

# مقایسه کاربرد دو شرط مرزی در شبیه‌سازی جریان سیال درون همزن

سیدمهدی نقوی\* و محمود اشرفیزاده

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۱/۱۰/۱۰ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۲/۰۶/۴)

چکیده - جریان مغشوش سه بعدی در یک همزن با پرهای متحرک به صورت عددی بررسی شده است. برای شبیه‌سازی عددی جریان یک حلگر موازی سه بعدی بر مبنای روش شبکه بولتزمن تدوین شده است. روش شبیه‌سازی گردابهای بزرگ برای مدل نسودن جریان مغشوش استفاده شده است. برای اصلاح نمودن دقت شبیه‌سازی جریان در همزن‌ها، یک شرط مرزی مرسوم برای دیوارهای متحرک، به همراه یک شرط مرزی پیشنهادی دیگر، با جزئیات مورد بررسی قرار گرفته است. بررسی‌های حاضر نشان می‌دهد که، روش کمانه‌کردن اصلاح شده پیشنهادی نتایج دقیق‌تری در مقایسه با نتایج حاصل از روش مرسوم میدان نیرو تولید می‌کند. در عین حال پیاده‌سازی شرط مرزی پیشنهادی برای مسائلی که دیواره پیچیده متحرک دارند خیلی دشوار‌تر می‌باشد.

واژگان کلیدی : روش شبکه بولتزمن، همزن، جریان مغشوش، کمانه‌کردن، پردازش موازی.

## A Comparison of Two Boundary Conditions for the Fluid Flow Simulation in a Stirred Tank

S. M. Naghavi and M. Ashrafizaadeh

Mechanical Engineering Department, Isfahan University of Technology

**Abstract:** Three dimensional turbulent flow in a stirred tank with moving blades has been numerically studied. For the numerical simulation, a 3D parallel flow solver has been developed based on the lattice Boltzmann method. The large eddy simulation method has been used for the turbulence modeling. To improve the accuracy of the flow simulation in stirred tanks, a commonly used boundary condition for moving walls as well as a proposed alternative boundary condition have been investigated in great details. The present investigations show that the proposed improved bounce-back method generates accurate results compared with those obtained using commonly used force field method. However, the implementation of the proposed boundary condition is more difficult for cases with complex moving walls.

**Keywords:** Lattice Boltzmann method, stirred tank, turbulent flow, bounce back, parallel programming.

\*: مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: [naghavi@me.iut.ac.ir](mailto:naghavi@me.iut.ac.ir)

## فهرست علائم

مؤلفه سرعت	<i>u</i>	نقطه مرجع در روش مرز شناور	A
ضریب وزنی، اندیس سرعت دیوار	<i>w</i>	سرعت در شبکه بولتزمن	c
مختص مکان	<i>x</i>	قطر پروانه	D
اندیس جهت در تابع توزیع ذره	<i>a</i>	جهات سرعت در شبکه بولتزمن	e
ضریب برای میان یابی در روش مرز شناور	<i>b</i>	تابع توزیع ذره، نقطه سیال کنار مرز جامد	f
ضریب زیرتخفیف	<i>h</i>	نقطه سیال دومی در کنار مرز جامد	ff
زمان آرامش	<i>I</i>	نیرو	F
لزجت جنبشی سیال	<i>n</i>	انرژی جنبشی اغتشاش	k
مختص زاویه	<i>q</i>	سرعت زاویه‌ای پروانه	N
چگالی سیال	<i>r</i>	عدد رینولدز	Re
زمان آرامش بی بعد	<i>t</i>	زمان	<i>t</i>

به خاطر تفاوت‌های زیاد آن، معمولاً از آن به عنوان روشی مجزا

یاد می‌شود. از کارهایی که به روش CFD انجام شده‌اند، می‌توان به کار یون و همکارانش اشاره کرد [۱]. در این کار، جریان داخل همزنی که دارای یک پروانه شش پره راشتون<sup>۳</sup> است، با روش آزمایشی و هم‌چنین CFD (با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت<sup>۴</sup>) شبیه‌سازی شده است. علاوه بر آن، با فرض جریان آرام، جریان سیال متقاضی درنظر گرفته شده و ۶۰ درجه از دامنه حل برای محاسبات انتخاب شده است. قابل ذکر است که داخل همزن، پره ثابت درنظر گرفته نشده است، لذا وقتی محور مختصات با پروانه حرکت می‌کند، شرایط مرزی ثابت مانده و مشکل مرز متحرک، پیش نیامده است.

یئو و همکارانش [۲] نیز جریان داخل یک همزن را با استفاده از روش‌های مرسوم CFD شبیه‌سازی نموده‌اند. در مقاله آنها درون همزن، چهار پره ثابت و یک پروانه شش پره راشتون قرار داده شده و با توجه به مغذوш بودن جریان، از روش گردابه‌های بزرگ<sup>۵</sup> (LES) برای شبیه‌سازی جریان مغذوш استفاده شده است. در این مقاله هم‌چنین عنوان شده است که پره از دامنه حل حذف نشده و صرفاً اثر پره را درنظر نگرفته‌اند، بلکه خود پره را داخل دامنه قرار می‌دهند، لذا

## ۱- مقدمه

فرایند اختلاط در بیشتر کارهای صنعتی استفاده شده و دارای اهمیت زیادی می‌باشد. از این فرایند به صورت گستردگی در فرایندهای شیمیایی استفاده می‌شود، زیرا در سطوح تماس، باعث افزایش انتقال حرارت و جرم می‌شود. اصلاح فرایندهای اختلاط، جهت کاهش زمان فرایند، افزایش کیفیت محصول و کاهش مواد زائد، کار مفید و با ارزشی است. فقدان اطلاعات لازم از پدیده‌های جریان سیال و تأثیر آن در فرایند اختلاط، ما را به شبیه‌سازی نمودن این پدیده تشویق می‌کند. در کارهایی که در زمینه شبیه‌سازی پدیده اختلاط صورت می‌گیرد، معمولاً همزنی که توسط یک محور به همراه چند پره در حال دوران است، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بعضی از این کارها علاوه بر پره‌های متحرک، چند پره ثابت نیز در داخل همزن قرار داده می‌شود تا از حرکت صلب سیال جلوگیری شود. برای شبیه‌سازی عددی همزن‌ها از دو روش بهره گرفته می‌شود؛ یکی روش مرسوم دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) و دیگری روش شبکه بولتزمن<sup>۶</sup> (LBM). البته لازم به ذکر است که روش شبکه بولتزمن، نوع خاصی از روش‌های CFD است که

می توان به مقاله های اگلز [۴]، درکسن و همکاران [۱۰-۵]، هولندر و همکاران [۱۱-۱۴] و هارتمن و همکاران [۱۵-۱۹] اشاره کرد. در تمام این کارها برای شبیه سازی جریان سیال داخل همزن، از روش شبکه بولتزمن استفاده شده و برای شبیه سازی جریان مغشوش، از روش LES بهره گرفته شده است. در این کارها جریان سیال در همزنی با چهار پره ثابت و یک پروانه شش پره راشتون شبیه سازی شده است. از آنجا که داخل همزن پره در حال دوران قرار دارد، در تمام این کارها از روش میدان نیرو<sup>۸</sup> برای اعمال اثر پره استفاده شده و خود پره از داخل دامنه حل حذف شده است. تفاوت عمده کارهای فوق در عدد رینولدز جریان، بعد همزن، و بودن یا نبودن ذرات معلق در همزن می باشد. لازم به ذکر است که تقریباً در تمام این کارها از برنامه رایانه ای درکسن تشکر شده و غیر از کار اگلز، تمام این کارها با یک برنامه رایانه ای اجرا شده است.

همان طور که در مروری بر کارهای انجام شده بیان شد، در تمام کارهای عددی انجام شده به روش شبکه بولتزمن، برای آسان شدن اعمال اثر پرهها به همزن، پرهها از داخل دامنه حل حذف شده اند و اثر آنها توسط روش میدان نیرو که حالت خاصی از روش مرز شناور است، اعمال شده اند. اما برای اعمال مرز جامد، روش دیگری نیز در روش شبکه بولتزمن وجود دارد که به روش کمانه کردن اصلاح شده<sup>۹</sup> معروف است. (جزئیات این روش در بخش های بعد ارائه خواهد شد). مقایسه بین روش میدان نیرو و روش کمانه کردن اصلاح شده، نشان داده است که وقتی روش کمانه کردن اصلاح شده استفاده می شود، جواب ها به نتایج آزمایشگاهی نزدیکتر است و به دقیق تر بودن روش کمانه کردن اصلاح شده تأکید شده است [۲۰، ۲۱]. به عنوان مثال چن و همکارانش [۲۲] با استفاده از روش میدان نیرو، ضریب پسا و ضریب برآ مربوط به جریان اطراف استوانه را در عدد رینولدز ۱۰۰ به دست آورده اند و نتایج را با جواب های حاصل از روش کمانه کردن اصلاح شده، مقایسه نموده اند. این نتایج در جدول ۱ نشان داده شده است. همان طور

تقریب ناشی از این کار در مقاله وجود ندارد. اعمال پره در این کار به این صورت انجام شده است که دامنه حل دو قسمت شده و یک قسمت دارای شبکه ای ثابت و قسمت دیگر دارای شبکه ای متحرک است. در قسمت ثابت، پره های ساکن قرار دارند و قسمت متحرک شامل پروانه متحرک می باشد. در محل تلاقی این دو قسمت نیز مبادله اطلاعات صورت می گیرد. این روش، اصطلاحاً روش چهار چوب مرجع چند تایی<sup>۱۰</sup> نامیده شده است. در این شیوه چون پره های ساکن و متحرک دقیقاً روی شبکه مطبق هستند و با شبکه ساکن می مانند یا با آن حرکت می کنند، پیدا کردن سرعت در نقاط شبکه، نیاز به میان یابی ندارد. از طرفی چون از مختصات استوانه ای استفاده شده است، لذا تفکیک ناحیه متحرک و ناحیه ساکن نسبتاً راحت انجام شده و تبادل اطلاعات نیز راحت تر از مختصات دکارتی انجام می شود.

