

تخمین عمر خستگی پرچرخه با رهیافت مدل آسیب شابوش - لمتر

امیرحسین مهدیزاده، محمد مشایخی* و محمود کدخدایی
دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۱۰/۰۳ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۰۹/۰۳)

چکیده - این مقاله به پیش‌بینی عمر در بارگذاری خستگی پرچرخه با استفاده از مدل آسیب شابوش - لمتر می‌پردازد. مدل آسیب شابوش - لمتر اثر تنش میانگین و هم‌چنین اثر تنش‌های فشاری را که باعث بسته شدن ترک می‌شود، در نظر می‌گیرد. در این مقاله، یک الگوریتم عددی به‌روش ضمنی برای انتگرال‌گیری این مدل ارائه و در یک زیربرنامه در نرم‌افزار اجزای محدود آباکوس پیاده‌سازی می‌شود. برای کاهش زمان حل از روش پرش در چرخه‌ها استفاده شده است. برای راستی آزمایشی الگوریتم پیشنهادی، یک نمونه شیاردار V شکل تحت بارگذاری خستگی با نسبت تنش‌های متفاوت انتخاب شده و عمر آن با نتایج تجربی مقایسه می‌شود. در ادامه یک قطعه صنعت هوایی، اسپیندل روتور اصلی پره‌های یک بالگرد، که تحت بارگذاری خستگی متغیر قرار دارد مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

واژگان کلیدی: مکانیک آسیب پیوسته، خستگی پرچرخه، تخمین عمر، روش پرش در چرخه‌ها.

Estimating High Cycle Fatigue Lifetime using Chaboche-Lemaitre Damage Model

A. H. Mehdizadeh, M. Mashayekhi* and M. Kadkhodaei¹

Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technolog

Abstract: *This article predicts lifetime of high cycle fatigue loading using Chaboche-Lemaitre damage model. The Chaboche-Lemaitre damage model takes into account mean stress effect as well as compressive stresses effect, making crack to close. In this paper, a numerical algorithm is offered to integrate this model implicitly and the obtained algorithm is implemented as a user material subroutine of the ABAQUS finite element software. To reduce computation time, Jump-in-Cycles procedure is used based on fatigue loading simulation. To verify the proposed algorithm, a V-notched specimen is chosen under a fatigue loading with different stress ratios, and its lifetime is compared with experiments. Next, an aviation industry part, main rotor spindle of an aircraft blades, subjected to a variable fatigue loading is analysed.*

Keywords: *Continuum damage mechanics, high cycle fatigue, lifetime estimation, jump-in-cycles procedure.*

* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: mashayekhi@cc.iut.ac.ir

فهرست علائم

کار سختی همسان	R	پارامتر ماده	a
تانسور تنش انحرافی	s	دامنه تنش برشی هشت وجهی	A_{II}
تانسور کار سختی سینماتیک	X	ثابت ماده	b
پارامتر ماده	β	ثابت ماده	b_1
تانسور کرنش پلاستیک	ϵ^p	ثابت ماده	b_2
کرنش پلاستیک آستانه آسیب	ϵ_{pD}	ثابت ماده	C
ثابت ماده	γ	ماتریس سختی	C^e
تانسور تنش کوشی	σ	ماتریس نرمی	$C^{e^{-1}}$
تنش تسلیم اولیه	σ_{y_0}	متغیر آسیب	D
تنش معادل	σ_{eq}	ضریب پلاستیک	$d\lambda$
حد خستگی ماده	σ_f	نامتغیر دوم تانسور تنش انحرافی	J_γ
تنش نهایی ماده در بارگذاری کششی	σ_u	نمای آستانه آسیب	m
تانسور تنش مؤثر	$\tilde{\sigma}$	پارامتر ماده	M
تانسور تنش آزمایشی مؤثر	$\tilde{\sigma}^{tr}$	شماره نمو بارگذاری	n
تنش هیدرواستاتیک میانگین	$\bar{\sigma}_H$	تعداد چرخه‌ها	N
تانسور مدول مماسی اصلاح شده	Ξ	کرنش پلاستیک معادل آستانه آسیب	p_D
ضریب پرش چرخه	ΔN	ثابت ماده	Q

۱- مقدمه

آسیب خستگی یکی از علل اصلی شکست در سازه‌های مهندسی است. به منظور پیش‌بینی عمر باقی‌مانده این قطعات، تعیین کردن یک روش برای سنجش انباشتگی آسیب خستگی حائز اهمیت است.

مدل‌های سستی در تحلیل مسائل خستگی پرچرخه در بارگذاری ترکیبی با محدودیت‌های فراوانی روبرو هستند. به‌عنوان مثال در مدل مانسون و در منحنی وولر که قانون خستگی به‌صورت نمودار تنش بیشینه برحسب تعداد چرخه‌های شکست برای نسبت تنش‌های مختلف بیان می‌شود، قابل تعمیم به‌حالت سه بعدی نیست؛ از طرف دیگر، این مدل هیچ رابطه‌ای بین تنش و کرنش ارائه نداد و توجیهی برای بارگذاری‌هایی با تکرار اتفاقی ندارد. قانون ماینر نیز به‌ترتیب اعمال تنش‌ها اهمیت نمی‌دهد؛ به همین علت در آن هر تنشی کمتر از حد دوام ماده نادیده گرفته می‌شود [۲].

تخمین عمر در سازه‌هایی که تحت بارگذاری خستگی قرار می‌گیرند، یکی از الزامات طراحی است. عمر خستگی یک قطعه برحسب تعداد چرخه‌های بارگذاری لازم برای شروع ترک و گسترش آن تا اندازه بحرانی تعریف می‌شود. تخمین عمر یکی از چالش‌های مهم در تحلیل خستگی است؛ چرا که آسیب در خستگی پرچرخه در تنش‌هایی به‌مراتب کمتر از تنش تسلیم در ماده رخ می‌دهد و حتی هنگامی که آسیب در قطعه رشد می‌کند، هیچ نشانه‌ای از شکست در آن دیده نمی‌شود [۱].

انتخاب روش در تخمین عمر خستگی، یک تصمیم مهم در طراحی است. امروزه بیشتر چهار روش تنش-عمر، کرنش-عمر، رشد ترک خستگی و رشد آسیب خستگی برای تعیین عمر خستگی مورد استفاده قرار می‌گیرند. بسیاری از قطعات مهندسی تحت بارگذاری چرخه‌ای با دامنه متغیر هستند و

آباکوس/صریح همراه با شبکه‌بندی مجدد تطبیقی پیاده‌سازی کردند [۸]. در سال ۲۰۱۲ ژانگ و همکاران، موفق شدند مدل شابوش - لمتر را در حالت الاستیک- آسیب برای خستگی ساده و سایشی با انتگرال‌گیری ضمنی از معادله رشد آسیب در نرم‌افزار آباکوس/استاندارد پیاده‌سازی کنند [۹].

در تحقیق حاضر از مدل آسیب شابوش - لمتر برای پیش‌بینی شکست قطعات تحت بارگذاری خستگی پرچرخه استفاده می‌شود. رشد آسیب خستگی در این مدل برحسب تنش‌های بیشینه و کمینه در هر چرخه بیان می‌شود. جهت پیاده‌سازی این مدل یک الگوریتم کاراً به‌روش ضمنی برای انتگرال‌گیری ارائه شده و برای کاهش زمان حل از روش پرش در چرخه‌ها سود برده می‌شود. در بخش (۲) مدل آسیب شابوش - لمتر معرفی و معادلات حاکم بر آن بیان می‌شود. سپس در بخش (۳) معادلات ساختاری به‌روش ضمنی انتگرال‌گیری شده و به‌صورت یک زیربرنامه ماده کاربر در نرم‌افزار آباکوس/استاندارد پیاده‌سازی عددی می‌گردد. روش پرش در چرخه‌ها، جهت کاهش زمان حل محاسبات در بخش (۴) ارائه می‌شود. در بخش (۵) بارگذاری خستگی با استفاده از یک زیربرنامه دامنه کاربر شبیه‌سازی می‌شود. برای راستی آزمایی زیربرنامه‌های تدوین شده، یک نمونه شیاردار V شکل تحت بارگذاری خستگی با نسبت تنش‌های متفاوت قرار گرفته و عمر آن با نتایج تجربی و سایر روش‌ها مقایسه می‌شود. در پایان به‌عنوان مطالعه موردی برای نشان دادن توانایی مدل الگوریتم عددی، اسپیندل روتور اصلی پره‌هاییک بالگرد تحت بارگذاری خستگی متغیر قرار گرفته و گسیختگی آن با نمونه تجربی مقایسه می‌گردد.

