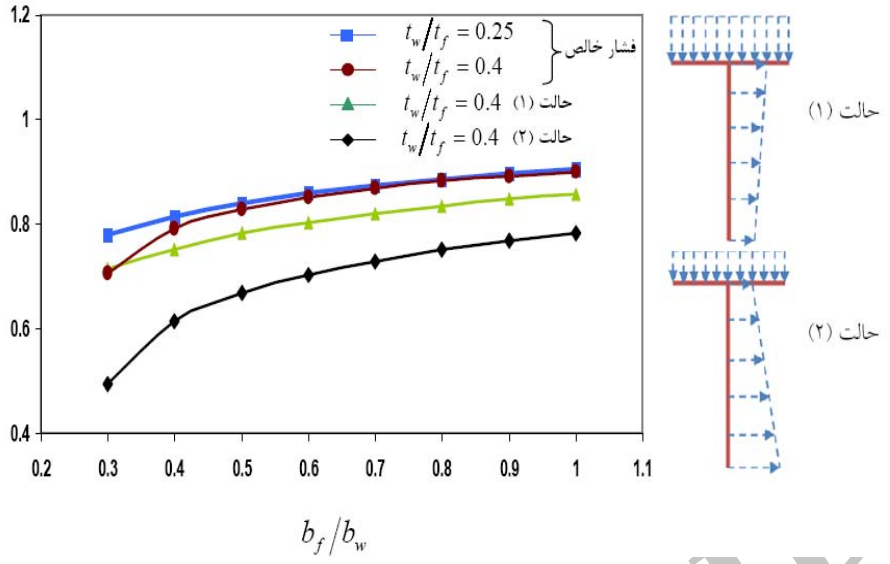
شکل۷- تغییرات سختی مؤثر مقطع T شکل تحت خمش

۳- ۴- تعیین سختی مؤثر مقاطع T شکل

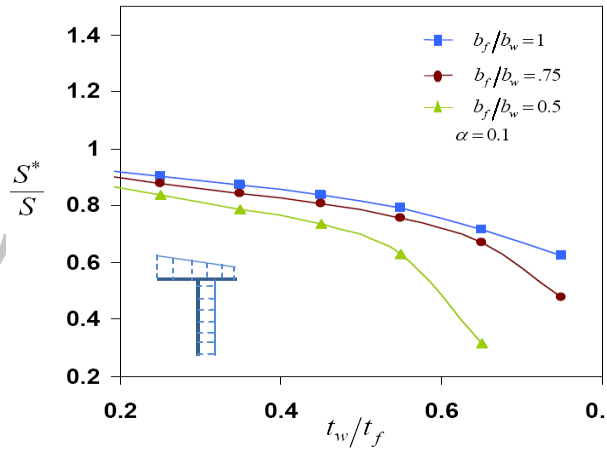
شکل (۷) تغییرات سختی خمشی مؤثر را برای سه مقطع T شکل بر حسب تغییرات انحنا نشان می‌دهد. در شکل (۷) می‌توان دید که اگر نسبت ضخامت جان به ضخامت بال بیشتر باشد، سختی خمشی مؤثر در محدوده فراکمانش بیشتر است. هم‌چنین اگر نقص اولیه یک مقطع بزرگ باشد، سختی مؤثر کمتری نسبت به وقتی که نقص اولیه کوچک باشد، دارد. این نکته را می‌توان از منحنی مربوط به مقطع با نسبت $t_w/t_f = 4$ و هم‌چنین نتیجه حاصل از دو منحنی دیگر دریافت.