**همچنین هاینات و همکارانش [۲]** برای شبیه سازی جریان آب داخل یک همزن از روش های مرسوم CFD استفاده نموده اند. در این کار یک پروانه چهار پره راشتون و چهار پره ساکن در همزن قرار داده شده و به جای تمام دامنه حل، ۹۰ درجه از دامنه حل برای شبیه سازی استفاده شده است. (لازم به یادآوری است که فرض تقارن فقط برای رینولدز های کم در جریان آرام صحیح است). برای اینکه اثر پره ها اعمال شود، از دو روش استفاده شده است؛ در روش اول به جای گذاردن پره ها در همزن، یک جمله چشممه به معادلات ناویر استوکس اضافه شده که همان روش مرز شناور<sup>۷</sup> می باشد. در روش دوم، پره ها در همزن قرار داده شده اند ولی با این ترتیب که دامنه دو قسمت شده و در یک بخش شبکه با پره ها متحرک است و در بخش دیگر، شبکه با پره های ثابت، ساکن درنظر گرفته شده است. با توجه به نمودارهایی که از نتایج این دو روش عددی، به همراه نتایج روش های آزمایشگاهی ارائه شده است، جواب های حاصل از روش دوم (چهار چوب مرجع چند تایی)، به جواب های آزمایشگاهی نزدیک تر می باشد و روش مرز شناور ضعیفتر ارزیابی شده است.

از کارهایی که به روش شبکه بولتزمن انجام شده اند

جدول ۱- مقایسه نتایج حاصل از روش میدان نیرو با روش کمانه کردن اصلاح شده

حد مجاز بالا و پایین [۳۱]	روش کمانه کردن اصلاح شده [۳۲]	روش میدان نیرو [۲۲]	Re = 100
۳/۲۲-۳/۲۴	۳/۲۲۷۵	۲/۳۳۳	C <sub>D</sub>
۰/۹۹-۱/۰۱	۱/۰۰۴۰	۱/۰۵۱	C <sub>L</sub>

انتخاب این عدد رینولدز، نتایج آزمایشگاهی موجود است [۲۳].

### ۳- روش شبکه بولتزمن

روش شبکه بولتزمن، روشی با مبنای ذره‌ای - جنبشی است که برای شبیه‌سازی جریان‌های سیال مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این روش، معادله جنبشی به منظور به دست آوردن تابع توزیع سرعت ذره  $f(x, \dot{u}, t)$  حل می‌شود که در آن  $\dot{u}$  بردار سرعت،  $x$  بردار مکان ذره و  $t$  زمان است. کمیت‌های ماکروسکوپیک مانند چگالی  $\rho$  و ممتد  $\rho\dot{u}$  با استفاده از مقادیر تابع توزیع احتمال حضور ذره  $f$  که از حل معادله جنبشی به دست می‌آیند محاسبه می‌شوند. یک مدل جنبشی پر کاربرد، تقریب گستته شده معادله بولتزمن با یک زمان آرامش است که به مدل BGK<sup>۱۰</sup> نیز موسوم است. شکل BGK معادله بولتزمن به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \dot{u} \cdot \nabla f = -\frac{1}{\lambda} (f - f^{(eq)}) \quad (1)$$

که در آن  $f^{(eq)}$ ، تابع توزیع تعادلی (توزیع تعادلی ماکسول-بولتزمن) و  $\lambda$  زمان آرامش می‌باشد. در حالت طبیعی یک ذره سیال در بینهایت جهت ( $\dot{u}$ ) مجاز به حرکت می‌باشد. اولین گام برای حل عددی معادله (۱)، به منظور محاسبه  $f$  گستته‌سازی سرعت  $\dot{u}$  (سرعت حرکت ذره) می‌باشد. برای این منظور بدون آن که قوانین بقاء نقض شوند، ذره به حرکت با سرعت‌های خاصی ( $\dot{u}_\alpha$ ) محدود می‌گردد [۲۴]:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \dot{u}_\alpha \cdot \nabla f_\alpha = -\frac{1}{\lambda} (f_\alpha - f_\alpha^{(eq)}) \quad (2)$$

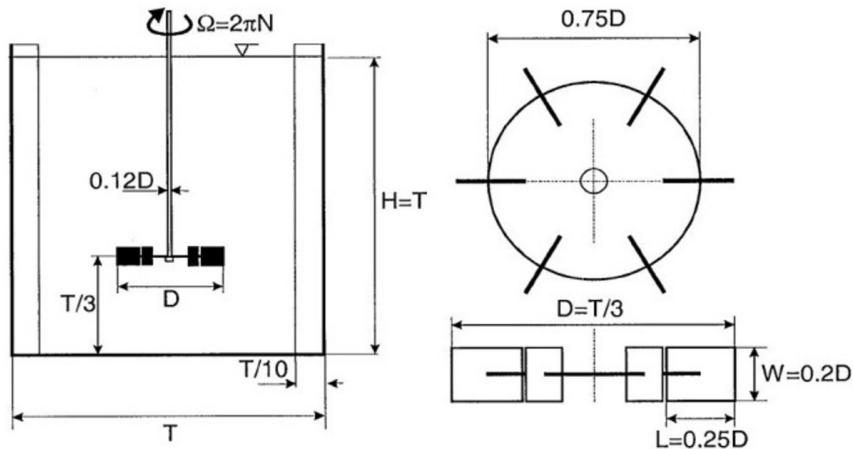
در معادله بالا ( $f_\alpha \equiv f(x, \dot{u}_\alpha, t)$ ،  $f_\alpha = f(x, \dot{u}, t)$ ، تابع توزیع مربوط به امین سرعت گستته شده  $\dot{u}_\alpha$  ذره است.  $f_\alpha$  بیانگر احتمال وجود ذره‌ای در زمان  $t$  در مکان  $x$  است که دارای سرعتی

که در این جدول دیده می‌شود، جواب‌های حاصل از روش کمانه کردن اصلاح شده، خیلی دقیق‌تر از جواب‌های حاصل از روش میدان نیرو می‌باشد. لازم به ذکر است که مقایسه جامع‌تری نیز توسط مرجع [۲۰] انجام گرفته و در نتایج ارائه شده دقیق‌تر بودن روش کمانه کردن اصلاح شده نسبت به روش میدان نیرو تأکید شده است.

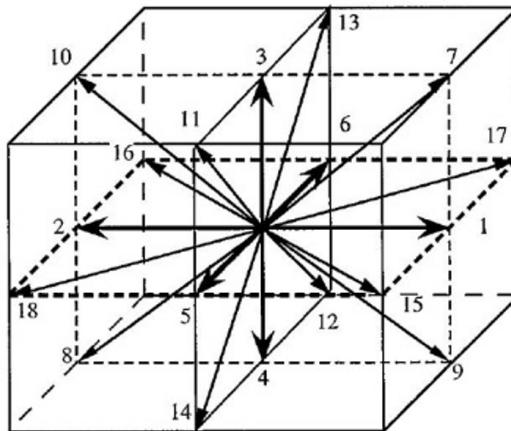
در بخش‌های بعد، هندسه مسئله مورد نظر معرفی می‌گردد، پس از آن روش شبکه بولتزمن به اختصار توضیح داده می‌شود. آن‌گاه روش‌های اعمال مرز جامد در روش شبکه بولتزمن و روش مورد استفاده در کار حاضر به اختصار توضیح داده می‌شود. در ادامه روش اعمال پردازش موازی در برنامه تشریح می‌شود و در پایان نتایج حاصل از کار حاضر با نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود مقایسه شده و نتیجه گیری ارائه می‌گردد.

