

تحلیل مودال عملیاتی ماشین‌های دوار با استفاده از روش بهبود یافته MCFDD در حوزه فرکانس

محمد حسن مسجدیان* و مهدی کشمیری
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۰۹/۰۷ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۱/۱۲/۰۸)

چکیده -

MCFDD CFDD

واژگان کلیدی:

Operational Modal Analysis of Rotating Machinery Using a Modified Frequency Domain Method

M.H. Masjedian and M. Keshmiri

Mechanical Engineering Department, Isfahan University of Technology

Abstract: Operational modal analysis can be used as a useful method for modal identification of rotating machinery. Response of a rotary machine contains several powerful harmonic components which make the OMA methods face several problems. In this paper, kurtosis index is used for detection of response harmonic components. Then, CFDD method is modified for removing the harmonic effects and extracting the modal parameters. Accuracy, applicability and computational efficiency of the proposed method are evaluated through computer simulation of a 4DOF system, an operational modal analysis experiment on a steel beam, and operational modal analysis of a large industrial fan in Mobarakeh Steel Complex.

Keywords: Operational Modal Analysis, Rotating Machinery, Harmonic Excitations.

*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: m.masjedian@me.iut.ac.ir

۱- مقدمه

کاربردهای جدید شده است. زیرا در کاربردهایی که انجام تحلیل مودال معمول ناممکن و یا مشکل و پرهزینه است، تحلیل مودال عملیاتی امکانپذیر و دارای توجیه اقتصادی است.

روش‌های تحلیل مودال عملیاتی با یک مشکل جدی برای کاربرد ماشین‌های دوار روبرو هستند. در همه روش‌های تحلیل مودال عملیاتی، ورودی‌ها از نوع نویزهای تصادفی ایستا^۵ فرض می‌شوند در حالی که اجزای هارمونیک جزء جدایی‌ناپذیر پاسخ ماشین‌های دوار هستند. وجود اجزای هارمونیک در پاسخ موجب استخراج مودهای غیر واقعی و ناکارآمدی روش‌ها می‌شود.

تاکنون محققان تلاش‌های فراوانی به منظور استفاده از تحلیل مودال عملیاتی در حضور تحریک‌های هارمونیک انجام داده‌اند. در سال ۲۰۰۰ برینکر و همکاران شاخصی را برای شناسایی و جدا کردن مودهای واقعی سازه و مودهای هارمونیک ارائه کردند [۱]. این شاخص بر مبنای تفاوت‌های بنیادی بین مشخصات آماری پاسخ هارمونیک و پاسخ تصادفی بنا شده است. در سال ۲۰۰۶ جاکوبسن شش تکنیک برای تشخیص اجزای هارمونیک از مودهای سازه‌ای را به صورت خلاصه شرح داد [۲]. این تکنیک‌ها شامل تبدیل فوری زمان کوتاه^۶، تبدیل مقادیر منفرد^۷، مقایسه بصری شکل مودها، معیار تضمین مود^۸، نمودار پایداری^۹ و تابع چگالی احتمال^{۱۰} هستند. در سال ۲۰۰۷ جاکوبسن و همکاران روش مبتنی بر روش FDD^{۱۱} را برای تشخیص و حذف اجزای هارمونیک شرح دادند [۳]. در این روش سیگنال پاسخ در باندهای فرکانسی نازک^{۱۲} فیلتر شده و از کورتیز این سیگنال فیلتر شده برای تشخیص وجود هارمونیک در آن باند فرکانسی استفاده شده است. قله‌های^{۱۳} هارمونیک تشخیص داده شده، از طریق میان‌یابی خطی از نمودار مقادیر منفرد حذف می‌شوند. این روش نیاز به حجم محاسبات زیادی داشته و لذا اندرسون و همکاران برای بهبود آن روش

استخراج پارامترهای مودال یک ماشین دوار می‌تواند در تعیین وضعیت و عیب‌یابی آن کمک شایانی کند. به عنوان نمونه تغییر مشخصات ایزولاتورهای ارتعاشی و یا خرابی در سازه‌ها باعث تغییر پارامترهای مودال و افزایش ارتعاشات ماشین می‌شود. در این وضعیت استخراج پارامترهای مودال بهترین روش برای تشخیص و رفع عیب آن است. امروزه تحلیل مودال به صورت گسترده‌ای برای طراحی، بهینه‌سازی، پایش سلامت، کنترل ارتعاشات و تشخیص خرابی سازه‌های مختلف به کار رفته و روش‌های نظری و تجربی آن توسعه پیدا کرده است.

با این وجود تحلیل مودال یک ماشین دوار مستلزم متوقف کردن خط تولید و حذف کلیه نویزهای محیطی است. همچنین تحریک ماشین‌های دوار بزرگ توسط چکش یا لرزاننده^۱ بسیار مشکل است و از طرف دیگر پدیده‌هایی نظیر اثرات ژيروسکوپی، سخت شوندگی و برهم‌کنش سیال و سازه باعث تغییر پارامترهای مودال ماشین در حین کار نسبت به حالت توقف می‌شود. برای عبور از این محدودیت‌ها تحلیل مودال عملیاتی راه حلی کارآمد و مناسب است. در این روش پاسخ ماشین در حالت کار اندازه‌گیری می‌شود و پارامترهای مودال حین کار به دست می‌آید.

تفاوت اصلی تحلیل مودال عملیاتی این است که برخلاف روش‌های تحلیل مودال متعارف نیازی به اندازه‌گیری نیروهای تحریک نبوده و فقط پاسخ ارتعاشی سازه اندازه‌گیری و به کار برده می‌شود. بنابراین در آزمون مودال عملیاتی پاسخ سازه به نیروهای محیطی اندازه‌گیری می‌شود. به همین دلیل به تحلیل مودال عملیاتی، آزمون مودال محیطی^۲، فقط خروجی^۳ و تحریک طبیعی^۴ نیز گفته می‌شود. امروزه مزایای فراوان تحلیل مودال عملیاتی باعث توسعه‌ی تحلیل مودال در بسیاری از

کورتیز سریع را پیشنهاد دادند که از داده‌های محدودتری استفاده کرده است [۴].

ماهانتی و ریکسن در سال‌های ۲۰۰۲ تا ۲۰۰۴ چهار روش تحلیل مودال عملیاتی در حوزه زمان را برای شرایط وجود تحریک هارمونیک اصلاح کردند [۵-۸]. این روش‌ها به خوبی قادر به استخراج پارامترهای مودال بودند حتی وقتی که یک منبع تحریک هارمونیک با فرکانسی نزدیک به فرکانس طبیعی مود مورد نظر در سیستم وجود داشت، اما در همه این روش‌ها فرکانس تحریک‌های هارمونیک بایستی به صورت دقیق معلوم باشند.

آنتونی و همکاران در سال ۲۰۰۴ اینکه چگونه روش‌های مختلف تحلیل مودال عملیاتی در شرایط حضور نیروهای هارمونیک دچار مشکل می‌شوند را شرح دادند و سپس دو روش مبتنی بر جداسازی سیگنال زمانی را برای حل مشکل پیشنهاد کردند [۹]. آنتونی در سال ۲۰۰۵ پیچیدگی‌های روش BSS^{۱۲} برای جداسازی سیگنال‌های ارتعاشی را بیان کرد و چگونگی استفاده از BSS برای جدا کردن سیگنال به سه قسمت پرودیگ، تصادفی ایستا و تصادفی نایستا را شرح داد. وی پس از شرح نقاط ضعف این روش، دو روش جداسازی مقاوم مبتنی بر تبدیل فوریه زمان کوتاه پیشنهاد کرد [۱۰].

