

## الگوریتمی کارآمد برای مدلسازی رفتار غیرخطی تیرهای بتن مسلح با استفاده از اجزای ماکرو

امیر هوشنگ اخویسی<sup>۱</sup>، مرجان ربیعی قهفرخی<sup>۱</sup>، سید مهدی زهرانی<sup>۲</sup>

۱. گروه مهندسی عمران دانشگاه رازی کرمانشاه

۲. گروه مهندسی عمران، قطب علمی مهندسی و مدیریت زیرساختهای عمرانی، دانشکده عمران دانشگاه تهران

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۰۵/۰۵ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۰/۱۰/۰۳)

چکیده -

ANSYS

واژگان کلیدی:

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: marjanrabiei@yahoo.com

# An Efficient Algorithm for Modelling Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Beams Using Macro Elements

A.H. Akhaveissy<sup>1</sup>, M. Rabiei Ghahfarokhi<sup>1</sup> and M. Zahrai<sup>2</sup>

1. Department of Civil Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran,

2. Center of excellence for Management and Engineering of civil Infrastructures School of Civil Engineering, The Univ. of Tehran, Tehran, Iran.

**Abstract:** In this research, a simple and efficient algorithm is presented to accomplish nonlinear analysis for reinforced concrete (RC) beams using fibre method concepts. Nonlinear matrix analysis method based on the assessment of stresses with failure surface is utilized. In modelling the members, macro elements are used. Failure surfaces are established on different behaviors in compression and tension for concrete and elastic-perfect-plastic behavior for steel bars. To verify the accuracy of this algorithm, the experimental and ANSYS results are compared with those obtained by the proposed algorithm. Remarkable compatibility with diversity less than 6%, in the most critical situation, is gained between numerical predictions and experimental datas, demonstrating the reliability of the proposed algorithm.

**Keywords:** Nonlinear Analysis, RC Beam, Macro Modelling, Failure Surface, Interaction Curve, Moment-Curvature Diagram

لنگر خمشی حول محور افقی برای هر میلگرد فولادی	$M_{zs}$	مساحت هر سلول بتنی	$A_c$
نیروی محوری در هر سلول بتنی	$N_c$	مساحت هسته بتنی داخل خاموتها	$A_{c,core}$
نیروی محوری در هر میلگرد فولادی	$N_s$	مساحت هر میلگرد فولادی	$s A_s$
فاصله خالص میان خاموتها	$S$	سطح مقطع یک خاموت	$A_{sw}$
فاصله مرکز سطح سلول از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور افقی مقطع	$y$	مدول الاستیسیتة بتن	$E_c$
فاصله مرکز سطح هر سلول بتنی از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور افقی مقطع	$y_{c\theta}$	مدول الاستیسیتة فولاد	$E_s$
فاصله مرکز سطح هر میلگرد فولادی از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور افقی مقطع	$y_{s\theta}$	مقاومت اسمی فشاری ۲۸ روزه بتن	$f_c$
فاصله مرکز سطح هر سلول بتنی یا میلگرد فولادی از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور افقی مقطع	$y_\theta$	مقاومت کششی بتن	$f_t$
لنگر خمشی حول محور قائم برای هر سلول بتنی	$M_{yc}$	تنش تسلیم فولاد	$f_y$
لنگر خمشی حول محور قائم برای هر میلگرد فولادی	$M_{ys}$	تنش جاری شدن میلگردهی عرضی	$f_{yw}$
لنگر خمشی حول محور قائم، لنگر ثانویه	$M_{ys}$	لنگر خمشی حول محور افقی، لنگر اصلی	$M_y$
لنگر خمشی حول محور افقی برای هر سلول بتنی	$M_{zc}$		

کرش معادل تنش فشاری حداکثر بتن	$\varepsilon_{c0}$	فاصله مرکز سطح هر سلول بتنی از مرکز سطح	$Z_{c0}$
کرش حداکثر کششی بتن	$\varepsilon_{ctu}$	کل مقطع در راستای محور قائم	
کرش معادل تنش کششی حداکثر بتن	$\varepsilon_{ct}$	فاصله تار خشی از مرکز سطح کل مقطع در	$Z_{na}$
حداکثر کرش فشاری بتن	$\varepsilon_{cu}$	راستای محور قائم	
کرش در بتن	$\varepsilon_c$	فاصله مرکز سطح هر میلگرد فولادی از مرکز	$z_{s0}$
حداکثر کرش فولاد	$\varepsilon_{su}$	سطح کل مقطع در راستای محور قائم	
کرش در مختصات $Z_0$ از تار خشی	$\varepsilon(Z_0)$	فاصله مرکز سطح هر سلول بتنی یا میلگرد	$Z_0$
مقدار کرش اولیه	$\varepsilon_s$	فولادی از مرکز سطح کل مقطع در راستای محور	
تنش در بتن	$\sigma_c$	قائم مقطع بعد از دوران	
تنش در هر میلگرد فولادی	$\sigma_s$	طول کلی یک خاموت که در یک مقطع ظاهر می شود	$\sum l_w$
انحنا	$\varphi$		

#### ۱- مقدمه

دقت مناسبی برخوردار نیست. از اولین مطالعات انجام گرفته در تحلیل اجزاء محدود غیرخطی مقاطع بتن مسلح با اجزای سه بعدی می توان به تحقیقات سرورا و همکارانش [۱] اشاره کرد، آنها در مدلسازی اجزای محدود سه بعدی برای تحلیل غیرخطی از یک معیار تسلیم که توسط یک سطح در فضای تنش تعریف می شود بهره جستند. در مدلسازی از اجزای سه بعدی ۲۰ گرهی ایزوپارامتریک استفاده کردند. روش آنها از دقت نسبتاً مناسبی برخوردار بود ولی زمان و هزینه محاسباتی بسیار زیادی برای تحلیل هر عضو صرف می شد. کوتسوس و اسپلیوپولوس [۲] در تحلیل غیرخطی اعضای بتن مسلح از اجزای ۲۰ گرهی و ۲۷ گرهی برای مدلسازی بتن و اجزای سه گرهی برای مدلسازی فولاد استفاده کردند و به نتایج مناسبی دست یافتند ولی فرمولهای محاسباتی پیچیده و زمان محاسباتی بسیار طولانی بود. ولانسکی [۳] از مدل ویلیام و وارنکه [۳] برای تحلیل اجزای محدود مقاطع بتن مسلح استفاده کرد. نتایج او با نتایج آزمایشگاهی همخوانی مناسبی داشت ولی زمان محاسباتی بسیار طولانی، مانع از کاربرد این روش تحلیل برای ساختمانهای متعارف است.

در تحلیل اعضای بتن مسلح با استفاده از اجزای یک بعدی

در سالهای اخیر با توسعه صنعت ساختمان سازی، ساختمانها بلند مرتبه تر و پیچیده تر شده اند و پیش بینی رفتار واقعی و عملکرد غیرخطی آنها در برابر بارهای جانبی اهمیت ویژه ای یافته است. یکی از روشهای ارزیابی عملکرد ساختمانها که ساده و متداول است، استفاده از روش تحلیل استاتیکی غیرخطی است. شایان توجه است نتایج این تحلیل در ارتباط مستقیم با چگونگی توزیع نیروهای جانبی، سطوح گسیختگی به کار رفته در فرایند تحلیل، نوع جزء مورد استفاده و روش تحلیل است. این عوامل، تأثیر بالایی بر دقت پاسخهای به دست آمده و زمان تحلیل دارند. تحلیل غیرخطی اعضای سازه ای بتنی با استفاده از اجزای یک بعدی و سه بعدی انجام می گیرد. تحلیل این گونه مقاطع با استفاده از اجزای سه بعدی علاوه بر پیچیدگی به دلیل تعداد درجات آزادی زیاد، بسیار زمان بر است. بنابراین تحلیل ساختمانهای بلند و حجیم امکانپذیر نخواهد بود. با این حال دقت تحلیل با استفاده از این اجزا مناسب است. از سوی دیگر، تحلیل ساختمانهای بتنی با استفاده از اجزای یک بعدی نیاز به زمان کمتری دارد. در مقابل، این نوع تحلیل به دلیل رفتار پیچیده اعضا تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی از

دسترسی به جزییات سطوح گسیختگی الزامی است. از اولین مطالعات انجام گرفته در ایجاد سطح گسیختگی می‌توان به تحقیقات کاوان و لیاو [۴] و دیویدستر [۵] اشاره کرد، آنها یک اجرای رایانه‌ای از روشهای معمول برای ارائه شکل‌های فرضی سطح گسیختگی ارائه دادند. سپس یان و همکارانش [۶] الگوریتم‌های محاسباتی خاصی برای محاسبه سطوح گسیختگی و تحلیل مقاومت نهایی مقاطع بتن مسلح متعارف پیشنهاد دادند که دو کاستی عمده در روش پیشنهادی آنها وجود داشت: (۱) عدم انتگرال‌گیری تنش‌ها روی مقطع موثر بتن و (۲) عدم بررسی عملکرد عددی الگوریتم‌ها از نظر همگرایی و دقت نتایج. سپس، دیویو و روساتی [۷] دو الگوریتم برای ارزیابی ظرفیت مقاوم نهایی مقاطع بتن مسلح متعارف با استفاده از سطوح گسیختگی و انتگرال‌گیری میدان تنش بر روی طول مرزها ارائه دادند. در کارهای اولیه که در این زمینه صورت گرفت سطوح گسیختگی بیشتر از روشهای تجربی که احتمال خطا در آنها وجود دارد به دست آمدند و فقط برای مقاطع مستطیلی، مربعی و L شکل قابل استفاده بودند. در حالی که در طراحی سازه‌ها به علت ملزومات جانمایی، مقاطع با شکلهای مختلفی استفاده می‌شوند. بنابراین لازم شد که یک روش کلی که بتواند برای هر مقطعی به سادگی نتایجی دقیق و کارآمد ارائه دهد پایه‌گذاری شود.