### ۲- هندسه جریان

در کار حاضر جریان سیال آب، درون همزنی با ابعاد آزمایشگاهی (با حجم ۱۰ لیتر) که دارای چهار پره ثابت و یک پروانه شش پره راشتون می‌باشد، به روش عددی شبیه‌سازی شده است. این هندسه، یک هندسه مرسوم در کارهای عددی است و برای آن تعدادی نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود است (شکل ۱). عدد رینولدز در این همزن به صورت  $Re = \frac{ND^2}{V}$  تعریف شده و نوع جریان داخل همزن را مشخص می‌کند. در این رابطه،  $N$  سرعت زاویه‌ای پروانه (در واحد  $D$ ،  $D$  قطر پروانه و  $n$  لزجت جنبشی سیال کاری است. به دلیل وجود هندسه پیچیده و دوران پروانه، عدد رینولدز جریان ۲۹۰۰۰ بوده و جریان ایجاد شده مغشوش می‌باشد. دلیل



شکل ۱ - هندسه جریان [۷]، همزن(شکل سمت چپ) دارای چهار پره ثابت است که از دوران صلب سیال جلوگیری می‌کند، پروانه (شکل سمت راست) یک پروانه شش پره راشتون است. ضخامت دیسک و ضخامت پره‌های ثابت و متغیر  $0.017D$  است



شکل ۲ - یک مدل سه بعدی، شبکه نوزده سرعتی (D3Q19)

$$w_\alpha = \begin{cases} \frac{1}{3}, & \alpha = 0 \\ \frac{1}{18}, & \alpha = 1-6 \\ \frac{1}{36}, & \alpha = 7-18 \end{cases} \quad (4)$$

با گیسته‌سازی فضای سرعت ذره در معادله جنبشی، چگالی و ممتومن به شکل زیر قابل محاسبه می‌باشد:

$$\rho = \sum_{\alpha=0}^{18} f_\alpha = \sum_{\alpha=0}^{18} f_\alpha^{(eq)} \quad (5)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{\alpha=1}^{18} \mathbf{e}_\alpha f_\alpha = \sum_{\alpha=1}^{18} \mathbf{e}_\alpha f_\alpha^{(eq)} \quad (6)$$

سرعت صوت در این مدل برابر است با  $c_s = \sqrt{\frac{\rho}{\rho}}$  که در

برابر  $\mathbf{u}_\alpha$  است و  $f_\alpha^{(eq)}$  تابع توزیع تعادلی متناظر با آن است. مدل نوزده سرعتی سه بعدی شبکه بولتزمن، که به مدل D3Q19 معروف است (شکل ۲)، یکی از مدل‌های سه بعدی است که با موفقیت در حل بسیاری از مسائل سه بعدی جریان سیال مورد استفاده قرار گرفته است. در این مدل سرعت‌های گیسته شده ذرات،  $\mathbf{e}_\alpha$  می‌باشند.

تابع توزیع تعادلی برای شبکه D3Q19 طبق رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$f_\alpha^{(eq)} = \rho w_\alpha [1 + \frac{3}{c^2} \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}] \quad (7)$$

و در آن  $w_\alpha$  ضریب وزنی است و طبق رابطه (۴) جایگذاری

می شود و در مرحله جاری شدن به جای اینکه تابع توزیع در یک جهت را به گره بعد منتقل کنند، در روی همین نقطه، جهت ورودی را برعکس می کنند؛ به عنوان مثال اگر در شکل ۲، تابع توزیع  $f_1$  قبل از انجام گام جاری شدن به سمت دیوار برود، در گام جاری شدن روی همین گره سیال،  $f_2$  برابر  $f_1$  قرار داده می شود. به عبارت دیگر، تابع توزیع به جهت دورشدن از دیوار، تغییر جهت می دهد و هیچ تغییری در نقطه جامد نیاز نیست. لازم به ذکر است که اگر دیوار متحرک باشد، علاوه بر تغییر جهت دادن تابع توزیع ورودی، مقدار خروجی نیز متناسب با سرعت دیوار متفاوت خواهد بود و طبق رابطه (۱۰) مقدار تابع توزیع در جهت خروجی معین می شود:

$$f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{r}_f, t) = f_{\alpha}^0(\mathbf{r}_f, t) - 6w_{\alpha}\rho e_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_w \quad (10)$$

در این رابطه  $\bar{\alpha}$  جهت برعکس  $\alpha$ ،  $w_{\alpha}$  ضریب وزنی،  $\rho$  چگالی سیال،  $e_{\alpha}$  جهت ورودی،  $\mathbf{u}_w$  سرعت حرکت مرز جامد و اندیس  $f$  مربوط به سیال است. لازم به ذکر است که رابطه فوق، وقتی دیوار دقیقاً وسط فاصله دو گره قرار داشته باشد، از مرتبه دوم دقت برخوردار است، در غیر این صورت مرتبه اول دقت را دارد. برای رفع این مشکل و همچنین برای اعمال شرط مرزی کمانه کردن بر روی مرزهای منحنی، روش کمانه کردن اصلاح شده در سال ۱۹۹۸ توسط فلیپووا و هانل پیشنهاد شد [۲۷]. این روش در سال ۱۹۹۹ توسط می و همکارانش با روابط ساده‌تری بیان گردید و تاکنون مورد استفاده قرار می گیرد [۲۸، ۲۹]. در روش کمانه کردن اصلاح شده، برای یک مرز منحنی که داخل سیال قرار گرفته است (شکل ۳)، مقدار  $\bar{\alpha}$  طبق رابطه (۱۱) محاسبه می شود [۲۸]:

$$f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{r}_f, t + \Delta t) = (1 - \chi) f_{\alpha}^0(\mathbf{r}_f, t) + \chi f_{\alpha}^*(\mathbf{r}_b, t) - 6\rho w_{\alpha} e_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_w \quad (11)$$

در رابطه فوق، پارامترهای ذکر شده به صورت ذیل تعریف می شوند:

$$f_{\alpha}^*(\mathbf{r}_b, t) = \rho w_{\alpha} [1 + 3e_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_{bf} + 4.5(e_{\alpha} \cdot \mathbf{u}_f)^2 - 1.5\mathbf{u}_f \cdot \mathbf{u}_b] \quad (12)$$

آن  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} = \delta \mathbf{r}$  و  $\delta t$ ، به ترتیب ثابت شبکه و اندازه گام زمانی است. شکل کاملاً گسته شده معادله (۱) با گام زمانی  $\delta t$  و گام مکانی  $\mathbf{e}_{\alpha} \delta t$  به صورت زیر خواهد بود:

$$f_{\alpha}(\mathbf{r}_i + \mathbf{e}_{\alpha} \delta t, t + \delta t) - f_{\alpha}(\mathbf{r}_i, t) = -\frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(\mathbf{r}_i, t) - f_{\alpha}^{eq}(\mathbf{r}_i, t)] \quad (v)$$

که در آن  $\tau = \frac{\lambda}{\delta t}$  زمان آرامش بدون بعد و  $\lambda$  مختصات یک نقطه در فضای فیزیکی می باشد. به این معادله، معادله گسته شده بولتزمن با تقریب BGK گفته می شود. این معادله معمولاً در دو مرحله، مطابق رابطه (۸) حل می شود. در این رابطه، علامت ~ بیانگر مقدار تابع توزیع بعد از مرحله برخورد می باشد.

مرحله برخورد [۱۱]:

$$f_{\alpha}^0(\mathbf{r}_i, t + \delta t) = f_{\alpha}(\mathbf{r}_i, t) - \frac{1}{\tau} [f_{\alpha}(\mathbf{r}_i, t) - f_{\alpha}^{eq}(\mathbf{r}_i, t)]$$

مرحله جاری شدن [۱۲]:

$$f_{\alpha}(\mathbf{r}_i + \mathbf{e}_{\alpha} \delta t, t + \delta t) = f_{\alpha}^0(\mathbf{r}_i, t + \delta t) \quad (8)$$

در روش شبکه بولتزمن، پارامتر زمان آرامش  $t$  طبق رابطه (۹)، از لزجت جنبشی سیال محاسبه می گردد:

$$v = (\tau - 0.5)c_s^2 \delta t \quad (9)$$

این روابط و فرضیات مرتبط با آنها باعث می گردد تا مدل BGK (رابطه (۷)) به یک روش با مرتبه دوم دقت، برای حل جریان های تراکم ناپذیر سیال تبدیل شود [۲۶]. باید به این نکته توجه کرد که مرحله برخورد در معادله (۸) کاملاً موضعی است و به داده های نقاط دیگر نیازی ندارد. مرحله جاری شدن نیز فقط با نقاط همسایه تبادل دارد و لذا به محاسبه نیاز ندارد. به دلایل فوق، این روش از قابلیت بالایی، برای پردازش موازی برخوردار است.