مقطع T شکل توسط روش تحلیل غیر خطی، تحت فشار و خمش بررسی شده است. تغییرات سختی فراکمانش S^* به سختی قبل از کمانش S برای مقطع T شکل برای مقادیر مختلف فشار در شکل (۸) ارائه شده است. نقص اولیه در نظر

Archive of SID
www.SID.ir



شکل ۸- تغییرات سختی مؤثر مقطع T شکل تحت خمش خالص و فشار و خمش توام



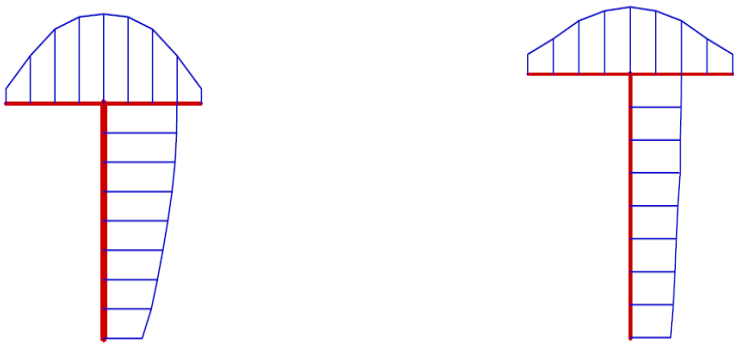
شکل ۹- تغییرات سختی مؤثر مقطع T شکل تحت فشار و خمش

گرفته شده برای این مقطع نیز به صورت مود کمانشی بال و جان با مقدار $\alpha = 0.1$ است. این مقطع تحت فشار خالص برای دو نسبت مختلف t_w/t_f و نیز تحت فشار و خمش توأم (حالتهای ۲ و ۳ در شکل ۸) مورد تحلیل قرار گرفته است. همانطور که مشاهده می‌شود، وقتی فشار روی جان بیشتر می‌شود، سختی کاهش می‌یابد. و نیز وقتی ضخامت بال به جان بیشتر می‌شود، مقطع سخت‌تر می‌شود. دو منحنی مربوط به فشار خالص اختلاف کمی دارند، پس می‌توان نتیجه گرفت که تغییر جزیی در نسبت ضخامت تأثیر زیادی روی سختی مؤثر ندارد. اختلاف زیاد بین دو منحنی مرتبط به حالت ۱ و ۲ مربوط به تفاوت توزیع کرنش اولیه اعمالی به مقطع در این دو حالت است.

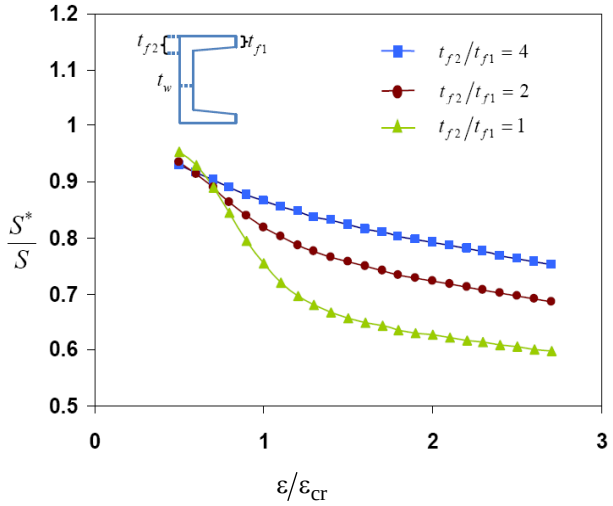
۳- ۵- مقطع T شکل تحت فشار و خمش حول محور ضعیف توأم