در محاسبه سطوح گسیختگی، زمان عمده در هنگام محاسبه تنش روی سطح مقطع موثر بتن و به دست آوردن نیروهای داخلی صرف می‌شود. در مرحله محاسبه نیروهای داخلی مقطع، پیدا کردن موقعیتی از تار خشی که در آن مقطع به تعادل برسد بسیار زمانبر است. قسمت سخت محاسبه نیروهای داخلی هنگام انتگرال‌گیری میدان تنش و مدول مصالح تانژانتی بتن است [۸]. از آنجایی که روابط حاکم بر سازه‌های بتن مسلح غیرخطی هستند و باید با روشهای تکرار حل شوند، انتگرال‌گیری تنش‌ها بارها انجام می‌شود لذا کاهش زمان محاسباتی یک بهینه‌سازی مهم است. انتگرال‌گیری میدان تنش می‌تواند به صورت عددی یا تحلیلی انجام شود. روشهای عددی

با فرمولبندی ساده و روابطی با کاربری آسان و پیچیدگی کم، نتایج نسبتاً دقیقی ارائه می‌دهند [۵-۸]. روشهای تحلیلی نتایج دقیقی ارائه می‌دهند ولی به علت پیچیدگی انتگرال‌گیریها و فرمولبندیها و محدودیتها و مشکلات هنگام اجرا، در برنامه نویسیهای متعارف به سادگی قابل استفاده نیستند [۹-۱۳]. در میان روشهای عددی، روش فیبری معروفترین است. مقطع به تعدادی ردیف و سلول تقسیم می‌شود که کرنش محوری در هر ردیف ثابت است و انتگرال‌گیری آنها با جمع بندی انجام می‌گیرد. برای خمش تک محوری یا خمش متقارن تقسیمات به صورت لایه‌های موازی با تار خشی بوده و در خمش دومحوری مقطع به فیبرها و سلولهایی تقسیم می‌شود. فواید این روش آشکارند. اولاً به سادگی برای روشهای اجزای محدود موجود به کار گرفته می‌شود ثانیاً برای مقاطع کلی و هر رابطه تنش-کرنشی و شرایطی که بازگشت کرنش اتفاق می‌افتد، می‌تواند استفاده شود [۸].

ایزدین و همکارانش [۱۴-۱۵] یک روش تحلیل غیرخطی با استفاده از سطح گسیختگی و مفاهیم تحلیل غیرخطی تطبیقی<sup>۱</sup> برای مقاطع بتن مسلح ارائه دادند. روابط و فرمولبندیهای پیچیده به کار گرفته در این روش مانع از به کارگیری آن در الگوریتمهای متعارف می‌شود. کیم و لی [۱۶] از سطوح گسیختگی و فاکتورهای بزرگنمایی لنگر که در آئین نامه بتن آمریکا آمده است در تعیین بار نهایی ستونها استفاده کردند. یالسن و ساعتسیگلو [۱۷] از نمودارهای برهمکنش نیروی محوری-لنگر خمشی برای تحلیل غیر الاستیک ستونهای بتن مسلح تحت ترکیبی از نیروهای محوری فشاری و بارهای جانبی افزاینده استفاده کردند. کوک و کیم [۱۸] از روابط لنگر-انحنا برای تحلیل غیرخطی تیرهای بتن مسلح با در نظر گرفتن نرم شدگی کششی<sup>۲</sup> و اثر لغزش مهار<sup>۳</sup> استفاده کردند. اسفکیاناکیس [۱۹] از گرافیک رایانه‌ای به عنوان یک وسیله محاسباتی برای انتگرال‌گیری تنشهای عمودی بر روی مساحت مقطع استفاده کرد و با کمک روش فیبری مکانیسم گسیختگی مقاطع بتن مسلح تحت لنگر خمشی دو محوری و نیروی

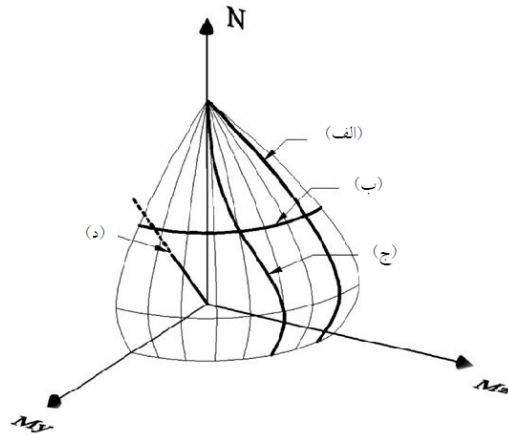
محوری را پیش بینی کرد. چارالمپاکیس و کوموسبس [۲۰] با استفاده از روش مدل‌سازی فیبری و منحنیهای برهمکنش و سطوح گسیختگی الگوریتمی برای تحلیل مقاطع و تعیین حالت تغییرشکل یافته آنها تحت بارگذاری خارجی معین ارائه کردند که در آن مقاطع با دستوره‌های گرافیکی تعریف می‌شدند. آنها برای تعیین مقدار کرنش اولیه ( $\epsilon_0$ ) برای برقراری تعادل محوری نیروها از روش فون ویجنگاردن-دکر-برنت [۲۱] استفاده کردند. پالاریس و همکارانش [۲۲] از سطح گسیختگی در تعیین حداقل مقدار آرماتوربندی لازم برای تأمین مقاومت محوری و خمشی مقاطع بتن مسلح، بر اساس نظریه برونیاپی خمش تک محوری آئین نامه اروپا<sup>۴</sup> استفاده کردند.

در این مقاله، یک الگوریتم جدید روش عددی برای تحلیل غیرخطی تیرهای بتن مسلح با استفاده از روش تحلیل ماتریسی غیرخطی پیشنهاد شده است که هر عضو تیر به صورت یک جزء دو گرهی ماکرو با شش درجه آزادی در هر گره مدل‌سازی می‌شود. این الگوریتم ساده و کاربردی است و در زمان بسیار کوتاه به نتایجی با دقت مناسب دست می‌یابد. نوآوری این روش در مدل‌سازی اعضا به صورت اجزای ماکرو، به کارگیری سطح گسیختگی اعضا در پیش بینی رفتار غیرخطی آنها و لحاظ کردن مقاومت کششی بتن در تحلیل است. در این روش پیشنهادی وضعیت تنشها، تغییر مکانها و ... فقط در گره‌های ابتدایی و انتهایی اجزا قابل پیش بینی هستند. در هنگام محاسبه لنگرهای مقاوم مقطع برای انحناهای مختلف به علت ویژگی تردشکنی بتن، افت ناگهانی مقادیر لنگرها بعد از نقطه اوج منحنی رخ می‌دهد. در الگوریتم پیشنهادی کرنش مصالح کوچک در نظر گرفته شد. ابتدا برای تیر بتن مسلح مورد نظر، سطح گسیختگی ایجاد می‌شود، سپس تنشهای ایجاد شده در مقطع ناشی از بارگذاری خارجی با سطح گسیختگی سنجیده می‌شود و در یک روند تحلیل غیرخطی رفتار الاستیک یا غیر الاستیک تیر پیش بینی می‌گردد. الگوریتم فوق به زبان برنامه نویسی فترن<sup>۵</sup> نوشته شده و اجرا می‌شود. به منظور صحت سنجی

روش پیشنهادی، نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی و نتایج نرم افزار تجاری ANSYS مورد بررسی قرار گرفت. همخوانی مناسبی میان نتایج الگوریتم پیشنهادی و نتایج آزمایشگاهی، با اختلاف کمتر از ۶ درصد در بحرانی‌ترین حالت، به دست آمد که بیانگر معتبر بودن نتایج این روش و پیش بینی نزدیک آن به واقعیت است. نمونه‌های آزمایشگاهی متعددی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است و در همگی آنها مطابقت مناسبی میان نتایج مشاهده شد. متأسفانه به علت محدودیت حجم در این مقاله از ذکر آنها خودداری شده است.

## ۲- سطح گسیختگی نیروی محوری- لنگرهای خمشی

مقاومت مقاطع بتن مسلح تحت نیروی محوری و لنگر دو محوری معمولاً با سطوح گسیختگی نشان داده می‌شود. در فضای سه بعدی که با نیروی محوری و دو مؤلفه خمشی تعریف می‌شود لنگرهای گسیختگی حاصل برای مقادیر مختلف بار محوری یک سطح بسته تشکیل می‌دهند که به سطح گسیختگی<sup>۶</sup> یا سطح برهمکنش<sup>۷</sup> یا سطح محاطی<sup>۸</sup> یک مقطع معروف است. به بیان دیگر در یک حالت تغییرشکل یافته مشخص مقطع به مقاومت نهایی خود می‌رسد و با افزایش این تغییرشکل مقاومت مقطع کاهش می‌یابد. سطح گسیختگی یک مقطع به عنوان مکان هندسی نقاط برابری تنش سه محوری فضایی که وابسته به مقاومت نهایی است تعریف می‌شود. هر نقطه روی این سطح، ارائه دهنده مجموعه‌ای از مقادیر نیروی محوری و لنگرهای دو محوری است که با یکدیگر موجب گسیختگی مقطع می‌شوند [۲۰]. گسیختگی هر مقطع بتن مسلح تحت خمش برای یک مقدار مشخص بار محوری فشاری یا کششی به رأس منحنی لنگر-انحنا بستگی دارد. نصف النهارها و خطوط استوای سطح گسیختگی همان منحنیهای برهمکنش قابل استفاده در طراحی هستند [۱۹]. چنین نمودارهای طراحی با الگوریتمهای عددی برای مقاطع با شکلهای متعارف قبلاً ساخته شده‌اند.