#### ۴- شیوه اعمال مرز جامد در روش شبکه بولتزمن

##### ۴-۱- روش کمانه کردن

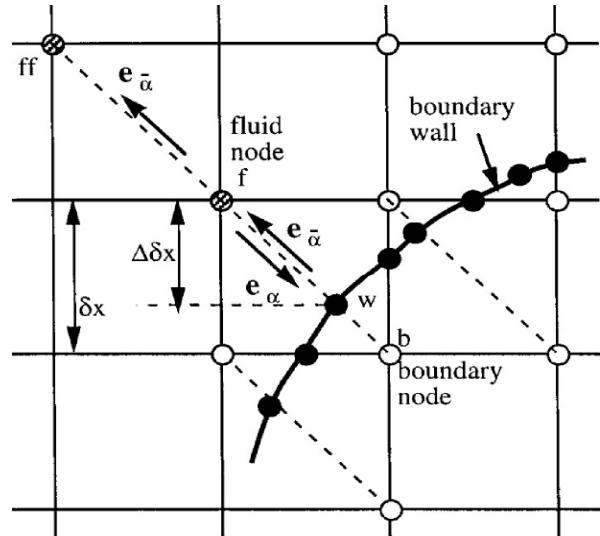
روش کمانه کردن برای اعمال شرط مرزی عدم لغزش به کار می رود. در این روش، در کنار دیوار، مرحله برخورد انجام

- به دلیل اینکه برای محاسبه  $\bar{f}_a$  به روابط (۱۱) تا (۱۵) نیاز است، استفاده از این روش در هندسه‌های پیچیده راحت نیست. با این وجود در صورتی که روابط مذکور به طور صحیح در یک هندسه اعمال شود، جواب مسئله سریع‌تر از روش میدان نیرو به دست می‌آید زیرا به تکرار داخلی و ضریب زیر تخفیف<sup>۱۳</sup> نیازی نیست.

#### ۲-۴- روش میدان نیرو یا روش مرز شناور

در این روش که هم برای مرز ساکن و هم برای مرز متحرک به کار می‌رود، جسم جامد از درون دامنه حل حذف می‌گردد و اثر آن توسط یک سری نیرو، در نقاط ارتباط جامد و سیال اعمال می‌شود. ایده اصلی این روش در سال ۱۹۷۲ توسط فردی به نام پسکین<sup>۱۴</sup> برای شبیه‌سازی دریچه‌های قلب مورد استفاده قرار گرفت، اما این روش رسماً در سال ۱۹۹۳ توسط گلداستین و همکارانش برای شبیه‌سازی شرط مرزی عدم لغزش مطرح شد [۳۰]. لازم به ذکر است که گلداستین و همکارانش این ایده را در یک کار CFD مورد استفاده قرار دادند. در سال ۱۹۹۶ این روش توسط اگلز در روش شبکه بولتزمن مورد استفاده قرار گرفت [۴]، و پس از او در سال ۱۹۹۹، به بیانی ساده‌تر، توسط درکسن و همکارانش در شبیه‌سازی جریان داخل یک همنز، به روش شبکه بولتزمن مورد استفاده قرار گرفت [۷].

روش کار نسبتاً ساده است، اما به دلیل اینکه در مراجع مذکور روش و فرمول‌بندی مورد نیاز خیلی فشرده عنوان شده است، در اینجا به بیانی ساده برای یک دامنه دو بعدی، این روش توضیح داده می‌شود. همان‌طور که در اول این بخش عنوان شد، در روش میدان نیرو، جسم جامد از داخل دامنه محاسباتی حذف می‌گردد و فقط اثر آن توسط یک سری نیرو اعمال می‌شود. برای این منظور ابتدا دامنه حل با شبکه مورد نیاز برای روش شبکه بولتزمن که یکنواخت و مربعی می‌باشد، شبکه‌بندی می‌شود؛ سپس مرزهای جسم جامد با یک سری نقاط مرجع، معین می‌شود و مختصات این نقاط و شمارنده



شکل ۳- تصویر یک شبکه یکنواخت دو بعدی و مرز منحنی داخل آن [۲۸]

$$\frac{\mathbf{r}_{bf}}{\mathbf{u}_{bf}} = \frac{(\Delta-1)\mathbf{u}_f}{\Delta} + \frac{\mathbf{u}_w}{\Delta}, \quad \chi = \frac{2\Delta-1}{\tau}, \quad \Delta \geq 0.5 \quad (13)$$

$$\frac{\mathbf{r}_{bf}}{\mathbf{u}_{bf}} = \frac{\mathbf{r}_{ff}}{\mathbf{u}_{ff}} = \frac{\mathbf{r}_f}{\mathbf{u}_f(x_{ff}, t)}, \quad \chi = \frac{2\Delta-1}{\tau-2}, \quad \Delta < 0.5 \quad (14)$$

$$\Delta = \frac{\left| \frac{\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_w}{\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_b} \right|}{\left| \frac{\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_w}{\mathbf{r}_f - \mathbf{r}_b} \right|} \quad (15)$$

پس از انجام گام جاری شدن مطابق روابط فوق، دیگر نیاز به اعمال نیرو در نقاط شبکه نیست و شرط عدم لغزش و به تبع آن اثر مرز جامد متحرک اعمال شده است.

**مزایای روش کمانه‌کردن:**

- این روش، هم در مسائل جریان دائم و هم در مسائل جریان گذرا قابل استفاده است.

- به دلیل اینکه در این روش، فقط برای نقاط سیال، محاسبه و مبادله اطلاعات وجود دارد، تمام نقاط جامد از محاسبات حذف می‌شوند و توابع توزیع هم در نقاط جامد محاسبه نمی‌شوند، لذا زمان و هزینه محاسباتی به اندازه سه‌تایی نقاط جامد در بین کل نقاط کاهش می‌یابد.

**عيوب روش کمانه‌کردن:**

- وجود میان‌یابی در این روش، موضعی بودن روش شبکه بولتزمن را تا حدودی از بین می‌برد.

اگر به نقاط اطراف نقطه A نیروهای مناسبی وارد شود، می‌توان انحراف سرعت در این نقطه را برطرف نمود. لذا انحراف سرعت در نقطه A به گره‌های اطراف بروند یا می‌شود و از روی انحراف سرعت در هر نقطه شبکه، نیروی مورد نیاز برای اصلاح این انحراف به دست می‌آید. بنابراین مقدار نیروی مورد نیاز در هر نقطه شبکه، طبق رابطه (۱۸) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} F_{ws} &= (1-\alpha)(1-\beta)\rho\Delta u_A \\ F_{wn} &= (1-\alpha)\beta\rho\Delta u_A \\ F_{en} &= \alpha\beta\rho\Delta u_A \\ F_{es} &= \alpha(1-\beta)\rho\Delta u_A \end{aligned} \quad (18)$$

لازم به ذکر است که این مقادیر فقط ناشی از نقطه مرجع A می‌باشند و برای بقیه نقاط مرجع هم، باید اثر انحراف سرعت‌ها محاسبه شده و به مقادیر فوق افزوده شود. لذا رابطه (۱۸) به رابطه (۱۹) تبدیل می‌شود که در آن مقادیر نیروی مربوط به نقاط مرجع قبلی نیز حذف نمی‌شوند:

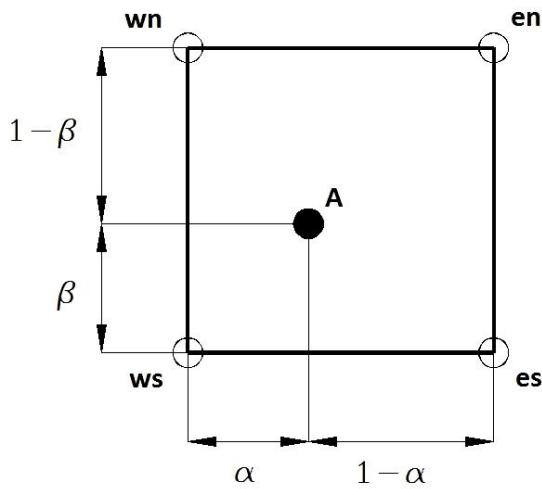
$$\begin{aligned} F_{ws} &= F_{ws} + (1-\alpha)(1-\beta)\rho\Delta u_A \\ F_{wn} &= F_{wn} + (1-\alpha)\beta\rho\Delta u_A \\ F_{en} &= F_{en} + \alpha\beta\rho\Delta u_A \\ F_{es} &= F_{es} + \alpha(1-\beta)\rho\Delta u_A \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به اینکه تغییر شدید در نیرو باعث واگرایی برنامه می‌شود، در اینجا از ترکیب نیروی حاصل با نیروی گام زمانی قبلی، به همراه یک ضریب زیرتخفیف ( $h$ ) استفاده می‌شود [۷].