پیتلون و همکاران در سال ۲۰۰۸ روش زمان پیوسته‌ای^{۱۵} ارائه کردند که قادر است اثر تحریک‌های هارمونیک با فرکانس‌های معین ولی متغیر با زمان را حذف کند. آنها سه تکنیک پیشنهاد کردند که دو تا از آنها حتی در شرایطی که فرکانس هارمونیک و سازه‌ای دقیقاً منطبق می‌شوند نیز کارایی دارد. آنها کارایی سه روش پیشنهادی خود را بر روی داده‌های آزمون تک کاناله یک هلیکوپتر نشان دادند [۱۱]. این محققان در سال ۲۰۱۰ نتایج کار خود را برای حالت چند خروجی توسعه دادند و عملکرد آماری تخمین‌گر بیشترین تشابه^{۱۶} پیشنهادی خود را با استفاده از شبیه‌سازی و داده‌های آزمون هلیکوپتر شرح دادند [۱۲]. نقطه ضعف این روش‌ها نیز نیاز

به از پیش دانستن فرکانس‌های هارمونیک می‌باشد.

دیورینت و گویلامی در سال ۲۰۰۹ روشی مبتنی بر اندازه‌گیری انتقال‌پذیری^{۱۷} که به تازگی برای تحلیل مودال عملیاتی پیشنهاد شده است را برای کاربردهای دارای تحریک هارمونیک به‌کار بردند [۱۳]. این روش ریسک استخراج پارامترهای مودال نادرست در اثر تحریک هارمونیک را کاهش می‌دهد اما مستلزم تکرار آزمون تحت شرایط بارگذاری مختلف است که در بسیاری از کاربردها عملی نیست.

هدف از این تحقیق توسعه کاربرد روش‌های تحلیل مودال عملیاتی در حوزه فرکانس برای تحلیل مودال ماشین‌های دوار است. از بین روش‌های ذکر شده برخی نیاز به دانستن فرکانس دقیق تحریک‌های هارمونیک داشته و برخی مستلزم تکرار آزمون با تغییر شرایط بارگذاری هستند و لذا برای هدف مورد نظر این تحقیق مناسب نیستند. از بین روش‌های ارائه شده در مراجع [۹ و ۱۰] که مبتنی بر جداسازی سیگنال‌های پاسخ هستند و روش‌های ارائه شده در مراجع [۱ و ۳] که مبتنی بر اندیس کورتیز و روش FDD هستند، روش FDD که کاربردی‌ترین روش تحلیل مودال عملیاتی در حوزه فرکانس است انتخاب شده است. اگرچه در تحقیقات صورت گرفته وجود تحریک‌های هارمونیک در پاسخ مد نظر قرار گرفته لیکن در مقالات کمتر به تحلیل مودال عملیاتی سازه ماشین‌های دوار پرداخته شده است. در پاسخ حین کار یک ماشین دوار تعداد زیادی اجزای هارمونیک قوی و ضعیف وجود دارد و بخش تصادفی پاسخ معمولاً ناچیز و ناملموس است. شناسایی و حذف بهینه و کارآمد این اجزای هارمونیک متعدد و پیاده کردن روش برای یک ماشین دوار صنعتی محور اصلی این تحقیق به شمار می‌رود.

پس از این مقدمه، در بخش دوم مقاله، روش کورتیز برای شناسایی اجزای هارمونیک و روش FDD بیان می‌شود. سپس دو روش EFDD^{۱۸} و CFDD^{۱۹} که از توسعه روش FDD حاصل شده‌اند، به‌طور مختصر شرح داده می‌شود. در بخش سوم روش پیشنهادی MCFDD^{۲۰} که از انجام اصلاحاتی در

روش CFDD حاصل می‌شود شرح داده شده است. در روش MCFDD حذف تاثیر هارمونیک‌ها به گونه‌ای انجام می‌شود که خطای ناشی از تحریک‌های هارمونیک در پارامترهای مودال کمتر شود. در بخش چهارم مقاله نتایج شبیه‌سازی یک سیستم چهار درجه آزادی ارائه و کارایی روش جدید ارزیابی شده است. در بخش پنجم دقت روش اصلاحی از طریق آزمون عملیاتی یک تیر فولادی تحت تاثیر نیروهای تصادفی و هارمونیک با روش موجود مقایسه شده است و در پایان در بخش ششم نتایج حاصل از آزمون عملیاتی یک ماشین دوار صنعتی ارائه شده است.

۲- تشخیص و حذف اجزای هارمونیک در حوزه فرکانس

قبل از اینکه چگونگی به‌کار بردن روش‌های تحلیل مودال عملیاتی در شرایط وجود تحریک‌های هارمونیک شرح داده شود، لازم است مقدمه‌ای از روش‌های حوزه فرکانس بیان شود. روش‌های تحلیل مودال عملیاتی معمولاً دارای دو مرحله هستند. در مرحله اول با استفاده از پاسخ اندازه‌گیری شده سازه، توابع همبستگی^{۲۱} برای روش‌های حوزه زمان و ماتریس طیف چگالی توان^{۲۲} برای روش‌های حوزه فرکانس تخمین زده می‌شود. در مرحله دوم روش‌های موجود تحلیل مودال در حوزه زمان و فرکانس برای تحلیل مودال عملیاتی اصلاح شده و به‌کار گرفته می‌شوند. در حوزه فرکانس همه روش‌هایی که مبتنی بر تبدیل مودال ماتریس تابع پاسخ فرکانسی هستند قابل بهینه‌سازی برای کاربرد تحلیل مودال عملیاتی هستند. برای این منظور از نیم طیف چگالی توان^{۲۳} به جای تابع پاسخ فرکانسی استفاده می‌شود و نیم طیف چگالی توان از تبدیل فوریه بخش زمانی مثبت تابع همبستگی به‌دست می‌آید [۱۴ و ۱۵]. برای نمونه گویلامی و همکارانش روش بیشترین تشابه حوزه فرکانس^{۲۴} را برای تحلیل مودال عملیاتی به کار برده‌اند [۱۶ و ۱۷]. اما یکی از پر کاربردترین

روش‌های تحلیل مودال عملیاتی در حوزه فرکانس روش FDD است. این روش بر مبنای رابطه بین ماتریس طیف چگالی توان ورودی‌ها و خروجی‌های یک فرایند تصادفی توسعه داده شده است. در این روش که در سال ۲۰۰۰ توسط برینکر و همکاران پیشنهاد شد، تبدیل مقادیر منفرد ماتریس طیف چگالی توان خروجی محاسبه و برای استخراج پارامترهای مودال از آن استفاده می‌شود [۱۸].

با توجه به اینکه در روش‌های تحلیل مودال عملیاتی در حوزه فرکانس با طیف‌های فرکانسی سر و کار داریم لذا اجزای هارمونیک خود را به صورت قله‌هایی در کنار قله‌های مربوط به مودهای طبیعی سازه‌ای نشان می‌دهند. شناسایی دقیق این قله‌های هارمونیک و حذف موثر آن‌ها کلید استفاده از این روش‌ها برای کاربرد ماشین‌های دوار است. در این بخش ابتدا روش کورتیز برای شناسایی اجزای هارمونیک و سپس روش FDD برای تحلیل مودال عملیاتی در حوزه فرکانس، به طور مختصر شرح داده می‌شود. سپس نحوه حذف اجزای هارمونیک در روش‌های EFDD و CFDD گفته می‌شود. نهایتاً روش CFDD اصلاح شده (MCFDD) با انجام دو تغییر در روش CFDD پیشنهاد شده است.