شکل ۱- ایجاد یک سطح برهمکنش [۲۰].

پارامتر جهت گیری تار خشی که از ابتدا تا پایان ثابت انتخاب می‌شود پایدارتر و معین بوده و یک لنگر خمشی ثانویه برای اعمال حالت تغییرشکل یافته مقطع لازم دارد. به استثنای حالت‌های خاص از مقاطع متقارن این لنگر ثانویه غیر صفر است.

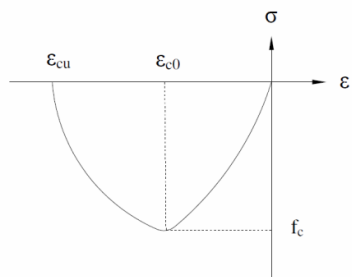
از سوی دیگر برای برآورده شدن نیازهای تحلیل غیرخطی دانستن جزئیات سطح گسیختگی بسیار مهم است زیرا تغییرشکل پلاستیک یک جزء سازه‌ای تابع تاریخچه بارگذاری آن و فاصله بردار بار آن تا این سطح است [۱۵]. تحقیقات بیشتر نشان داده است سطوح گسیختگی قواره‌ای ساده و کلی ندارند و شکل و اندازه این سطوح تنها به هندسه مقطع، قوانین تنش- کرنش مصالح، مقدار آرماتورهای طولی و نحوه چیدمان آنها در مقطع بستگی دارد، بنابراین این سطح را نمی‌توان به‌وسیله عبارات تحلیلی توصیف کرد و باید نقطه به نقطه ساخته شود [۷]. یک سطح گسیختگی شامل مجموعه‌ای از منحنیهای برهمکنش نیروی محوری-لنگر خمشی برای جهت‌گیریهای مختلف تار خشی است. از سوی دیگر یک منحنی برهمکنش شامل نقاط بیشینه نمودار لنگر-انحنا برای بارهای محوری مختلف است.

### ۳- روابط بنیادی تنش-کرنش مصالح

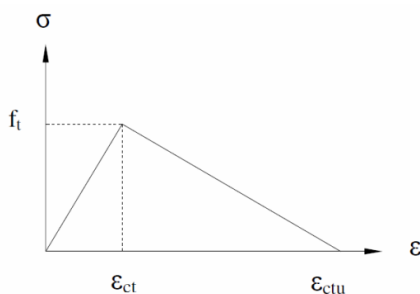
در مدلسازی بنیادی مصالح بتنی در الگوریتم پیشنهادی

سطح گسیختگی یک مقطع دلخواه در فضای  $(N - M_y - M_z)$  می‌تواند به‌عنوان مکان هندسی نقاط  $(N - M_y - M_z)$  که متناظر مقاومت نهایی مقطع اند تعریف شود و نتیجه، یک سطح بسته است که نمی‌تواند با روابط ساده توصیف شود. اگر مقطع مستطیلی باشد و آرماتورها در طول چهار ضلعش به‌طور مساوی تقسیم شده باشند سطح گسیختگی نسبت به چهار محور  $M_y = M_z = 0$  و  $M_y = \pm M_z$  متقارن است و نصف النهارهایش در چهار ربع یکسان هستند [۱۹]. سطح گسیختگی یک مقطع همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده با استفاده از روشهای اصلی زیر به‌دست می‌آید: (الف) نمودارهای برهمکنش برای یک نسبت ثابت و معین لنگرهای خمشی، (ب) نمودارهای برهمکنش برای یک مقدار ثابت و معین بار محوری، (ج) نمودارهای برهمکنش برای یک جهت گیری ثابت و معین تار خشی، (د) نقاط نمونه واقع در روی سطح گسیختگی که حاصل از تقاطع امتداد یک خط راست متمایل با این سطح است [۲۳].

در حالت‌های (الف) و (ب) محل دقیق تار خشی با دو پارامتر جهت‌گیری محور خشی  $\theta$  و عمق ناحیه فشاری تعیین می‌شود؛ سه معادله تعادل غیرخطی و یک روش تکرار مانند روش شبه نیوتن لازم است. اجرای این روش پیچیده بوده و در بعضی موارد نسبت به انتخاب مرکز محورهای بارگذاری حساس است و ممکن است در نزدیکی حالت فشار خالص ناپایدار شود. حالت (ج) به علت



شکل ۳- نمودار تنش- کرنش بتن تحت فشار.



شکل ۴- نمودار تنش- کرنش بتن تحت کشش.

اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برای انتگرال‌گیری میدان تنش روی سطح مقطع از روش فیبری استفاده شده است، اندازه سلولهای به کار برده شده در روش فیبری می‌تواند مطابق نظر کاربر انتخاب شود. برای به دست آوردن نمودار لنگر-انحنای تحت یک نیروی محوری ثابت و برای یک جهت گیری مشخص تار خنثی (زاویه  $\theta$ )، مقطع بتنی مورد نظر به سلولهایی با اندازه ثابت در کل سطح مقطع المان تقسیم بندی می‌شود، این روند تجزیه فقط یک بار برای هر جهت گیری تار خنثی اجرا می‌شود. محور افقی مقطع با تار خنثی موازی است و با هر چرخش تار خنثی می‌چرخد. برای هر جهت گیری تار خنثی مختصات هر سلول از مرکز سطح مقطع محاسبه می‌شود و مختصات چرخش یافته هر سلول، توسط معادله (۷) در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد:

$$\begin{bmatrix} y\theta \\ z\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} \quad (7)$$

کرنش در هر نقطه تابعی از  $z_\theta$  است و با استفاده از معادله (۸) کرنش در هر نقطه از مقطع برای سلولهای بتنی و میلگردهای فولادی به دست می‌آید:

$$\varepsilon(z_\theta) = \varepsilon_0 + \varphi \cdot z_\theta, \quad z_{na} = -\varepsilon_0 / \varphi \quad (8)$$

بنابراین برای  $\varphi \neq 0$  و  $\varepsilon_0$ ، تار خنثی یک خط به موازات محور  $Y$  در  $z_{na}$  است.

بعد از سلول بندی اولیه مقطع و دوران مختصات هر سلول، انحنای اعمال شده به طور پیشرونده افزایش می‌یابد و در هر مرحله تعادل مقطع کنترل می‌شود، در هر مرحله مقادیر  $\theta$  و  $\varphi$

مقاومت کششی بتن نیز در نظر گرفته شده است. مدل بنیادی در نظر گرفته شده برای بتن، مدل پیشنهادی هوگنستاد [۲۴] است. نمودارهای تنش- کرنش بتن تحت کشش و فشار، به ترتیب در شکل‌های (۲) و (۳) نشان داده شده‌اند. روابط تنش-کرنش برای بتن در کشش در تساویهای (۱) تا (۳) و برای بتن در فشار در تساویهای (۴) تا (۶) نشان داده شده‌اند. برای مدلسازی رفتار فولاد در کشش و فشار از رفتار الاستوپلاستیک کامل استفاده شده است. (۱)

$$(\varepsilon_{ctu} < \varepsilon_c) \rightarrow \sigma_c = 0 \quad (1)$$

$$(\varepsilon_{ct} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{ctu}) \rightarrow \sigma_c = f_t \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{ctu}) / (\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{ctu}) \quad (2)$$

$$(0 < \varepsilon_c < \varepsilon_{ct}) \rightarrow \sigma_c = \varepsilon_c \cdot E_c \quad (3)$$

$$(\varepsilon_{c0} \leq \varepsilon_c \leq 0) \rightarrow \sigma_c = -f_c \cdot a \cdot (2 - a), \quad a = \varepsilon_c / \varepsilon_{c0} \quad (4)$$

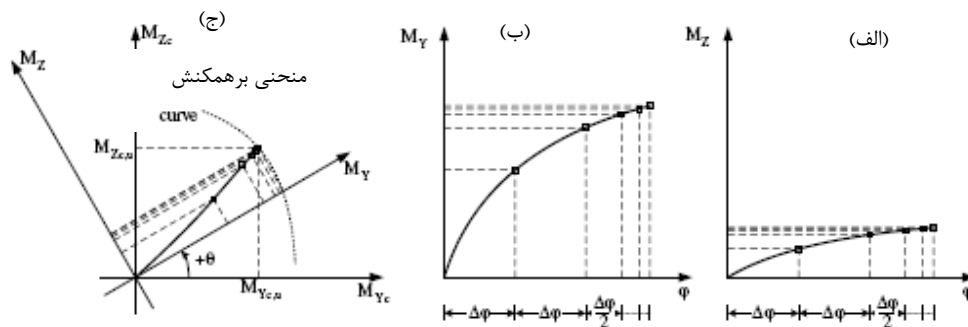
$$(\varepsilon_{cu} < \varepsilon_c < \varepsilon_{c0}) \rightarrow \sigma_c = f_c - 150 \cdot f_c \cdot (\varepsilon_c - \varepsilon_{c0}) \quad (5)$$

$$(\varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}) \rightarrow \sigma_c = 0 \quad (6)$$

مقادیر پارامترهای  $E_s$ ،  $f_y$ ،  $\varepsilon_{cu}$ ،  $\varepsilon_{ct}$ ،  $\varepsilon_{c0}$ ،  $\varepsilon_{c0}$ ،  $f_t$ ،  $f_c$ ،  $E_c$  و  $\varepsilon_{su}$  توسط کاربر تعیین می‌شوند و به این ترتیب مدل‌های بنیادی رفتاری متنوع و دقیقی برای فولاد و بتن در این الگوریتم قابل تعریف و کاربردند.