یعنی داریم:

$$F^t = F + \eta(F^{t-\Delta t} - F) \quad (20)$$

که در آن  $F$  مقدار محاسبه شده از رابطه (۱۹) است. برای اعمال نیروی به دست آمده، این نیرو به عنوان یک نیروی حجمی متغیر درنظر گرفته شده و مقدار آن در نقاط مختلف شبکه اعمال می‌شود. بدیهی است که وجود ضریب زیرتخفیف، اثر دیواره جامد را با تأخیر در داخل دامنه حل وارد می‌کند، لذا این روش برای مسائل جریان دائم مفید می‌باشد. لازم به ذکر است که برای افزایش دقیق روش میدان نیرو، می‌توان در هر گام زمانی، چند بار تکرار داخلی انجام داد و نیروها را اصلاح نمود. با این کار، اثر مرز جامد نیز سریع‌تر در دامنه حل اعمال می‌شود



شکل ۴- تصویر یک نقطه مرجع جامد به همراه نقاط اطراف آن در شبکه بولتزمن

هر نقطه ذخیره می‌گردد. مکان این نقاط مرجع باید روی مرز جسم جامد با یک سری نقاط مرجع، معین می‌شود و مختصات این نقاط و شمارنده هر نقطه ذخیره می‌گردد. مکان این نقاط مرجع باید روی مرز جسم جامد باشند، اما محدودیتی از لحاظ انطباق با نقاط شبکه، و یا یکسان بودن فاصله ندارند و کاملاً آزادانه انتخاب می‌شوند. مثلاً می‌توان برای نقاط حساس جسم جامد، تعداد نقاط مرجع بیشتر و نزدیکتری را انتخاب نمود. فرض کنید نقطه A در شکل (۴) یک نقطه مرجع از جسم جامد باشد و نقاط اطراف آن، نقاط مربوط به شبکه‌بندی شبکه بولتزمن باشند. در این روش ابتدا از روی تابع توزیع هر نقطه، سرعت نقاط شبکه محاسبه می‌شود و با توجه به فاصله نقطه A از گره‌های اطراف آن، مقدار سرعت در نقطه A توسط میان‌یابی پیدا می‌شود. با توجه به شکل (۴) و نامگذاری‌های آن، مقدار سرعت در نقطه A از رابطه (۱۶) به دست می‌آید:

$$\dot{u}_A = (1-\alpha)(1-\beta)\dot{u}_{ws} + (1-\alpha)\beta\dot{u}_{wn} + \alpha\beta\dot{u}_{en} + \alpha(1-\beta)\dot{u}_{es} \quad (16)$$

حال با توجه به سرعت واقعی که در نقطه A مد نظر می‌باشد، انحراف سرعت نقطه A از سرعت واقعی، طبق رابطه (۱۷) به دست می‌آید:

$$\Delta\dot{u}_A = \dot{u}_{A,\text{real}} - \dot{u}_A \quad (17)$$

به عنوان سیال وارد می‌شوند. البته می‌توان ترکیبی از روش کمانه کردن و روش میدان نیرو را به کار برد و این مشکل را کاهش داد. به این ترتیب که در دیوارهای همزن، روش کمانه کردن و برای پره‌های ثابت، محور و پره‌های متحرک روش میدان نیرو را اعمال نمود. با این کار، حجم اضافی بیرون ظرف حذف می‌شود و فقط نقاط حاوی پره‌های ثابت، پره‌های متحرک و محور به شکل سیال در محاسبات وارد می‌شوند.

در کار حاضر با توجه به نکاتی که در مورد دو روش کمانه کردن اصلاح شده و میدان نیرو عنوان شد، و داده‌های جدول ۱ که دقیق‌تر بودن روش کمانه کردن اصلاح شده را نسبت به روش میدان نیرو تأیید می‌کند، تا زمانی که روش کمانه کردن اصلاح شده قابل اعمال باشد، این روش نسبت به روش میدان نیرو در اعمال مرز جامد ترجیح داده می‌شود. لذا در کار حاضر در کنار روش شبکه بولتزمن از روش کمانه کردن اصلاح شده برای شبیه‌سازی مرزهای جامد بهره گرفته می‌شود. به این ترتیب که، مرزهای جامد (ساکن و متحرک) در داخل دامنه حل قرار گرفته و مستقیماً از طریق شرایط مرزی، اثرات خود را اعمال می‌کنند. لازم به ذکر است که در تمام کارهای عددی که شبیه‌سازی جریان داخل همزن به روش شبکه بولتزمن انجام شده، از روش میدان نیرو استفاده شده است و کار حاضر اولین کار عددی است که در آن از شرط مرزی کمانه کردن اصلاح شده در روش شبکه بولتزمن برای شبیه‌سازی مرزهای جامد متحرک در جریان داخل همزن بهره گرفته شده است.

## ۵- شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

از آنجایی که کارایی روش گردابه‌های بزرگ، برای شبیه‌سازی جریان مغشوش داخل همزن‌ها اثبات شده است [۴]، در کار حاضر از این روش برای شبیه‌سازی جریان مغشوش استفاده می‌شود. اساس این روش، حل مقیاس‌های بزرگ و مدل‌سازی مقیاس‌های کوچک است. برای این منظور، مقیاس‌های کوچک توسط مدل زیر شبکه‌ای مدل شده و اثر آن به متغیرهای مقیاس شبکه اضافه می‌گردد. در کار حاضر برای مدل کردن

[۷]. به عنوان مثال در مرجع [۱۵] برای افزایش دقت شبیه‌سازی، در هر گام زمانی ده تکرار داخلی انجام شده است.

مزایای روش میدان نیرو:

- این روش به سادگی در برنامه کامپیوترا قابل اعمال است.

- برنامه را برای هندسه‌های مختلف می‌توان به کار برد. برای این کار فقط نقاط مرجع جامد را باید عرض کرد و نیازی به تغییر در برنامه نیست.

عيوب روش میدان نیرو:

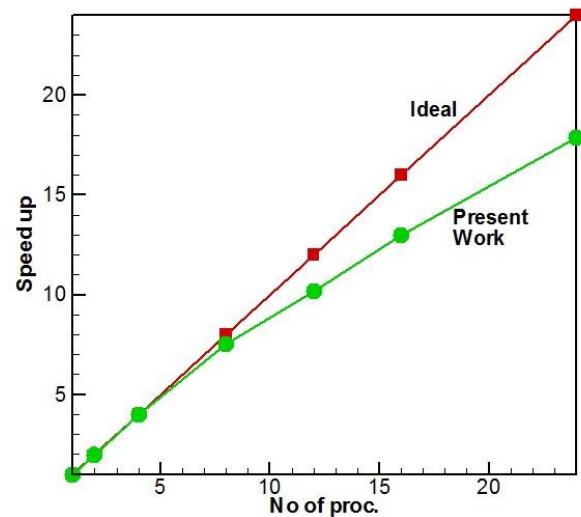
- وجود میان‌یابی در این روش، موضعی بودن روش شبکه بولتزمن را تا حدودی از بین می‌برد.

- وجود ضربی زیر تخفیف، کاربرد روش میدان نیرو را به حل جریان‌های دائم محدود می‌کند یا در صورت نیاز به حل جریان‌های غیر دائم به برنامه تکرار داخلی اضافه می‌شود.

- وجود تکرار داخلی، زمان مورد نیاز برای رسیدن به جواب را افزایش می‌دهد.

- به دلیل اینکه در این روش نقاط جامد، با سیال جایگزین می‌شود و روابط مربوط به نقاط سیال در این نقاط اعمال می‌گردد، میزان محاسبات افزایش می‌یابد. برای اینکه میزان افزایش حجم محاسبات مربوط به این مشکل بهتر درک شود، یک همزن استوانه‌ای به قطر و ارتفاع D درنظر بگیرید. با توجه به اینکه در روش شبکه بولتزمن از شبکه یکنواخت مربعی استفاده می‌شود، برای شبیه‌سازی این همزن، دامنه‌ای به شکل مکعب بر آن محیط می‌شود. این مکعب اضلاعی به اندازه D دارد و کل این حجم در محاسبات وارد می‌شود. از آنجا که نقاط بیرون استوانه در مسئله اصلی وجود نداشته، به اندازه حجم این نقاط اضافی به محاسبات افزوده شده است. با توجه به اینکه حجم مکعب  $D^3$ ، حجم استوانه  $\pi D^3 / 4$  و اختلاف حجم آنها  $(D^3 - \pi D^3 / 4)$  می‌باشد، میزان محاسبات، بیست و هفت درصد از یک استوانه تنها بیشتر شده است. لازم به ذکر است که این مقدار غیر از حجم محور، پره‌های متحرک و ثابت می‌باشد، زیرا به جای این اجسام جامد نیز سیال قرار می‌گیرد و در محاسبات

توابع کتابخانه‌های  $mpi^{18}$  استفاده می‌شود. اندازه حافظه مورد نیاز، متناسب با شبکه‌بندی مورد استفاده است و بسته به تعداد پردازنده‌هایی که در اجرا استفاده می‌شود، سهم هر پردازنده معین می‌گردد. برای کنترل نمودن کیفیت پردازش موازی در برنامه تهیه شده، میزان افزایش سرعت<sup>۱۹</sup>، مورد بررسی قرار می‌گیرد. به این منظور نمودار افزایش سرعت بر حسب تعداد پردازنده‌ها تهیه می‌شود. شکل ۵ افزایش سرعت اجرا بر حسب افزایش تعداد پردازنده‌ها را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل ۵ دیده می‌شود، برای چهار پردازنده، سرعت حدوداً چهار برابر شده است و در ۲۴ پردازنده، سرعت حدوداً ۱۸ برابر افزایش نشان داده است. این مقدار افزایش، بسیار خوب بوده و کیفیت بالای برنامه پردازش موازی تهیه شده را نشان می‌دهد.