با تغییراتی در برنامه تدوین شده (با توجه به این که توزیع تنش در خمش حول محور ضعیف نسبت به خمش حول محور قوی تغییر می‌کند، پس با تغییراتی در برنامه، توزیع کرنش اعمالی به نوارها و همچنین نحوه محاسبه خمش در گام پایانی برنامه به صورت صحیح تعیین می‌شوند)، می‌توان مقطع T شکل را تحت فشار و خمش توام حول محور ضعیف بررسی کرد. شکل (۹) تغییرات سختی مؤثر سه مقطع T شکل با نسبتهای مختلف بال به جان را، بر حسب نسبتهای مختلف ضخامت جان به ضخامت بال نشان می‌دهد. هر چه نسبت بال به جان کمتر باشد، سختی محوری مؤثر کمتر می‌شود. همان طور که در شکل (۹) مشاهده می‌شود هنگامی که نسبت ضخامت جان به بال از مقدار معینی بیشتر شود، سختی مؤثر به اندازه قابل توجهی کاهش می‌یابد. علت این پدیده را می‌توان کم بودن سختی اولیه مقطع دانست. درستی این امر را

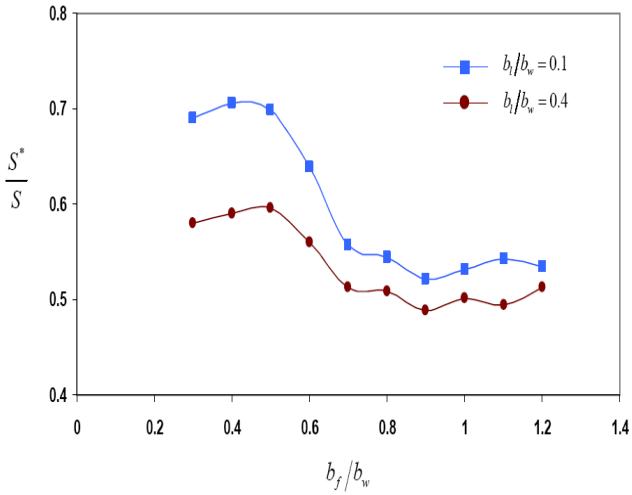
www.SID.ir



شکل ۱۰- بازتوزیع تنش در مقطع T شکل تحت فشار



شکل ۱۱- تغییرات سختی محوری مؤثر مقطع کانالی با ضخامت بال متغیر



شکل ۱۲- تغییرات سختی محوری مؤثر مقاطع کانالی لبه دار

می‌توان در مقایسه سه نمودار مشاهده کرد به طوری که برای مقاطعی که سختی اولیه کمتری دارند، در نسبت کمتری از ضخامت این پدیده رخ می‌دهد.

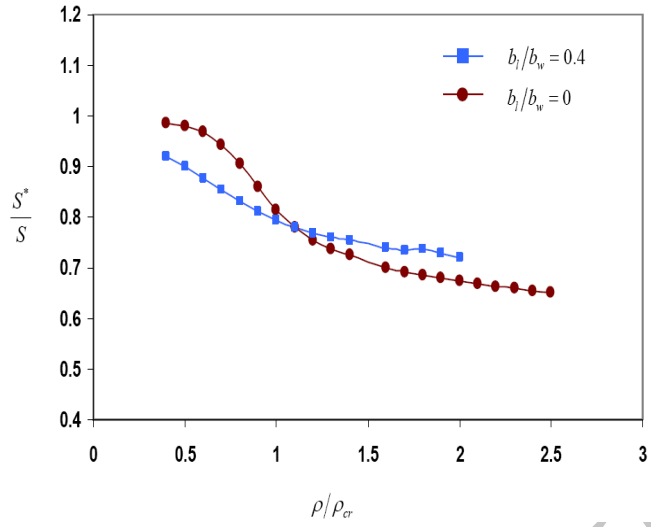
توزیع تنش در محدوده فراکمانش ثابت نمی‌ماند و بازتوزیع تنش به گونه‌ای است که تنش در قسمتهای سخت، بیشتر از تنش متوسط می‌شود. شکل (۱۰) بازتوزیع تنش را برای یک مقطع T شکل با نسبت ضخامت بال به جان، را تحت دو کرنش بالاتر از حد بحرانی، نشان می‌دهد. در شکل (۱۰) می‌توان دید وقتی کرنش اعمالی بیشتر شود، بازتوزیع تنش در قسمتهای سخت (نواحی نزدیک به اتصال) بیشتر می‌شود.