۲- مدل آسیب خستگی شابوش - لمتر

شکل کلی معادله رشد آسیب خستگی بر مبنای مکانیک آسیب پیوسته به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\delta D}{\delta N} = f(D, \sigma) \quad (1)$$

که در آن D متغیر آسیب، N تعداد چرخه‌ها و σ تنش اعمالی

اخیراً مکانیک آسیب با توانایی‌های منحصربه‌فرد خود در تخمین عمر قطعات مورد توجه محققین قرار گرفته است. مزیت بارز مکانیک آسیب در مقایسه با مکانیک شکست کلاسیک، وابستگی پارامترهای مدل به ماده مورد بررسی و استقلال آنها از هندسه مدل و بارگذاری است. مدل‌های مکانیک آسیب، امکان ارزیابی آسیب را در هر نقطه سازه، بدون توجه به هندسه مدل و بارگذاری اعمالی بر آن، به‌شرط آن که مکانیزم رشد آسیب و میدان تنش - کرنش مشخص باشد، مهیا می‌سازد [۱].

در سال ۲۰۰۱ میلادی جینگ و همکاران، از یک مدل غیرخطی بر مبنای مکانیک آسیب جهت مدل‌سازی ترموالاستیک- پلاستیک- آسیب برای خستگی کم چرخه در یک روتور توربین بخار استفاده کردند. آنها نتایج حاصل از مکانیک آسیب خطی و غیرخطی را مقایسه و امتیازات این دو روش را برجسته نمودند [۳]. در سال ۲۰۰۶ رینالدی و همکاران، آسیب خستگی و پراکندگی عمر را با در نظر گرفتن یک شبکه گسسته دوبعدی از فنرهای الاستیک خطی با یک توزیع نرمال از استحکام استاتیکی مورد مطالعه قرار دادند. مدل آنها رفتار خستگی را با استفاده از معادلات باسکویین و ماینر بیان می‌کند [۴]. در سال ۲۰۰۷ دزمورات و همکاران، مدلی بر پایه مدل شکست دو مقیاسی لمتر [۵] برای خستگی پرچرخه پیشنهاد کردند. ایده اصلی در مدل دزمورات، تبدیل معادلات دیفرانسیل رشد آسیب از حالت ضمنی به حالت صریح بود. ایشان بدون استفاده از روش نیوتون-رفسون، حل صریحی برای معادلات رشد آسیب ارائه کرده و توانایی حل مسائل غیر هم‌دما را نیز به مدل پیشنهادی لمتر افزودند [۶]. در سال ۲۰۱۲ مشایخی مدل دزمورات را برای تحلیل خستگی محور اصلی گرداننده پره‌هاییک بالگرد پیاده‌سازی نمود [۷]. در سال ۲۰۱۰ بوگارد و همکاران، یک الگوریتم عددی را برای انتگرال‌گیری صریح از مدل آسیب خستگی شابوش - لمتر همراه با معادلات ساختاری الاستیک- پلاستیک با کار سختی‌های سینماتیک و همسان گسترش داده و مدل عددی ارائه شده را در نرم‌افزار

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۵

یا کاملاً معکوس شوند $(I=1)$ ، Tr عملگر جمع روی درایه‌های قطر اصلی، نماد ضرب نقطه ای تانسورها، (\dots) علامت پراکنش ماکولی، b_1 و b_2 ثابت های ماده و M_0 ، β و a پارامترهای ماده هستند که از آزمایش های خستگی به دست می آیند.

تابع α آسیب را به بارگذاری چرخه ای مرتبط ساخته و اثر فشار را که باعث بسته شدن ترک می شود در نظر می گیرد. تابع اثر تنش میانگین را از طریق خستگی کم چرخه تعیین می کند [۱۸]. از توانایی های این مدل می توان به موارد زیر اشاره کرد: الف- در بارگذاری های چند مرحله ای رشد آسیب را زیر حد خستگی، به شرطی که اولین بلوک بارگذاری بالای حد خستگی باشد، امکان پذیر می سازد. ب- می تواند اثر کار سختی را در نظر گرفته و بیشترین تغییرات کرنش پلاستیک را در حافظه بارگذاری ذخیره کند. پ- اثر تنش میانگین را به صورت مستقیم در نظر می گیرد [۲].

در صورتی که تابع تسلیم ناهمسان گرد هیل جایگزین تابع تسلیم همسان گرد فون میز گرد، روابط A_{II} و σ_{eqmax} به صورت زیر تبدیل می شوند [۱۸]:

$$A_{II} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_{max} - \sigma_{min}) : \mathbf{H} : (\sigma_{max} - \sigma_{min})}$$

$$\sigma_{eqmax} = \sqrt{\sigma_{max} : \mathbf{H} : \sigma_{max}} \quad (4)$$

\mathbf{H} یک تانسور مرتبه چهارم است:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} G+H & -H & -G & \cdot & \cdot & \cdot \\ -H & H+F & -F & \cdot & \cdot & \cdot \\ -G & -F & F+G & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \sqrt{2}N & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \sqrt{2}L & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \sqrt{2}M \end{bmatrix} \quad (5)$$

که در آن:

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{\sqrt{2}^2}} + \frac{1}{R_{\sqrt{3}^2}} - \frac{1}{R_{11}^2} \right)$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{\sqrt{2}^2}} + \frac{1}{R_{11}^2} - \frac{1}{R_{\sqrt{3}^2}} \right)$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{\sqrt{2}^2}} - \frac{1}{R_{\sqrt{3}^2}} \right)$$

$$L = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}R_{\sqrt{3}^2}} \quad (6-f)$$

است. این رابطه برای اولین بار در سال ۱۹۷۴ توسط شابوش پیشنهاد شد [۱۰]. در سال ۱۹۷۹ لمر و پلامتری رابطه شابوش را اصلاح نمودند [۱۱]. در سال ۱۹۸۸ شابوش رابطه پیشنهادی خود را نیز ارتقاء بخشید [۱۲]. مدل های دیگری نیز بر مبنای مکانیک آسیب پیوسته پس از مدل شابوش گسترش یافته اند که از آنها می توان به مدل لمر [۱۳]، مدل وانگ [۱۴]، مدل وانگ-لو [۱۵] و مدل لی و همکاران [۱۶] اشاره کرد. تمایز اصلی مدل های فوق با مدل شابوش، در پارامترهای وابسته به ماده است.

مدل های رشد آسیب خستگی فوق، همگی برای حالت تک محوره بیان شده اند. در سال ۱۹۹۰ شابوش و لمر مدل اصلاح شده شابوش را برای حالت چندمحوره به صورت زیر توسعه دادند [۱۷]:

$$\frac{\delta D}{\delta N} = \left[1 - (1-D)^{\beta+1} \right]^{\alpha} \left[\frac{A_{II}}{M(1-D)} \right]^{\beta} \quad (2)$$

که در آن:

$$\alpha = 1 - a \left\langle \frac{A_{II} - A_{II}^*}{\sigma_u - \sigma_{eqmax}} \right\rangle$$

$$A_{II} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} (\mathbf{s}_{max} - \mathbf{s}_{min}) : (\mathbf{s}_{max} - \mathbf{s}_{min})}$$

$$A_{II}^* = \sigma_f (1 - \sqrt{3} b_1 \bar{\sigma}_H)$$

$$\sigma_{eqmax} = J_{\sqrt{3}}(\sigma_{max}) = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \mathbf{s}_{max} : \mathbf{s}_{max}}$$

$$M = M_0 (1 - \sqrt{3} b_2 \bar{\sigma}_H)$$

$$\bar{\sigma}_H = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma_{Hmax} - \sigma_{Hmin})$$

$$\sigma_{Hmax} = \frac{1}{\sqrt{3}} Tr(\sigma_{max})$$

$$\sigma_{Hmin} = \frac{1}{\sqrt{3}} Tr(\sigma_{min}) \quad (3)$$

در روابط (۳)، σ تانسور تنش کوشی، \mathbf{s} تانسور تنش انحرافی (کاهش یافته)، J_2 نامتغیر دوم تنش های انحرافی، زیر نویس های max و min به ترتیب به معنای بیشترین و کمترین مقدار در هر چرخه، σ_{eq} تنش معادل (نماینده)، $\bar{\sigma}_H$ تنش هیدرواستاتیک میانگین (متوسط)، A_{II} دامنه تنش برشی هشت وجهی، σ_u تنش نهایی ماده در بارگذاری کششی، σ_f حد خستگی ماده در بارگذاری کششی - فشاری با تنش میانگین صفر

هیل با کار سختی‌های سینماتیک و همسان به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{eq} &= J_{\nu}(\boldsymbol{\eta}) = \sqrt{\boldsymbol{\eta} : \mathbf{H} : \boldsymbol{\eta}} = \sqrt{\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}} \\ \sigma_y &= \sigma_{y_0} + R \end{aligned} \quad (9)$$