۲-۱- تشخیص اجزای هارمونیک با استفاده از اندیس

کورتیز

تا کنون روش‌های مختلفی برای شناسایی تحریک‌های هارمونیک پیشنهاد شده است. اما یکی از روش‌هایی که امروزه بیشتر به کار گرفته شده و قابلیت استفاده در الگوریتم‌های اتوماتیک نرم افزاری را داراست، روش اندیس کورتیز^{۲۵} است. کورتیز به صورت ممان مرکزی چهارم یک متغیر تصادفی که با انحراف معیار استاندارد σ نرمالیزه شده، تعریف می‌شود [۳]:

$$\gamma(y|\mu, \sigma) = \frac{E[(y-\mu)^4]}{\sigma^4} \quad (1)$$

که μ مقدار متوسط^{۲۶} متغیر y و E بیانگر عملگر ارزش

منتظره^{۲۷} است. از طرفی چنانچه متغیر پاسخ y ناشی از یک مود سازه‌ای باشد، تابع چگالی احتمال آن دارای توزیع نرمال به صورت زیر است:

$$f(y|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (۲)$$

اما چنانچه پاسخ y یک جزء هارمونیک با دامنه a باشد تابع چگالی احتمال از رابطه زیر تبعیت می‌کند:

$$f(y|a) = \left(\pi \cos \left(\sin^{-1} \left(\frac{y}{a} \right) \right) \right)^{-1} \quad (۳)$$

با محاسبه کورتیز برای تابع چگالی احتمال سیگنال سازه‌ای و هارمونیک به ترتیب اعداد ۳ و ۱/۵ به دست می‌آید. این دو عدد مبنایی برای جداسازی اجزای هارمونیک و سازه‌ای است.

۲-۲- روش FDD

روش FDD بر مبنای روش ساده برداشت قله^{۲۸} در تحلیل مودال معمولی برای تحلیل مودال عملیاتی پیشنهاد شده است. در این روش پارامترهای مودال یک سازه با میرایی کم، از تابع چگالی طیفی حاصل از پاسخ سازه به تحریک نویز سفید به دست می‌آید. رابطه بین $[G_{xx}(\omega)]$ ، ماتریس اسپکترا ورودی‌های $x(t)$ و $[G_{yy}(\omega)]$ ، ماتریس اسپکترا خروجی‌های $y(t)$ را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۸، ۱۹]:

$$[G_{yy}(\omega)] = [H(\omega)]^* [G_{xx}(\omega)] [H(\omega)]^T \quad (۴)$$

در این رابطه بالانگشت‌های $*$ و T به ترتیب به معنای مزدوج مختلط و ترانزاده هستند. $[H(\omega)]$ ماتریس تابع پاسخ فرکانسی بوده که می‌توان به شکل کسر جزئی بر حسب قطب و مانده نوشت:

$$[H(\omega)] = \frac{[Y(\omega)]}{[X(\omega)]} = \sum_{k=1}^m \left(\frac{[R_k]}{j\omega - \lambda_k} + \frac{[R_k]^*}{j\omega - \lambda_k^*} \right) \quad (۵)$$

در این رابطه λ قطب و R مانده است. با توجه به اینکه ورودی‌ها به صورت تصادفی و با توزیع نویز سفید با مقدار متوسط صفر فرض شده، بنابر این ماتریس اسپکترا ورودی‌ها یک ماتریس ثابت خواهد بود:

$$[G_{xx}(\omega)] = [\text{Const}] \quad (۶)$$

با جایگزینی معادلات (۵) و (۶) در معادله (۴) و با فرض کوچک بودن میرایی سازه، با انجام عملیات ریاضی در همسایگی مود غیر تکراری $m-k$ می‌توان نوشت [۱۸]:

$$[G_{yy}(\omega)] = \frac{d_k \Psi_k \Psi_k^T}{j\omega - \lambda_k} + \frac{d_k^* \Psi_k^* \Psi_k^{*T}}{j\omega - \lambda_k^*} \quad (۷)$$

که در آن Ψ_k شکل مود و d_k ضریب مقیاس مربوط به مود $m-k$ هستند. این معادله تبدیل مودال ماتریس اسپکترا است. از طرف دیگر چنانچه خروجی $y(t)$ به صورت ترکیب خطی شکل مودهای سیستم با ضرایب مختصات مودال $q(t)$ نوشته شود:

$$y(t) = [\Phi]q(t) \quad (۸)$$

می‌توان ماتریس اسپکترا را این گونه به دست آورد:

$$[G_{yy}(\omega)] = [\Phi][G_{qq}(\omega)][\Phi]^H \quad (۹)$$

که $[G_{qq}(\omega)]$ ماتریس اسپکترا مختصات مودال است. روش FDD بر پایه تجزیه به مقادیر منفرد ماتریس طیف چگالی توان خروجی بنا نهاده شده است:

$$[G_{yy}(\omega)] = [V][S][V]^H \quad (۱۰)$$

در این معادله $[S]$ ماتریس قطری مقادیر منفرد و $[V]$ ماتریس متعامد یک بردارهای منفرد است. با مقایسه معادله (۱۰) با معادلات (۷) و (۹) می‌توان دریافت که در محدوده مود $m-k$ اولین مقدار منفرد برابر درایه $m-k$ از ماتریس قطری $[G_{qq}(\omega)]$ است. بنابراین $S(\omega_1)$ ، اولین مقدار منفرد به دست آمده برای فرکانس ω_1 ، در محدوده مود $m-k$ ، مقدار تابع طیف چگالی توان سیستم یک درجه آزادی متناظر با آن مود در فرکانس ω_1 است. پارامترهای مودال از طریق روش برداشت قله استخراج می‌شود و $V(\omega_1)$ ، اولین ستون $[V]$ در فرکانس ω_1 نیز تخمینی از شکل مود $m-k$ است. در روش FDD چنانچه یک قله در مقادیر منفرد دیگر نیز تکرار شده باشد، آن قله ناشی از تحریک هارمونیک تشخیص داده می‌شود و پارامترهای مودال برای آن قله استخراج نمی‌شود.

۳-۲- روش EFDD

در روش EFDD بخشی از تابع $S(\omega)$ در محدوده یک مود که در آن مقدار معیار تضمین مود^{۲۹} بین اولین بردار منفرد در فرکانس‌های مختلف با بردار منفرد متناظر با فرکانس قله مود مورد بررسی بالاتر از حد مشخصی باشد جدا شده و پس از صفر کردن بقیه مقادیر، $S_k(\omega)$ ، تابع طیف چگالی توان یک درجه آزادی مود k -ام به دست می‌آید. $S_k(\omega)$ از طریق تبدیل عکس فوریه مجزا به حوزه زمان برده می‌شود و τ_k ، تابع همبستگی یک درجه آزادی آن مود، محاسبه می‌شود. سپس فرکانس طبیعی و نسبت میرایی از طریق گذر از صفر^{۳۰} و کاهش لگاریتمی^{۳۱} تابع زمانی حاصل استخراج می‌شود. شکل مود نیز به صورت جمع وزن‌دار بردارهای منفرد حاصل از فرکانس‌های مختلف محدوده انتخابی در نظر گرفته می‌شود:

$$\Phi_W = \sum_1 V(\omega_1)S(\omega_1) \quad (11)$$

در روش EFDD قله‌هایی که ناشی از تحریک هارمونیک تشخیص داده شده باشند، قبل از انجام تبدیل عکس فوریه مجزا از طریق میان‌یابی خطی از تابع $S(\omega)$ حذف می‌شوند و بردارهای منفرد متناظر با آن فرکانس‌ها نیز در جمع معادله (۱۱) وارد نمی‌شوند [۲۰].

۴-۲- روش CFDD

در روش CFDD فرکانس طبیعی و نسبت میرایی از برازش منحنی در حوزه فرکانس استخراج می‌شود و مزیت مهم آن دقت بالاتر در محاسبه این پارامترهاست. برای این کار ابتدا بخش زمان منفی تابع τ_k را برابر صفر کرده و با محاسبه تبدیل فوریه مجزای آن $P_k(\omega)$ ، نیم طیف چگالی توان متناظر با مود k -ام به دست می‌آید. $P_k(\omega)$ تخمینی از تابع پاسخ فرکانسی سیستم یک درجه آزادی است و برازش منحنی با استفاده از مقادیر آن در کل باند فرکانسی انجام می‌شود. در این روش برای از بین بردن اثر تحریک‌های هارمونیک، همانند روش EFDD، قله‌های هارمونیک از طریق

میان‌یابی خطی از تابع $S(\omega)$ حذف می‌شوند [۲۱].