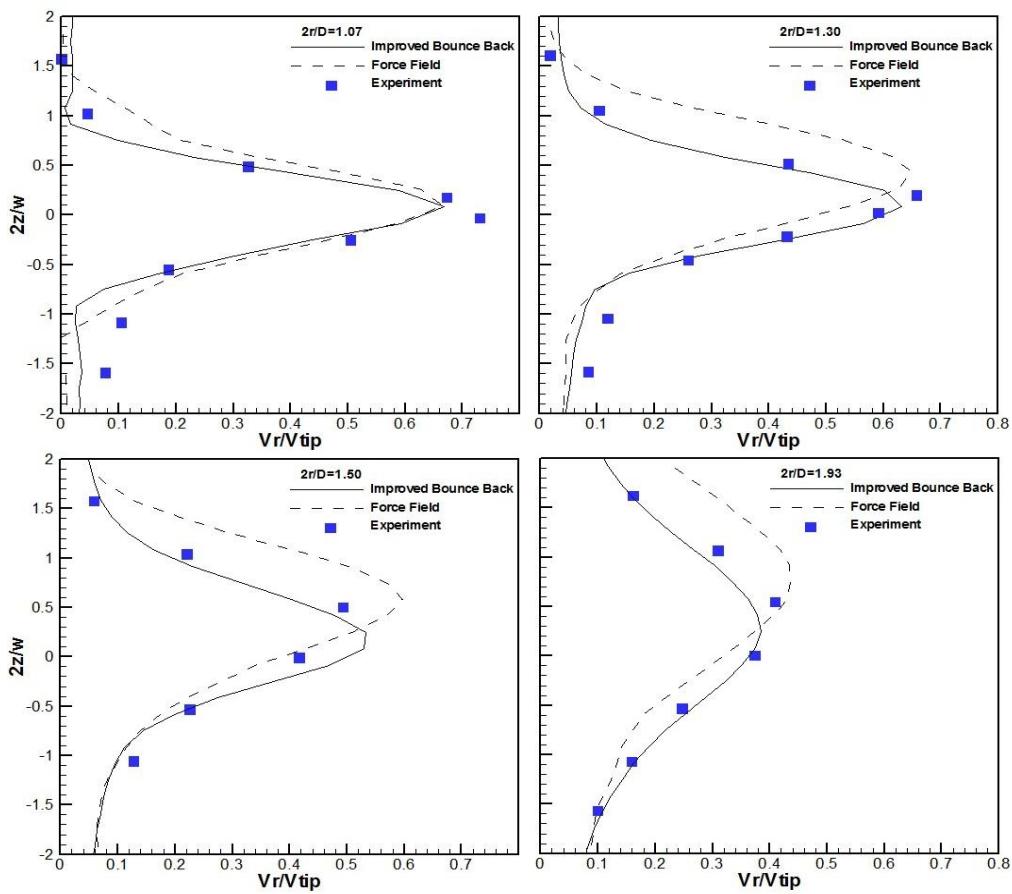
شکل ۵- نمودار افزایش سرعت بر حسب افزایش تعداد پردازنده‌ها

مقیاس زیرشبکه‌ای، از روش اسماگورینسکی<sup>۲۰</sup> استاندارد، استفاده شده است. در این روش لزجت جنبشی اغتشاش (۷<sub>۱</sub>)، از روی نرخ تغییر شکل محاسبه می‌گردد و برای اعمال جریان مغشوش به روش شبکه بولتزمن، لزجت کل که مجموع این لزجت (۷<sub>۱</sub>) و لزجت سیال (۷) است، در مرحله برخورده استفاده می‌شود [۷].

## ۶- روش اعمال پردازش موازی

برای اعمال پردازش موازی، از دو ساختار می‌توان استفاده کرد: یکی ساختار حافظه مشترک<sup>۲۱</sup> و دیگری ساختار حافظه جداگانه<sup>۲۲</sup>. از آنجایی که حافظه مورد نیاز در شبکه‌های متفاوت با هم فرق دارند و بعضی از حافظه مشترک موجود بیشتر می‌باشد، برنامه به شکل کلی‌تر که همان ساختار حافظه جداگانه می‌باشد، تهیه شده است. با این کار، برنامه تهیه شده را در هر دو ساختار، می‌توان استفاده کرد. در ساختار حافظه جداگانه هر پردازنده بخشی از شبکه‌بندی عددی و داده‌های مربوط به آن را در دسترس دارد و اطلاعات مورد نیاز در مرزها را از پردازنده‌های کناری دریافت می‌کند و متقابلاً برای آنها ارسال می‌نماید. برای برقراری ارتباط بین پردازنده‌ها، از روش میدان نیرو انجام شده، مقایسه شده‌اند.

برای بررسی جریان مغشوش داخل همزن، انرژی جنبشی کل نوسانات سرعت، طبق فرمول (۲۱) محاسبه شده و با نتایج عددی و آزمایشگاهی مقایسه شده است:



شکل ۶- مقایسه متوسط فازی مؤلفه سرعت شعاعی در خروجی پروانه، در چند شعاع متفاوت، به روش کمانه کردن اصلاح شده (کار حاضر)، با روش میدان نیرو (نتیجه عددی محققین قبلی [۷]) و نتیجه آزمایشگاهی [۲۳]

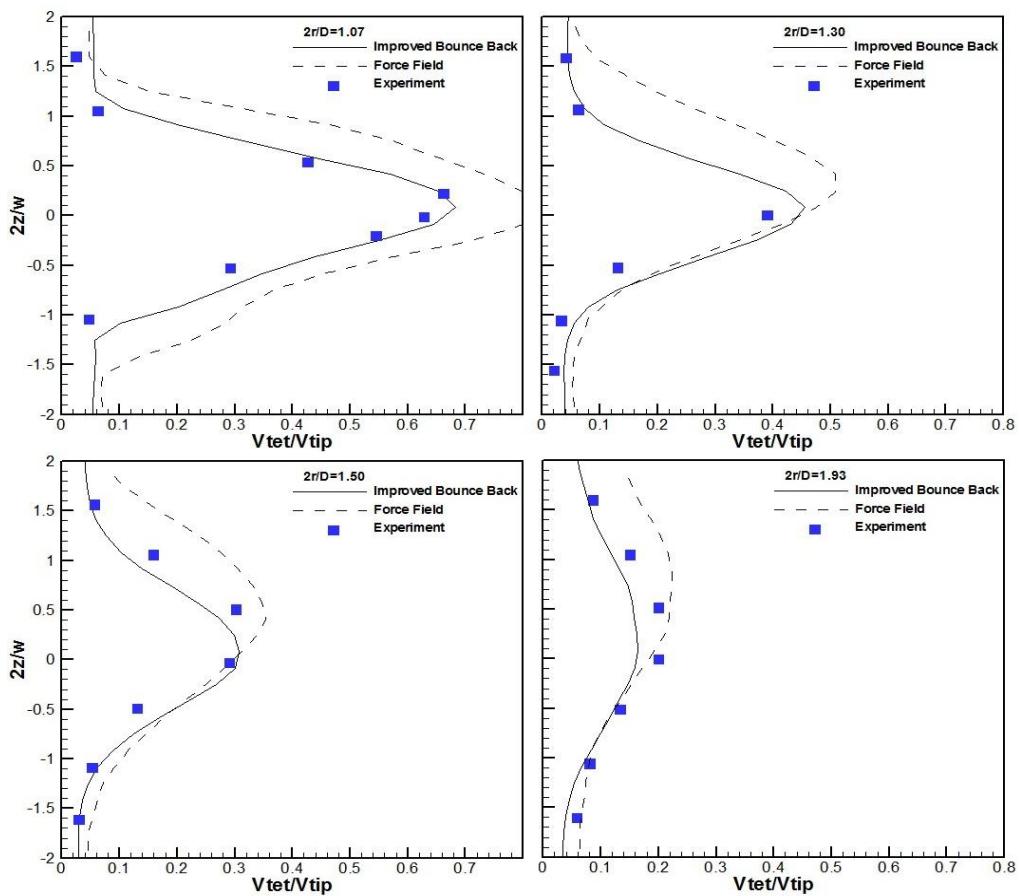
در این رابطه  $\langle \rangle_{\theta}$  مقدار متوسط در زاویه خاص  $\theta$  می‌باشد و خط روی معادله، نشان دهنده متوسط‌گیری در تمام زوایا و تمام لحظات است. در دو شکل ۸ و ۹ نتایج حاصل از کار حاضر به روش کمانه کردن اصلاح شده با نتایج شبیه‌سازی عددی مرجع [۷] که به روش میدان نیرو انجام شده است و نتایج آزمایشگاهی مرجع [۲۳] مقایسه شده‌اند. همان‌طور که در این دو شکل دیده می‌شود، نتایج عددی حاصل از روش کمانه کردن اصلاح شده، رفتار انرژی جنبشی اغتشاش را به خوبی پیش‌بینی نموده و نسبت به روش میدان نیرو [۷] تطابق بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد.