تانسور $\boldsymbol{\eta}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\boldsymbol{\eta} = \tilde{\boldsymbol{\sigma}} - \mathbf{X} \quad (10)$$

در روابط فوق $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ تانسور تنش مؤثر، \mathbf{X} تانسور کار سختی سینماتیک (پیش تنش)، R کارسختی همسان، σ_y تنش تسلیم اولیه و بالانویس T نشانگر ترانواده است. معادلات ساختاری (متشکله) شامل روابط کرنش پلاستیک، کار سختی سینماتیک و همسان است. قانون جریان در تغییر شکل پلاستیک عبارت است از:

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\varepsilon}^P &= \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} d\boldsymbol{\lambda} = \frac{\partial \boldsymbol{\eta}}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\eta}} d\boldsymbol{\lambda} = \frac{\nu \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}}{\sqrt{\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}}} \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{1-D} \\ &= \frac{\mathbf{H} \boldsymbol{\eta}}{\tilde{\sigma}_{eq}} \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{1-D} \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن $\boldsymbol{\varepsilon}^P$ تانسور کرنش پلاستیک و $d\boldsymbol{\lambda}$ ضریب پلاستیک است. کرنش پلاستیک معادل (انباشته) نیز برابر است با:

$$\begin{aligned} d\boldsymbol{\varepsilon}_{eq}^P &= d\boldsymbol{\varepsilon}^P : \mathbf{H}^{-1} : d\boldsymbol{\varepsilon}^P = \sqrt{(d\boldsymbol{\varepsilon}^P)^T \mathbf{H}^{-1} (d\boldsymbol{\varepsilon}^P)} \\ &= \sqrt{\frac{\boldsymbol{\eta}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}}{\tilde{\sigma}_{eq}^2} \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{1-D} \mathbf{H}^{-1} \frac{\mathbf{H} \boldsymbol{\eta}}{\tilde{\sigma}_{eq}} \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{1-D}}{1-D}} = \frac{d\boldsymbol{\lambda}}{1-D} \end{aligned} \quad (12)$$

رابطه کار سختی سینماتیک غیرخطی بر مبنای قانون زیگلر عبارت است از:

$$d\mathbf{X} = C \frac{\boldsymbol{\eta}}{\tilde{\sigma}_{eq}} d\boldsymbol{\lambda} - \gamma \mathbf{X} d\boldsymbol{\lambda} \quad (13)$$

که در آن C و γ ثابت ماده هستند. با انتگرال‌گیری ضمنی از رابطه (۱۳) می‌توان نوشت:

$$\mathbf{X}_{n+1} = Z_1 \mathbf{X}_n + Z_2 \boldsymbol{\eta}_{n+1} \quad (14)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} Z_1 &= \frac{1}{1 + \gamma \Delta \lambda_{n+1}} \\ Z_2 &= C \frac{\Delta \lambda_{n+1}}{1 + \gamma \Delta \sigma_{y_{n+1}}} Z_1 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{\nu}{\nu R_{13}^2} \\ N &= \frac{\nu}{\nu R_{12}^2} \end{aligned}$$

در رابطه (۶-الف) R_{ij} نسبت تنش‌های تسلیم ناهمسان‌گرد در امتدادهای اصلی و برشی هستند و از آزمون‌های تجربی محاسبه و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R_{ij} = \begin{cases} \frac{\sigma_{ij}^y}{\sigma_0} & \text{for } i = j \\ \sqrt{\frac{\sigma_{ij}^y}{\sigma_0}} & \text{for } i \neq j \end{cases} \quad (6-ب)$$

در فرآیند هم‌دما در حالتی که بارگذاری بالای حد خستگی ($\alpha < 1$) و دامنه بارگذاری نیز ثابت باشد، به عبارت دیگر مقادیر تنش بیشینه و کمینه ثابت باشند، تعداد چرخه‌های منجر به شکست از انتگرال‌گیری مستقیم مدل شاپوش-لمتر به صورتی که معادله بسته به دست می‌آید [۱۹]:

$$N_F = \frac{1}{(1-\alpha)(1+\beta)} \left(\frac{A_{II}}{M} \right)^{-\beta} \quad (7)$$

۲-۱- معیار حد خستگی ساینس

در رابطه (۳) اگر $A_{II} \leq A_{II}^*$ باشد، آنگاه بارگذاری زیر حد خستگی بوده ($\alpha=1$)، در نتیجه $\frac{\delta D}{\delta N} = 0$ خواهد شد و عمر خستگی نامحدود به دست می‌آید [۲۰].

۳- انتگرال‌گیری عددی از معادلات ساختاری

به روش ضمنی

در این بخش سعی بر آن است تا با معرفی معادلات حاکم بر مسئله، یک الگوریتم عددی جهت پیاده‌سازی به روش اجزای محدود برای حل آن ارائه گردد. تابع تسلیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f = \tilde{\sigma}_{eq} - \sigma_y \quad (8)$$

که $\tilde{\sigma}_{eq}$ تنش مؤثر معادل و σ_y تنش تسلیم بوده و برای معیار

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C}^{epd} &= \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} + Z_r (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \mathbf{V}_r) \otimes (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \mathbf{H} \boldsymbol{\eta}_{n+1}) \\
 Z_r &= \frac{1}{1 + Z_r \left[\boldsymbol{\eta}_{n+1}^T \mathbf{H} \left(\mathbf{V}_1 - \frac{\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \mathbf{V}_r}{1 + Z_r} \right) + h \sigma_{y_{n+1}} \right]} \\
 \mathbf{V}_r &= \frac{\mathbf{H}}{\sigma_{y_{n+1}} (1-D)} \left[\left(\frac{h \Delta \lambda_{n+1}}{\sigma_{y_{n+1}}} - 1 \right) \boldsymbol{\eta}_{n+1} + \Delta \lambda_{n+1} \mathbf{V}_1 \right] \\
 \mathbf{V}_1 &= \frac{-\gamma Z_1 \mathbf{X}_n + Z_r \boldsymbol{\eta}_{n+1}}{1 + Z_r} \\
 Z_r &= \frac{C Z_1}{\sigma_{y_{n+1}}} - \frac{h Z_r}{\sigma_{y_{n+1}}} - \gamma Z_1 Z_r \\
 h &= b(Q - R_{n+1})
 \end{aligned} \tag{21}$$

و \otimes نماد ضرب دوتایی تانسورها است.

اگر رابطه دیفرانسیلی رشد آسیب خستگی، یعنی رابطه (۲) به صورت نموی برای یک چرخه نوشته شود:

$$\left(\frac{\Delta D}{\Delta N} \right)_{N+1} = \left[1 - (1-D)^{\beta+1} \right]^\alpha \left[\frac{A_{II}}{M(1-D_{N+1})} \right]^\beta \tag{22}$$

و با استفاده از روش انتگرال گیری ضمنی، D در انتهای چرخه جدید به دست می آید:

$$D_{N+1} = D_N + \left(\frac{\Delta D}{\Delta N} \right)_{N+1} \tag{23}$$

جهت پیاده سازی مدل آسیب خستگی از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS استفاده شده است. در این نرم افزار با نوشتن یک زیر برنامه تحت عنوان آسیب، مدل آسیب پیاده سازی شد. الگوریتم پیش بینی الاستیک/پلاستیک (نگاشت برگشتی) و الگوریتم رشد آسیب خستگی که در زیر برنامه استفاده شده، به ترتیب در شکل های (۱) و (۲) آمده است.

۴- روش پرش در چرخه ها در بارگذاری خستگی

هنگامی که تعداد چرخه ها افزایش می یابند، محاسبه آسیب به صورت گام به گام زمان بر خواهد بود. به منظور کاهش زمان محاسبات، می توان از روش پرش در چرخه ها استفاده کرد [۲۲]. مطابق شکل (۳)، محاسبات لازم برای مجموعه معینی از چرخه های بارگذاری در فواصل انتخاب شده انجام می شود و

n بیان گر شماره نمو بارگذاری است. رابطه کار سختی همسان نمایی عبارت است از:

$$dR = b(Q - R) d\lambda \tag{16}$$

که در آن b و Q ثابت های ماده هستند. با انتگرال گیری ضمنی از رابطه فوق:

$$R_{n+1} = \frac{R_n + bQ \Delta \lambda_{n+1}}{1 + b \Delta \lambda_{n+1}} \tag{17}$$

در روش انتگرال گیری ضمنی از الگوریتم پیش بینی الاستیک/اصلاح پلاستیک (نگاشت برگشتی) استفاده می شود [۲۱]. با تعریف $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}^{tr}$ تانسور تنش آزمایشی مؤثر و $\boldsymbol{\varepsilon}$ مدول مماسی اصلاح شده (الگوریتمی) به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{tr} &= \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_n + \mathbf{C}^e \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \\
 \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{-1} &= \mathbf{C}^{e-1} + \frac{\Delta \lambda_{n+1}}{\sigma_{y_{n+1}} (1-D)(1+Z_r)} \mathbf{H}
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\eta}_{n+1} = \frac{1}{1+Z_r} \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \mathbf{C}^{e-1} (\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{n+1}^{tr} - Z_1 \mathbf{X}_n) \tag{19}$$