#### ۴- تحلیل ماتریسی غیرخطی تیرهای بتن مسلح با استفاده از سطح گسیختگی

در الگوریتم پیشنهادی برای ارزیابی رفتار عضو بتن مسلح از سطح گسیختگی متناظرش استفاده می‌شود بنابراین محاسبه دقیق و سریع سطح گسیختگی برای مقطع معرفی شده از



شکل ۴- (الف) نمودار لنگر-انحنا برای لنگر ثانویه، (ب) نمودار لنگر-انحنا برای لنگر اصلی، (ج) چرخش دیاگرام لنگر اصلی-لنگر ثانویه در زاویه  $\theta$  [۲۰].

برای یک بار محوری مشخص  $N_x$  و جهت گیری مشخص تار خشی، دیاگرامهای لنگر-انحنا کامل برای لنگر اصلی  $M_y$  و لنگر ثانویه  $M_z$  ساخته می‌شوند، همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده شده است. لنگر ثانویه به علت عدم تقارن مقطع به وجود می‌آید و وجودش لازم است تا جهت گیری تار خشی در حین روند حفظ شود.

نمودارهای کامل لنگر-انحنا  $(M-\phi)$  با استفاده از روش فوق به دست می‌آیند. رأس این نمودارها متناظر نقاط روی سطح گسیختگی اند. در روش پیشنهادی به منظور کاهش زمان محاسباتی، الگوریتم پس از محاسبه بیشینه مقدار نمودار  $(M-\phi)$  از حلقه خارج شده و برای انحنا بعدی محاسبات را آغاز می‌کند. نمودار شکل (۵) نشان دهنده یک شمای کلی از منحنی لنگر-انحنا محاسبه شده توسط روش پیشنهادی است. سطح گسیختگی نقطه به نقطه با به دست آوردن تعداد زیادی نمودار  $(M-\phi)$  برای مقادیر مختلف  $\theta$  و در نظر گرفتن حداکثر مقدار لنگرها ساخته می‌شود.

برای پیش بینی رفتار الاستیک و غیرالاستیک یک تیر بتن مسلح در روند تحلیل ماتریسی غیرخطی، در هر مرحله بارگذاری نیروهای داخلی هر عضو با مقادیر سطح گسیختگی آن کنترل می‌شوند. پس از محاسبه سطح گسیختگی برای مقاطع موجود در تیر معرفی شده، مقادیر متناظر به هر مقطع را در ماتریسی جداگانه ذخیره شده و بعد تحلیل ماتریسی [۲۵] تیر

مشخص هستند و تغییر شکل تابعی از  $\epsilon_0$  است. برای هر مقدار نمو انحنا، با انتخاب یک مقدار کرنش اولیه  $\epsilon_0$ ، در تمام سلولها کرنش، تنش، نیروی محوری،  $M_z$  و  $M_y$  محاسبه می‌گردند و تعادل مقطع در این مقدار کرنش اولیه بررسی می‌شوند. تنش در سلولهای بتنی از معادلات (۱) تا (۶) و تنش در میلگردهای فولادی از روابط فولاد الاستوپلاستیک ایدئال محاسبه می‌شوند. مقادیر نیروی محوری و لنگرهای خمشی برای سلولهای بتنی از تساویهای نشان داده شده در معادله (۹) و مقادیر نیروی محوری و لنگرهای خمشی برای میلگردهای فولادی از تساویهای نشان داده شده در معادله (۱۰) به دست می‌آیند. روابط گفته شده از فرمولبندیهای ساده مقاومت مصالح می‌باشند.

$$N_c = \sigma_c \cdot A_c, M_{yc} = N_c \cdot Z_{c\theta}, M_{zc} = N_c \cdot y_{c\theta} \quad (9)$$

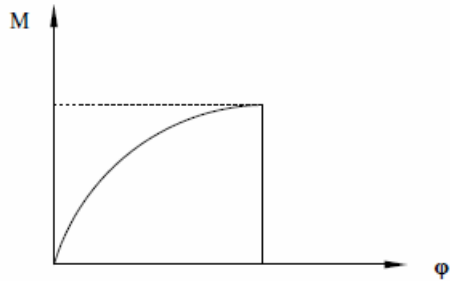
$$N_s = \sigma_s \cdot A_s, M_{ys} = N_s \cdot Z_{s\theta}, M_{zs} = N_s \cdot y_{s\theta} \quad (10)$$

از مجموع مقادیر نیروی محوری برای تمامی سلولهای بتنی و میلگردهای فولادی، نیروی محوری کل مقطع به دست می‌آید. در صورت برقرار نشدن تعادل، الگوریتم یک مقدار کرنش اولیه دیگر انتخاب می‌کند و تعادل مقطع را برای کرنش اولیه جدید می‌سنجد، به این ترتیب، مقدار کرنش اولیه‌ای که در آن تعادل مقطع برقرار است تعیین می‌شود. همان‌طور که در معادله (۱۱) نشان داده شده، لنگرهای محاسبه شده در معکوس ماتریس دوران ضرب می‌شوند تا لنگرهای نهایی به دست آیند.

$$\begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_y \\ M_z \end{bmatrix} \quad (11)$$

Y-Z Y<sub>θ</sub>-Z<sub>θ</sub>





شکل ۵- منحنی لنگر-انحنای در الگوریتم پیشنهادی.

گسیختگی، بررسی منحنیهای اندرکنش کفایت می‌کند. از این رو، منحنی اندرکنش نیروی محوری-لنگر خمشی مقطع بتن مسلح شکل (۸) که بر اساس نتایج آزمایشگاهی توسط پنلیس و کاپوس [۲۶] به دست آمده است و اسفاکیانکیس [۱۹] نیز در تحقیقاتش به آن استناد کرده است با منحنی محاسبه شده توسط روش پیشنهادی مقایسه شد. در مقطع مورد نظر مقاومت فشاری بتن  $15/98 \text{ MPa}$ ، مقاومت کششی بتن  $1/45 \text{ MPa}$  و تنش جاری شدن میلگردهای طولی و عرضی  $215/75 \text{ MPa}$  هستند. ضریب تقلیل مقاومت بتن و فولاد به ترتیب برابر  $0/65$  و  $0/85$  در نظر گرفته شدند.

مقایسه منحنی اندرکنش محاسبه شده توسط روش عددی با منحنی به دست آمده از نتایج آزمایشگاهی [۲۶] در شکل (۹) نشان داده شده است، همخوانی مناسب میان نتایج، نشان دهنده دقت مطلوب روش پیشنهادی و بیانگر معتبر بودن نتایج آن است. این خود گویای قابل استناد بودن سطوح گسیختگی به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی در تحلیل ماتریسی غیرخطی است.

پس از به اثبات رسانیدن درستی نتایج الگوریتم محاسبه سطوح گسیختگی، به بررسی میزان دقت نتایج تحلیل غیرخطی توسط روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. از این رو نتایج دو نمونه آزمایشگاهی معتبر با نتایج تحلیل عددی روش پیشنهادی و نرم افزار ANSYS مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرند.

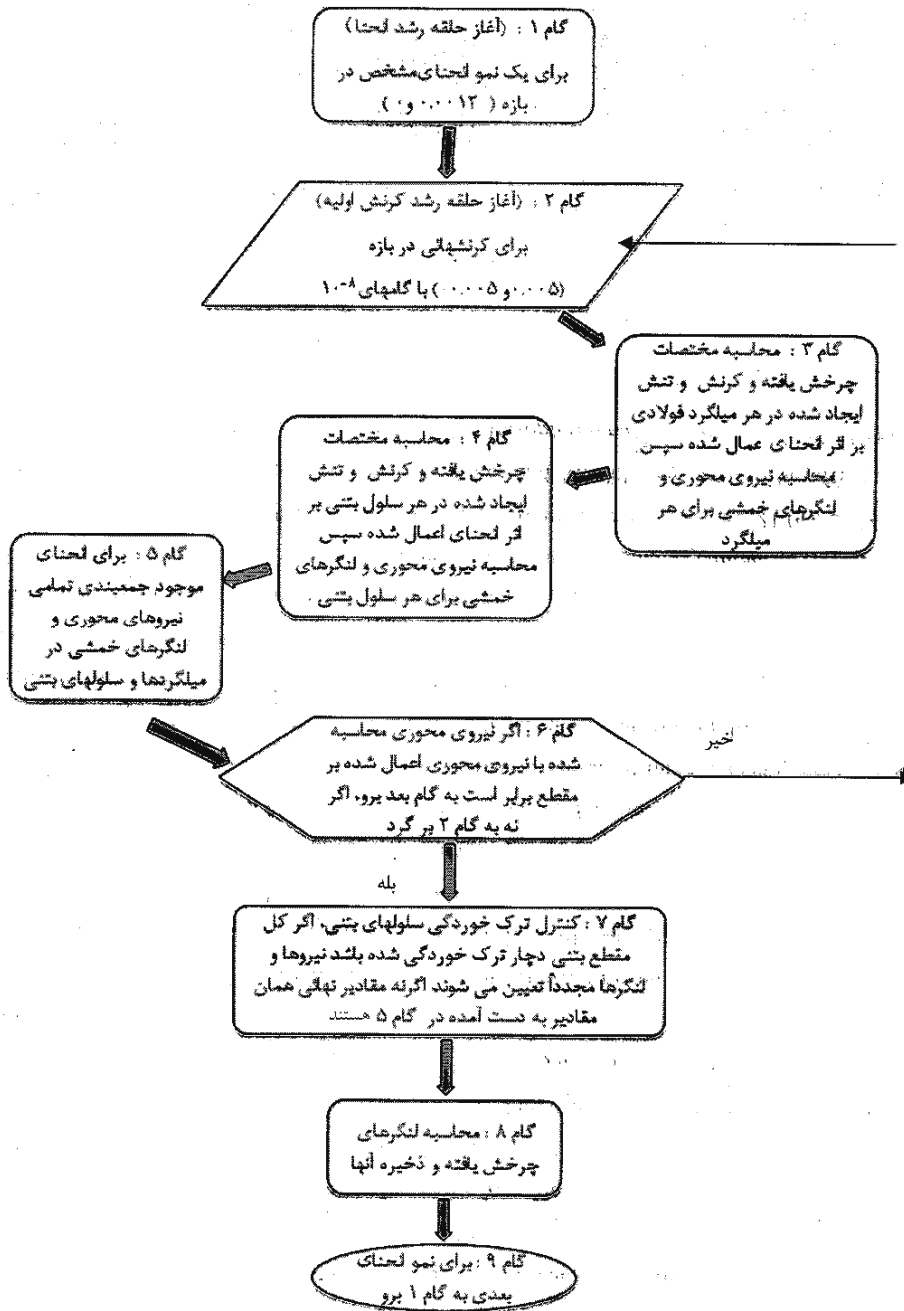
#### ۵-۱- تیر بتن مسلح با تکیه گاههای ساده

