

## تحلیل غیرخطی مادی و هندسی سازه‌ها به روش اجزاء مجزای اصلاح شده

احسان فاضلی و فرهاد بهنام‌فر\*

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۷/۱۷ - دریافت نسخه نهایی: ۱۳۹۴/۰۶/۲)

**چکیده** - در این مقاله تئوری روش اجزای مجزای اصلاح شده برای دنبال کردن رفتار سازه تا فروریزش و نرم‌افزاری برای تحلیل سازه‌ها با استفاده از آن ارائه می‌شود. نمونه‌های مختلفی با این روش مدل‌سازی و با نرم‌افزار توسعه داده شده در این تحقیق تحلیل می‌شوند. نتایج نشان می‌دهند که روش اجزای مجزای اصلاح شده در مقایسه با روش اجزای محدود توانایی تحلیل سازه‌ها را با دقت بالا در مدت زمان کوتاهی دارد و همگرایی حل مسئله در آن به صورت خودکار حاصل می‌شود. همچنین در این مقاله برای اصلاح ماتریس سختی در ناحیه غیرخطی از روش جدیدی استفاده می‌شود که نسبت به روش اصلی اجزای مجزای اصلاح شده، دقت پاسخ را تا ۳۰٪ افزایش می‌دهد.

واژگان کلیدی: تحلیل خطی، تحلیل غیرخطی، تغییر مکان‌های بزرگ، روش اجزای مجزای اصلاح شده، روش المان محدود.

## Material and Geometrical Nonlinear Analysis of Structures Using Improved Applied Element Method (IAEM)

E. Fazeli and F. Behnamfar\*

Department of Civil Engineering, Isfahan University of Technology

**Abstract:** In this paper, first the theory of Improved Applied Element Method (IAEM) is proposed and then an appropriate algorithm and software are developed for analyzing structures behavior until collapse by this method. Then, some examples of structural analysis by the above method and a software developed for this study are presented. The results show that IAEM has the ability to solve the discussed problems more accurately in less time than Finite-Element Method (FEM). Moreover, the efficiency of the method for solving large displacements problems is enhanced in this research by introducing nonlinear response indicators. For modification of the stiffness matrix in the nonlinear range, a new method is presented that increases the accuracy of calculation up to 30%.

**Keywords:** Non-linear analysis, large displacements, Improved Applied Element Method (IAEM), finite element method.

\* : مسئول مکاتبات، پست الکترونیکی: farhad@cc.iut.ac.ir

$k_n$ سختی فنر عمودی بین دو المان (N/m)	a فاصله محور به محور المان‌ها (طول المان) (m)
$k_s$ سختی فنر برشی بین دو المان (N/m)	b عرض المان (m)
$K_{springs}$ ماتریس سختی سازه با در نظر گرفتن فنرها (N/m)	d بخشی از ارتفاع مقطع که توسط فنر مورد نظر تعریف می‌شود
L فاصله مرکز المان تا فنر مورد نظر (m)	E ضریب ارتجاعی مصالح ( $N/m^2$ )
$l_i$ فاصله مرکز المان تا فنر i ام (m)	$E_0$ ضریب ارتجاعی اولیه ( $N/m^2$ )
P بردار نیروهای خارجی در مرکز المان‌ها (N)	G ضریب ارتجاعی برشی مصالح ( $N/m^2$ )
t ضخامت مقطع (m)	K ماتریس سختی سازه (N/m)
$\alpha$ زاویه چرخش المان‌ها در هر گام (rad)	k ماتریس سختی المان (N/m)
$\alpha_n$ ضریب کاهش بار	$k_1$ سختی فنرهای عمودی بال (N/m)
$\epsilon_y$ کرنش تسلیم	$k_2$ سختی فنرهای عمودی جان (N/m)
$\theta$ زاویه بین محل فنر و مرکز المان (rad)	$K_{bR}$ سختی تکیه‌گاه‌های دورانی (N/m)
$\Delta$ بردار تغییر مکان المان‌ها (m)	$K_{bT}$ سختی تکیه‌گاه‌های انتقالی (N/m)
	$K_n$ سختی فنر عمودی (N/m)

## ۱- مقدمه

گردید [۱]. روش اجزای مجزا بر پایه تقسیم محیط به المان‌های مجزا و محاسبه نیروهای تماسی در مرز المان‌ها با استفاده از رابطه نیرو و جابه‌جایی و استفاده از آن در گام زمانی بعدی برای تعیین موقعیت هر المان توسط قانون دوم نیوتن است. در این روش مکرراً (برای همه المان‌ها و همه گام‌های زمانی) از قانون دوم نیوتن و رابطه نیرو و جابه‌جایی استفاده می‌گردد. کاندال و همکارانش با توسعه مدل سه‌بعدی روش اجزای مجزا و همچنین بیان این روش با استفاده از المان‌های دایره‌ای و چندضلعی به بسط و توسعه روش اجزای مجزا برای آنالیز محیط‌های دانه‌ای خاک پرداختند. برنامه‌های کامپیوتری UDEC و 3DEC از دستاوردهای این تلاش‌ها هستند [۲]. تینگ و کورکام به توسعه این روش برای المان‌های با شکل بیضی و همچنین بررسی اثر اندرکنش خاک و سازه در قالب بررسی اثر توأم دیوار حائل و خاکریز پشت آن با روش اجزای مجزا پرداختند [۲]. هاکانو و اوامرا با استفاده از المان‌های دایره‌ای مدل‌سازی و تحلیل شالوده‌های سطحی و عمیق تحت بارگذاری دینامیکی را به انجام رساندند [۳]. در سال ۲۰۱۱،

در نظر گرفتن اثرات رفتار غیرخطی در تحلیل سازه‌ها به‌منظور به‌دست آوردن نتایجی واقع‌بینانه از اهمیت زیادی برخوردار است به‌خصوص هنگامی که نیروهای بزرگی همانند زلزله و انفجار به سازه اعمال می‌گردد. اثرات غیرخطی می‌تواند ناشی از دو عامل هندسی و مادی باشد. عواملی همانند خطای موجود در هنگام ساخت و اثرات  $P-\delta$  و  $P-\Delta$  (خروج از مرکزیت بار قائم P در اثر جابه‌جایی ناشی از بارهای افقی،  $\Delta$ ، و بارهای قائم  $\delta$ ) می‌تواند رفتار غیرخطی هندسی ایجاد کنند، درحالی‌که تغییر شکل‌های خمیری ناشی از ورود مصالح به ناحیه غیرخطی می‌تواند عاملی برای رفتار غیرخطی مادی باشد. از آنجایی که تغییر مکان‌های بزرگ در برهم زدن پایداری سازه‌ها نقش اساسی دارند، محققان تلاش‌های زیادی جهت پیدا کردن روش‌های مناسبی برای در نظر گرفتن آن در تحلیل سازه‌ها صورت داده‌اند که از آن جمله می‌توان به روش اجزای مجزا<sup>۱</sup> اشاره کرد. این روش اولین بار در سال ۱۹۷۱ توسط کاندال برای مدل‌سازی تغییر مکان‌های بزرگ در محیط‌های سنگی ابداع

در دهه آخر قرن بیستم از ترکیب روش اجزای مجزا با روش اجزای محدود یک روش مرکب به نام روش ترکیبی اجزا محدود- مجزا ابداع شد. این روش ترکیبی قابلیت مدل سازی و حل مسائلی که به نحوی مرتبط با مکانیک جامدات، شکست، فروپاشی، ترک خوردگی، برخورد، سقوط و هرگونه آسیب دیدگی در مواد و مصالح باشند را دارا است [۷]. او نیات و همکارانش با ترکیب روش های اجزای محدود و مجزا روشی برای حل مسائل تحلیل دینامیکی در ژئومکانیک ارائه کردند. روش ارائه شده امکان لحاظ کردن تغییر شکل های الاستوپلاستیک در بلوک های اجزا مجزا را فراهم می کند [۸]. یکی از ضعف های اساسی در روش های پیشین اجزا مجزا عدم دقت کافی در آنالیز سازه ها در بارگذاری استاتیکی در محدوده تغییر مکان های کوچک است که از عدم ارضای پیوسته معادلات تعادل ناشی می شود. برای رفع این مشکل، مگرو و تاج الدین روش اجزا کاربردی<sup>۳</sup> را ابداع نمودند [۹]. ایده اصلی این روش جایگزینی مجموعه فنرهای عمودی و برشی در تمام نقاط اطراف یک المان (تعادل پیوسته) به جای استفاده از تنها یک جفت فنر در هر ضلع است. در روش اجزا مجزای کاربردی هر فنر معرف نیروی ایجاد شده در یک نقطه از المان است و نقاط برخورد برای هر المان به تعداد زیاد در اطراف المان گسترده شده که این موضوع به برآورد دقیقی از مجموعه نیروهای مؤثر بر المان کمک می کند [۱۰]. مگرو و تاج الدین به بررسی اثر تغییر مکان های بزرگ و مدل سازی رفتار کمانش و پس از کمانش سازه ها با این روش پرداختند که نتایج حاصل از این تحقیق حاکی از عملکرد مناسب و دقت خوب این روش در مدل سازی این مساله در مقایسه با نتایج حل دقیق بوده است [۱۱]. از دیگر کاربردهای این روش که اخیراً ابداع شده است توانایی در مدل سازی گسل ها و بررسی اثرات حرکات زمین و اثر اندرکنش خاک و سازه است. با مدل سازی حرکت گسل و تغییر شکل بزرگ آن می توان یک زلزله را در مدل کامپیوتری شبیه سازی نمود و به بررسی اثرات کاهیدگی و میرایی امواج پرداخت [۱۲].