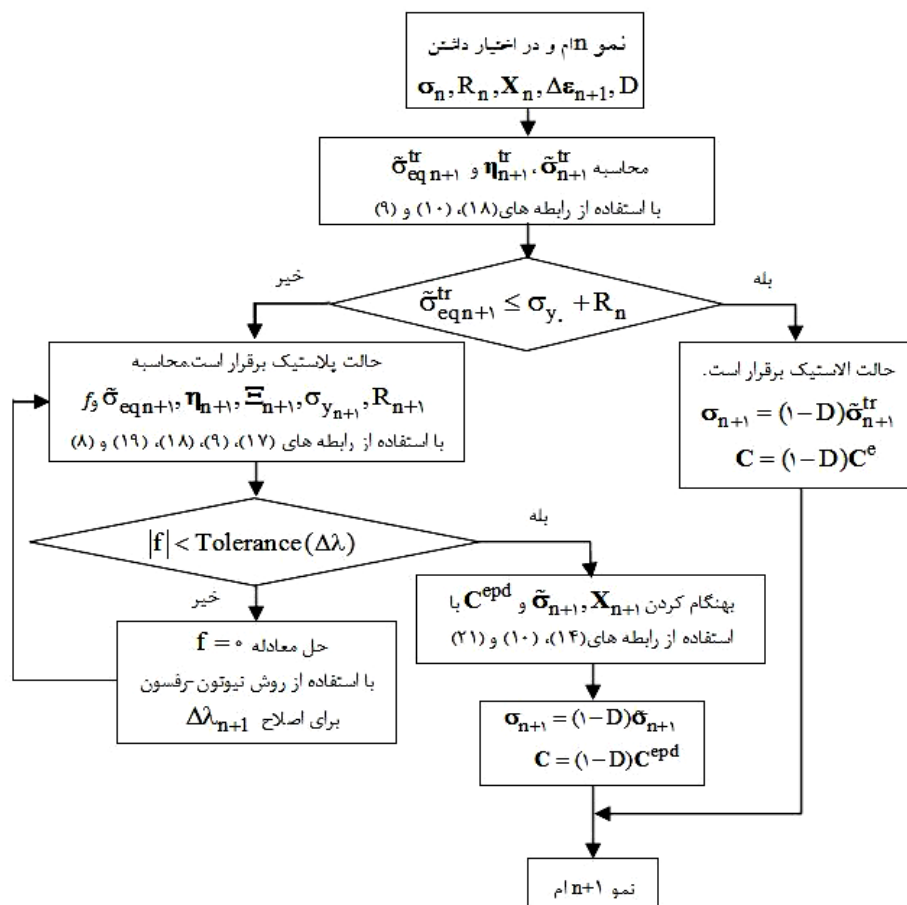
که در روابط فوق \mathbf{C}^e ماتریس سختی و \mathbf{C}^{e-1} ماتریس نرمی است.

مطابق مشاهدات تجربی، متغیرهای رفتار الاستیک و پلاستیک ماده قابل تفکیک در تابع پتانسیل حالت هستند و همچنین می توان رفتار پلاستیک و آسیب را از یکدیگر تفکیک کرد [۱۹]: به عبارت دیگر $\Delta D / \Delta N$ تابعی از $\Delta \lambda$ نیست و می توان D را در هر چرخه ثابت فرض کرد. این فرض، محاسبات را به صورت چشم گیری ساده می کند؛ زیرا در پیش بینی عمر خستگی، دامنه تنش ها برای تعیین چرخه بارگذاری استفاده می شوند (پلاستیسیته غیر وابسته به آسیب) [۱۸].

تغییرات تنش نسبت به کرنش یا همان ماتریس ژاکوبین با روش انتگرال گیری ضمنی، مدول مماسی سازگار نامیده شده و به صورت زیر به دست می آید:

$$\mathbf{C} = \frac{\partial \Delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}} = (1-D) \mathbf{C}^{epd} \tag{20}$$

که در آن:



شکل ۱- نمودار الگوریتم پیش‌بینی الاستیک/اصلاح پلاستیک (نگاشت برگشتی)

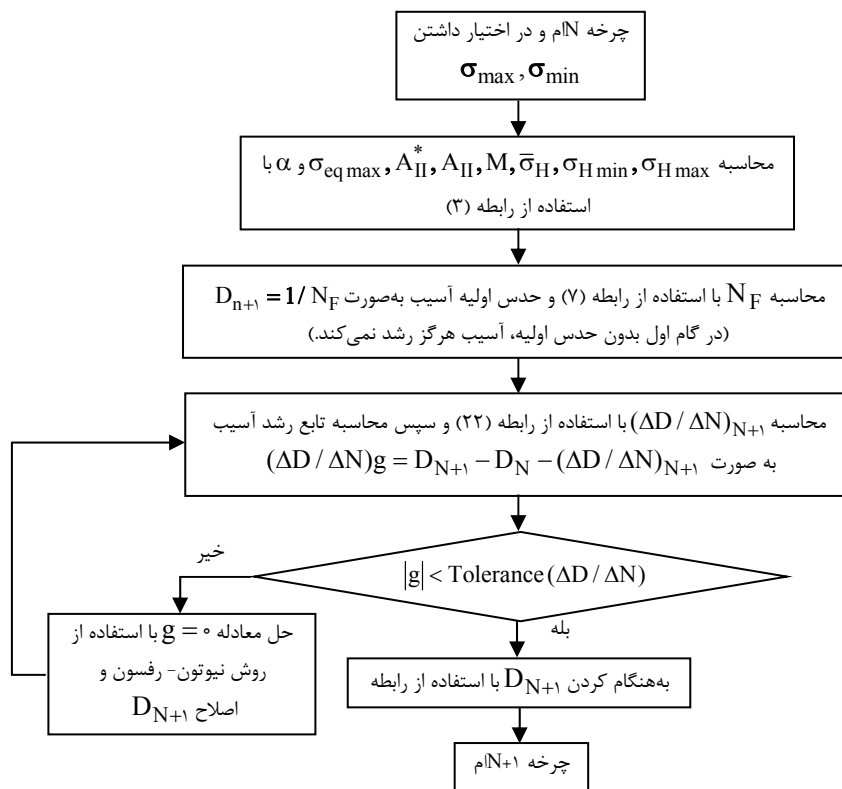
ثابت (که تاریخچه تنش برای تعداد محدودی از چرخه‌ها، ΔN ثابت است) فرض می‌شود کرنش پلاستیک و کار سختی سینماتیک ثابت باقی مانده و کرنش پلاستیک معادل، کار سختی همسان و متغیر آسیب، به صورت خطی برحسب تعداد چرخه‌ها افزایش می‌یابند (شکل ۴)). لازم به ذکر است که در این روش منحنی رشد آسیب از پیش تعیین شده نیست بلکه از شبیه‌سازی عددی با توجه به تأثیر متقابل میدان تنش و آسیب به دست می‌آید و مقدار آسیب یک تهاتر بین دقت آسیب و زمان حل خواهد بود.

ΔN ضریب پرش چرخه نامیده شده و مقدار آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

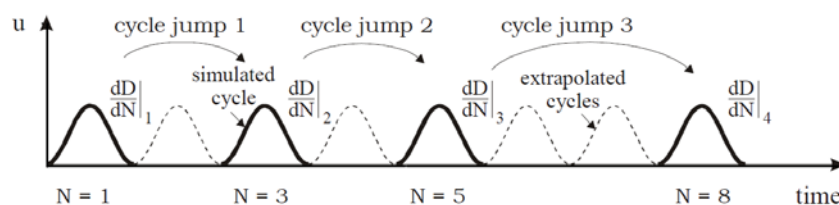
$$\Delta N = \min\left(\frac{\Delta \bar{p}}{\max\left(\frac{\Delta p}{\Delta N}\right)_{N_s}}, \frac{\Delta \bar{D}}{\max\left(\frac{\Delta D}{\Delta N}\right)_{N_s}}\right) \quad (24)$$

مقدار آسیب محاسبه شده در این مجموعه از چرخه‌ها برای سایر چرخه‌ها تعمیم داده می‌شوند. چرخه‌ها با خطوط توپر در شکل (۳)، در زمان واقعی شبیه‌سازی می‌شوند در صورتی که برای سایر چرخه‌ها (خطوط خط‌چین) نتایج شبیه‌سازی تعمیم داده می‌شوند. در واقع محاسبات مربوط به میدان تنش برای هر بلوک از چرخه صورت می‌گیرد و لزوماً برای هر چرخه محاسبه مجزای صورت نمی‌گیرد که نتیجه آن صرفه‌جویی قابل توجه در زمان حل و کاهش هزینه محاسبات را به دنبال خواهد داشت.