گاستون و همکارانش [۲۷] تیر بتن مسلح نمونه TIMA را در آزمایشگاه مورد بررسی قرار دادند، کاواک و کیم [۱۸] نیز در تحقیقاتشان به نتایج آزمایشگاهی آنها استناد کردند. مشخصات تیر TIMA و چگونگی بارگذاری آن در شکل (۱۰) نشان داده شده است. این تیر در فواصل  $1/3$  دهانه تحت بارافزاینده تا  $47/0 \text{ kN}$  قرار گرفت. مقاومت فشاری  $28$  روزه بتن و مدول الاستیسیته آن به ترتیب برابر  $31/67 \text{ MPa}$  و  $26/6 \text{ GPa}$ ، تنش جاری شدن و مدول الاستیسیته میلگردها به ترتیب برابر

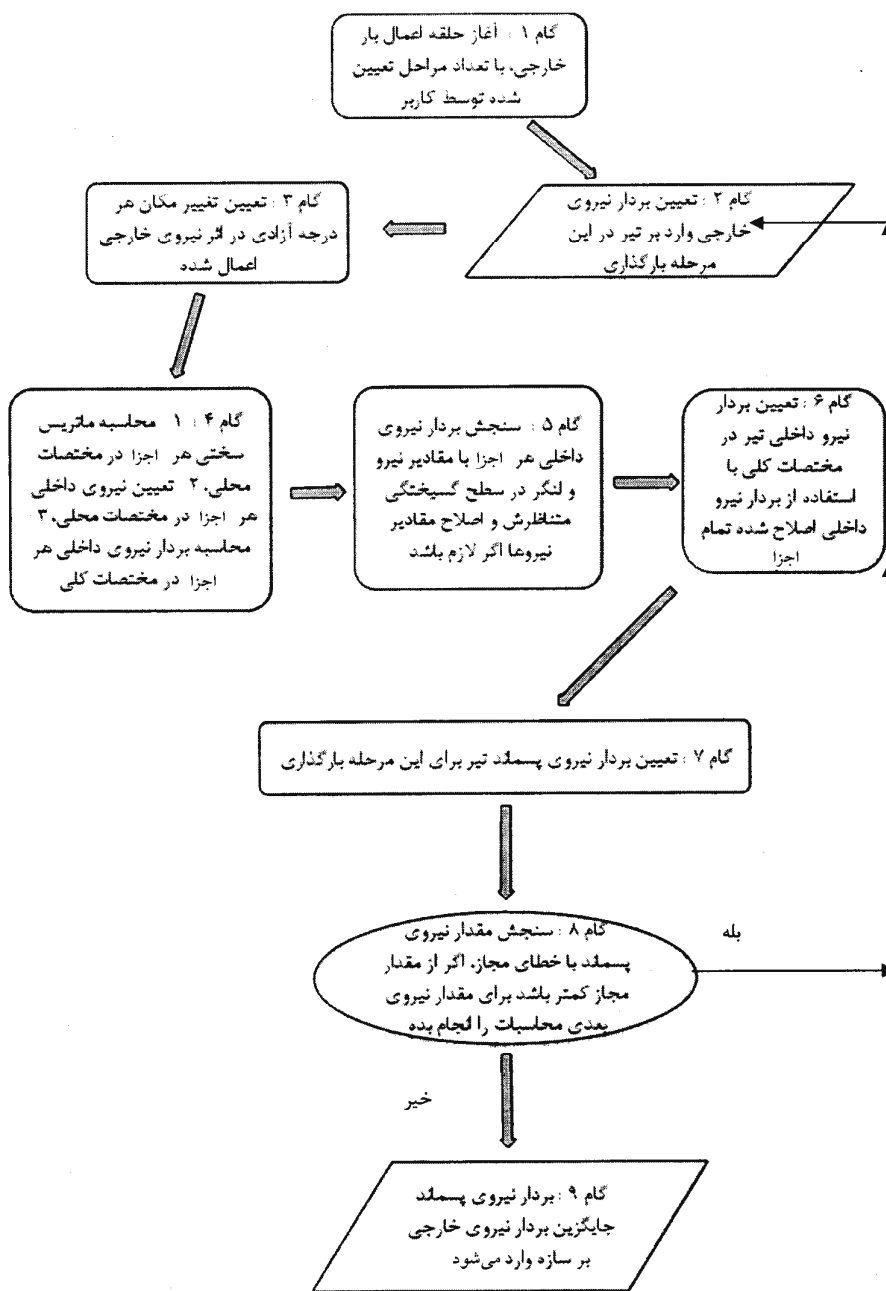
بتنی آغاز می‌شود. برنامه پیشنهادی قادر است تیر معرفی شده تحت بارگذاری خارجی را هم به صورت خطی و هم به صورت غیرخطی تحلیل کند که نوع تحلیل توسط کاربر انتخاب می‌شود. در این تحقیق با فرض اینکه رفتار اجزا در نقاط مورد بررسی که در درون سطوح قرار می‌گیرند نشان دهنده رفتار خطی و برای نقاط واقع شده بر روی سطوح و خارج از آن نشان دهنده رفتار غیرخطی و گسیختگی است، تحلیل انجام می‌گیرد. در این حالت که شکست برای عضو در مقطع مورد بررسی رخ داده است، تعادل بین نیروی داخلی و نیروی خارجی برقرار نبوده که سبب تولید نیروی نامیزان می‌شود. سپس این نیروی نامیزان با یک فرایند تکراری بین سایر اعضای مقاوم باز توزیع می‌شود. همگرایی نتایج تحلیل در این الگوریتم از دو راه حاصل می‌شود: همگرایی از طریق سنجش نیروها و همگرایی از طریق سنجش تغییر مکانها<sup>۱</sup>. نوع روند همگرایی، مقدار خطای مجاز و تعداد تکرارهای مجاز برای همگرایی توسط کاربر انتخاب می‌شوند. روش تکرار مورد استفاده روش نیوتن-رافسون اصلاح شده و روش نمودی ساده با ماتریس سختی اولیه ثابت در تکرارهاست. الگوریتم تعیین سطح گسیختگی و انجام تحلیل غیرخطی ماتریسی استاتیکی با استفاده از سطوح گسیختگی، به ترتیب در شکلهای (۶) و (۷) نشان داده شده‌اند.

#### ۵- نمونه‌های عددی

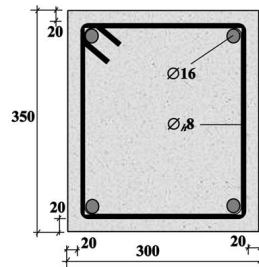
از آنجایی که یک سطح گسیختگی از مجموعه‌ای از منحنیهای اندرکنش نیروی محوری-لنگر خمشی تشکیل شده است جهت اثبات دقت الگوریتم پیشنهادی در محاسبه سطوح



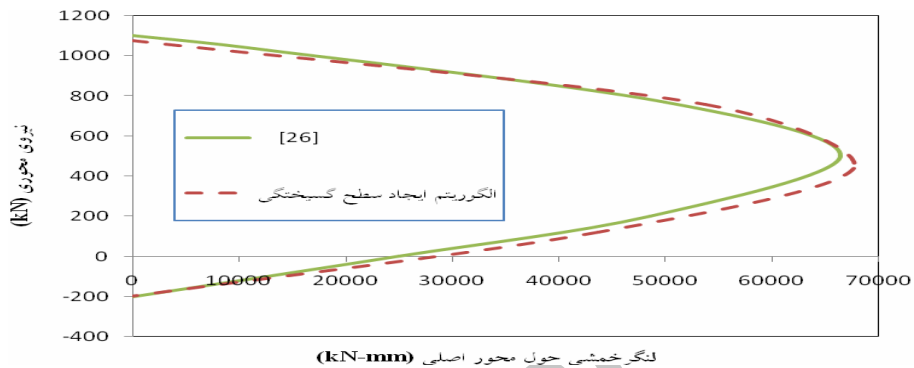
شکل ۶- الگوریتم محاسبه سطح گسیختگی برای مقدار نیروی محوری مشخص و زاویه چرخش صفر تار ختنی.