مدل بلوک های انعطاف پذیر توسط جین و همکاران بسط داده شد. در این نظریه برای سیستم های بلوکی که برآورد کننده کرنش های کوچک، تغییر مکان های محدود و شرایط چرخش محدود است، روشی به نام 3MDEM ارائه شد که روش عددی کارآمدی است و رفتار مکانیکی غیرخطی، تغییر مکان های بزرگ و مسائل دینامیکی را شبیه سازی می کند. براساس فرضیه کرنش های کوچک، حرکت نقاط در یک بلوک که قابلیت تغییر شکل دارد می تواند به مجموع بلوک هایی با حرکت جسم صلب و تغییر شکل خود بلوک تجزیه شود. نتایج حاصل از شبیه سازی حاکی از دقت خوب آن در مقایسه با روش المان محدود حاصل بود [۴]. اصولاً استفاده از روش اجزای مجزا برای کاربردهای مهندسی زلزله، در ژاپن توسعه داده شده است. با وجود اینکه در ابتدا روش اجزای مجزا به طور عمده برای مدل سازی استاتیکی محیط های ماسه ای و سنگی به کار گرفته شده بود، هاکانو و مگرو توانایی مدل سازی رفتار شکست در محیط های سازه ای مانند بتن به این روش را با اعمال تغییراتی بر مدل های پیشین، نشان دادند [۵]. روش حاصل از تغییرات اعمال شده بر روش قدیمی تر اجزای مجزا، تحت عنوان روش توسعه یافته اجزای مجزا<sup>۲</sup> نام گذاری شد که در محاسبه تغییر مکان های بزرگ در محیط های غیر پیوسته از دقت بالایی برخوردار است. در این روش سنگدانه های بتن به عنوان المان های اصلی با شکل دایره ای انتخاب شده و سیمان موجود بین سنگدانه ها که در ترکیب با یکدیگر تشکیل محیط بتنی را می دهند، به عنوان مصالح چسبنده مدل سازی شد. در مدل عددی علاوه بر فنرهای موجود برای مدل سازی برخورد بین المان های اصلی یک جفت فنر و میراگر اضافی نیز در راستای عمودی و مماسی بین المان ها قرار داده شده که خواص این فنرهای اضافی تابع مصالح مورد استفاده بین دانه های اصلی هستند. با روش توسعه یافته اجزای مجزا مدل سازی های بسیاری برای رفتار ساختمان های آسیب دیده از زلزله ۱۹۹۵ کوبه در ژاپن صورت گرفت که نتایج به دست آمده تطابق خوبی با رفتار واقعی فروریزش این ساختمان ها در اثر زلزله داشته است [۶].

روش علاوه بر کاهش حجم محاسبات و ساده‌سازی تعریف معیارهای گسیختگی و محاسبه تنش‌ها و کرنش‌ها، قابلیت محاسبه لنگرهای خمشی در هر نقطه از سازه را نیز دارا است. استفاده از لفظ اصلاح شده نسبت به نسخه قبلی این روش (روش اجزا مجزا) به دلیل استفاده از فرم‌هایی با خواص کاملاً دلخواه و متفاوت در ارتفاع عضو است که این مسئله در مدل‌سازی مقاطع متغیر در ارتفاع و همچنین مقاطع فولادی حجم محاسبات و ماتریس‌ها را به شدت کاهش داده و زمان حل مسئله را نیز بسیار کوتاه‌تر خواهد کرد. از کاربردهای این روش می‌توان به مدل‌سازی فروریزش برج‌های دوقلوی تجارت جهانی با تطبیق بسیار خوب نتایج با رفتار واقعی سیستم اشاره نمود [۱۵].

در این مقاله با استفاده از روش اجزای مجزای اصلاح شده، سازه با در نظر گرفتن اثر تغییر مکان‌های بزرگ به صورت غیرخطی تحلیل شده و برای به حداقل رساندن خطای هر گام، از ضریب اصلاح گام غیرخطی مادی استفاده می‌گردد. همچنین ماتریس سختی براساس زاویه دوران المان در رفتار غیرخطی هندسی اصلاح می‌شود. با حل مثال‌هایی، دقت این روش در مقایسه با روش اجزای محدود سنجیده می‌شود.

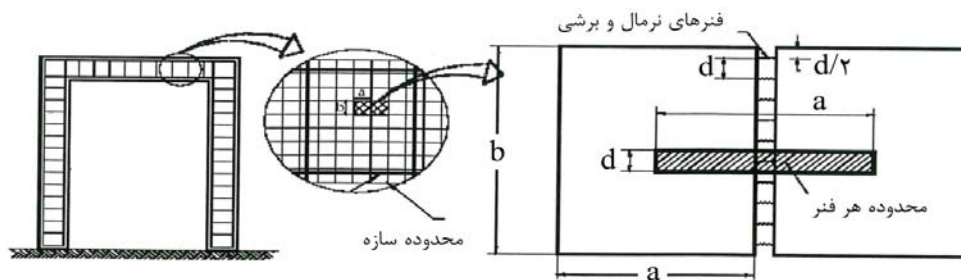
## ۲- مدل‌سازی در محدوده رفتار خطی

### ۲-۱- المان‌بندی

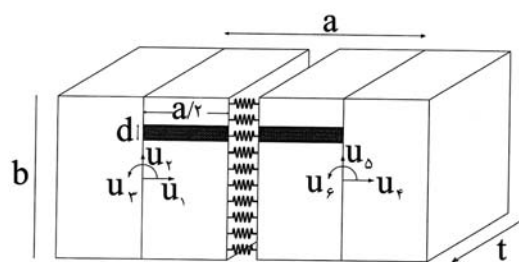
روش اجزای مجزای اصلاح شده، مبتنی بر المان‌بندی محیط سازه توسط بلوک‌های صلب و تعریف سطوحی به نام سطوح تماس، و برقراری رابطه نیرو- تغییر مکان برای المان‌ها و ارضای شرط تعادل در حین آنالیز سازه بین نیروهای خارجی و داخلی سیستم است. در روش آنالیزی که در این مقاله ارائه شده است فقط نیروهای داخلی ایجاد شده در صفحه سازه (شامل یک لنگر، یک نیروی محوری و یک نیروی برشی در هر مقطع) در نظر گرفته می‌شوند. این مسئله در تعریف توزیع نیرو در فنرهای اتصال بین المان‌ها نمایان می‌شود. مدل‌سازی در این

از سال ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۵ کاربردهای مختلف این روش در آنالیز رفتار سازه‌های بتن آرمه تحت انواع بارگذاری و مدل‌سازی فروریزش آنها توسعه داده شد. از مهم‌ترین پیشرفت‌های حاصل شده در این زمینه توانایی مدل‌سازی سازه‌ها به صورت سه‌بعدی و ابداع روش اجزا مجزای سه‌بعدی<sup>۴</sup> بوده است. یک برنامه تجاری کامپیوتری براساس این روش تهیه شده که از کاربردهای آن می‌توان به مدل‌سازی اثر برخورد هواپیما و یا پرتابه به ساختمان و همچنین مدل‌سازی فروریزش کامل آن و اثرات فروریزش بر ساختمان‌های مجاور نام برد [۱۳].

اگرچه روش اجزای کاربردی در محدوده وسیعی از کاربردهای مهندسی با دقت بسیار بالا و کارایی زیاد مورد استفاده قرار گرفته است اما دارای نقاط ضعفی نیز است. از اساسی‌ترین و محدود کننده‌ترین نقاط ضعف این روش عدم توانایی در مدل‌سازی سازه‌های فولادی با مقاطع بال‌دار و همچنین نیاز به تعداد زیاد المان و زمان حل نسبتاً بالا است. الخولی و مگرو به ارائه روش جدیدی در این راستا به نام روش اجزای مجزای اصلاح شده<sup>۵</sup> پرداختند [۱۴]. در این روش با اعمال تغییراتی در ماتریس سختی سازه قابلیت مدل‌سازی مقاطع فولادی و همچنین کاهش زمان آنالیز تا چندین برابر کمتر و بالا بردن دقت روش تا چند برابر دقت روش قبلی و مزیت عدم نیاز به حافظه زیاد، به روش قبلی اضافه شد. اصل اساسی این روش نیز مانند روش‌های پیشین بر مبنای استفاده مکرر از قانون نیرو- جابه‌جایی در حالت بارگذاری استاتیکی یا قانون دوم نیوتن در حالت بارگذاری دینامیکی است. از ویژگی‌های این روش برای آنالیز سازه‌ها استفاده از اصل تیر برنولی و استفاده از تنها یک المان در جهت عرض اعضاء است. در این روش با استفاده از فنرهای عمودی و برشی در سطوح تماس بین المان‌ها به صورت گسترده، توزیع تنش‌ها و کرنش‌های ایجاد شده در ارتفاع مقطع عضو از متجه نیروی داخلی به وجود آمده در این فنرهای گسترده به دست می‌آید. استفاده از فنرهای گسترده در سطوح تماس بین المان‌ها در این



شکل ۱- آرایش المان‌ها در روش اجزای مجزای اصلاح شده



شکل ۲- درجات آزادی نظیر هر المان و نحوه قرارگیری فنرهای عمودی و برشی

ارتفاع مقطع که توسط فنر مورد نظر تعریف می‌شود،  $t$  ضخامت مقطع و  $a$  فاصله محور به محور المان‌ها یا به عبارتی طول هر المان است.