در این روش لازم است چرخه‌های بارگذاری به یک چرخه پایدار برسد (N_s). در یک چرخه پایدار تغییرات دامنه تنش برحسب دامنه کرنش بسیار کم و قابل چشم‌پوشی است. در روش پرش در چرخه‌ها، با بارگذاری دامنه تنش



شکل ۲- نمودار الگوریتم رشد آسیب خستگی



شکل ۳- پرش در چرخه‌ها در خستگی [۲۳]

$$p_D = \epsilon_{pD} \left(\frac{\sigma_u - \sigma_f}{\bar{\sigma}_{eq} - \sigma_f} \right)^m$$

$$= \epsilon_{pD} \left(\frac{\sigma_u - \sigma_f}{\frac{\sigma_{eq \max} + \sigma_{eq \min}}{2} - \sigma_f} \right)^m \quad (26)$$

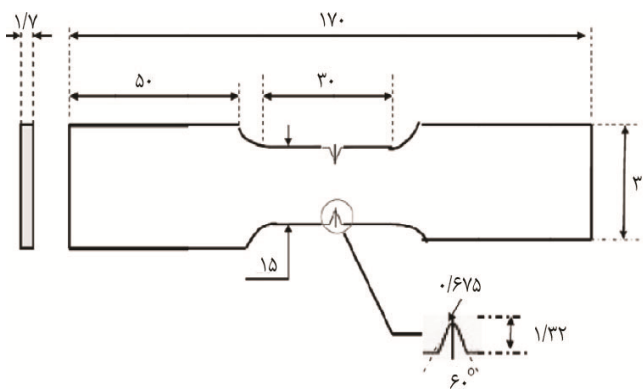
که در آن ϵ_{pD} کرنش پلاستیک آستانه آسیب در کشش ساده و m نمای آستانه آسیب است. در رابطه (۲۵)، D_c آسیب بحرانی بوده و مقدار تثوریک آن برابر با ۱ است و در عمل مقدار آن حاصل از آزمون‌های تجربی از مرتبه ۰/۲ تا ۰/۵ است. محاسبات عددی نشان داده‌اند $\Delta \bar{D} = 0.025$ یک تخمین

که در آن $\max \left(\frac{\Delta D}{\Delta N} \right)_{N_s}$ و $\max \left(\frac{\Delta p}{\Delta N} \right)_{N_s}$ به ترتیب نمو کرنش پلاستیک معادل المان بحرانی و نمو آسیب المان بحرانی در طول چرخه پایدار N_s است. $\Delta \bar{D}$ و $\Delta \bar{p}$ دقت پرش را تعیین می‌کنند و رابطه تقریبی زیر برای آنها پیشنهاد شده است:

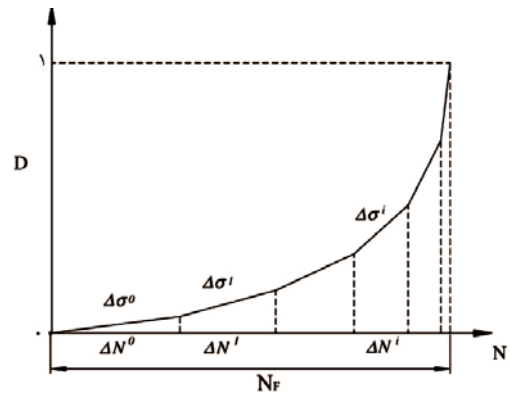
$$\Delta \bar{p} \approx \frac{p_D}{50} \quad (25)$$

$$\Delta \bar{D} \approx \frac{D_C}{50}$$

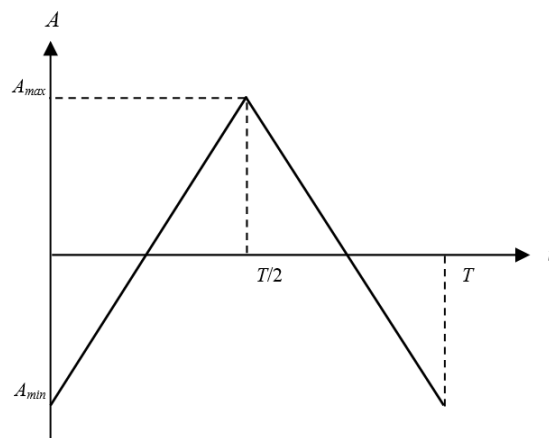
در رابطه فوق p_D کرنش پلاستیک معادل آستانه آسیب ($D=0$) بوده و مقدار آن از رابطه (۲۶) به دست می‌آید:



شکل ۵- هندسه نمونه شیاردار V شکل (ابعاد بر حسب میلی متر) [۱۷]



شکل ۴- تقریب خطی تکه‌ای رشد آسیب خستگی [۲۴]



شکل ۶- تابع دامنه در زیربرنامه UAMP

هوایی صورت گرفته و نتایج حاصل از تحلیل عددی با نتایج تجربی مقایسه می‌شوند.

۵-۱- آزمون خستگی نمونه شیاردار V شکل

در ابتدا برای صحت‌سنجی الگوریتم پیشنهادی، آزمون خستگی یک نمونه شیاردار شبیه‌سازی می‌گردد. هندسه نمونه شیاردار V شکل در شکل (۵) آمده است.

برای شبیه‌سازی بارگذاری چرخه‌ای با تعداد چرخه‌های زیاد، از روش پرش در چرخه‌ها که در بخش (۴) توصیف شد استفاده می‌شود. چرخه بارگذاری به صورت یک دامنه مثلثی مطابق شکل (۶)، در نظر گرفته می‌شود. در شکل (۶)، A_{min} و A_{max} به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار دامنه و T دوره تناوب است. در حالت متناوب بودن شکل (۶) به

مناسب برای شبیه‌سازی است [۲۵].

سرانجام کرنش پلاستیک معادل، کار سختی همسان و متغیر

آسیب به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned}
 p_{N_s+\Delta N} &= p_{N_s} + \left(\frac{\Delta p}{\Delta N} \right)_{N_s} \Delta N \\
 R_{N_s+\Delta N} &= R_{N_s} + \left(\frac{\Delta R}{\Delta N} \right)_{N_s} \Delta N \\
 D_{N_s+\Delta N} &= D_{N_s} + \left(\frac{\Delta D}{\Delta N} \right)_{N_s} \Delta N
 \end{aligned}
 \tag{۲۷}$$

۵- نتایج

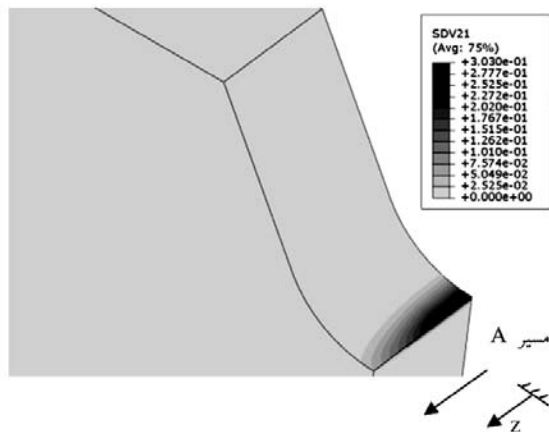
در این بخش، برای راستی آزمایی الگوریتم معرفی شده و صحت‌گذاری بر پیاده‌سازی عددی، آزمون خستگی استاندارد بر روی یک نمونه شیاردار و تخمین عمر در یک قطعه صنعت

جدول ۱- خواص مکانیکی آلیاژ Ti-6Al-4V [۱۷]

E(GPa)	ν	Q(MPa)	b	C(MPa)	γ	σ_{y0} (MPa)	F	G	H
۱۰۹/۴	۰/۳۷	-۱۷۵	۱۵	۶۲۰۶/۳۵	۲۶/۴۱	۹۴۰	۰/۵۴	۰/۳۴	۰/۶۵
L	M	N	σ_u (MPa)	σ_f (MPa)	a	b_1 (MPa ⁻¹)	b_2 (MPa ⁻¹)	M_1 (MPa)	B
۲/۳۴	۲/۳۴	۲/۳۴	۱۰۴۰	۳۵۸	۰/۷۵	۰/۰۰۱۳	۰/۰۰۰۵۵	۸۵۹۳۹۸/۴۰۴۹	۱/۷۹