۵-۲- پیشنهاد روش MCFDD

در روش CFDD با توجه به اینکه مقدار $P_k(\omega)$ در فرکانس‌های خارج از محدوده انتخابی برای مود k -ام صفر است، بنابراین شرکت دادن داده‌های کل باند فرکانسی علاوه بر اینکه باعث بزرگ شدن مسئله رگرسیون و محاسبات اضافه می‌شود، باعث بروز خطا در پارامترهای مودال استخراجی نیز می‌شود. برای رفع این مسئله اولین اصلاح در روش CFDD پیشنهاد می‌شود. به این صورت که در روش MCFDD مسئله رگرسیون تنها بر روی داده‌های انتخاب شده برای هر مود فرموله می‌شود. برای این کار ابتدا $S(\omega)$ از طریق تبدیل فوریه مجزا به حوزه زمان برده شده و پس از صفر کردن بخش زمان منفی از طریق تبدیل عکس فوریه مجزا مجدداً به حوزه فرکانس برگردانده می‌شود تا $P(\omega)$ ، نیم طیف مثبت چگالی توان کلی به دست آید. $P(\omega)$ در محدوده هر مود تخمینی از تابع پاسخ فرکانسی یک درجه آزادی آن مود است.

تابع پاسخ فرکانسی برای سیستم یک درجه آزادی را می‌توان به شکل چند جمله‌ای زیر نوشت [۲۱، ۲۲]:

$$H(\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)} = \frac{b_0 + b_1 e^{j\omega T} + b_2 e^{2j\omega T}}{1 + a_1 e^{j\omega T} + a_2 e^{2j\omega T}} \quad (12)$$

در این رابطه T بازه نمونه برداری است. فرکانس طبیعی و نسبت میرایی از ریشه‌های $A(\omega)$ استخراج می‌شود. با جایگزینی $P(\omega)$ تخمین زده شده به جای $H(\omega)$ در معادله (۱۲) خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} -P(\omega)e^{j\omega T} & -P(\omega)e^{2j\omega T} & 1 & e^{j\omega T} & e^{2j\omega T} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = P(\omega) \quad (13)$$

با جایگزینی ω_1 ، فرکانس‌های مربوط به محدوده انتخابی برای مود k -ام که از ω_{b_k} شروع و به ω_{e_k} ختم می‌شود، در

معادله (۱۳)، نتیجه می‌شود:

$$A_k \theta_k = B_k; \quad B_k = \begin{bmatrix} P(\omega_{b_k}) \\ P(\omega_{b_k+1}) \\ P(\omega_{b_k+2}) \\ \vdots \\ P(\omega_{e_k}) \end{bmatrix}; \quad \theta_k = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}_k \quad (14)$$

۲-۶- خلاصه مراحل الگوریتم پیشنهادی برای تحلیل

مودال عملیاتی ماشین‌های دوار

مراحل تشخیص و حذف هارمونیک‌ها و سپس استخراج پارامترهای مودال با استفاده از روش پیشنهادی را می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

- تخمین ماتریس طیف چگالی توان از داده‌های پاسخ
- تجزیه به مقادیر منفرد بر روی ماتریس طیف چگالی توان در فرکانس‌های ω_1
- محاسبه کورتیز سیگنال‌های پاسخ فیلتر شده در هر یک از باندهای فرکانسی نازک
- مقایسه مقدار کورتیز با عدد مبنای تعیین شده و مشخص کردن فرکانس‌های تحریک هارمونیک
- حذف داده‌های متناظر با فرکانس‌های تحریک هارمونیک از $S(\omega)$
- انتخاب محدوده‌ی هر مود در اطراف قله‌های سازه‌ای با استفاده از معیار ذکر شده در روش EFDD
- تشکیل مسئله رگرسیون با استفاده از روش MCFDD و داده‌های باقیمانده نمودار $S(\omega)$ در اطراف هر مود
- حل مسئله رگرسیون و استخراج پارامترهای مودال هر مود

۳- ارزیابی روش از طریق شبیه‌سازی عددی

در این بخش کارایی روش پیشنهادی با استفاده از نتایج شبیه‌سازی ارزیابی شده است. برای این کار یک سیستم چهار درجه آزادی با پارامترهای مشخص برای تولید پاسخ‌های تصادفی و هارمونیک مورد استفاده قرار گرفته و داده‌های حاصل برای استخراج پارامترهای مودال سیستم به‌کار برده شده است. در نهایت نتایج حاصل با پارامترهای مودال دقیق سیستم مقایسه شده و سرعت و دقت روش مورد ارزیابی قرار گرفته است. برای تولید داده‌های مورد نیاز، یک سیستم چهار درجه آزادی با استهلاك ویسکوز تناسبی انتخاب شده است.

$$A_k = \begin{bmatrix} -P(\omega_{b_k})e^{\omega_{b_k}T} & -P(\omega_{b_k})e^{2\omega_{b_k}T} & 1 & e^{\omega_{b_k}T} & e^{2\omega_{b_k}T} \\ -P(\omega_{b_k+1})e^{\omega_{b_k+1}T} & -P(\omega_{b_k+1})e^{2\omega_{b_k+1}T} & 1 & e^{\omega_{b_k+1}T} & e^{2\omega_{b_k+1}T} \\ -P(\omega_{b_k+2})e^{\omega_{b_k+2}T} & -P(\omega_{b_k+2})e^{2\omega_{b_k+2}T} & 1 & e^{\omega_{b_k+2}T} & e^{2\omega_{b_k+2}T} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -P(\omega_{e_k})e^{\omega_{e_k}T} & -P(\omega_{e_k})e^{2\omega_{e_k}T} & 1 & e^{\omega_{e_k}T} & e^{2\omega_{e_k}T} \end{bmatrix}$$

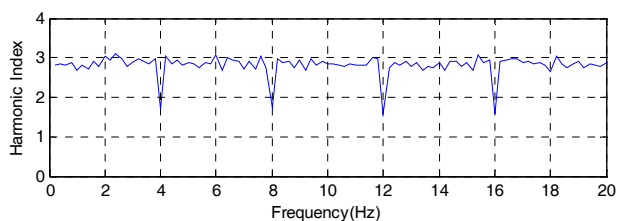
برای اطمینان از اینکه پارامترهای θ_k به صورت حقیقی تخمین زده می‌شود، مسئله رگرسیون با بعد دو برابر به صورت زیر در می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \text{Re}(A_k) \\ \text{Im}(A_k) \end{bmatrix} \theta_k = \begin{bmatrix} \text{Re}(B_k) \\ \text{Im}(B_k) \end{bmatrix} \quad (15)$$

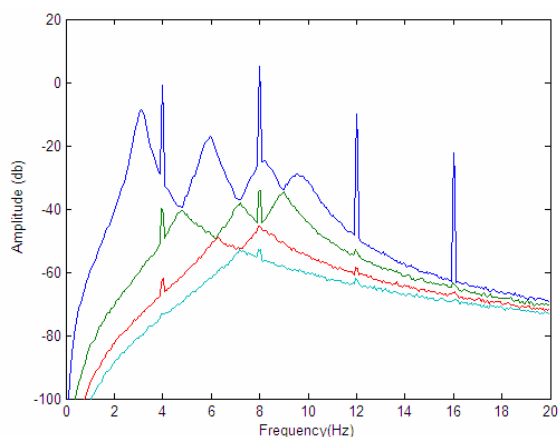
و در نهایت θ_k از طریق شبه معکوس محاسبه می‌شود:

$$\theta_k = \begin{bmatrix} \text{Re}(A_k) \\ \text{Im}(A_k) \end{bmatrix}^\dagger \begin{bmatrix} \text{Re}(B_k) \\ \text{Im}(B_k) \end{bmatrix} \quad (16)$$

میان‌بایی خطی برای حذف تاثیر تحریک‌های هارمونیک در روش CFDD باعث ایجاد خطا در پارامترهای مودال به‌ویژه نسبت میرایی می‌شود. این خطا در شرایطی که فرکانس یک تحریک هارمونیک منطبق بر یک فرکانس طبیعی باشد قابل ملاحظه است. برای رفع این نقطه ضعف دومین اصلاح در این روش پیشنهاد می‌شود. به این صورت که در روش MCFDD برای حذف اجزای هارمونیک، فرکانس‌هایی که در آنها تحریک هارمونیک شناسایی شود در تشکیل مسئله رگرسیون شرکت داده نمی‌شوند. برای این کار سطرهایی از معادله (۱۴) که متناظر با فرکانس‌های هارمونیک هستند از معادله خارج می‌شوند. با این کار خطای حاصل از تحریک هارمونیک در پارامترهای مودال استخراج شده کمینه خواهد شد.