با جایگزینی ضریب ارتجاعی برشی مصالح در رابطه (۱) به جای ضریب ارتجاعی آن، سختی فنرهای برشی یا سختی برشی میله جایگزین به صورت زیر به دست می‌آید:

$$K_t = \frac{G.d.t}{a} \quad (2)$$

برای مدل‌سازی چند نوع مصالح در کنار هم که متداول‌ترین آن مدل‌سازی آرماتور در سازه‌های بتن مسلح است، در محل قرارگیری آرماتورهای طولی در ارتفاع مقطع تعدادی فنر عمودی و برشی برای مدل‌سازی آرماتورها تعریف می‌شوند. این فنرهای عمودی و برشی در امتداد محور آرماتورها قرار داده می‌شوند. مدل‌سازی آرماتورهای طولی به روش اجزا مجزای اصلاح شده در شکل (۳) نشان داده شده است.

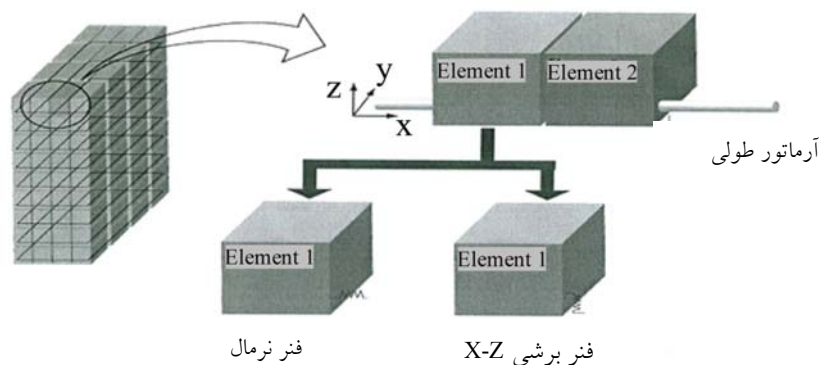
روش مورد استفاده برای تحلیل سازه در اینجا همان روش سختی است، به این صورت که بردار نیروهای خارجی معلوم

روش براساس تقسیم سازه به المان‌هایی به اشکال مکعب مستطیل است به گونه‌ای که در جهت عرض عضو در صفحه سازه فقط یک المان تعریف می‌شود. مکعب‌های تعریف شده کاملاً صلب و در حین اعمال نیرو بدون تغییر شکل و فقط قادر به حرکت جسم صلب هستند. پس از تعریف المان‌ها نوبت به تعریف فنرهای اتصال دهنده المان‌ها می‌رسد. برای هر المان سه درجه آزادی شامل دو درجه آزادی انتقالی و یک درجه آزادی چرخشی در مرکز المان‌های مکعبی تعریف شده است. شکل‌های (۱) و (۲) به ترتیب نحوه المان‌بندی سازه و مشخصات المان‌ها را در این روش نشان می‌دهند.

هر فنر عمودی معرف حجمی از ماده معادل  $d.t.a$  است که با فرض جایگزینی یک میله به جای آن از روابط زیر می‌توان سختی این فنر عمودی، را به شرح زیر محاسبه نمود:

$$K_n = \frac{E.A}{L} = \frac{E.d.t}{a} \quad (1)$$

در معادله فوق  $E$  ضریب ارتجاعی مصالح،  $d$  بخشی از



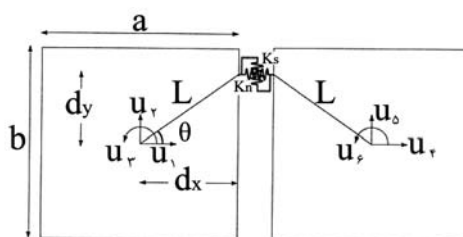
شکل ۳- نمایش مدل‌سازی آرماتورهای طولی در روش IAEM

در ادامه، نحوه محاسبه ماتریس سختی ارائه می‌شود.

### ۲-۲- ماتریس سختی هر المان

برای به دست آوردن ماتریس سختی سازه در روش اجزا مجزای اصلاح شده، دو المان از سازه در وضعیت اولیه افقی یا قائم در نظر گرفته شده و برای هر حالت ماتریس سختی مربوطه محاسبه می‌شود. همان‌طور که گفته شد المان‌ها به صورت کاملاً صلب فرض شده و هر المان دارای سه درجه آزادی است. در نتیجه ماتریس سختی هر فنر که برای دو المان مجاور نوشته می‌شود  $6 \times 6$  خواهد بود. برای محاسبه هر درایه از ماتریس سختی، ابتدا یک تغییر مکان در هر راستا اعمال شده و نیروهای به وجود آمده در بقیه درجات آزادی که بسته نگه‌داشته شده‌اند محاسبه می‌شود. نحوه قرارگیری المان‌ها و درجات آزادی در حالت المان‌های افقی در شکل (۴) نمایش داده شده است.

بدین ترتیب درایه‌های ماتریس سختی سازه مطابق رابطه (۴) به دست می‌آید. ذکر این نکته قابل توجه است که علامت درایه‌های ماتریس سختی تابع محل قرارگیری فنر است. از جمع نمودن درایه‌های متناظر هر درجه آزادی مربوط به فنرهای اطراف هر المان به ماتریس سختی کلی سیستم می‌توان دست یافت. در ارتباط با المان‌های قرار گرفته در راستای قائم درایه‌های ماتریس اندکی تفاوت خواهد داشت. در این حالت درایه‌های ماتریس سختی از رابطه (۵) به دست می‌آید:



شکل ۴- مختصات قرارگیری فنرهای عمودی و برشی برای دو المان افقی

فرض شده و تغییر مکان‌های داخلی سیستم که برای درجات آزادی قرار گرفته در مرکز المان‌ها تعریف شده‌اند، به عنوان مجهولات مسئله در نظر گرفته شده و در هر گام محاسبه می‌شوند. به علت رفتار خطی مادی و هندسی نیز حل گام به گام مسئله با حل آن در یک گام تأثیری در پاسخ سازه نخواهد گذاشت. در حالت خطی معادله تعادل هر المان برای وضعیت سازه در حالت تغییر شکل نیافته نوشته می‌شود. پس از تعیین سختی هر المان و سختی سازه، بردار تغییر مکان‌های المان‌ها از رابطه (۳) محاسبه می‌شود:

$$P = K \cdot \Delta \quad (3)$$

در این رابطه ماتریس سختی سازه از برهم نهی ماتریس‌های سختی المان‌ها حاصل می‌شود. لازم به ذکر است که کلیه محاسبات تغییر مکان‌ها، بارهای اعمالی و سختی سازه در دستگاه مختصات کلی انجام می‌گیرد. پس از آن معادلات تعادل انتقالی و گشتاوری برای هر المان از سازه در وضعیت تغییر شکل نیافته نوشته می‌شوند و نیروهای داخلی محاسبه می‌شوند.

$$\mathbf{K}_{\text{springs}} = \begin{bmatrix} k_n & \circ & -k_n l_i \sin \theta & -k_n & \circ & k_n l_i \sin \theta \\ \circ & k_s & k_s \frac{a}{\gamma} & \circ & -k_s & k_s \frac{a}{\gamma} \\ k_n l_i \sin \theta & k_s \frac{a}{\gamma} & \left( k_n l_i^2 \cos^2 \theta + k_n l_i^2 \sin^2 \theta \right) & k_n l_i \sin \theta & -k_s \frac{a}{\gamma} & \left( k_n l_i^2 \cos^2 \theta - k_n l_i^2 \sin^2 \theta \right) \\ -k_n & \circ & k_n l_i \sin \theta & k_n & \circ & -k_n l_i \sin \theta \\ \circ & -k_s & -k_s \frac{a}{\gamma} & \circ & k_s & -k_s \frac{a}{\gamma} \\ k_n l_i \sin \theta & k_s \frac{a}{\gamma} & \left( k_n l_i^2 \cos^2 \theta - k_n l_i^2 \sin^2 \theta \right) & -k_n l_i \sin \theta & -k_s \frac{a}{\gamma} & \left( k_n l_i^2 \cos^2 \theta + k_n l_i^2 \sin^2 \theta \right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{K}_{\text{springs}} = \begin{bmatrix} k_s & \circ & -k_s \frac{a}{\gamma} & -k_s & \circ & -k_s \frac{a}{\gamma} \\ \circ & k_n & k_n l_i \cos \theta & \circ & -k_s & -k_n l_i \cos \theta \\ -k_s \frac{a}{\gamma} & k_n l_i \cos \theta & \left( k_n l_i^2 \cos^2 \theta + k_n l_i^2 \sin^2 \theta \right) & k_n l_i \sin \theta & -k_n l_i \cos \theta & \left( k_n l_i^2 \sin^2 \theta - k_n l_i^2 \cos^2 \theta \right) \\ -k_s & \circ & k_s l_i \sin \theta & k_n & \circ & k_s \frac{a}{\gamma} \\ \circ & -k_n & -k_n l_i \cos \theta & \circ & k_s & -k_s \frac{a}{\gamma} \\ -k_s \frac{a}{\gamma} & -k_n l_i \cos \theta & \left( k_n l_i^2 \sin^2 \theta - k_n l_i^2 \cos^2 \theta \right) & k_s \frac{a}{\gamma} & -k_s \frac{a}{\gamma} & \left( k_n l_i^2 \cos^2 \theta + k_n l_i^2 \sin^2 \theta \right) \end{bmatrix} \quad (5)$$