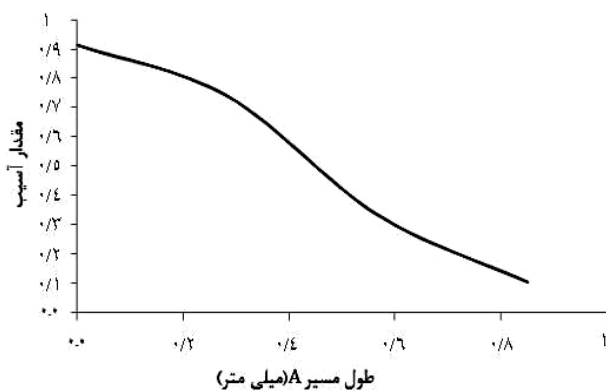
تعداد N چرخه می توان نوشت:

$$A = \begin{cases} \frac{A_{max} - A_{min}}{T/2} (t - NT) + A_{min} & \text{for } NT < t \leq (\nu N + 1) \frac{T}{2} \\ \frac{A_{min} - A_{max}}{T/2} (t - NT) + \nu A_{max} - A_{min} & \text{for } (\nu N + 1) \frac{T}{2} < t \leq (N + 1)T \end{cases} \quad (28)$$



شکل ۷- نمایه آسیب نمونه شیاردار با بیشترین

$$r = -0/5 \text{ و } \sigma_{net} = 320 \text{ Mpa}$$



شکل ۸- منحنی آسیب در پیشانی شکاف نمونه شیاردار از وسط

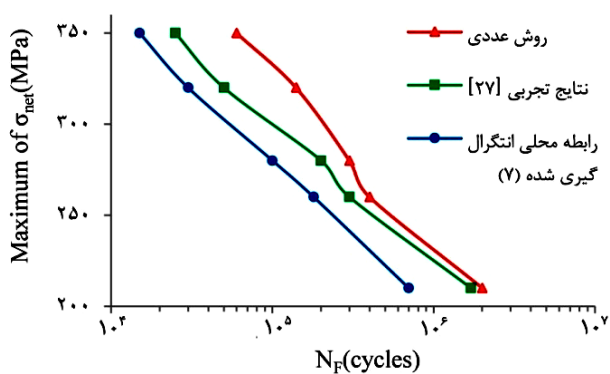
تا لبه نمونه (مسیر A، در شکل ۷)

$$\text{با آسیب بحرانی } 0/99 \text{، بیشترین } \sigma_{net} = 320 \text{ Mpa} \text{ و } r = -0/5$$

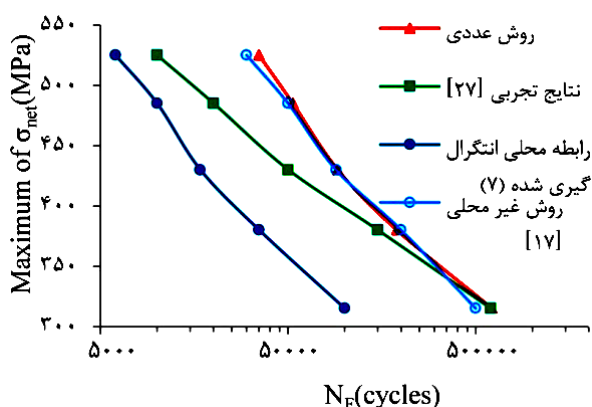
در حالت بارگذاری کاملاً معکوس شونده $r = \frac{A_{max}}{A_{min}} = 1$ است.

ماده مورد بررسی آلیاژ Ti-6Al-4V انتخاب شد که خواص مکانیکی آن در جدول (۱) آمده است. به علت وجود سه صفحه تقارن در شکل (۵)، تنها یک هشتم آن مدل سازی می شود. از المان آجری خطی هشت گره ای با نقاط انتگرال گیری کاهش یافته برای مدل اجزای محدود استفاده می شود. برای افزایش همگرایی، چگالی المان ها در محل شیار افزایش یافته و از ۴۲۰۰ المان برای مدل سازی سود برده می شود. اگر تنش میانگین بر روی سطح مقطع کاهش یافته باشد، نمایه آسیب با بیشترین تنش میانگین $\sigma_{net} = 320 \text{ Mpa}$ و نسبت تنش $r = -0/5$ در شکل (۷) ترسیم شده است. شکل (۷) نشان می دهد مقدار آسیب بحرانی $D_c = 0/3$ برای آلیاژ Ti-6Al-4V، در ریشه شیار اتفاق می افتد [۲۶]. در صورت ادامه بارگذاری چرخه ای و رشد آسیب، با تعریف مسیر در پیشانی شکاف از وسط تا لبه نمونه (تعریف شده در شکل (۷))، می توان نمودار آسیب در این مسیر را در شکل (۸) ملاحظه کرد.

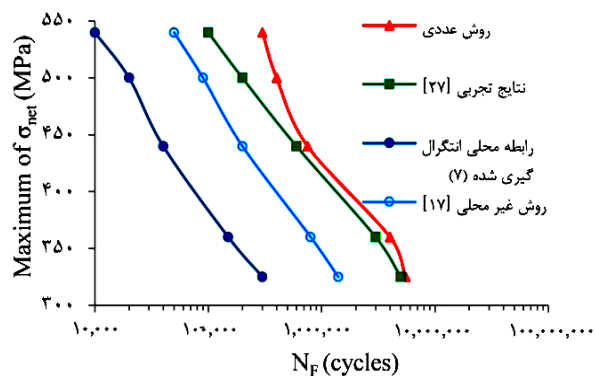
علت این امر را می توان به تمرکز تنش در وسط شیار نسبت داد. در دو لبه شیار ϵ_z قابل توجه بوده، در حالی که در وسط ضخامت مقدار آن بسیار کم خواهد بود و مقدار بیشینه σ_z در وسط قطعه متمرکز می شود. از این رو تنش چند محوره در این قسمت افزایش یافته و رشد سریع تر آسیب را به دنبال دارد. یکی



شکل ۹- نمودار و هلر نمونه شیاردار V شکل با $r = -0.5$



شکل ۱۰- نمودار و هلر نمونه شیاردار V شکل با $r = 0.1$



شکل ۱۱- نمودار و هلر نمونه شیاردار V شکل با $r = 0.5$

بالگرد تحت بارگذاری خستگی پیش‌بینی می‌شود.

اسپیندل قطعه‌ای از اتصال یونیورسال است که در صنایع خودروسازی (به‌عنوان مثال اتصال کشویی میل‌گاردان) و صنایع هوایی (به‌عنوان مثال اتصال روتور اصلی به پره‌های

از ابزارهای مهم در پیش‌بینی عمر خستگی قطعات، استفاده از نمودار تنش-عمر یا منحنی و هلر است. به‌کمک مدل آسیب‌پایه‌سازی شده می‌توان منحنی و هلر را استخراج نمود. در این روش با اعمال دامنه تنش‌های مختلف، تعداد چرخه‌های بارگذاری لازم برای رسیدن به آسیب بحرانی به‌دست آمده و به‌کمک آن می‌توان منحنی و هلر را رسم نمود. به‌عنوان مثال تعداد چرخه‌های لازم برای رسیدن به آسیب بحرانی در شکل (۷) برابر $N_F = 144100$ بوده که منحنی و هلر برای این حالت و چند حالت بارگذاری دیگر همراه با نتایج تجربی و رابطه انتگرال‌گیری شده (۷) در شکل (۹) آمده است. لازم به‌ذکر است رابطه (۷) در مرحله پس‌پردازش بعد از انجام تحلیل اجزای محدود قابل محاسبه است.

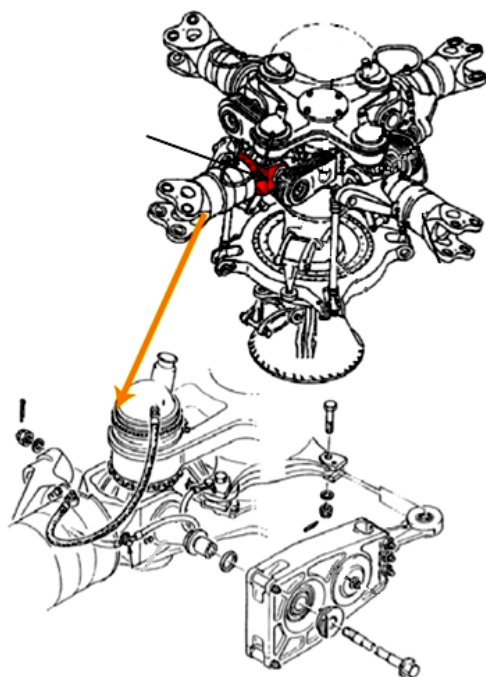
به‌صورت مشابه، منحنی و هلر چند حالت بارگذاری، برای نسبت تنش‌های $r = 0.1$ و $r = 0.5$ ، به‌ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) آمده است.