شکل ۷- الگوریتم تحلیل غیرخطی ماتریسی استاتیکی با استفاده از سطوح گسیختگی.



شکل ۸- مشخصات مقطع بتن مسلح [۱۹].



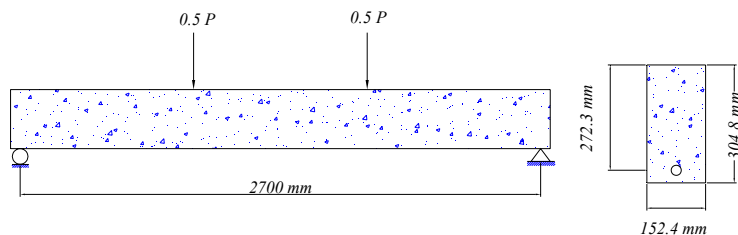
شکل ۹- مقایسه منحنیهای اندرکنش محاسبه شده توسط روش پیشنهادی و نتایج آزمایشگاهی [۲۶].

برای مدلسازی بتن، ۳۰ المان دو گرهی میله‌ای برای مدلسازی آرماتور خمشی، در مجموع با ۱۳۹۵ گره و ۴۱۵۵ درجه آزادی مدلسازی شد. درصد تنش فشاری - ضریب انتقال برش در حالت ترک بسته و باز به ترتیب ۱ و ۳٪ انتخاب شدند. مدلسازی تیر TIMA، نحوه ترک خوردگی و تغییرشکل آن در تحلیل توسط ANSYS به ترتیب در شکلهای (۱۲) تا (۱۴) نشان داده شده‌اند.

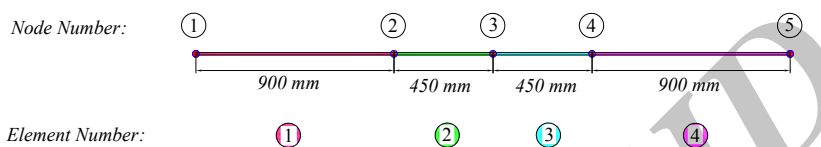
مقایسه نتایج روش عددی حاضر با نرم افزار ANSYS و نتایج آزمایشگاهی [۲۷] در شکل (۱۵) نشان داده شده است. مقایسه‌ها تطابق خوب نتایج حاصل از پیش‌گویی عددی و نتایج آزمایشگاهی با اختلاف کمتر از ۰/۶٪ در تعیین بار حدی را نشان می‌دهد، در حالی که این اختلاف در تحلیل توسط ANSYS برابر ۷٪ است. مقدار بار حدی در آزمونهای آزمایشگاهی برابر ۴۶/۵۸ kN به دست آمد، این مقدار در روش عددی برابر ۴۶/۲۸۳ kN و در ANSYS برابر ۵۰ kN پیش‌بینی شد. حداکثر تغییر مکان میانه دهانه در آزمایشگاه ۱۲/۵ میلی‌متر، توسط روش پیشنهادی ۳۵ میلی‌متر و توسط ANSYS برابر

۳۱۷/۳۵ MPa و ۱۹۴/۲ GPa بودند. نسبت آرماتورهای طولی در قسمت کششی مقطع (ρ) برابر ۰/۰۰۶۲ و در قسمت فشاری مقطع از آرماتور استفاده نشده است.

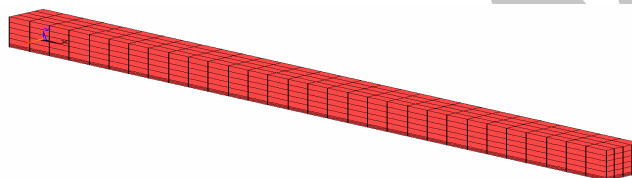
در الگوریتم پیشنهادی این تیر با ۵ گره، ۴ عضو و ۱۲ درجه آزادی مدلسازی شد به گونه‌ای که گره اول دارای دو درجه آزادی (انتقالی افقی و دوران) و سه گره میانی دارای سه درجه آزادی و گره انتهایی دارای یک درجه آزادی (دوران) هستند. چهار جزء دو گرهی در مدلسازی به کار گرفته شدند. دو جزء ابتدا و انتها هر کدام به طول ۰/۹ متر و دو جزء میانی هر کدام به طول ۰/۴۵ متر تعریف شدند. چگونگی مدلسازی این تیر در شکل (۱۱) نشان داده شده است. به عبارت دیگر حد فاصل دو بار متمرکز وارد بر تیر در گره‌های (۲) و (۴) با استفاده از دو المان شماره (۲) و (۳) مدلسازی شد. بنابراین با توجه به اینکه محل تقاطع دو عضو شماره (۲) و (۳)، گره شماره (۳) به وجود می‌آید، می‌توان تغییر مکان وسط دهانه را اندازه‌گیری کرد. این تیر توسط نرم افزار ANSYS با ۹۶۰ المان ۸ گرهی سه بعدی



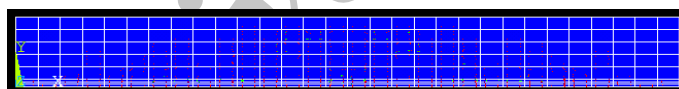
شکل ۱۰- تیر TIMA و شرایط بارگذاری آن [۲۷].



شکل ۱۱ مدلسازی تیر TIMA در الگوریتم پیشنهادی.



شکل ۱۲- مدلسازی تیر TIMA در ANSYS با ۱۳۹۵ گره و ۴۱۵۵ درجه آزادی.



شکل ۱۳ - نحوه ترک خوردگی تیر TIMA در تحلیل توسط ANSYS.

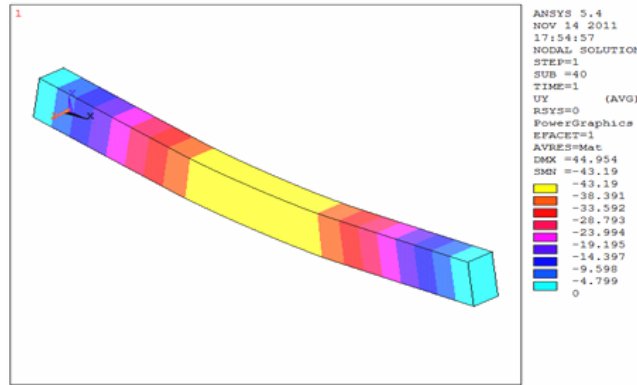
پیشنهادی و نرم افزار ANSYS با نتایج آزمایشگاهی [۲۷] است. باید توجه داشت که پس از آخرین نقطه به دست آمده از تحلیل، برنامه همگرا نشده است که بیانگر گسیختگی تیر در زمان اعمال بار حدی است. به بیان دیگر با اعمال بار حدی برنامه همگرا نشده است چون گسیختگی رخ داده است. از شکل (۱۵) واضح است که رفتار سازه به دلیل عدم استفاده از آرمتور در ناحیه فشاری، دارای رفتاری شکننده است.

#### ۲-۵- تیر عمیق بتن مسلح با تکیه گاههای ساده

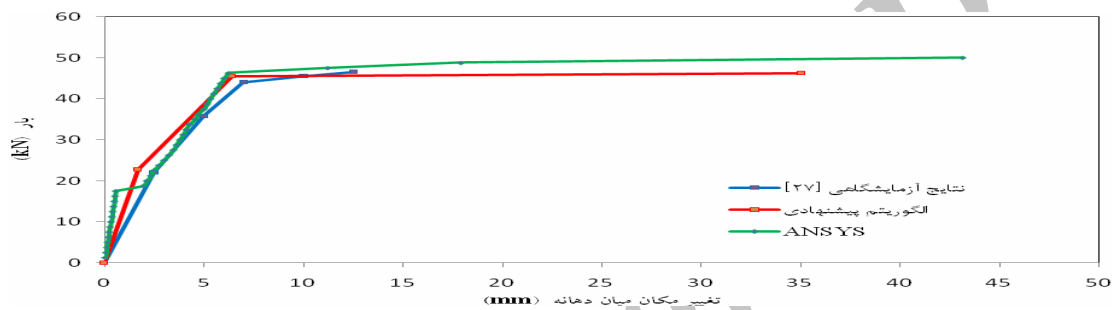
مشخصات تیر عمیق بتن مسلح مورد نظر [۲۸] در شکل

۴۳/۲ میلیمتر به دست آمد. پاسخهای قابل قبول و دقیق روش عددی پیشنهادی در شرایطی به دست آمد که این تیر در فرایند تحلیل غیرخطی توسط روش پیشنهادی تنها با ۱۲ درجه آزادی و در زمانی کوتاه تحلیل شد. در حالی که ANSYS آن را با ۴۱۵۵ درجه آزادی در مدت زمان طولانی تحلیل کرد. دیده می شود تقریب نتایج تحلیل توسط نرم افزار ANSYS نسبت به نتایج آزمایشگاهی در تعیین بار حدی و تغییر مکان میانه دهانه به ترتیب ۱۱ و ۱/۴ برابر تقریب روش عددی پیشنهادی نسبت به نتایج آزمایشگاهی است.