### ۳- مدل سازی در محدوده رفتار غیرخطی

#### ۳-۱- رفتار غیرخطی مادی

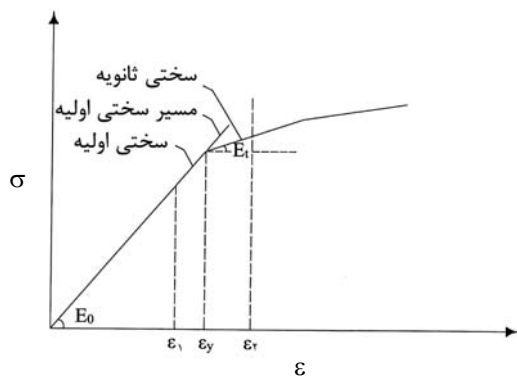
با افزایش بارهای اعمالی به سیستم مصالح تشکیل دهنده سازه وارد مرحله رفتار غیرخطی خود شده و برآورد سختی سازه در حین حل دچار تغییر و تحولاتی می شود. لحاظ کردن این تغییرات در سختی سازه در اثر تغییرات مشخصات مصالح در حین تحلیل به عنوان تحلیل غیرخطی مادی شناخته می شود. روش های گوناگونی برای اثر دادن تغییرات سختی سازه در حین تحلیل وجود دارد که در همگی آنها بر خلاف آنچه در مرحله تحلیل خطی ذکر شد، استفاده از تحلیل مرحله ای یا گام به گام برای تحلیل سازه ضروری است. به این ترتیب حل سازه در تعداد مشخصی گام بارگذاری صورت گرفته که در هر گام درصدی از کل بارهای وارده به سیستم به سازه اعمال می شود و سازه تحت بردار بار اعمالی مورد تحلیل قرار

ماتریس سختی تعریف شده برای این المان ها در صورت وجود تکیه گاه، طبق شکل (۵)، شامل دو بخش یکی مربوط به فنرهای عمودی و برشی گسترده در وجه المان، مطابق روابط (۴)، و دیگری براساس روابط (۶) و (۷)، بسته به نوع تکیه گاه، است.

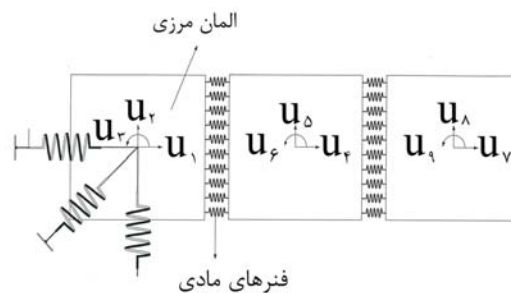
ماتریس های سختی تکیه گاه های انتقالی و دورانی به ترتیب در روابط (۶) و (۷) ارائه شده است:

$$\mathbf{K}_{bT} = k \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta & \circ \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_{bR} = k \begin{bmatrix} \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$



شکل ۶- نمودار رفتار غیرخطی مادی در معادله بنیادی ماده



شکل ۵- نمایش المان مرزی (متصل به تکیه‌گاه) و نحوه اعمال شرایط مرزی بر سازه

مشاهده می‌شود، ضریب ارتجاعی مصالح در بین این دو گام تغییر کرده و این مطلب باعث برآورد غلطی از تغییر مکان‌های گام بعدی می‌شود. بنابراین لازم است که مقدار بار تا حدی کاهش داده شود که  $\epsilon_r$  به  $\epsilon_y$  کاهش یابد. ضریب کاهش بار به این منظور تعریف شده و از رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$\alpha_n = \frac{|\epsilon_y| - |\epsilon_1|}{|\epsilon_r| - |\epsilon_1|} \quad (8)$$

در این حالت و حتی با ورود تنها یکی از نقاط سیستم به محدوده رفتار غیرخطی مادی، روند حل از حالت عادی خارج شده و بار افزایشی پیش‌فرض در ضریب کاهش بار ضرب می‌شود و بدین طریق هیچ یک از نقاط سازه در حین این گام دچار رفتار ناگهانی غیرخطی مادی نخواهد شد. لازم به ذکر است که این روش اصلاح فقط برای حالت بارگذاری استاتیکی است، که با افزایش تنش‌ها کرنش‌ها نیز به‌طور همزمان افزایش می‌یابند، مورد استفاده قرار می‌گیرد و در بارگذاری دینامیکی و مدل‌سازی رفتار تنش-کرنش حین بار برداری انجام اصلاحاتی بر این رویکرد لازم خواهد بود. ذکر این نکته ضروری است که در عمل، در حین آنالیز سیستم‌های سازه‌ای، نقاط مختلفی از مقاطع سازه در هر یک از گام‌های بارگذاری وارد محدوده غیرخطی می‌شوند که در این حالت برای هر یک از نقاط ضریب  $\alpha_{ni}$  تعریف می‌شود، (i شماره هر فنر است). پس از تعیین  $\alpha_{ni}$  ها کمترین مقدار آن،  $\min(\alpha_{ni})$ ، انتخاب شده و به‌عنوان ضریب اصلاح بارگذاری مورد استفاده قرار می‌گیرد.

می‌گیرد. نتایج حاصل از هر گام با مجموع واکنش تا گام قبلی جمع شده و پاسخ کل سازه تا آن مرحله محاسبه می‌شود. در اکثر روش‌های تحلیل غیرخطی سازه‌ها خطاهایی در برآورد سختی سازه در هر گام ایجاد می‌شود که با جمع شدن این خطاها در گام‌های مختلف، خطاهای بزرگی در برآورد پاسخ سازه ظاهر و بعضاً باعث واگرایی جواب‌ها می‌شود. روش مورد استفاده در تحلیل حاضر بر مبنای حذف کردن خطای برآورد سختی سازه در هر گام است که در ادامه توضیح داده می‌شود. در این تحلیل، طبق شکل (۶)، منحنی منحنی تنش ( $\sigma$ ) - کرنش ( $\epsilon$ ) به صورت چندخطی تعریف می‌شود. همان‌طور که در شکل (۶) ملاحظه می‌شود، تا رسیدن یک کرنش مبنای مصالح به حد کرنش تسلیم رفتار ماده خطی فرض شده و رابطه تنش - کرنش بر اساس ضریب ارتجاعی اولیه بیان می‌شود.

در هر گام با اعمال نمودی بار، مقدار کرنش به وجود آمده در هر کدام از فنرها محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که معیار ورود مصالح به محدوده رفتار غیرخطی مادی برای فنرهای عمودی به صورت شرط  $\epsilon > \epsilon_y$  تعریف می‌شود. پس از رسیدن مقدار کرنش‌های عمودی به حد کرنش تسلیم مقدار ضریب ارتجاعی تغییر کرده و برابر  $E_1$  خواهد بود. در یکی از مراحل افزایش بار اتفاق نمایش داده شده در شکل (۶) به وقوع می‌پیوندد. در این حالت در اثر اعمال یک افزایش بار، کرنش موجود در یکی از فنرهای عمودی اتصال قبل از اعمال بار برابر  $\epsilon_1$  و پس از اعمال بار برابر  $\epsilon_r$  است. همان‌طور که



شکل‌ها، تا زمانی که کوچک هستند، تأثیری در معادلات تعادل سیستم نداشته و این معادلات برای هندسه اولیه سیستم نوشته می‌شوند. اما در وضعیت بروز تغییر مکان‌های بزرگ هم ماتریس سختی المان‌ها تغییر کرده و هم معادله تعادل هر المان دچار تغییر و تحول می‌شود. در این شرایط برای به‌دست آوردن درایه‌های ماتریس سختی جدید، مانند حالت قبل، تغییر مکان‌های واحدی در هر درجه آزادی برای دو المان مجاور یکدیگر ایجاد می‌شود و این در حالی است که بقیه درجات آزادی بسته نگه‌داشته شده‌اند. نیروهای ایجاد شده در هر یک از ۶ درجه آزادی موجود در سیستم به‌عنوان درایه‌های ماتریس سختی مربوط به یک جفت فنر عمودی و برشی موجود در یک نقطه از سیستم در نظر گرفته می‌شوند. به‌منظور جلوگیری از عدم تعادل در محاسبه درایه‌های ماتریس سختی، خط واصل بین مراکز دو المان مجاور به‌عنوان محور عضو در هر گام تلقی می‌شود. با توجه به اینکه این محور در هر گام تغییر زاویه می‌دهد، ماتریس سختی سیستم در هر گام به‌روز رسانی و براساس هندسه تغییر شکل یافته سیستم در آن گام محاسبه می‌شود. شکل (۷) موقعیت دو المان مجاور را در تغییر مکان‌های بزرگ نشان می‌دهد.