شکل ۱- شاخص تشخیص هارمونیک برای سیستم چهار درجه آزادی شبیه‌سازی شده



شکل ۲- نمودار مقادیر منفرد سیستم ۴ درجه آزادی شبیه‌سازی شده

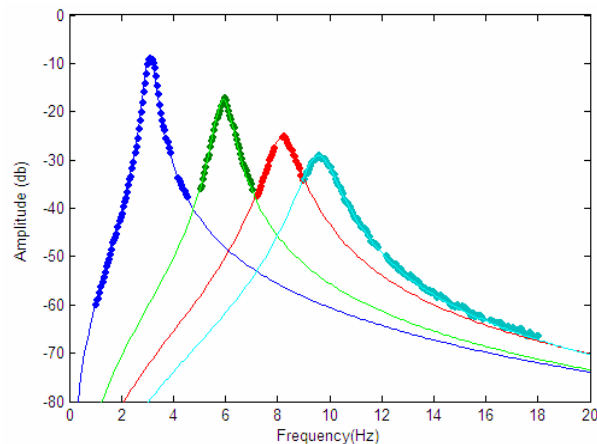
را پوشش دهد، طراحی شد و کورتیز سیگنال فیلتر شده توسط هر یک از این فیلترها محاسبه شد. شکل (۱) نشان می‌دهد که اندیس کورتیز هر چهار فرکانس تحریک هارمونیک را تشخیص داده است. با تعیین یک عدد مبنای بزرگتر از ۱/۵ می‌توان فرکانس‌های هارمونیک را تشخیص داده و حذف کرد. در این مقاله از عدد مبنای ۲/۲۵ که برابر متوسط اعداد ۳ و ۱/۵ است، استفاده شد و اندیس هارمونیک کوچکتر از این عدد به معنای وجود قله هارمونیک فرض گردید. با این معیار می‌توان محدوده‌ی وجود هارمونیک‌ها را تعیین و داده‌های موجود در این محدوده‌ی را در تشکیل مسئله رگرسیون شرکت نداد. در شکل (۲) نمودار مقادیر منفرد برای سیستم شبیه‌سازی

ماتریس‌های [K] سختی، [M] جرم و [C] استهلاک به صورت زیر فرض شدند:

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [K] = \begin{bmatrix} 2000 & -1000 & 0 & 0 \\ -1000 & 2000 & -1000 & 0 \\ 0 & -1000 & 2000 & -1000 \\ 0 & 0 & -1000 & 2000 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]; \quad \alpha = 2; \quad \beta = 0.002$$

پاسخ سیستم تحت تأثیر نیروی مرکب از نیروهای تصادفی و نیروهای هارمونیک با فرکانس‌های ۴ و ۸ و ۱۲ و ۱۶ هرتز برای زمان ۲۰۰۰ ثانیه محاسبه و با فرکانس ۱۰۰ نمونه بر ثانیه نمونه‌برداری شده است. سپس اندیس هارمونیک با استفاده از روش کورتیز محاسبه و در شکل (۱) نشان داده شده است. برای این کار تعداد ۱۰۰ فیلتر از نوع FIR با عرض گذر ۰/۲ هرتز به گونه‌ای که کل باند فرکانسی ۰ تا ۲۰ هرتز



شکل ۳- داده‌های انتخابی برای هر مود پس از حذف هارمونیک‌ها به همراه منحنی‌های برازش شده

جدول ۱- پارامترهای مودال سیستم شبیه‌سازی شده حاصل از روش MCFDD و مقادیر دقیق

مقادیر حاصل از شبیه‌سازی		مقادیر دقیق		شماره مود
ζ_n	ω_n	ζ_n	ω_n	
۰/۰۷۱۹	۳/۰۹۹	۰/۰۷۰۷	۳/۱۱۱	۱
۰/۰۶۱۱	۵/۹۱۸	۰/۰۶۴۱	۵/۹۱۷	۲
۰/۰۷۸۳	۸/۱۶۵	۰/۰۷۰۷	۸/۱۴۳	۳
۰/۰۷۵۲	۹/۵۷۶	۰/۰۷۶۸	۹/۵۷۳	۴

عمل آزمون آزمایشگاهی بر روی یک تیر فولادی انجام شد. در این آزمون یک تیر فولادی توسط ترکیبی از نیروهای تصادفی و هارمونیک تحریک شده و پاسخ توسط ۶ سنسور شتاب‌سنج و یک تحلیل‌گر ارتعاشی ۸ کاناله اندازه‌گیری شد. برای تحریک هارمونیک از یک لرزاننده الکترومغناطیسی استفاده شد و برای ایجاد نیروهای تصادفی نیز ضربات پیوسته و نامنظمی توسط انگشتان دست به نقاط مختلف تیر اعمال شد. نیروی لرزاننده الکترومغناطیسی یک نیروی پرودییک متشکل از فرکانس هارمونیک اصلی ۱۰ هرتز و ضرایب فرد آن انتخاب شد. پاسخ حاصل از این آزمون به دلیل وجود تعداد زیادی هارمونیک قوی از جهات مختلفی شبیه به پاسخ یک ماشین دوار در حال کار است. با توجه به تحت کنترل

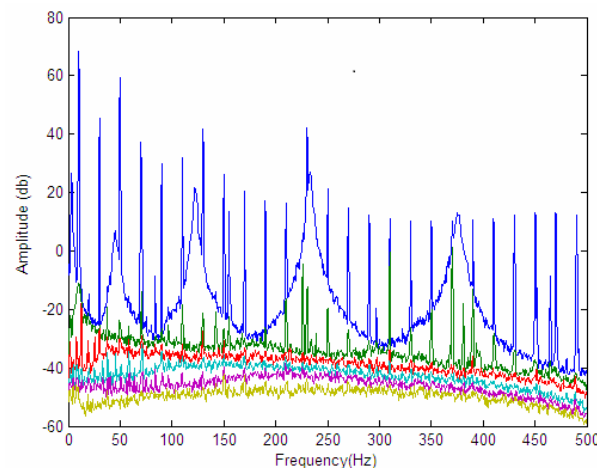
شده نشان داده شده است. در شکل (۳) نیز داده‌های انتخابی برای هر مود پس از حذف قله‌های هارمونیک به همراه منحنی برازش‌شده حاصل از حل مسئله رگرسیون نشان داده شده است. در جدول (۱) فرکانس‌های طبیعی و ضرایب استهلاک برای ۴ مود سیستم که از روش MCFDD به دست آمده به همراه مقادیر دقیق نشان داده شده است. از مقایسه فرکانس‌های طبیعی و ضرایب میرایی استخراج شده با مقادیر دقیق می‌توان پی برد که این روش قادر به تشخیص و حذف اجزای هارمونیک بوده و پارامترهای مودال نیز با دقت خوبی محاسبه شده است.