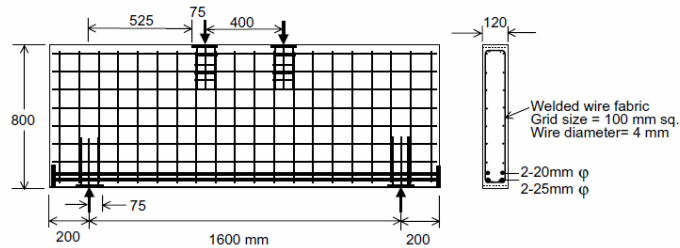
شکل (۱۵) مقایسه نتایج تحلیل غیرخطی توسط الگوریتم



شکل ۱۴- تغییر شکل تیر TIMA در تحلیل توسط ANSYS.



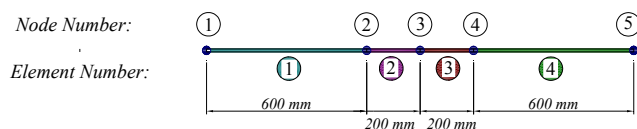
شکل ۱۵- مقایسه نتایج تحلیل غیرخطی توسط الگوریتم پیشنهادی و نرم افزار ANSYS با نتایج آزمایشگاهی [۲۷].



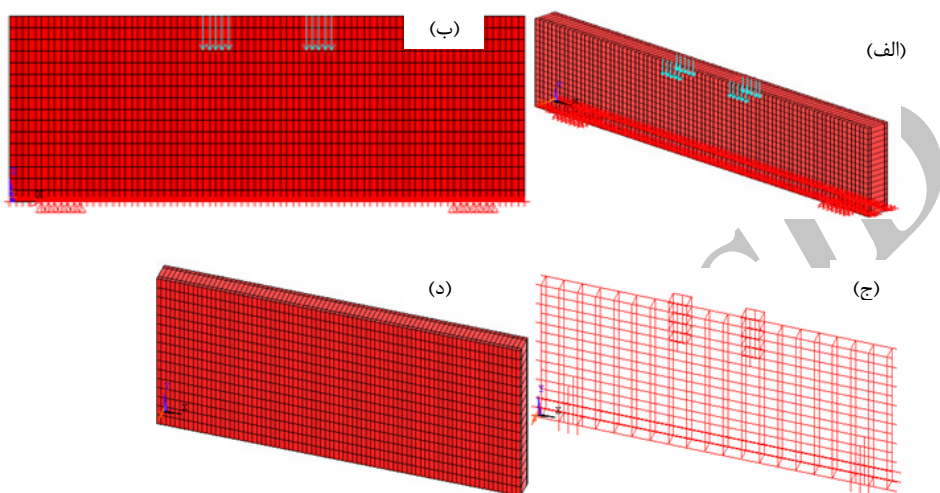
شکل ۱۶- مشخصات هندسی تیر عمیق و جزئیات آرماتورهای داخلی [۲۸].

(۱۶) نشان داده شده است. نسبت دهانه به عمق تیر برابر ۲ است. آرماتورهای با قطر ۲۵ mm دارای تنش تسلیم ۵۰۰ MPa، آرماتورهای با قطر ۲۰ mm دارای تنش تسلیم ۵۴۳ MPa و شبکه جوش شده جان دارای قطر ۴ mm و تنش تسلیم ۵۵۳ MPa می باشد. برای جلوگیری از شکست موضعی زود هنگام یک شبکه اضافی آرماتور در محل بارگذاری و تکیه گاه تعبیه شده است. مقاومت فشاری، ضریب کشسانی، نسبت پواسون و مقاومت کششی بتن به ترتیب برابر ۳۷/۸ MPa،

۲۹/۲ GPa، ۰/۲ و ۴/۴ MPa هستند. ضریب کشسانی فولاد ۲۰۰ GPa و نسبت پواسون آن ۰/۳ می باشد. تیر عمیق فوق توسط اسلام [۲۸] در آزمایشگاه مورد بررسی قرار گرفت، او این تیر را توسط نرم افزار ANSYS نیز تحلیل کرد. در مرجع [۲۹] این تیر عمیق مجدداً توسط ANSYS به صورت دقیقتر تحلیل شد و نتایجی نزدیکتر به نتایج آزمایشگاهی به دست آمد. در تحلیل این تیر شبکه آرماتور بندی با ۳۲۰ جزء دو گرهی میله ای و بتن با ۱۲۸۸ جزء



شکل ۱۷- مدل‌سازی تیر عمیق بتن مسلح در الگوریتم پیشنهادی.

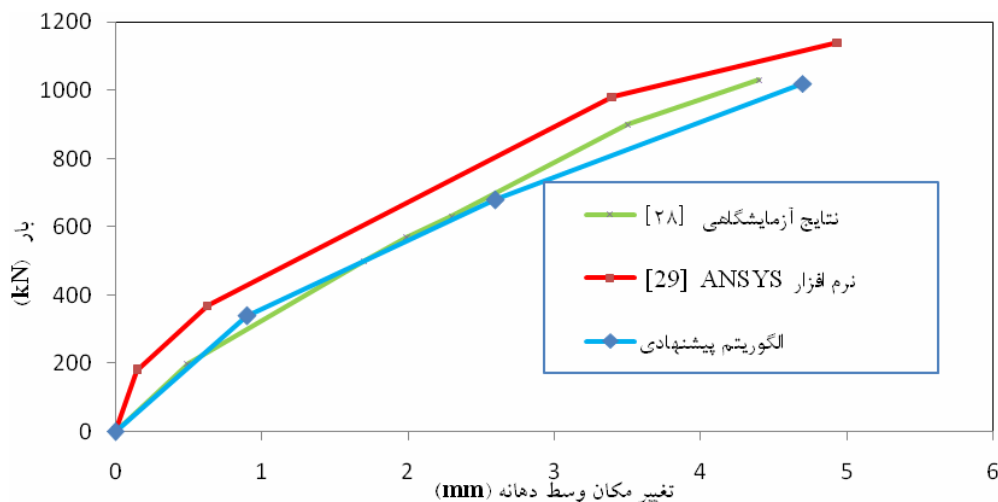


شکل ۱۸- چگونگی مدل‌سازی تیر عمیق بتن مسلح در ANSYS: (الف) شبکه بندی و بارگذاری تیر به صورت سه بعدی؛ (ب) شبکه بندی و بارگذاری تیر به صورت دو بعدی؛ (ج) مدل‌سازی اجزای بتن؛ (د) مدل‌سازی میلگردهای فولادی [۲۹].

نشان داده شده است. در شکل (۱۹) نتایج تحلیل توسط تحقیق حاضر، نتایج آزمایشگاهی [۲۸] و ANSYS [۲۹] با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

شکل (۱۹) تطابق مناسب میان نتایج به دست آمده از تحلیل عددی و نتایج آزمایشگاهی را نشان می‌دهد، میزان اختلاف نتایج تحلیل عددی با نتایج آزمایشگاهی در به دست آوردن مقدار نیروی جانبی حدی و تغییر مکان نهایی، به ترتیب، کمتر از ۱ درصد و ۶ درصد هستند در حالی که این مقادیر در تحلیل توسط ANSYS، به ترتیب دارای اختلاف بیش از ۱۰ درصد و ۱۱ درصد با داده‌های آزمایشگاهی‌اند. انطباق شیب اولیه منحنی به دست آمده از تحلیل عددی بر نتایج آزمایشگاهی نشان دهنده مدل‌سازی مناسب پارامترهای به کار رفته است که دلیلی بر همخوانی دقیق مدول الاستیسیته تحلیل عددی با مقدار

۸ گرهی مدل‌سازی شدند، در مجموع ۳۱۸۷۲ درجه آزادی در نظر گرفته شد. ولی در تحلیل این تیر توسط الگوریتم پیشنهادی تنها چهار جزء تیر مدل‌سازی شدند. دو جزء ابتدا و انتها هر کدام به طول ۰/۶ متر و دو جزء میانی هر کدام به طول ۰/۲ متر تعریف شدند. به این ترتیب ۵ گره و ۴ عضو تخصیص داده شدند به گونه‌ای که گره اول دارای یک درجه آزادی (دوران) و سه گره میانی دارای سه درجه آزادی و گره انتهایی دارای دو درجه آزادی (انتقالی افقی و دوران) هستند. مدل‌سازی این تیر برای تحلیل توسط روش پیشنهادی در شکل (۱۷) نشان داده شده است. بارها در گره‌های ۲ و ۴ وارد می‌شوند. به عبارت دیگر فاصله میان دو بار متمرکز وارد بر تیر در گره با استفاده از دو جزء شماره (۲) و (۳) مدل‌سازی شد. چگونگی مدل‌سازی و مش بندی تیر عمیق بتن مسلح در ANSYS در شکل (۱۸)



شکل ۱۹- مقایسه نتایج تحلیل غیرخطی توسط الگوریتم پیشنهادی، نتایج آزمایشگاهی [۲۸] و نرم افزار ANSYS [۲۹].