در شکل بالا  $\alpha$  نشان‌دهنده زاویه چرخش المان‌ها در هر گام است که در واقع زاویه محور عضو برای دو المان مورد بحث در هر گام است. این زاویه برای المان‌های مجاور دو المان فوق متفاوت است و برای دو المان نشان داده شده در شکل نیز در گام بعدی بارگذاری متفاوت خواهد بود. بر این اساس، ماتریس سختی مربوط به تغییر مکان‌های بزرگ محاسبه و در بخش پیوست این مقاله ذکر شده است.

#### ۴- الگوریتم نرم‌افزار تحلیلی توسعه داده شده

در این تحقیق نرم‌افزاری برای تحلیل استاتیکی غیرخطی سازه‌های بتنی و فولادی با امکان رفتار غیرخطی مادی و هندسی به‌روش اجزای مجزای اصلاح شده توسعه داده شده که AEM-SOFT نامیده شده است. بدنه اصلی برنامه در چهار بخش تهیه شده است که هر قسمت خود شامل زیر برنامه‌های

به‌علت خطی بودن مرحله‌ای تحلیل در هر گام، کلیه واکنش‌های مورد محاسبه از قبیل تغییر مکان‌ها، کرنش‌ها، تنش‌ها و غیره در ضریب اصلاحی  $\min(\alpha_{nii})$  ضرب شده و علاوه بر آن سختی نقطه مورد نظر از سازه که وارد محدوده غیرخطی شده است، اصلاح می‌شود. با این روش و با اصلاح گام بارگذاری هیچ‌گونه خطایی در اثر برآورد ناصحیح از مقدار سختی برای هیچ‌یک از نقاط سازه اتفاق نمی‌افتد و تعداد گام‌ها نیز بین هر دو نقطه تغییر سختی در دقت حل تأثیری نخواهد گذاشت. اگر سازه‌ای متشکل از چند ماده با مدل‌های رفتاری مختلف باشد در هر گام افزایش بار، با وجود چند نوع مصالح، ممکن است یک یا چند نقطه از سازه، که دارای مشخصات و مدل رفتاری متفاوتی هستند، وارد محدوده رفتار غیرخطی شوند. این حالت نیز به محاسبه تعدادی ضریب اصلاح گام می‌انجامد و لازم است از کمترین ضریب اصلاحی محاسبه شده در آن گام بارگذاری استفاده شود.

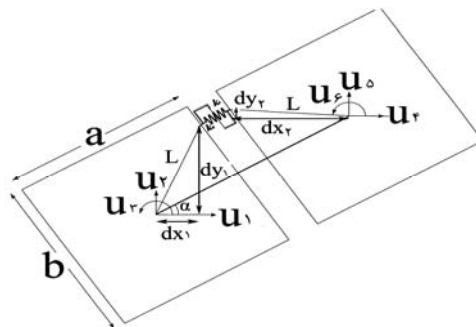
روش ذکر شده در بالا به برقراری تعادل به‌صورت خودکار در حین حل معادلات، به‌شرط تشکیل مسیر تنش-کرنش از قطعات خطی (و نه منحنی)، می‌انجامد. در صورتی که مسیر به‌صورت منحنی باشد در هر مرحله مقاداری عدم تعادل به وجود خواهد آمد. در این حال لازم است از نیروی نامتعادل برای محاسبه نمو واکنش‌ها به‌صورت تکراری تا همگرایی استفاده شده و واکنش‌های کل با استفاده از آنها اصلاح شوند.

تحلیل‌های حساسیت سنجی انجام شده در این تحقیق نشان می‌دهد که استفاده از ده فنر عمودی و برشی در هر وجه المان بهترین جواب‌ها را در کوتاه‌ترین زمان در بردارد. بدین ترتیب هر المان با ۴۰ جفت فنر اتصال یا به‌عبارتی ۸۰ فنر اتصال نرمال و برشی به المان‌های مجاور بسته شده است.

#### ۳-۲- رفتار غیرخطی هندسی

در رفتار غیرخطی هندسی با افزایش بار اعمالی به سیستم تغییر شکل‌های ایجاد شده در آن افزایش یافته و سازه از شکل اولیه خود به وضعیت تغییر شکل یافته تبدیل می‌شود. این تغییر

فهرهای اتصال، شرایط تعادل لنگر و نیروها برای هر المان کنترل می‌شود. در واقع در این مرحله برای هر المان سه معادله تعادل نوشته شده و نیروهای خارجی با برآیند نیروهای ایجاد شده در مرکز المان در اثر فهرهای متصل به محیط المان، در تعادل قرار می‌گیرند. در صورت عدم ارضای معادلات تعادل، نیروهای غیرمتعادل محاسبه و با تغییر علامت به‌عنوان نیروهای خارجی در گام بعدی به سازه اعمال می‌شوند. برای انجام این تحلیل از برنامه‌نویسی در محیط نرم‌افزار MATLAB(Ver.7) استفاده شده است. شکل (۸) فلوجارت برنامه توسعه داده شده را نشان می‌دهد.



شکل ۷- موقعیت دو المان در حالت کلی تغییر مکان یافته

### ۵- مثال‌های عددی و مقایسه با روش اجزاء محدود

در این قسمت به حل دو مثال با استفاده از روش حاضر و مقایسه نتایج آنها با نتایج حاصله از روش اجزای محدود معمول پرداخته می‌شود. بدین منظور سازه‌های فولادی و بتنی با استفاده از برنامه AEM-SOFT و همچنین نرم‌افزار ANSYS (اجزای محدود) مدل‌سازی و به‌صورت غیرخطی (مادی و هندسی) تحلیل می‌شوند.

#### ۵-۱- تحلیل تیر فولادی

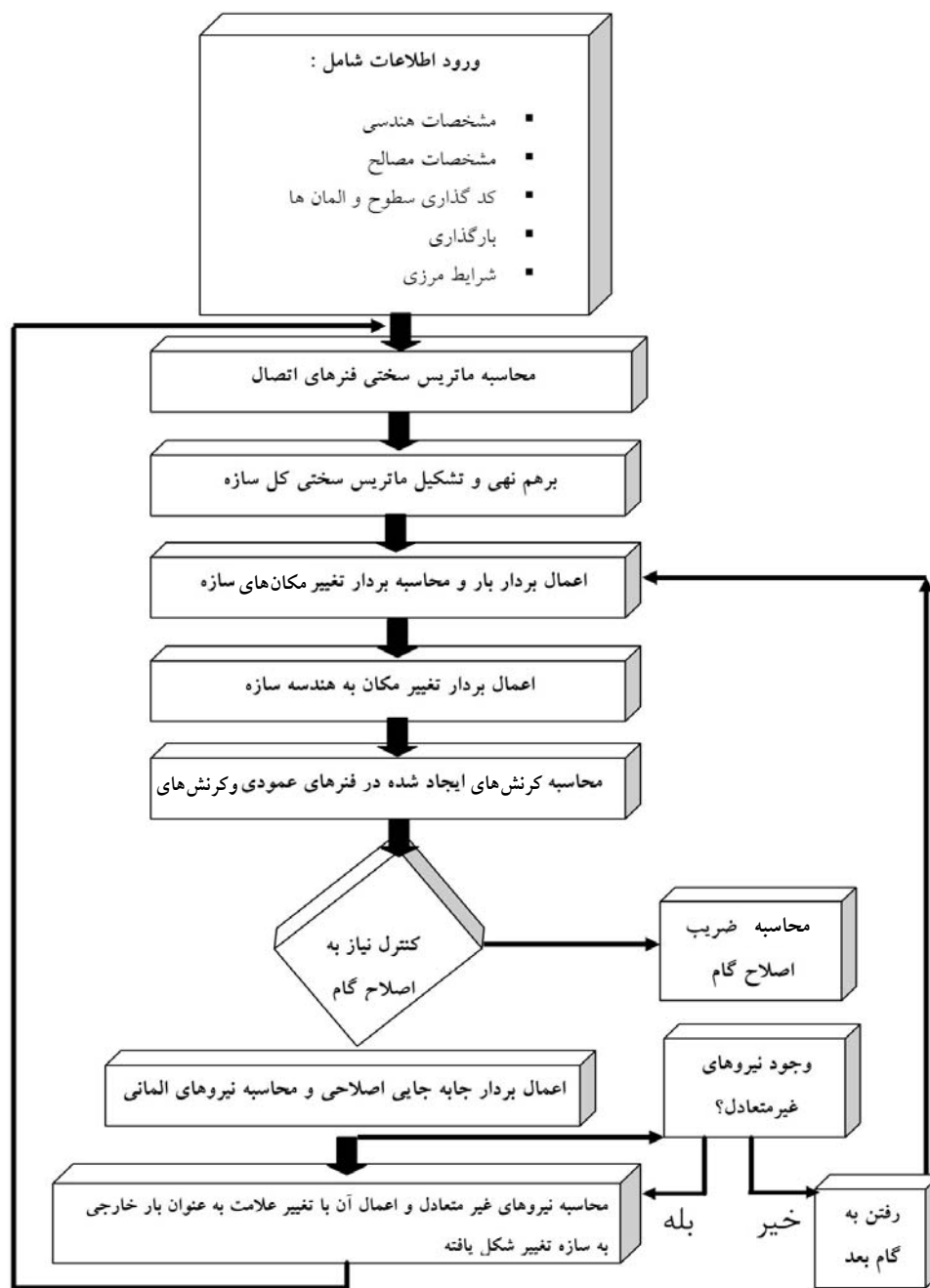
نمونه تحلیلی اول مطابق شکل (۹) مربوط به یک تیر فولادی با مقطع I شکل تحت بار متمرکز وسط دهانه است. برای مدل‌سازی تیر فولادی به‌روش اجزای اصلاح شده، از المان‌های مکعب مستطیل و با نسبت ابعادی گوناگون استفاده شده است. برای معرفی فهرهای مابین المان‌های بال و جان مقطع از نسبت سختی استفاده و براساس روابط زیر به نرم‌افزار وارد شده است:

$$k_1 = \frac{E.d.t_1}{a} \quad (9)$$

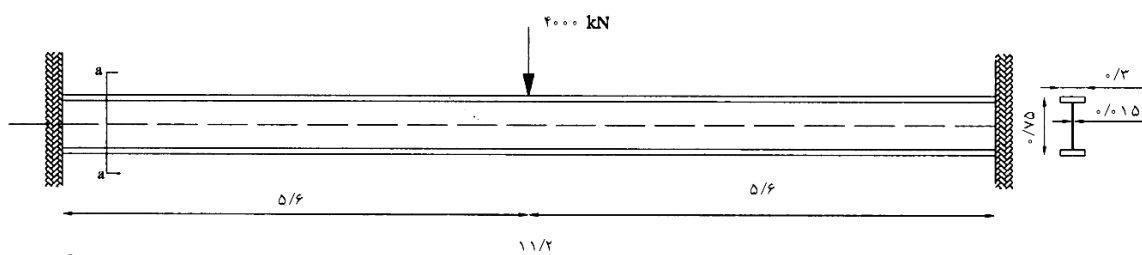
$$k_2 = \frac{E.d.t_2}{a} \quad (10)$$

$k_1$  و  $k_2$  به ترتیب معرف سختی فهرهای عمودی بال و جان مقطع هستند. با توجه به شکل (۹)،  $t_1 = 0.3 \text{ m}$ ،

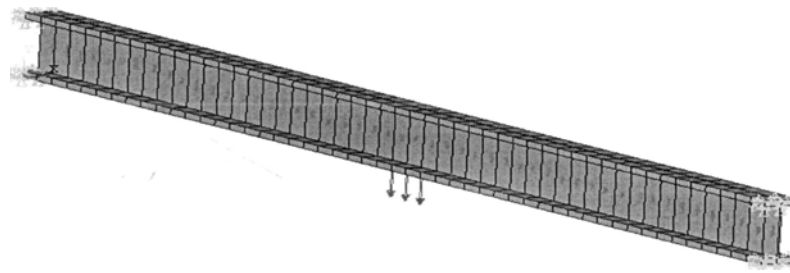
گوناگون است. قسمت اول شامل تعریف مختصات المان‌ها از لحاظ تعداد، شکل، سطوح تماس و به‌عبارتی هندسه و مشخصات مدل است. مدل رفتاری مصالح متشکله سازه نیز در همین قسمت توسط کاربر به برنامه وارد می‌شود. قسمت دوم به آنالیز خطی سازه اختصاص یافته است. این قسمت خود شامل دو بخش محاسبات و کنترل است. بخش محاسبات شامل عملیات تعریف زوایای داخلی المان‌ها برای نقاط اتصال زوج فهرهای عمودی و برشی، ایجاد ماتریس سختی برای هر المان و برهم نهی ماتریس‌ها و تشکیل ماتریس سختی کل سازه و همچنین اعمال بار و شرایط مرزی بر سازه است. پس از آن محاسبه بردار جابه‌جایی در گام مورد نظر انجام و برنامه به بخش دوم یعنی کنترل وارد می‌شود. در این بخش با استفاده از بردار جابه‌جایی محاسبه شده در این گام و اعمال آن بر هندسه سازه، کرنش‌های عمودی و برشی ایجاد شده در هر فنر تعیین می‌شود. در صورت عبور کرنش‌های محوری از حد کرنش خطی یا به‌طور کلی از مرز تغییر سختی، اصلاح بارگذاری انجام می‌گیرد. در این بخش با محاسبه ضریب اصلاح بارگذاری، کلیه پارامترهای محاسبه شده در گام در ضریب اصلاح ضرب و جابه‌جایی‌های اصلاح شده محاسبه می‌شوند. پس از آن در صورت بزرگ‌بودن تغییر مکان‌های ایجاد شده و مهم بودن تأثیر آن بر سختی سازه، آنالیز سازه وارد مرحله تغییر مکان‌های بزرگ و تأثیر دادن تغییر مکان‌ها از طریق محاسبه نیروهای غیرمتعادل می‌شود. در این مرحله نیز با اعمال بردار جابه‌جایی به هندسه سیستم و اعمال اثرات نیرویی آن در



شکل ۸- فلوجارت نرم افزار AEM-SOFT برای تحلیل سازه به روش اجزای مجزای اصلاح شده



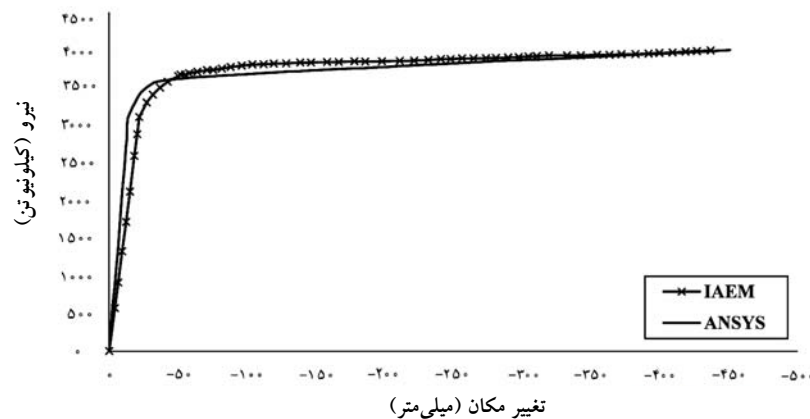
شکل ۹- مدل فیزیکی تیر فولادی با مقطع I شکل و نحوه بارگذاری و شرایط مرزی (ابعاد به متر)



شکل ۱۰- المان بندی تیر فولادی

جدول ۱- مشخصات مصالح تیر فولادی

$E_p = 643 \text{ Mpa}$	مدول الاستیسیته ثانویه	$E_1 = 200,000 \text{ Mpa}$	مدول الاستیسیته اولیه
$\sigma_y = 220 \text{ Mpa}$	تنش تسلیم	$\epsilon_y = 0/001$	کرنش حد تسلیم
$\sigma_u = 380 \text{ Mpa}$	تنش نهایی	$\epsilon_u = 0/25$	کرنش نهایی



شکل ۱۱- منحنی نیرو- تغییر مکان تیر فولادی در روش های تحلیلی IAEM و FEM

جدول ۲- نتایج تحلیل تیر فولادی به روش اجزای اصلاح شده و روش اجزای محدود

روش آنالیز	تعداد المانها	تعداد درجات آزادی	زمان حل (sec)	تغییر مکان وسط دهانه (mm)
FEM	6000	18000	120	455
IAEM	150	450	30	420

المان قابلیت مدل کردن رفتار غیرخطی فولاد را دارا است. المان SOLID45 دارای ۸ گره است که در هر گره دارای سه درجه آزادی انتقالی است. نمودارهای تغییر مکان وسط تیر در مقابل یکبار متمرکز قائم افزایش یابنده حاصل از تحلیل اجزا مجزا و اجزا محدود در شکل (۱۱) ارائه شده و مشخصات آن در جدول (۲) مقایسه شده است.

در نتیجه  $t_p = 0/015 \text{ m}$  و  $d = \frac{h}{10} = 0/075 \text{ m}$  است.

$$\frac{k_1}{k_p} = \frac{t_1}{t_p} = 20 \text{ می شود.}$$

نحوه المان بندی تیر در شکل (۱۰) و مشخصات مصالح آن در جدول (۱) قابل مشاهده است. برای مدل سازی تیر فولادی در برنامه ANSYS، از المان SOLID45 استفاده شده است. این

المان دارای ۲ گره است که در هر گره دارای سه درجه آزادی انتقالی است.