۳- ۶- مقاطع کانالی تحت فشار

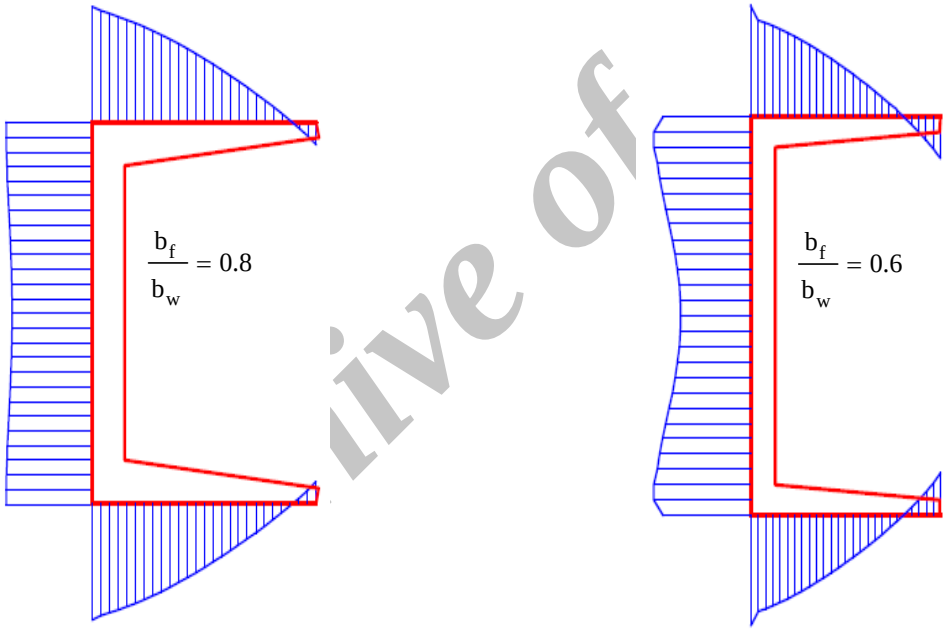
شکل (۱۱) تغییرات سختی مؤثر بر حسب کرنش اعمالی را برای سه مقطع کانالی با ضخامت بال متغیر نمایش می‌دهد. در کرنشهای بالا وقتی نسبت ضخامت سمت سخت بال به ضخامت سر آزاد بال بیشتر می‌شود، سختی مؤثر زیاد می‌شود در حالی که در کرنشهای پایین رابطه عکسی وجود دارد. لازم به ذکر است که در این مثال ضخامت لبه داخلی بال ثابت و برابر با ضخامت جان است. در حالی که ضخامت لبه خارجی بال تغییر می‌کند.

شکل (۱۲) تغییرات سختی مؤثر را بر حسب نسبتهای مختلف بال به جان برای دو مقطع کانالی لبه دار تحت فشار با

www.SID.ir



شکل ۱۳- تغییرات سختی خمشی مؤثر مقاطع کانالی لبه دار و بدون لبه



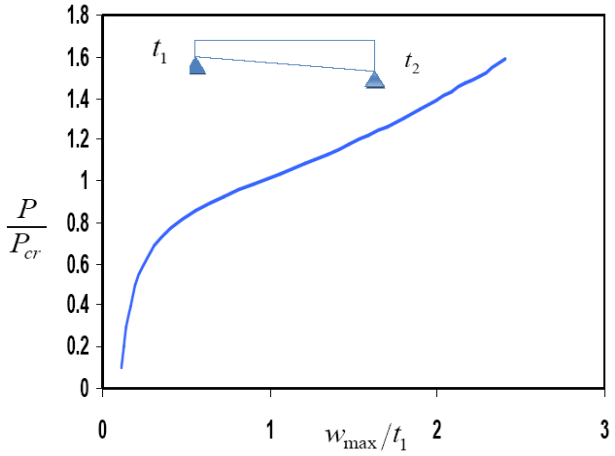
شکل۱۴- بازتوزیع تنش برای مقطع کانالی با ضخامت عرضی متغیر