۴- نتایج آزمون آزمایشگاهی یک تیر فولادی

به منظور بررسی دقت و کارایی روش مورد بررسی در



شکل ۴- تصویر آزمون آزمایشگاهی تیر فولادی



شکل ۵- نمودار مقادیر منفرد برای آزمون آزمایشگاهی تیر فولادی

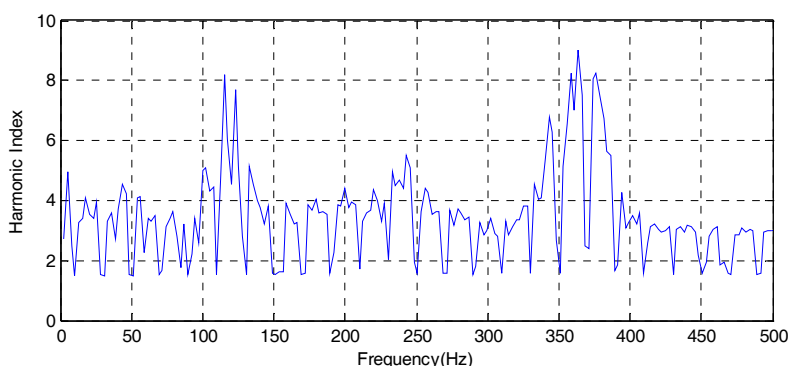
بودن نوع، دامنه و فرکانس نیروی تحریک پریودیک و نیز دیگر شرایط آزمایش، انجام این آزمون قبل از آزمایش ماشین دوار مفید بوده و امکان تحلیل‌های متنوع و دقیق‌تری را فراهم می‌کند. به عنوان نمونه در بخشی از این آزمایش فرکانس هارمونیک دقیقاً مساوی یکی از فرکانس‌های طبیعی تنظیم گردید. تصویر این آزمون در شکل (۴) ارائه شده است.

در شکل (۵) نمودار مقادیر منفرد و در شکل (۶) اندیس هارمونیک مربوط به این آزمون نشان داده شده‌اند. اگرچه در شرایط آزمون عملی اندیس هارمونیک دقیقاً اعداد ۳ و ۱/۵ را نشان نمی‌دهد، اما در فرکانس‌هایی که تحریک هارمونیک وجود داشته این اندیس به عدد ۱/۵ نزدیک شده است و عدد

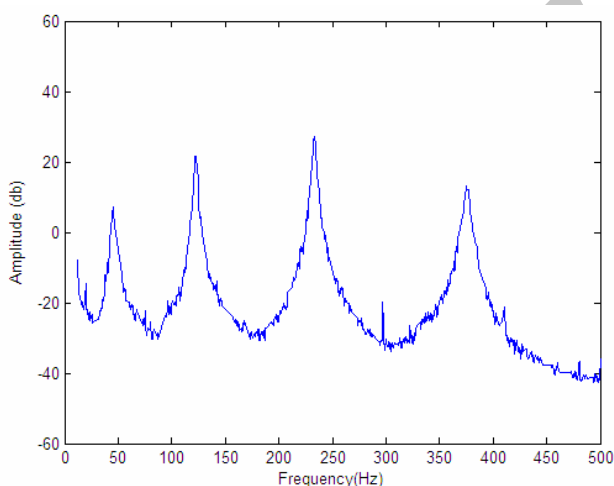
مبنای انتخابی ۲/۲۵ در این آزمون نیز کارآمد است. باید توجه داشت که مقدار اندیس کورتیز در برخی فرکانس‌ها بزرگتر از ۳ شده که علت آن به نوع تحریک‌های تصادفی مربوط می‌شود. با توجه به اینکه نیروهای تصادفی از طریق ضربات انگشتان دست به وجود آمده لذا توضیح احتمال این نوع تحریک کاملاً گوسی نبوده و نیز تا حدودی ناپایستا نیز بوده است و لذا فرضیات مورد استفاده در محاسبه عدد ۳ کاملاً برقرار نبوده است. خوشبختانه ناپایستا بودن تحریک‌های تصادفی فقط باعث افزایش کورتیز به مقادیر بالاتر شده و خللی در تشخیص هارمونیک‌ها ایجاد نمی‌کنند.

در شکل (۷) اولین مقدار منفرد پس از حذف اجزای

روشنای عددی در مهندسی، سال ۳۲، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۲



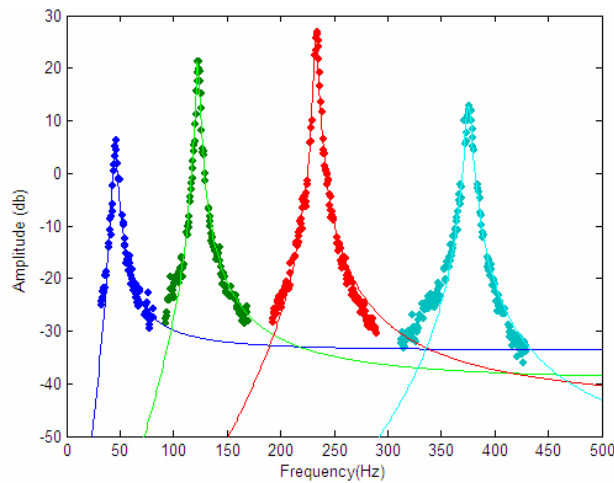
شکل ۶- شاخص هارمونیک برای آزمون آزمایشگاهی تیر فولادی



شکل ۷- اولین مقدار منفرد برای آزمون آزمایشگاهی تیر فولادی پس از حذف اجزای هارمونیک

دقیق‌تر و حساس‌تری تعریف کرد که البته این مسئله موضوع این مقاله نبوده و به آن پرداخته نشده است. در جدول (۲) پارامترهای مودال تیر فولادی برای ۴ مود اول نشان داده شده است. به منظور مقایسه، تحلیل مودال این تیر با استفاده از روش آزمون ضربه نیز انجام شده و نتایج در جدول ارائه شده است. همچنین آزمون مودال عملیاتی بدون تحریک هارمونیک تکرار و نتایج در جدول ارائه شده است. با بررسی اعداد این جدول مشاهده می‌شود روش پیشنهادی فرکانس‌های طبیعی تیر را با دقت خیلی خوبی استخراج کرده است و وجود تحریک‌های هارمونیک متعدد نیز خطای زیادی

هارمونیک نشان داده شده است. در شکل (۸) نیز داده‌های انتخاب شده برای هر مود پس از حذف هارمونیک‌ها به همراه منحنی‌های برازش شده ارائه شده است. با دقت در شکل (۷) مشاهده می‌شود که تقریباً همه قله‌های مربوط به هارمونیک‌ها شناسایی و حذف شده‌اند. تنها یک قله با دامنه کوچک در فرکانس ۲۹۷ هرتز باقی مانده که نشان می‌دهد اندیس استفاده شده قادر به تشخیص هارمونیک‌های ضعیف نیست. اگرچه هارمونیک‌های ضعیف تاثیر کمی در پارامترهای مودال استخراجی دارند لیکن به منظور بهبود روش می‌توان حساسیت اندیس کورتیز را افزایش داده و یا اندیس‌های



شکل ۸- داده‌های هر مود پس از حذف قله‌ها (نقاط) به همراه منحنی‌های برازش شده هر مود (خطوط)

جدول ۲- پارامترهای مودال تیر فولادی حاصل از آزمون‌های مختلف

آزمون مودال عملیاتی با تحریک هارمونیک		آزمون مودال عملیاتی بدون تحریک هارمونیک		آزمون ضربه		شماره مود
ζ_n	ω_n	ζ_n	ω_n	ζ_n	ω_n	
۰/۰۵۰	۴۵/۰	۰/۰۴۳	۴۵/۲	۰/۰۴۴	۴۵/۷	۱
۰/۰۱۵	۱۲۲/۴	۰/۰۱۴	۱۲۲/۶	۰/۰۱۲	۱۲۲/۰	۲
۰/۰۰۸	۲۳۳/۱	۰/۰۰۷	۲۳۳/۱	۰/۰۰۶	۲۳۲/۹	۳
۰/۰۰۹	۳۷۵/۴	۰/۰۰۸	۳۷۶/۴	۰/۰۱۳	۳۷۵/۲	۴