منحنی‌های تغییر مکان افقی قاب بتن آرمه در شکل (۱۴) دیده می‌شود. مطابق شکل (۱۴)، ملاحظه می‌شود که با دو برابر کردن تعداد المان‌ها در روش اجزا مجزای اصلاح شده تفاوت زیادی در نتایج تحلیل حاصل نمی‌شود. مجدداً قابل مشاهده است که در روش اجزا مجزا اصلاح شده می‌توان با تعداد کم المان و در زمان اندک به نتایجی با دقت و قابل قبول دست یافت. خلاصه نتایج تحلیل‌های فوق در جدول (۴) ارائه شده است.

## ۶- خلاصه و نتیجه‌گیری

در این مقاله روش المان‌های مجزای اصلاح شده به‌عنوان روشی مناسب و سریع در تحلیل خطی و غیرخطی سازه‌ها مورد توجه قرار گرفت و نرم افزار AEM-SOFT براساس آن توسعه داده شد. برای مدل‌سازی از المان‌های مکعبی متصل شده با جفت فنرهای عمودی و برشی که به‌طور گسترده در وجوه المان‌ها تعریف شدند، استفاده شد. تحلیل سازه در محدوده غیرخطی با استفاده از روش گام‌به‌گام صورت گرفت و برای در نظر گرفتن اثر تغییر مکان‌های بزرگ در سختی و پاسخ سازه، در رفتار غیرخطی مادی از ضریب کاهش بار  $\alpha_n$  استفاده شد. به این ترتیب ماتریس سختی در رفتار غیرخطی هندسی اصلاح شد که نسبت به آنچه در اصل روش المان‌های مجزا ارائه شده با استفاده از تعداد بسیار کمتری از المان‌ها حصول پاسخ با دقت مناسب را امکان‌پذیر نمود. برای بررسی تئوری و برنامه تهیه شده براساس آن، یک تیر فولادی با مقطع I شکل و یک قاب بتن آرمه یک طبقه تحت بار جانبی با استفاده از برنامه AEM-SOFT و نرم‌افزار المان محدود ANSYS مدل‌سازی و تحلیل شد. نتایج نشان داد که روش اجزای مجزای اصلاح شده، طبق روش ارائه شده در این مقاله، قابلیت تحلیل سازه‌ها در محدوده‌های خطی و غیرخطی را با دقت مناسب دارد. همچنین در این روش، سازه با استفاده از تعداد المان‌ها و درجات آزادی

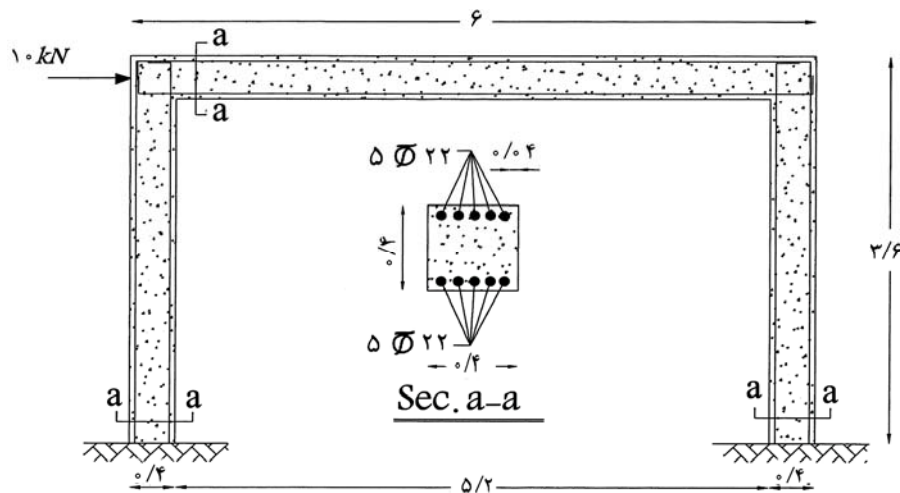
با توجه به جدول (۲)، برای مدل‌سازی دقیق تیر فولادی با مقاطع بال‌دار توسط روش اجزای محدود با نرم‌افزار ANSYS نیاز به تعداد المان‌های بسیار زیاد بوده و این مسئله علاوه بر اشغال حافظه زیاد درجات آزادی را نیز افزایش می‌دهد، در صورتی که در مدل‌سازی به روش اجزای مجزای اصلاح شده تعداد بسیار کمتری از المان‌ها مورد نیاز است. همچنین زمان حل توسط این روش بسیار کوتاه‌تر از روش اجزای محدود بوده و این یکی از مزیت‌های اصلی روش اجزای مجزای اصلاح شده است. به‌طور کلی نتایج آنالیز غیرخطی تیر فولادی حاکی از دقت، سرعت، سادگی مدل‌سازی رفتار غیرخطی و زمان حل بسیار کوتاه توسط روش اجزای مجزای اصلاح شده است.

## ۵-۲- تحلیل قاب بتنی

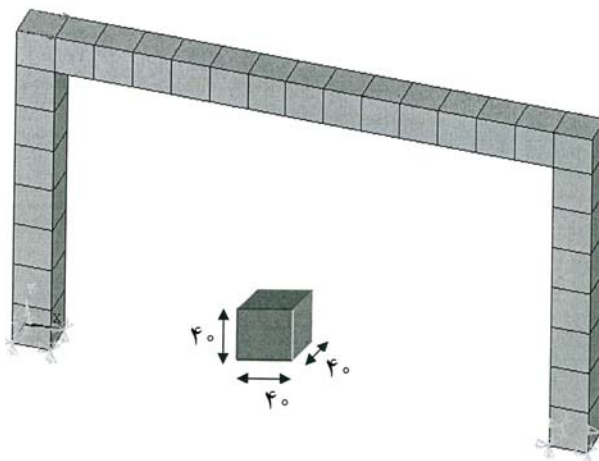
نمونه دوم مطابق شکل (۱۲) یک قاب بتن آرمه یک طبقه تحت بار جانبی است. به‌منظور مدل‌سازی قاب بتنی از المان‌های مکعبی استفاده شده است. آرماتورها به‌صورت فنرهای فولادی در مختصات مورد نظر مدل‌سازی شده و به المان‌های مجاور اتصال داده شده‌اند. بار جانبی به‌صورت یک بار متمرکز بر مرکز المان فوقانی اعمال شده است. المان‌بندی مدل اجزای مجزای قاب بتن آرمه در شکل (۱۳) و مشخصات مصالح آن در جدول (۳) دیده می‌شود. اثر ترک‌خوردگی بتن در کشش و خردشدگی آن در فشار به‌راحتی در این روش با استفاده از ضریب کاهش بار ذکر شده در بند ۳-۱ و با حذف فنرهایی که به تنش کششی یا فشاری گسیختگی پیش‌فرض رسیده‌اند و اصلاح ماتریس سختی المان در اثر آن اعمال می‌شود.

برای مدل‌سازی بتن مسلح در برنامه ANSYS، از المان SOLID65 استفاده شده است. SOLID65 دارای ۸ گره است که هر گره دارای سه درجه آزادی انتقالی در سه جهت است. این المان قابلیت مدل کردن آرماتور به‌صورت گسترده را دارد بدین معنی که می‌توان آرماتور را به‌صورت درصدی از حجم المان و در جهات مختلف به آن معرفی نمود. همچنین می‌توان برای مدل‌سازی آرماتورها از المان LINK8 استفاده کرد. این

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۳۵، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۵



شکل ۱۲- هندسه و نحوه بارگذاری قاب بتن آرمه (ابعاد به متر)



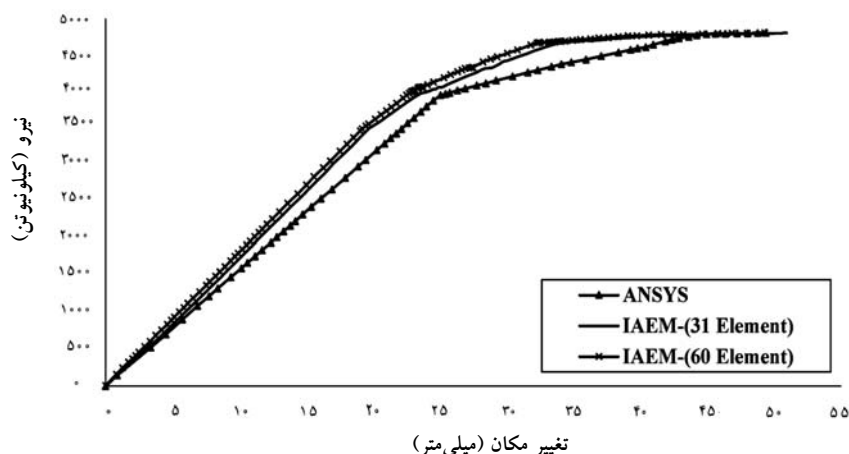
شکل ۱۳- المان بندی قاب بتن مسلح در روش IAEM

جدول ۳- مشخصات مصالح قاب بتنی

$E_c = 20 \text{ Mpa}$	مدول الاستیسیته ثانویه آرماتور	$E_s = 200000 \text{ Mpa}$	مدول الاستیسیته اولیه آرماتور
$\sigma_y = 22 \text{ Mpa}$	تنش تسلیم آرماتور	$\epsilon_y = 0.0011$	کرنش تسلیم آرماتور
$\sigma_u = 25 \text{ Mpa}$	تنش نهایی آرماتور	$\epsilon_u = 0.003$	کرنش نهایی بتن

جدول ۴- مقایسه نتایج تحلیل قاب بتنی مسلح به روش اجزای اصلاح شده و اجزای محدود در انتهای تحلیل

تغییر مکان افقی قاب در تراز بام (m)			چرخش گره فوقانی قاب (rad)		
IAEM	FEM	اختلاف نسبی	IAEM	FEM	اختلاف نسبی
0.365	0.39	4.6%	0.00013017	0.0001309	1.5%



شکل ۱۴- منحنی نیرو- تغییر مکان قاب بتنی در روش‌های تحلیلی IAEM و FEM

مراحل رفتاری در اعضای مختلف سازه بررسی کرد. تعمیم روش ارائه شده به تحلیل دینامیکی سازه و چگونگی فروریزش آن نیز از موارد مهمی است که می‌تواند در ادامه مورد توجه قرار گیرد.