شکل‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) (منحنی‌های و هلر) نشان می‌دهند با افزایش r ، رابطه انتگرال‌گیری شده (۷) عمر کمتری را نسبت به نتایج تجربی و عددی پیش‌بینی کرده و محافظه‌کارانه عمل می‌کند؛ زیرا اثر ناحیه آسیب دیده را نزدیک محل شکاف به‌حساب نیاورده و باعث رشد سریع آسیب در محل شکاف می‌شود. روش عددی هم به‌دلیل استفاده از روش پرش در چرخه‌ها، عمر بیشتری را نسبت به عمر تجربی پیش‌بینی کرده که با کاهش ΔN ، عمر پیش‌بینی شده به عمر تجربی نزدیک‌تر می‌شود ولی زمان حل مسئله نیز افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل‌های (۹)، (۱۰) و (۱۱) دیده می‌شود نتایج روش عددی به مقادیر تجربی نزدیک‌تر بوده و قادر به پیش‌بینی زوال تدریجی ماده بوده و می‌تواند عمر دقیق‌تری را پیش‌بینی نماید.

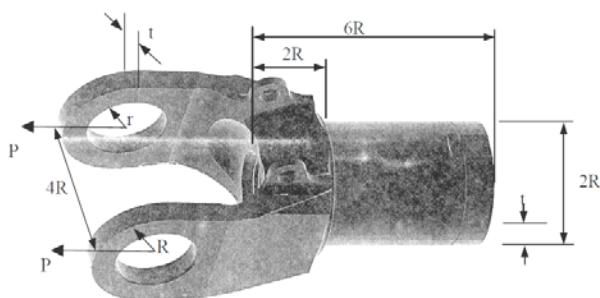
۲-۵- تخمین عمر اسپیندل روتور اصلی پره هاییک بالگرد

در این بخش با الگوریتم پیشنهادی که در نرم‌افزار آباکوس پایه‌سازی شده است، عمر اسپیندل روتور اصلی پره هاییک

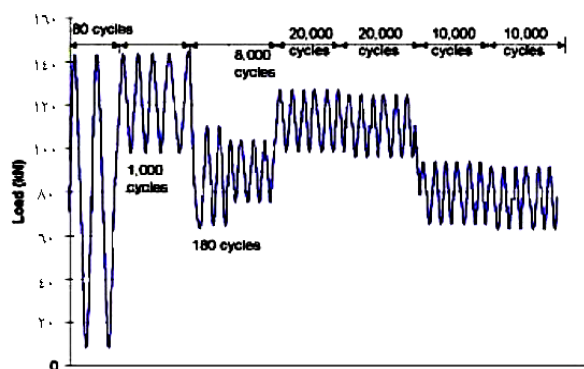
روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۵



شکل ۱۲- سر روتور اصلی بالگرد AS 332 [۲۸]



شکل ۱۳- نمای هندسی اسپیندل [۲۹]



شکل ۱۴- دامنه بارگذاری اسپیندل در یک ساعت پرواز [۲۹]

بالگرد) کاربرد فراوان دارد. اسپیندل بالگرد تحت بارگذاری خستگی قرار داشته و تخمین عمر این قطعه در بیشتر موارد تعیین کننده عمر بالگرد نیز خواهد بود. بالگرد مورد نظر از نوع AS332LSuperPuma با دو موتور توربوشفت است. سیستم روتور اصلی در این بالگرد شامل یک اتصال مفصلی است که چهار پره کامپوزیتی متصل به اتصالات ریشه‌ای را با لولاهای جدا شدنی حمل می‌کند. چرخش پره‌ها به وسیله یک صفحه، به کمک میله‌های فشاری انجام می‌شود و اسپیندل به صورت یک قطعه رابط در اتصال هوک بین روتور و انتهای پره قرار دارد. شکل (۱۲) آرایش کلی سر روتور را نشان می‌دهد (برای وضوح بیشتر، پره‌ها حذف شده‌اند)، در این شکل اسپیندل پره دارای حرکت دورانی و با توجه به نیروهای وارده به پره دارای بارگذاری متغیر است. روتور اصلی پره‌های بالگرد علاوه بر بارگذاری محوری متغیر، تحت گشتاور پیچشی نیز قرار دارد؛ اما به دلیل عدم تحمل پیچش توسط روتور، می‌توان از بارگذاری پیچشی آن صرف نظر نمود. بنابراین در مدل سازی می‌توان اسپیندل را ثابت و بارگذاری آن را متغیر فرض نمود.

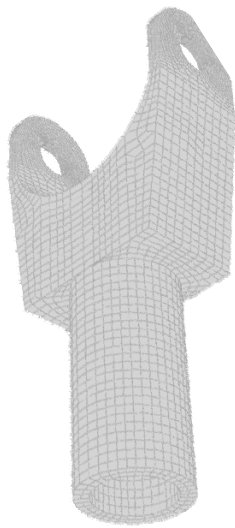
اسپیندل روتور اصلی پره‌های بالگرد در شکل (۱۳) نشان داده شده که از دو قسمت اصلی استوانه و زبانه‌ها تشکیل شده است. شعاع بیرونی زبانه و استوانه، شعاع درونی زبانه برای لولای اتصال، ضخامت کل اسپیندل و بار وارد بر مرکز لولا است. جنس اسپیندل آلیاژ Ti-6Al-4V بوده که ابعاد هندسی آن در جدول (۲) و دامنه بارگذاری آن برای یک ساعت پرواز در شکل (۱۴) آمده است.

مطابق شکل (۱۴) یک ساعت پروازی معادل $N=69260$ چرخه است. اسپیندل لازم است حداقل برای ۱۰۰۰۰ ساعت پروازی (معادل $N=6/926010^8$ چرخه) بدون بروز آسیب به کار خود ادامه دهد [۲۹].

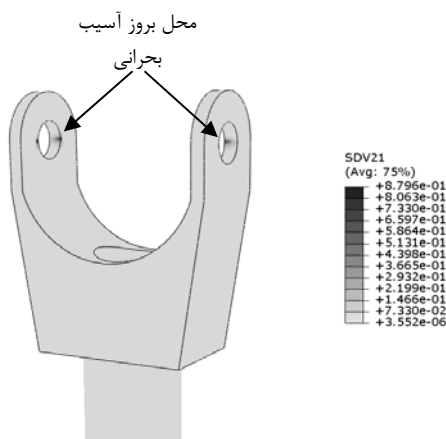
مدل اسپیندل با استفاده از المان‌های آجری خطی هشت گره‌ای با نقاط انتگرال‌گیری کاهش یافته تهیه شد. برای استقلال نتایج از حساسیت شبکه اجزای محدود، چگالی المان‌ها در

جدول ۲- ابعاد هندسی اسپیندل برحسب میلی متر [۲۹]

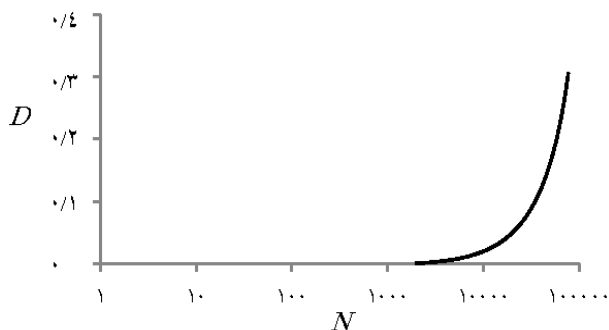
R	r	t
۲۵۰	۱۰۰	۶۷



شکل ۱۵- شبکه اجزای محدود اسپیندل با ۹۹۰۰ المان آجری



شکل ۱۶- نمایه آسیب در اسپیندل پس از یک ساعت پرواز با دو برابر بار شکل (۱۴)



شکل ۱۷- منحنی آسیب برحسب تعداد چرخه‌ها برای بحرانی‌ترین المان شکل (۱۶)

محل لولاهای اتصال (محل تمرکز تنش) افزایش یافت و از ۹۹۰۰ المان استفاده شد (شکل (۱۵)). سپس اسپیندل برای یک ساعت پروازی تحت بارگذاری خستگی قرار داده شد. پس از اعمال بارگذاری، هیچگونه آسیبی در اسپیندل به وجود نمی‌آید. این بیانگر آن است که بارگذاری کمتر از حد خستگی بوده ($\alpha=1$) و در نتیجه برای ۱۰۰۰۰ ساعت پروازی هم آسیبی درون اسپیندل رخ نخواهد داد و عمر آن نامحدود خواهد بود.