جدول ۳- فرکانس طبیعی و نسبت میرایی مود دوم تیر فولادی با حضور نیروی تحریک هارمونیک ۱۲۲ هرتز

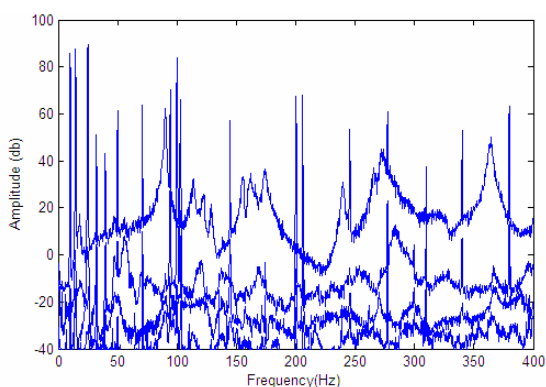
آزمون مودال عملیاتی به روش MCFDD		آزمون مودال عملیاتی به روش CFDD		آزمون ضربه		شماره مود
ζ_n	ω_n	ζ_n	ω_n	ζ_n	ω_n	
۰/۰۱۳	۱۲۲/۵	۰/۰۱۷	۱۲۲/۸	۰/۰۱۲	۱۲۲/۰	۲

سازه‌ای مود دوم است. پارامترهای مودال مود دوم با استفاده از داده‌های این آزمایش استخراج شد که در جدول (۳) ارائه شده‌اند. در این آزمایش پارامترهای مودال یک‌بار از روش CFDD و بار دیگر با استفاده از روش MCFDD محاسبه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود استفاده از میان‌یابی خطی در روش CFDD باعث افزایش خطا در ضریب میرایی شده

را تحمیل نکرده است. اما وجود هارمونیک‌ها خطای ضرایب میرایی را به‌طور ملموسی افزایش داده است. برای مقایسه روش‌های CFDD و MCFDD از نظر میزان خطای حاصل از وجود تحریک‌های هارمونیک، در آزمایش دیگری نیروی تحریک هارمونیک به‌صورت یک هارمونیک با فرکانس ۱۲۲ هرتز تنظیم شد که تقریباً منطبق با فرکانس



شکل ۹- آزمون مودال عملیاتی یک فن در مجتمع فولاد مبارکه



شکل ۱۰- نمودار مقادیر منفرد مربوط به آزمون فن صنعتی
حین کار

داده‌های اندازه‌گیری شده در حین کار ماشین است. اگر چه آزمون انجام شده بر روی تیر فولادی که تحت تأثیر تعداد زیادی نیروهای هارمونیک قدرتمند قرار دارد شبیه‌سازی خوبی از یک ماشین دوار است، لیکن برای بررسی بیشتر کارایی روش پیشنهادی آزمایش بر روی یک فن در مجتمع فولاد مبارکه اصفهان نیز انجام شده است. در شکل (۹) تصویر این فن به هنگام آزمون نمایش داده شده است. برای آزمون مودال عملیاتی این ماشین، اندازه‌گیری ارتعاشات در

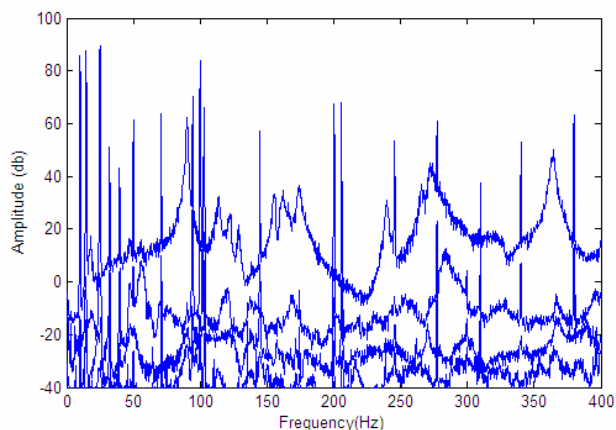
جدول ۴- پارامترهای مودال ۸ مود فن صنعتی

شماره مود	ω_n	ζ_n
۱	۹۰/۱۷	۰/۰۰۶۷
۲	۱۱۳/۷	۰/۰۱۴۱
۳	۱۵۵/۳	۰/۰۰۹۳
۴	۱۶۲/۰	۰/۰۲۰۴
۵	۱۷۴/۰	۰/۰۱۱۸
۶	۲۳۹/۷	۰/۰۰۶۸
۷	۲۷۳/۶	۰/۰۱۷۷
۸	۳۶۴/۰	۰/۰۰۵۸

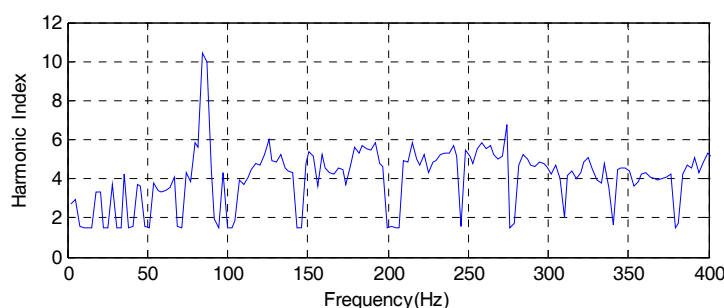
است. روش اصلاحی بهبود قابل ملاحظه‌ای در دقت ضریب میرایی استخراج شده داشته است. اگرچه روش اصلاحی فرکانس طبیعی را نیز با دقت بهتری تخمین زده لیکن به‌طور کلی دقت فرکانس طبیعی حاصل از هر دو روش خوب ارزیابی می‌شود

۵- آزمون آزمایشگاهی یک ماشین دوار صنعتی در مجتمع فولاد مبارکه

هدف اصلی این تحقیق به کار گرفتن روش‌های تحلیل مودال عملیاتی بر روی ماشین‌های دوار صنعتی و با استفاده از



شکل ۱۰- نمودار مقادیر منفرد مربوط به آزمون فن صنعتی حین کار



شکل ۱۱- شاخص هارمونیک برای فن صنعتی

هارمونیک ضعیف در فرکانس ۳۱۲ هرتز باقی مانده است. در این آزمون نیز وجود نیروهای ضربه‌ای در فن باعث افزایش اندیس هارمونیک به مقادیر بالاتر از ۳ شده است.

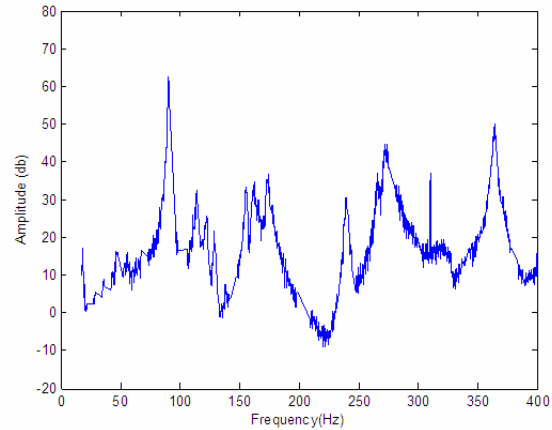
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا معیار کورتیز برای تشخیص فرکانس‌های تحریک هارمونیک شرح داده شد. سپس روش FDD به عنوان مهم‌ترین و پر کاربردترین روش تحلیل مودال عملیاتی در حوزه فرکانس تشریح شد. پس از آن روش MCFDD با انجام دو اصلاح در روش CFDD پیشنهاد شد. اصلاح اول فرمول‌بندی مسئله برازش منحنی یک درجه آزادی

نقاط مختلف در زمان طولانی انجام و داده‌ها ذخیره‌سازی شد. آن‌گاه تشخیص و حذف تحریک‌های هارمونیک با استفاده از معیار کورتیز انجام و پارامترهای مودال ۸ مود سازه‌ای این تجهیز با استفاده از روش MCFDD استخراج شد که در جدول (۴) ارائه شده است.