نسبتهای مختلف لبه به جان نشان می‌دهد. همان طور که در شکل مشاهده می‌شود وقتی نسبت لبه به جان زیاد می‌شود، سختی کاهش می‌یابد. شکل (۱۳) نیز تغییرات سختی مؤثر دو مقطع کانالی لبه دار و بدون لبه را تحت خمش نشان می‌دهد. شکل(۱۳) بر حسب تغییرات انحنا رسم شده است. می‌توان دید که تا قبل از انحنا بحرانی سختی خمشی مؤثر مقطع بدون لبه کمتر است که امری طبیعی است. نوسانات منحنیها بعد از یک ناحیه مشخص را می‌توان مربوط به دقت حل در محاسبات دانست.

۳- ۷- بازتوزیع تنش برای مقاطع کانالی با ضخامت عرضی متغیر

در شکل (۱۴) بازتوزیع تنش برای دو مقطع کانالی با ضخامت عرضی متغیر، در کرنش $\varepsilon = 2\varepsilon_{cr}$ رسم شده است. مقطع کانالی مورد بررسی، به طور همزمان تحت فشار و خمش

www.SID.ir



شکل ۱۵- نمودار بار-جابه‌جایی برای ورق با ضخامت عرضی متغیر

حول محور ضعیف است. در شکل (۱۴) می‌توان دید که وقتی نسبت بال به جان کم می‌شود، چون دو سر جان سختتر می‌شوند، تنش در میانه جان کمتر و در ابتدا و انتهای جان بیشتر می‌شود.

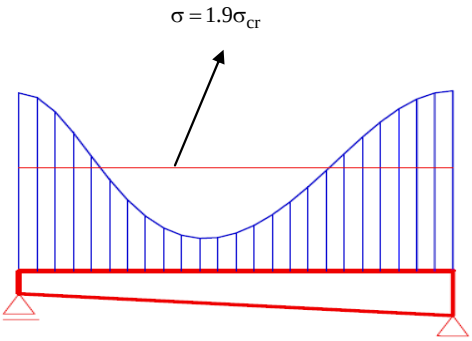
۳- ۸- بررسی مقطع با ضخامت عرضی متغیر

در این مقاله، رفتار فراکمانش ورق با ضخامت متغیر نیز بررسی شده است. شکل (۱۵) نمودار بار-جابه‌جایی را برای یک ورق با ضخامت عرضی متغیر که دارای نقص هندسی اولیه است، نشان می‌دهد. مقدار حداکثر نقص اولیه برابر $0.1*t_1$ و t_1 ضخامت نازکترین قسمت ورق است.

در شکل (۱۶) بازتوزیع تنش در محدوده فراکمانش برای یک ورق چهار طرف مفصل با ضخامت عرضی متغیر مشاهده می‌شود. بازتوزیع تنش در ورق با ضخامت متغیر به گونه‌ای است که تنش در قسمتهای نزدیک به تکیه‌گاه بیشتر و در میانه ورق کمتر از تنش متوسط است. همچنین تنش در قسمت ضخیمتر ورق، بیشتر از تنش در قسمتهای نازک است.

۴- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در این مقاله با استفاده از روش نوار محدود، ماتریسهای



شکل ۱۶- بازتوزیع تنش برای ورق با ضخامت عرضی متغیر

سختی و هندسی نوار در محدوده غیر خطی تعیین می‌شود. حل دستگاه معادلات غیرخطی به دست آمده در این روش، توسط روش تکرار نیوتن-رافسون انجام می‌شود. پس از حل دستگاه معادلات، بردار جابه‌جایی مقطع به دست می‌آید که به دنبال آن می‌توان تنش و یا خمش وارده به مقطع و در نتیجه سختی مؤثر را تعیین کرد.