سطوح گسیختگی و برای تحلیل از روش تحلیل ماتریسی غیر خطی استفاده شده است. در این الگوریتم با مدل‌سازی اعضای بتن مسلح به صورت اجزای ماکرو در زمان تحلیل، صرفه‌جویی چشمگیری صورت گرفته است در حالی که دقت نتایج در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی مناسب و در بحرانی‌ترین حالت دارای اختلاف کمتر از ۶٪ است. نتایج این تحقیق در مقایسه با نتایج نرم افزار تجاری ANSYS به نتایج آزمایشگاهی نزدیک‌تر بوده و این الگوریتم قادر به محاسبه نمودارهای لنگر-انحنا، منحنیهای برهمکنش نیروی محوری-لنگر خمشی و سطوح گسیختگی نیروی محوری-لنگرهای دو محوری در فضای سه بعدی برای مقاطع بتن مسلح است. از دیگر مزایای آن می‌توان به مدل‌سازی دقیق رفتار غیرخطی بتن در کشش و فشار و مدل‌سازی رفتار الاستوپلاستیک کامل فولاد در کشش و فشار اشاره کرد. برای تعیین سطوح گسیختگی از روش فیبری با استفاده از روش تکراری بهره گرفته شد. شایان توجه است که روش و الگوریتم به کار رفته نیاز به تنظیم پارامترهای اضافی که در سایر روشهای قالب اجزای محدود، همانند ANSYS، به کار می‌رود نداشته و به دلیل استفاده از جزء دو گرهی در روش تحلیل ماتریسی، توانایی مدل‌سازی سازه با حداقل درجات

واقعی است، در حالی که در نتایج به دست آمده از نرم افزار ANSYS شیب اولیه کاملاً متفاوت از شیب نتایج آزمایشگاهی است. بنابراین تحلیل غیرخطی این تیر توسط روش پیشنهادی با ۵ گره و ۱۲ درجه آزادی، در زمانی کوتاه و با پاسخهای بسیار مناسبی انجام گرفت. این در حالی است که نرم افزار ANSYS [۲۹]، این تیر را با ۳۱۸۷۲ درجه آزادی و در زمان بسیار طولانی با تقریبی حدود ۲ تا ۱۰ برابر تقریب روش عددی پیشنهادی با نتایج آزمایشگاهی تحلیل کرده است. مقدار بار حدی در آزمونهای آزمایشگاهی برابر ۱۰۳۰ kN به دست آمد، مقدار این بار در تحلیل توسط روش عددی برابر ۱۰۱۹/۸۸۶ kN و در تحلیل با ANSYS برابر ۱۱۴۰ kN به دست آمد، حداکثر خیز میانه دهانه در آزمونهای آزمایشگاهی برابر ۴/۴ m به دست آمد، این مقدار در روش پیشنهادی برابر ۴/۷ mm و در تحلیل با ANSYS برابر ۴/۹۴ mm به دست آمد.

## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتمی جدید، ساده، کارآمد و دقیق برای تحلیل خطی و غیرخطی تیرهای بتن مسلح دو بعدی پیشنهاد شده است که در آن برای ارزیابی رفتار الاستیک اعضای بتنی از



به منظور اثبات صحت و دقت عملکرد این الگوریتم، نتایج آن با دو مرجع آزمایشگاهی معتبر مقایسه شدند. همخوانی مناسب میان نتایج الگوریتم پیشنهادی و نتایج آزمایشگاهی، با اختلاف کمتر از ۶٪ در بحرانی ترین حالت، بیانگر معتبر بودن نتایج این روش و پیش بینی نزدیک آن به واقعیت است.

آزادی را دارد. از سوی دیگر نیازی به تعیین پارامترهای گوناگون به منظور تنظیم کردن منحنیهای لنگر - انحنا، که در بعضی از نرم افزارها همانند SAP2000 به کار می‌رود، نیست. بنابراین منحنی لنگر - انحنا توسط برنامه به صورت واقعی و خودکار تعیین شده و در فرایند تحلیل غیر خطی مورد استفاده واقع می‌شوند.

## واژه‌نامه

1. adaptive nonlinear analysis
2. tension softening
3. bond slip
4. the extrapolation theory of EC-2 for uniaxial
5. Fortran programming language
6. failure surface
7. interaction surface
8. bounding surface
9. sub-segmentation
10. displacement Convergency

## مراجع

1. Cerverae, M., Hinton, E., and Hassan, O., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete plate and Shell structures Using 20-Noded Isoparametric brick elements," Computers and Structures. Vol. 25, pp. 845-869, 1987.
2. Kotsivos, M. D., and Spiliopoulos, K. V., "Modelling of Crack Closure for Finite-Element Analysis of Structural, Concrete," Computers and Structures, Vol. 69, pp. 383-398, 1998.
3. Wolanski, A. J., "Flexural, Behavior of Reinforced and Prestressed Concrete Beams Using Finite Element analysis," Masters Thesis, Marquette University, Milwaukee, Wisconsin, 2004.
4. Kwan, K. H., and Liaw, C. T., "Computerized Ultimate Strength Analysis of Reinforced concrete Sections Subjected to Axial Compression and Biaxial Bending," Computers. and Struct. Vol. 21, pp. 1119-1127, 1985.
5. Davidster, M. D., "Analysis of Reinforced Concrete Columns of Arbitrary Geometry Subjected to Axial Load and Biaxial Bending. A Computer Program for Exact analysis," Concrete International: Design and Construction. Vol. 8. pp. 56-61, 1986.
6. Yan, C. Y., Chan, S. L., and So, A. K., W. "Biaxial Bending Design of Arbitrarily Shaped Reinforced Concrete Columns," ACI Struct. J. Vol. 90. pp. 269-278, 1993.
7. Vivo, L. De., and Rosati, L., "Ultimate Strength analysis of Reinforced Concrete Sections Subject to Axial force and Biaxial Bending," Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. Vol. 166 . pp. 261-287, 1998.
8. Fafitis, A., "Interaction Surfaces of Reinforced-Concrete Sections in Biaxial Bending," J Struct Eng, (ASCE), Vol. 127, pp. 840-846, 2001.
9. Bonet, J. L., Romero, M., L. Miguel, P., F. and Fernandez, and M.,A. "A fast Stress Integration Algorithm for Reinforced Concrete Sections with Axial Loads and Biaxial Bending," Computers and Structures. Vol. 82. pp. 213-225, 2004.
10. Zupan, D., and Saje. M., "Analytical Integration of Stress Field and Tangent Material Moduli over Concrete Cross-Sections," Computers and Structures. Vol. 83. pp. 2368-2380, 2005.
11. Bonet, J. L., Miguel, P. F., Romero, and M. L., and Fernandez, M. A., "A modified Algorithm for Reinforced Concrete Cross Section Integration," Proceedings of the Sixth International Conference on Computational Structures Technology, No. 120, Prague, Czech Republic, Civil-Comp Press, 2002.
12. Bonet, J. L., Barros, M. H. F. M., and Romero, M. L., "Comparative study of analytical and numerical algorithms for designing reinforced concrete sections under biaxial bending," Computers and Structures, Vol. 84, pp. 2184-2193, 2006.
13. Sousa, J. J. B. M., and Muniz, C. F. D. G., "Analytical integration of cross section properties for numerical analysis of reinforced concrete, steel and composite frames," Engineering Structures, Vol. 29, pp. 618-625, 2007.
14. Izzuddin, B. A., and Smith, D. L., "Efficient nonlinear analysis of elasto-plastic 3D R/C frames using adaptive techniques," Computers and Structures, Vol 78, pp. 549-573, 2000.
15. Izzuddin, B. A., Siyam, A. A. F. M., and Smith, D.

- L., "An efficient beam-column formulation for 3D reinforced concrete frames," *Computers and Structures*, Vol. 80, pp. 659-676, 2002.
16. Kim, J. K., and Lee, S. S., "The behavior of reinforced concrete columns subjected to axial force and biaxial bending," *Engineering Structures*, Vol. 23, pp. 1518-1528, 2000.
  17. Yalcin, C., and Saatcioglu, M., "Inelastic analysis of reinforced concrete columns," *Computers and Structures*, Vol. 77, pp. 539-555, 2000
  18. Kwak, H. G., and Kim, S. P., "Nonlinear analysis of RC beams based on moment-curvature relation," *Computers and Structures*, Vol. 80, pp. 615-628, 2002.
  19. Sfakianakis, M. G., "Biaxial bending with axial force of reinforced, composite and repaired concrete sections of arbitrary shape by fiber model and computer graphics," *Advances in Engineering Software*, Vol. 33, pp. 227-242, 2002.
  20. Charalampakis, A. E., Koumousis, V. K., Ultimate strength analysis of composite sections under biaxial bending and axial load, *Advances in Engineering Software*. Vol. 39. pp. 923-936, 2008.
  21. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling WT, and Flannery, B. P., *Numerical recipes in C++: the art of scientific computing*, Cambridge University Press, London, 2002.
  22. Pallares, L., Miguel, P. F., and Fernandez-Prada, M. A., "A numerical method to design reinforced concrete sections subjected to axial forces and biaxial bending based on ultimate strain limits," *Engineering Structures*, Vol. 31, pp. 3065-3071, 2009.
  23. Rodriguez, J. A., and Aristizabal-Ochoa, J. D., "Biaxial interaction diagrams for short RC columns of any cross section," *ASCE J Struct Eng.*, Vol. 125, pp. 672-83, 1999.
  24. Hognestad E. "A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members," Engineering Experimental Station, Bulletin Series No. 399. pp. 128, University of Illinois, 1951.
۲۵. رضائی پژند، محمد. تحلیل ماتریسی سازه‌ها، مشهد، انتشارات آستان قدس رضوی (۱۳۷۶).
26. Penelis, G. G., and Kappos, A. J., *Earthquake-resistant concrete structures*, E and FN SPON ed., London, 1997.
  27. Gaston, J. R., Siess, C. P., and Newmark, N. M., "A layered finite element non-linear analysis of reinforced concrete plates and shells," *Civil Engineering Studies*, SRS No. 389, University of Illinois, Urbana, 1972.
  28. Islam, M. R., "Shear strengthening of RC deep beam using externally bonded FRP systems," *Cement & Concrete Composites*, Vol. 27, pp. 413-420, 2005.
  29. Akhveissy, A. H., and Permanoon, A., "strengthening of reinforced concrete deep beam with opening," *Proceedings of the Sixth International Conference of Seismology and Earthquake Engineering*, No. 11200, Tehran, Iran, 2011.