در شکل (۱۰) نمودار مقادیر منفرد حاصل از این آزمون نمایش داده شده است. در شکل (۱۱) اندیس هارمونیک که به منظور تشخیص و حذف قله‌های حاصل از نیروهای هارمونیک محاسبه شده نمایش داده شده است. شکل (۱۲) اولین مقدار منفرد را پس از حذف اجزای هارمونیک نشان می‌دهد. شکل (۱۲) نشان می‌دهد که تقریباً همه هارمونیک‌ها شناسایی و حذف شده‌اند. در این آزمون نیز ظاهراً تنها یک

نشان داد که روش مورد بحث قادر به شناسایی فرکانس‌های هارمونیک است. به منظور بررسی کارایی روش در موارد عملی دو آزمون تجربی نیز انجام و نتایج حاصل ارائه شد. اولین آزمون تحلیل مودال عملیاتی یک تیر فولادی تحت بارگذاری تصادفی و هارمونیک است. نتایج این آزمون نشان می‌دهد که تقریباً همه فرکانس‌های هارمونیک قوی توسط معیار کورتیز قابل شناسایی است. روش اصلاحی MCFDD نیز به خوبی این هارمونیک‌ها را حذف کرده و پارامترهای مودال با دقت خوبی به دست آمد. دقت پارامترهای مودال استخراج شده با مقایسه نتایج آزمون ضربه مورد ارزیابی قرار گرفت. تکرار آزمون با فرکانس تحریک هارمونیک ۱۲۲ هرتز که منطبق بر فرکانس طبیعی دوم تیر بود نشان داد که نتایج حاصل از روش MCFDD از دقت بالاتری نسبت به روش CFDD برخوردار است. دومین آزمون عملی به آزمون مودال عملیاتی یک تجهیز دوار صنعتی اختصاص یافت. نتایج این آزمون نیز کارآمدی روش MCFDD در کاربرد ماشین‌های دوار را نشان داد.



شکل ۱۲- اولین مقدار منفرد برای فن صنعتی پس از حذف اجزای هارمونیک

و استخراج پارامترهای مودال برای اطلاعات محدوده هر مود (و نه کل بازه فرکانس نائکوئیست) است. اصلاحیه دوم اینکه برای حذف اجزای هارمونیک به جای استفاده از میان‌بایی خطی، داده‌های متناظر با هارمونیک‌ها از برازش منحنی حذف شد. ارزیابی این روش ابتدا با استفاده از داده‌های حاصل از شبیه‌سازی عددی یک سیستم چهار درجه آزادی تحت تحریک‌های تصادفی و هارمونیک انجام شد. نتایج این بخش

واژه‌نامه

- | | | |
|------------------------------------|---|--|
| 1. vibration exciter | 14. blind source separation | 24. frequency domain maximum likelihood |
| 2. ambient test | 15. continues time | 25. kurtosis index |
| 3. output only | 16. maximum likelihood estimator | 26. mean value |
| 4. natural excitation | 17. transmissibility | 27. expectation value |
| 5. stationary | 18. enhanced frequency domain decomposition | 28. peak picking |
| 6. short time Fourier transform | 19. curve-fitted enhanced frequency domain decomposition | 29. modal assurance criterion |
| 7. singular value decomposition | 20. modified curve-fitted enhanced frequency domain decomposition | 30. zero crossing |
| 8. modal assurance criterion | 21. correlation function | 31. logarithmic decrement |
| 9. stability diagram | 22. power spectral densities | 32. positive half power spectral densities |
| 10. probability density function | 23. half power spectral densities | |
| 11. frequency domain decomposition | | |
| 12. narrowband | | |
| 13. peak | | |

مراجع

1. Brincker, R., Andersen P., and Mooller N., "An Indicator For Separation of Structural and Harmonic Modes in Output-Only Modal Testing", *Proceeding of the 18th IMAC*, 2000.
2. Jacobsen, N. J., "Separating Structural Modes and Harmonic Components in Operational Modal Analysis", *Proceeding of the 24th IMAC*, 2006.
3. Jacobsen, N. J., Andersen P., and Brincker R.,

- “Eliminating the Influence of Harmonic Components in Operational Modal Analysis”, *Proceeding of the 25th IMAC*, 2007.
4. Andersen, P., Brincker R., Venture C., and Cantieni R., “Estimating Modal Parameters of Civil Engineering Structures Subject to Ambient and Harmonic Excitation”, *Proceeding of EVACES’07 Conference*, 2007.
 5. Mohanty, P., and Rixen D. J., “Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Excitation”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 270, No. 1-2, pp.93-109, 2004.
 6. Mohanty, P., and Rixen D. J., “A Modified Ibrahim Time Domain Algorithm for Operational Modal Analysis Including Harmonic Excitation”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 275, No. 1-2, pp. 375-390, 2004.
 7. Mohanty, P., and Rixen D. J., “Modified SSTD Method to Account for Harmonic Excitations During Operational Modal Analysis”, *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 39, No. 12, pp. 1247-1255, 2004.
 8. Mohanty, P., and Rixen D. J., “Modified ERA Method for Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Excitations”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 20, No. 1, pp. 114-130, 2006.
 9. Antoni, J., Garibaldi L., Marchesiello S. and Sidhamed M., “New Separation Techniques for Output-only Modal Analysis”, *Shock and Vibration*, Vol. 11, No. 3-4, pp. 227-242, 2004.
 10. Antoni, J., “Blind Separation of Vibration Components: Principles and Demonstrations”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 19, No. 6, pp. 1166-1180, 2005.
 11. Pintelon, R., Peeters B., and Guillaume P., “Continuous-Time Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Disturbances”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 22, No. 5, pp. 1017-1035, 2008.
 12. Pintelon, R., Peeters B., and Guillaume P., “Continuous-time Operational Modal Analysis in the Presence of Harmonic Disturbances-The Multivariate Case”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 24, No. 1, pp. 90-105, 2010.
 13. Devriendt, C., and Guillaume P., “The Use of Transmissibility Measurements in Output-only Modal Analysis”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 21, No. 7, pp. 2689-2696, 2007.
 14. Peeters, B., Vecchio A., and Van der Auweraer H., “PolyMAX Modal Parameter Estimation from Operational Data”, *Proceeding of ISMA2004, Leuven, Belgium*, September 2004.
 15. Peeters, B., Vanhollebeke F., and Van der Auweraer H., “Operational PolyMAX for Estimating the Dynamic Properties of a Stadium Structure During a Football Game”, *Proceedings of the 23rd IMAC*, 2005.
 16. Guillaume, P., Hermans L., and Van Der Auweraer H., “Maximum Likelihood Identification of Modal Parameters from Operational Data”, *Proceeding of the 17th IMAC*, pp. 1887-1893, 1999.
 17. Verboven, E., Guillaume P., Overmeire P., and Van M., “Maximum Likelihood Identification of Modal Parameters from Non-Stationary Operational Data”, *Proceeding of the 19th IMAC*, pp. 425-431, 2001.
 18. Brincker, R., Zhang L-M. and Anderson P., “Modal Identification from Ambient Response Using Frequency Domain Decomposition”, *Proceeding of the 18th IMAC*, pp. 625-630, 2000.
 19. Bandat, J., and Piersiol A., *Random Data, Analysis and Measurement Procedures*, John ‘Wiley & Son, New York, USA, 1986.
 20. Brincker, R., Ventura C., and Andersen P., “Damping Estimation by Frequency Domain Decomposition”, *21st IMAC*, pp. 698-703, 2001.