روش نوار محدود برای مطالعه رفتار فراکمانش مقاطع Z شکل با ضخامت عرضی متغیر تحت فشار، توسعه داده شد و می‌توان نتیجه گرفت که در محدوده فراکمانش برای هر مقطع یک نسبت هندسی خاص وجود دارد که در آن شرایط، سختی حداقل است. مقطع Z شکل، همچنین تحت خمش مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که در محدوده فراکمانش، محل محور خنثی تغییر می‌کند.

مقاطع T شکل تحت خمش خالص و همچنین فشار و خمش تؤام بررسی شدند. وقتی نسبت ضخامت جان به بال زیاد می‌شود سختی فراکمانش مقطع تحت فشار، کمتر و سختی مقطع تحت خمش، بیشتر می‌شود.

بازتوزیع تنش در محدوده فراکمانش برای مقاطع T شکل، مقاطع کانالی و ورق با ضخامت عرضی متغیر تعیین شد. از نتایج به دست آمده برای بازتوزیع تنش می‌توان دریافت که ابعاد مقطع و همچنین کرنش اعمالی اولیه، اثر چشمگیری بر روی توزیع تنش دارد.

Archive of SID

www.SID.ir

مراجع

1. Sridharan, S., and Graves Smith, T. R., "Postbuckling Analysis with Finite Strip," *Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE*, Vol. 107, pp. 869–888, 1981.
2. Graves Smith, T.R., and Sridharan, S., "A Finite Strip Method for the Post-Locally Buckled Analysis of Plate Structures," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 20, pp. 833–842, 1978.
3. Sridharan, S., "A Finite Strip Analysis of Locally Buckled Plate Structures Subjected to Nonuniform Compression," *Engineering Structures*, Vol. 4, pp. 249–255, 1982.
4. Bakker, M. C. M., Rosmanit, M., and Hofmeyer, H., "Approximate Large-deflection Analysis of Simply Supported Rectangular Plates under Transverse Loading Using Plate Post-Buckling Solutions," *Thin-Walled Structures*, Vol. 46, pp. 1224–1235, 2008.
5. Bakker, M. C. M., Rosmanit, M., and Hofmeyer, H., "Elastic Post-Buckling Analysis of Compressed Plates Using a Two-strip Model," *Thin-Walled Structures*, Vol. 45, pp. 502–516, 2007.
6. Hancock, G. J., "Nonlinear Analysis of Thin Sections in Compression," *Journal of the Structural Division. ASCE*, Vol. 107, pp. 455–471, 1981.
7. Azhari, M., and Bradford, M. A., "The Use of Bubble Functions for the Post-Local Buckling of Plate Assemblies by the Finite Strip Method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 38, pp. 955–968, 1995.
8. Ovesy, H. R., and Assaee, H., "Semi-Energy Finite Strip Post-buckling Analysis of Laminated Plates Concerning the Effects of Mechanical Coupling," *Composite Structures*, Vol. 89, pp. 120–125, 2009.
9. Mateus, A. F., and Witz, J. A., "A Parametric Study of the Post-Buckling Behavior of Steel Plates," Engineering Structures, Vol. 23, pp. 172–185, 2001.
10. Rhodes, J., "Some Observations on the Post-buckling Behavior of Thin Plates and Thin-Walled Members," *Thin-Walled Structures*, Vol. 41, pp. 207–266, 2003.
11. Bambach, M. R., "Local Buckling and Post-Local Buckling Redistribution of Stress in Slender Plates and Sections," *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, pp. 1118–1128, 2006.
12. Hancock, G. J., "Nonlinear Analysis of Thin Sections in Compression," Research Report R355, University of Sydney, School of Civil Engineering, Australia, 1979

Archive of SID

www.SID.ir