#### ۷- تشکر و قدردانی

از زحمات آقای حسین دستان کارشناس ارشد زلزله در جمع‌بندی نهایی این مقاله تشکر و قدردانی می‌گردد.

کمتری نسبت به روش المان محدود قابل مدل‌سازی است که به دنبال آن زمان تحلیل نیز به مراتب کمتر می‌شود. در نتیجه، روش اجزای مجزای اصلاح شده می‌تواند به‌عنوان یک روش جایگزین برای تحلیل سریع غیرخطی سازه‌ها مورد استفاده قرار گیرد.

در ادامه این تحقیق می‌توان کارایی روش ارائه شده را در تحلیل رفتار غیرخطی سازه‌های بزرگ‌تر و پیچیده‌تر با روش اجزای محدود مقایسه نمود. همچنین می‌توان با حل مثال‌های متعددی، دقت این روش را در محاسبه تنش و کرنش در طی

#### واژه‌نامه

1. discrete element method (DEM)
2. experts in discrete element modeling (EDEM)
3. applied element method (AEM)
4. three dimensional applied discrete method (3D-AEM)
5. improved applied element method (IAEM)

#### پیوست

درایه‌های ماتریس سختی هر المان در تغییر مکان‌های بزرگ:

$$\mathbf{K}_N = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ \text{Sym.} & & & & K_{55} & K_{56} \\ & & & & & K_{66} \end{bmatrix} \quad (1-پ)$$

$$K_{11} = k_n \cos^2 \alpha + k_s \sin^2 \alpha \quad (2-پ)$$

$$\begin{aligned}
 K_{1\gamma} &= k_n \cos\alpha \sin\alpha - k_s \cos\alpha \sin\alpha \\
 K_{1\gamma} &= k_n \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{y_1} + k_s \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{x_1} \\
 K_{1\gamma} &= -k_n \cos^{\gamma}\alpha - k_s \sin^{\gamma}\alpha \\
 K_{1\delta} &= -k_n \cos\alpha \sin\alpha + k_s \cos\alpha \sin\alpha \\
 K_{1\epsilon} &= k_n \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{y\gamma} + k_n \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{x\gamma} + k_s \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{y\gamma} - k_s \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{x\gamma} \\
 K_{2\gamma} &= k_n \sin^{\gamma}\alpha + k_s \cos^{\gamma}\alpha \\
 K_{2\gamma} &= k_n \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{x_1} - k_n \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y_1} + k_s \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{x_1} + k_s \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y_1} \\
 K_{2\gamma} &= -k_n \cos\alpha \sin\alpha + k_n \cos\alpha \sin\alpha \\
 K_{2\delta} &= -k_n \sin^{\gamma}\alpha - k_s \cos^{\gamma}\alpha \\
 K_{2\epsilon} &= -k_n \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{x\gamma} + k_n \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y\gamma} - k_s \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{x\gamma} - k_s \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y\gamma} \\
 K_{3\gamma} &= k_n \cdot L_i \cdot \cos(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d_{y_1} - k_n \cdot L_i \cdot \cos(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d_{x_1} + \\
 & \quad k_s \cdot L_i \cdot \sin(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d_{y_1} + k_s \cdot L_i \cdot \sin(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d_{x_1} \\
 K_{3\gamma} &= k_n \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{y_1} - k_n \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{x_1} + k_s \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{y_1} - k_s \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{x_1} \\
 K_{3\delta} &= k_n \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{x\gamma} - k_n \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y\gamma} + k_s \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{x\gamma} - k_s \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y\gamma} \\
 K_{3\epsilon} &= -k_n \cdot L_i \cdot \cos(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d_{y\gamma} - k_n \cdot L_i \cdot \cos(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d_{x\gamma} + \\
 & \quad - k_s \cdot L_i \cdot \sin(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d_{y\gamma} + k_s \cdot L_i \cdot \sin(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d_{x\gamma} \\
 K_{4\gamma} &= -k_n \cos^{\gamma}\alpha + k_s \sin^{\gamma}\alpha \\
 K_{4\delta} &= -k_n \cos\alpha \sin\alpha - k_s \cos\alpha \sin\alpha \\
 K_{4\epsilon} &= k_n \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{y\gamma} + k_s \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{x\gamma} \\
 K_{5\delta} &= k_n \sin^{\gamma}\alpha + k_s \cos^{\gamma}\alpha \quad K_{5\epsilon} = k_n \cos\alpha \sin\alpha - k_s \cos\alpha \sin\alpha \\
 K_{5\epsilon} &= -k_n \sin^{\gamma}\alpha \cdot d_{x_1} - k_n \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y_1} + k_s \cos^{\gamma}\alpha \cdot d_{x_1} + k_s \cos\alpha \sin\alpha \cdot d_{y_1} \\
 K_{6\epsilon} &= k_n \cdot L_i \cdot \cos(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d_{y_1} - k_n \cdot L_i \cdot \cos(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d_{x_1} + \\
 & \quad k_s \cdot L_i \cdot \sin(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \sin\alpha \cdot d_{y_1} + k_s \cdot L_i \cdot \sin(\arctan(\frac{d_{y_1}}{d_{x_1}}) + \alpha) \cdot \cos\alpha \cdot d_{x_1}
 \end{aligned}$$

## مراجع

1. Cundall, P. A., "A Computer Model for Simulating Progressive Large Scale Movements in Blocky Rock Systems", *Proceedings Symposium. International Society. Rock Mechanics*, Nancy, France, Vol. 1, 1971.
2. Ting, J., and Corkum, T., "Soil-Structure Interaction by Discrete Element Modeling", *Annual Conference of Canadian Society for Civil Engineering*, Canada, 1998.
3. Uemera, D., and Hakuno, M., "Granular Assembly Simulation with Cundall's Model for the Dynamic Collapse of the Structural Foundation", *Structural Engineering/Earthquake Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 145-153, 1987.
4. Jina, F., Zhang, Ch., Hua, W., and J Wang, J., "3D



- Mode Discrete Element Method: Elastic Mode”, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol. 48(1), pp.59-66, 2011.
5. Meguro, K., and Hakuno, M., “Fracture Analysis of Concrete Structures by the Modified Distinct Element Method”, *Structural Engineering/Earthquake Engineering*, Vol. 6(2), pp. 103-112, 1989.
  6. Meguro, K., and Hakuno, M., “Application of the Extended Distinct Element Method for Collapse Simulation of a Double Deck Bridge”, *Structural Engineering/Earthquake Engineering*, Vol. 10, No. 4, pp. 175-185, 1994.
  7. Monjiza, A., “*The Combined Finite-Discrete Element Method*”, John Wily, England, 2004.
  8. Oñate, E., and Rojek, J., “Combination of Discrete Element and Finite Element Methods for Dynamic Analysis of Geomechanics Problems”, *Computational Failure Mechanics for Geomaterials*, Vol. 193 (27-29), pp. 3087-3128, 2004.
  9. Meguro, K., and Tagel-Din, H., “A New Efficient Technique for Fracture Analysis of Structures”, *Bulletin of Earthquake Resistant Structures (ERS)*, No. 30, pp. 103-116, 1997.
  10. Hentz, S., Donze, V., and Daudeville, L., “Discrete Element Method of Concrete Submitted to Dynamic Loading at High Strain Rates”, *Computers and Structures*, Vol. 82 (29-30), pp. 29-60, 2004.
  11. Meguro K., and Tagel-Din, H., “Simulation of Buckling and Post-Buckling Behavior of Structures using Applied Element method”, *Bulletin of Earthquake Resistant Structures (ERS)*, No. 32, pp. 46-54, 1999.
  12. Connell, M. A., “Virtual Reality Simulation for Finite/Discrete Element Problems”, Ph.D Thesis, University College of Swansea, Wales, 1998.
۱۳. پایگاه اینترنتی شرکت مهندسی علوم کاربردی (ASI), [www.extremeloading.com](http://www.extremeloading.com).
14. Meguro, K., “Applied Element Method: A New Efficient Tool for Design of Structure Considering Its Failure Behavior”, International Center for Urban Safety Engineering, Tokyo, 2001.
۱۵. فاضلی، ا.، آنالیز فروپاشی سازه‌ها به روش المان‌های مجزای بهبود یافته (IAEM)، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۵.