از آنجایی که سرعت متوسط فازی در محدوده پره‌های متحرک (به شکل ۱۰ توجه شود)، به صورت آزمایشگاهی در دسترس می‌باشد [۷]، در همان محدوده توزیع سرعت متوسط

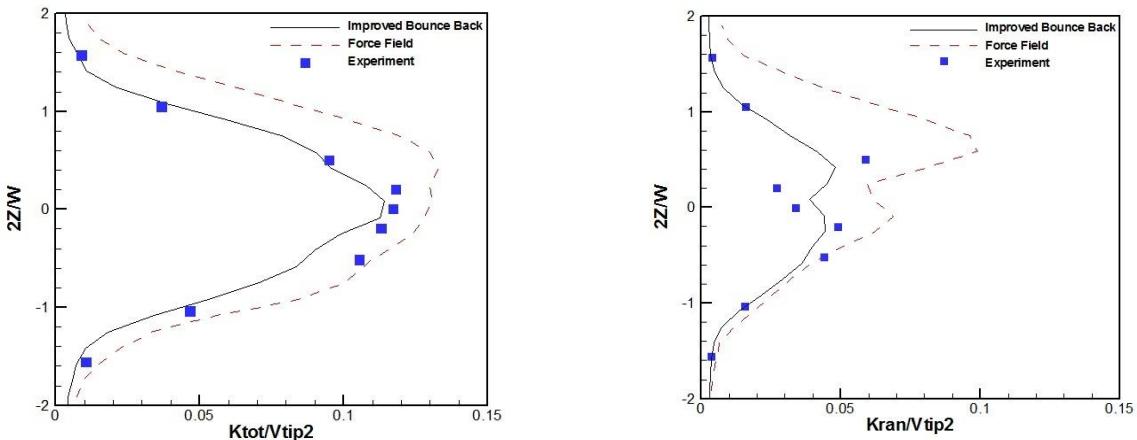
$$k_{tot} = \frac{1}{2} (\overline{u_i^2} - \overline{u_i}^2) \quad (21)$$

در این معادله  $u_i$ ، نامین مؤلفه سرعت می‌باشد. متوسط‌گیری در تمام زوایا و زمان‌ها انجام می‌شود و اندیس تکراری جمع روی تمام جهات مختصات را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه بخشی از نوسانات سرعت، مربوط به حرکت پریودیک پروانه همزن است، انرژی جنبشی اغتشاش به دو بخش پریودیک و تصادفی تقسیم می‌شود و بخش تصادفی نوسانات هم با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌گردد. برای این منظور مقادیر بعضی از متغیرها در هر زاویه خاص به صورت فازی به دست می‌آید و سپس طبق فرمول (۲۲) بخش تصادفی انرژی جنبشی اغتشاش، محاسبه می‌شود [۷]:

$$k_{ran} = \frac{1}{2} (\langle u_i^2 \rangle_{\theta} - \langle u_i \rangle_{\theta}^2) \quad (22)$$



شکل ۷- مقایسه متوسط فازی مؤلفه سرعت مماسی در خروجی پروانه، در چند شعاع متفاوت، بهروش کمانه‌کردن اصلاح شده (کار حاضر)، با روش میدان نیرو (نتیجه عددی محققین قبلی [۷]) و نتیجه آزمایشگاهی [۲۳]

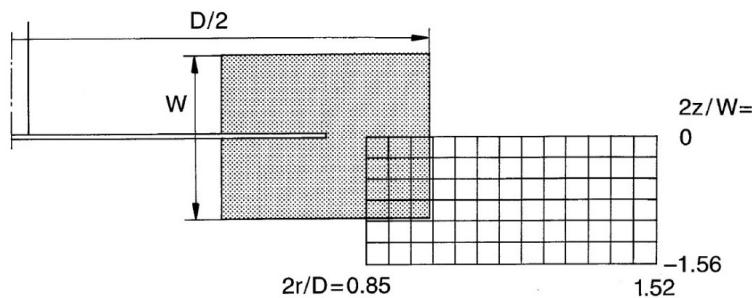


شکل ۹- مقایسه کل انرژی جنبشی اغتشاش (فرمول (۲۱)) بهروش کمانه‌کردن اصلاح شده (کار حاضر)، با روش میدان نیرو (نتیجه عددی محققین قبلی [۷] و نتیجه آزمایشگاهی [۲۳]، برای

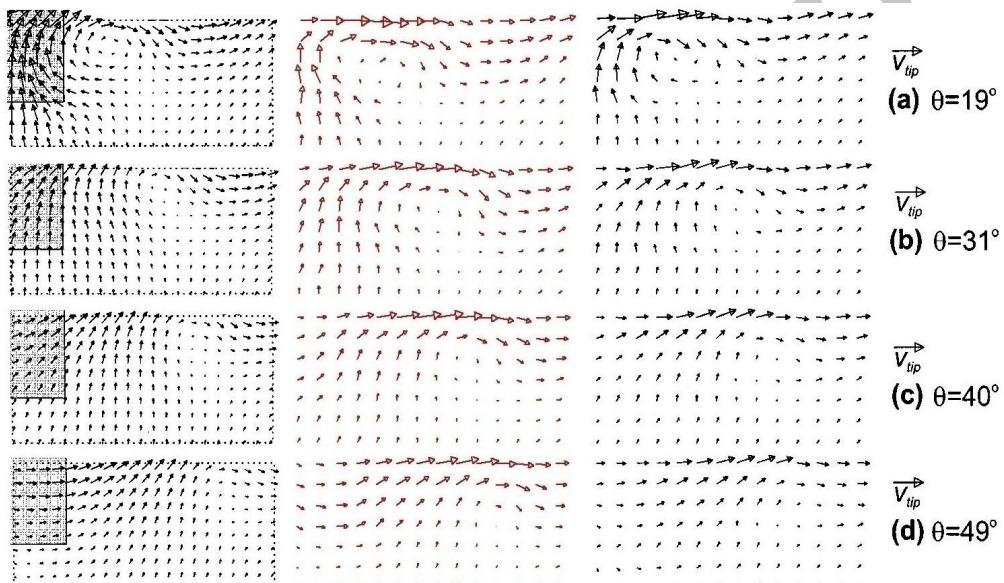
$$\frac{2r}{D} = 1/07$$

شکل ۸- مقایسه بخش تصادفی انرژی جنبشی اغتشاش (فرمول (۲۲)) بهروش کمانه‌کردن اصلاح شده (کار حاضر)، با روش میدان نیرو (کار حاضر)، با روش میدان نیرو (نتیجه عددی محققین قبلی [۷] و نتیجه آزمایشگاهی [۲۳]، برای

$$\frac{2r}{D} = 1/07$$



شکل ۱۰- دامنه استفاده شده در مرجع [۷]، برای اندازه‌گیری سرعت متوسط فازی در محدوده پروانه، شبکه نشان داده شده در یک صفحه قائم، بین دو پره ثابت قرار دارد



شکل ۱۱- میدان سرعت متوسط فازی در محدوده پره‌های پروانه، در چند زاویه نسبت به پره‌های متحرک

ستون سمت راست نتایج شبیه‌سازی آزمایشگاهی [۷]، ستون وسط روش کمانه کردن اصلاح شده (کار حاضر) و ستون سمت چپ روش میدان نیرو (نتیجه عددی محققین قبلی [۷])، برای تعیین مکان گرداب، موقعیت پره پروانه در زاویه صفر درجه در ستون سمت چپ نشان داده شده است

آمده از کار حاضر، در مقایسه با بردارهای سرعت به دست آمده از روش میدان نیرو، شباهت بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. برای اینکه مکان گرداب در جلوی پره، در دو روش میدان نیرو و روش کمانه کردن اصلاح شده، با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شوند، این مقادیر به صورت تقریبی از نتایج عددی و آزمایشگاهی موجود استخراج شده و در جدول ۲ ارائه شده

فازی با روش کمانه کردن تهیه شده و به همراه نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی قبلی که به روش میدان نیرو به دست آمده، در شکل ۱۱ نشان داده شده است.

همان‌طور که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، شبیه‌سازی عددی کار حاضر، هم از لحاظ کیفی و هم از لحاظ کمی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و بردارهای سرعت به دست

جدول ۲- مقایسه مکان گرداب در جلوی پره، برای دو روش میدان نیرو و کمانه کردن اصلاح شده با نتایج آزمایشگاهی

		نتایج آزمایشگاهی [۷]	روش کمانه کردن اصلاح شده	روش میدان نیرو [۷]	متغیر مکانی	زاویه نسبت به پره پروانه
۱۹°	$\frac{2r}{D}$	۱/۱	۱/۰۴	۱/۰۶		
	$\frac{2z}{W}$	-۰/۳۳	-۰/۵۵	-۰/۵۵		
۳۱°	$\frac{2r}{D}$	۱/۲۳	۱/۲۱	۱/۲۱		
	$\frac{2z}{W}$	-۰/۲۹	-۰/۴۶	-۰/۵۲		
۴۰°	$\frac{2r}{D}$	۱/۳۱	۱/۲۷	۱/۲۷		
	$\frac{2z}{W}$	-۰/۴۲	-۰/۶۴	-۰/۷۵		
۴۹°	$\frac{2r}{D}$	۱/۴۰	۱/۳۵	۱/۳۸		
	$\frac{2z}{W}$	-۰/۴۸	-۰/۷۲	-۰/۷۳		

روش‌های موجود، روش جدیدی در قیاس با کارهای قبلی، مورد استفاده قرار گرفته است. مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی کار حاضر با نتایج اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی، دقیق و صحت شبیه‌سازی‌های انجام شده را نشان داده و ایده پیشنهاد شده در کار حاضر، برای اصلاح شرط مرزی را تأیید نموده است.