این نتیجه مورد انتظار بود؛ چرا که مطابق استانداردهای طراحی سازه‌های هوایی، برای قطعاتی که تحت بارگذاری خستگی قرار می‌گیرند لازم است جهت قابلیت اطمینان، بارگذاری با ضریب افزایشی اعمال گردد. از آنجا که در مورد این قطعه این ضریب در دسترس نیست، برای نشان دادن چگونگی رشد آسیب و پیش‌بینی محل شکست، ضریب افزایش بارگذاری برابر با ۲ انتخاب شد (ضریب افزایش بار در طراحی واقعی به مراتب از این مقدار کمتر است). اگر بارگذاری تا دو برابر افزایش یابد، مشاهده می‌شود که اسپیندل در محل لولاهای اتصال دچار آسیب خواهد شد (شکل (۱۶)).

نتیجه به دست آمده نشان می‌دهد که نقاط بحرانی، دو لبه درونی لولاهای اتصال هستند. نمودار آسیب برحسب تعداد چرخه‌ها برای بحرانی‌ترین المان تا حد آسیب بحرانی مطابق شکل (۱۷) خواهد بود.

نمونه تجربی اسپیندل پس از وقوع شکست در شکل (۱۸) آمده است. مقایسه شکل‌های (۱۶) و (۱۸) نشان می‌دهد محل شکست در مدل شبیه‌سازی شده و نمونه تجربی با یکدیگر مطابقت دارند.

چندمحوره استفاده شد. رشد آسیب خستگی در این مدل برحسب تنش‌های بیشینه و کمینه در هر چرخه بوده که می‌تواند برای رفتار تسلیم ناهمسان‌گرد نیز به‌کار رود. این مدل به‌روش ضمنی انتگرال‌گیری شد و با یک زیربرنامه ماده‌کاربر در نرم‌افزار آباکوس/استاندارد پیاده‌سازی عددی شد. برای کاهش زمان حل مسئله از روش پرش در چرخه‌ها، با تکیه بر شبیه‌سازی بارگذاری خستگی به‌صورت زیربرنامه دامنه‌کاربر، استفاده شد. برای صحت‌سنجی مدل پیاده‌سازی شده، ابتدا یک نمونه شیاردار V شکل تحت بارگذاری خستگی با نسبت تنش‌های متفاوت مورد تحلیل قرار گرفت و نتایج آن با نتایج تجربی و رابطه انتگرال‌گیری شده مقایسه شد که تطابق خوبی را نشان داد. سپس اسپیندل روتور اصلی پره‌هاییک بالگرد در یک ساعت پروازی تحت بارگذاری خستگی متغیر قرار گرفت و محل شکست آن با نمونه تجربی مقایسه گردید که توانایی این مدل به اثبات رسید.



شکل ۱۸- نمونه تجربی اسپیندل پس از شکست [۲۸]

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، از مدل رشد آسیب شابوش-لمتر برای پیش‌بینی عمر قطعات تحت بارگذاری خستگی پرچرخه به‌صورت

مراجع

- Lemaitre, J., *A Course on Damage Mechanics*, 1st Edition, Springer, Berlin, 1992.
- Fatemi, A., and Yang, L., "Cumulative Fatigue Damage and Life Prediction Theories: A Survey of the State of the Art for Homogeneous Materials", *International Journal of Fatigue*, Vol. 20, No. 1, pp. 9-34, 1998.
- Jing, J. P., Sun, Y., Xia, S. B., and Feng, G. T., "A Continuum Damage Mechanics Model on Low Cycle Fatigue Life Assessment of Steam Turbine Rotor", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 78, No. 1, pp. 59-64, 2001.
- Rinaldi, A., Peralta, P., Krajcinovic, D., and Lai, Y. C., "Prediction of Scatter in Fatigue Properties using Discrete Damage Mechanics", *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, No. 9, pp. 1069-1080, 2006.
- Lemaitre, J., Sermage, J., and Desmorat, P. R., "A Two Scale Damage Concept Applied to Fatigue", *International Journal of Fracture*, Vol. 97, No. 1, pp. 67-81, 1999.
- Desmorat, R., Kane, A., Seyed, M., and Sermage, J. P., "Two Scale Damage Model and Related Numerical Issues for Thermo-Mechanical High Cycle Fatigue", *European Journal of Mechanics*, Vol. 26, No. 6, pp. 909-935, 2007.
- Mashayekhi, M., "A Two Scale Damage Model for High Cycle Fatigue Life Prediction of Mechanical Components", *Esteghlal Journal of Engineering*, Vol. 31, No. 1, pp. 15-28, 2012. (In Persian).
- Bogard, F., Lestriez, P., and Guo, Y. Q., "Damage and Rupture Simulation for Mechanical Parts under Cyclic Loadings", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 132, No. 2, pp. 0210031-0210038, 2010.
- Zhang, T., McHugh, P. E., and Leen, S. B., "Finite Element Implementation of Multiaxial Continuum Damage Mechanics for Plain and Fretting Fatigue", *International Journal of Fatigue*, Vol. 44, pp. 260-272, 2012.
- Chaboche, J. L., "Une Loi Différentielle D'endommagement de Fatigue Avec Cumulation non Linéaire", *Revue Française de Mécanique*, Vol. 50, No. 51, pp. 71-82, 1974.
- Lemaitre, J., and Plumtree, A., "Application of Damage Concepts to Predict Creep-Fatigue Failures", *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 101, No. 3, pp. 284-292, 1979.
- Chaboche, J. L., and Lesne, P. M., "A Non-Linear

- Continuous Fatigue Damage Model”, *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, Vol. 11, No. 1, pp. 1-17, 1988.
13. Lemaitre, J., “Local Approach of Fracture”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 25, No. 5, pp. 523-537, 1986.
 14. Wang, J., “A Continuum Damage Mechanics Model for Low-Cycle Fatigue Failure of Metals”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 41, No. 3, pp. 437-441, 1992.
 15. Wang, T., and Lou, Z., “A Continuum Damage Model for Weld Heat Affected Zone under Low Cycle Fatigue Loading”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 37, No. 4, pp. 825-829, 1990.
 16. Li, C., Qian, Z., and Li, G., “The Fatigue Damage Criterion and Evolution Equation Containing Material Microparameters”, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 34, No. 2, pp. 435-443, 1989.
 17. Lemaitre, J., and Chaboche, J. L., *Mechanics of Solid Materials*, 1st Edition, Cambridge University Press, 1990.
 18. Marmi, A. K., Habraken, A. M., and Duchene, L., “Multiaxial Fatigue Damage Modelling at Macro Scale of Ti-6Al-4V alloy”, *International Journal of Fatigue*, Vol. 31, No. 11, pp. 2031-2040, 2009.
 19. Dattoma, V., Giancane, S., Nobile, R., and Panella, F. W., “Fatigue Life Prediction under Variable Loading Based on a new Non-Linear Continuum Damage Mechanics Model”, *International Journal of Fatigue*, Vol. 28, No. 2, pp. 89-95, 2006.
 20. Sines, G., *Behavior of Metals under Complex Static and Alternating Stresses*, Metal fatigue, New York: McGraw-Hill, 1959.
 21. Simo, J. C., and Hughes, T. J. R., *Computational Inelasticity*, Springer, New York, 1998.
 22. Lemaitre, J., Desmorat, R., *Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures*, Springer, Berlin, 2005.
 23. Van Paepegem, W., Degrieck, J., and Baets, P. De, “Finite Element Approach for Modelling Fatigue Damage in Fibre-Reinforced Composite Materials”, *Composites Part B: Engineering*, Vol. 32, No. 7, pp. 575-588, 2001.
 24. Raje, N., Slack, T., and Sadeghi, F., “A Discrete Damage Mechanics Model for High Cycle Fatigue in Polycrystalline Materials Subject to Rolling Contact”, *International Journal of Fatigue*, Vol. 31, No. 2, pp. 346-360, 2009.
 25. Warhadpande, A., Jalalahmadi, B., Slack, T., and Sadeghi, F., “A New Finite Element Fatigue Modeling Approach for Life Scatter in Tensile Steel Specimens”, *International Journal of Fatigue*, Vol. 32, No. 4, pp. 685-697, 2010.
 26. Naderi, M., Hoseini, S. H., and Khonsari, M. M., “Probabilistic Simulation of Fatigue Damage and Life Scatter of Metallic components”, *International Journal of Plasticity*, Vol. 43, pp. 101-115, 2013.
 27. Military Handbook MIL-HDBK-5H, *Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures*, US Department of Defense, 1998.
 28. Conradi, K., “Report on the Accident to Aerospatiale (Eurocopter) AS 332L Super Puma Registration G-PUMI at Aberdeen Airport”, Department for Transport, Hampshire, U.K., 2010.
 29. Forth, S. C., Everett, R. A., and Newman, J. A., “A Novel Approach to Rotorcraft Damage Tolerance”, *6th Joint FAA/DoD/NASA Aging Aircraft Conference*, San Francisco, California, 2002.