است. همان‌گونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، شبیه‌سازی عددی کار حاضر، مکان گرداب ایجاد شده در جلوی پره را با دقت خوبی پیش‌بینی نموده و تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد.

## ۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله جریان مغشوش داخل همزن، توسط روش گردابه‌های بزرگ مورد بررسی قرار گرفته است. در انجام این کار از روش شبکه بولتزمن که از قابلیت بالایی برای پردازش موازی برخوردار است، استفاده شده و برای انجام شبیه‌سازی از ابر رایانه کمک گرفته شده است. برای افزایش دقت شبیه‌سازی عددی، نسبت به کارهای عددی گذشته، روش اعمال شرط مرزی جامد مورد بررسی قرار گرفته و با درنظر گرفتن مزایا و معایب

## واژه نامه

- |                                  |                           |                               |
|----------------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| 1. computational fluid dynamics  | 8. force field            | 15. Smagorinsky               |
| 2. lattice boltzmann method(LBM) | 9. improved bounce back   | 16. shared memory             |
| 3. Rushton                       | 10. Bhatnagar-Gross-Krook | 17. distributed memory        |
| 4. Fluent                        | 11. collision step        | 18. message passing interface |
| 5. large eddy simulation(LES)    | 12. streaming step        | 19. speed up                  |
| 6. multiple reference frames     | 13. under relaxation      |                               |
| 7. immersed boundary             | 14. Peskin                |                               |

## مراجع

- Yoon, H. S., Sharp, K. V., Hill, D. F., Adrian, R. J., Balachandar, S., Ha, M. Y., and Kar, K., "Integrated Experimental and Computational Approach to Simulation of Flow in a Stirred Tank", *Chemical*

- Engineering Science*, Vol. 56, pp. 6635-6649, 2001.
2. Yeoh, S. L., Papadakis, G., Lee, K. C., and Yianneskis, M., "Large Eddy Simulation of Turbulent Flow in a Rushton Impeller Stirred Reactor with Sliding-Deforming Mesh Methodology", *Chemical Engineering & Technology*, Vol. 27, pp. 257-263, 2004.
  3. Dhainaut, M., Tetlie, P., and Bech, K., "Modeling and Experimental Study of a Stirred Tank Reactor", *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, Vol. 3, pp. 61, 2006.
  4. Eggels, J. G. M., "Direct and Large-eddy Simulation of Turbulent Fluid Flow Using the Lattice-Boltzmann Scheme", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 307-323, 1996.
  5. Derksen, J., and Van Den Akker, H., "Parallel Simulation of Turbulent Fluid Flow in a Mixing Tank", *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 96-104, 1998.
  6. Derksen, J., "Assessment of Large Eddy Simulations for Agitated Flows", *Chemical Engineering Research and Design*, Vol. 79, 2001.
  7. Derksen, J., and Van Den Akker, H. E. A., "Large Eddy Simulations on the Flow Driven by a Rushton Turbine", *AICHE Journal*, Vol. 45, pp. 209-221, 1999.
  8. Derksen, J., "Large Eddy Simulations of Agitated Flow Systems Based on Lattice-Boltzmann Discretization", p. 425, 2001.
  9. Derksen, J. J., "Numerical Simulation of Solids Suspension in a Stirred Tank", *AICHE Journal*, Vol. 49, pp. 2700-2714, 2003.
  10. Derksen, J. J., "Solid Particle Mobility in Agitated Bingham Liquids", *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 48, pp. 2266-2274, 2009.
  11. Hollander, E. D., Derksen, J. J., Bruinsma, O. S. L., Van Rosmalen, G. M., and Van Den Akker, H. E. A., "A Numerical Investigation Into the Influence of Mixing on Orthokinetic Agglomeration", *10<sup>th</sup> European Conference on Mixing*, pp. 221-228, 2000.
  12. Hollander, E. D., Derksen, J. J., Bruinsma, O. S. L., Van Den Akker, H. E. A., and Van Rosmalen, G. M., "A Numerical Study on the Coupling of Hydrodynamics and Orthokinetic Agglomeration", *Chemical Engineering Science*, Vol. 56, pp. 2531-2541, 2001.
  13. Hollander, E. D., Derksen, J. J., Portela, L. M., and Van Den Akker, H. E. A., "Numerical Scale-up Study for Orthokinetic Agglomeration in Stirred Vessels", *AICHE Journal*, Vol. 47, pp. 2425-2440, 2001.
  14. Hollander, E. D., Derksen, J. J., Kramer, H. M. J., Van Rosmalen, G. M., and Van Den Akker, H. E. A., "A Numerical Study on Orthokinetic Agglomeration in Stirred Tanks", *Powder Technology*, Vol. 130, pp. 169-173, 2003.
  15. Hartmann, H., Derksen, J. J., Montavon, C., Pearson, J., Hamill, I. S., and Van Den Akker, H. E. A., "Assessment of Large Eddy and RANS Stirred Tank Simulations by Means of LDA", *Chemical Engineering Science*, Vol. 59, pp. 2419-2432, 2004.
  16. Hartmann, H., Derksen, J. J., and Van Den Akker, H. E. A., "Mixing Times in a Turbulent Stirred Tank by Means of LES", *AICHE Journal*, Vol. 52, pp. 3696-3706, 2006.
  17. Hartmann, H., Derksen, J. J., and Van Den Akker, H. E. A., "An LES Investigation of the Flow Macro-instability in a Rushton Turbine Stirred Tank", *The 11<sup>th</sup> European Conference on Mixing*, pp. 14-17, 2003.
  18. Hartmann, H., Derksen, J. J., and Van Den Akker, H. E. A., "Macroinstability Uncovered in a Rushton Turbine Stirred Tank by Means of LES", *AICHE Journal*, Vol. 50, pp. 2383-2393, 2004.
  19. Hartmann, H., Derksen, J. J., and Van Den Akker, H. E. A., "Numerical Simulation of a Dissolution Process in a Stirred Tank Reactor", *Chemical Engineering Science*, Vol. 61, pp. 3025-3032, 2006.
  20. Peng, Y., and Luo, L. S., "A Comparative Study of Immersed-Boundary and Interpolated Bounce-Back Methods in LBE", *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, Vol. 8, pp. 156-167, 2008.
  21. Rohde, M., Derksen, J. J., and Van Den Akker, H. E. A., "An applicability Study of Advanced Lattice-Boltzmann Techniques for Moving, No-Slip Boundaries and Local Grid Refinement", *Computers and Fluids*, Vol. 37, pp. 1238-1252, 2008.
  22. Chen, D., Lin, K., and Lin, C., "Immersed Boundary Method Based Lattice Boltzmann Method to Simulate 2D and 3D Complex Geometry Flows", *International Journal of Modern Physics C*, Vol. 18, pp. 585-594, 2007.
  23. Wu, H., and Patterson, G. K., "Laser Doppler Measurements of Turbulent Flow Parameters in a Stirred Mixer", *Chemical Engineering Science*, Vol. 44, pp. 2207-2221, 1989.
  24. He, X., and Luo, L. S., "Theory of the Lattice Boltzmann Method: From the Boltzmann Equation to the Lattice Boltzmann Equation", *Physical Review E*, Vol. 56, pp. 6811-6817, 1997.
  25. Wolf-Gladrow, D. A., *Lattice-Gass Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models: an Introduction*, Springer-Verlag, 2000.
  26. He, X. and Luo, L. S., "A Priori Derivation of the Lattice Boltzmann Equation", *Physical Review E*, Vol. 55, pp. 6333-6336, 1997.
  27. Filippova, O., and Hanel, D., "Grid Refinement for Lattice-BGK Models", *Journal of Computational Physics*, Vol. 147, pp. 219-228, 1998.
  28. Mei, R., Luo, L. S., and Shyy, W., "An Accurate Curved Boundary Treatment in the Lattice Boltzmann Method", *Journal of Computational Physics*, Vol. 155, pp. 307-330, 1999.

29. Mei, R., Shyy, W., Yu, D., and Luo, L. S., "Lattice Boltzmann Method for 3-D Flows with Curved Boundary", *Journal of Computational Physics*, Vol. 161, pp. 680-699, 2000.
30. Goldstein, D., Handler, R., and Sirovich, L., "Modeling a No-Slip Flow Boundary with an External Force Field", *Journal of Computational Physics*, Vol. 105, pp. 354-366, 1993.
31. Schaefer, M., Turek, S., Durst, F., Krause, E., and Rannacher, R., "Benchmark Computations of Laminar Flow Around a Cylinder", *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 52, pp. 547-566, 1996.
32. Mei, R., Yu, D., Shyy, W., and Luo, L. S., "Force Evaluation in the Lattice Boltzmann Method Involving Curved Geometry", *Physical Review E*, Vol. 65, p. 041203, 2002.

Archive of SID