

مدل تحلیلی انتقال صوت از پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره مرکب جدار نازک، با طول بی‌نهایت

نوری، علی^۱، مرادی، بهنام^۲

۱- دانشگاه هوایی شهید ستاری - مرکز تحصیلات تکمیلی
(دریافت مقاله: ۱۳۸۸/۸/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۲/۲۸)

چکیده

در این مقاله، افت انتقال صوت از یک پوسته استوانه‌ای مرکب دو جداره نامحدود، به منظور مطالعه انتقال صوت به داخل محفظه بدنه هواپیما در شرایط پروازی بررسی می‌شود. سیال از داخل و خارج، پوسته‌ها را احاطه نموده و در فضای خالی بین دو پوسته نیز سیال قرار گرفته است. سیال خارجی با یک سرعت یکنواخت در امتداد محور طولی استوانه حرکت می‌کند. با استفاده از حل همزمان معادلات ارتعاشی پوسته‌های مرکب و معادلات موج آکوستیک، افت انتقال صوت (TL) پوسته‌ها به صورت تحلیلی محاسبه گردید. افت انتقال صوت به دست آمده از حل عددی در مقاله حاضر، به منظور اعتبارسنجی، با نتایج به دست آمده توسط دیگر محققین برای پوسته مرکب یک جداره مقایسه گردیده است. مقایسه نتایج، همخوانی بسیار خوبی را نشان داد. در نهایت اثر هندسه سازه و محیط آکوستیکی و فضای خالی بین دو پوسته، همانند زاویه موج برخوردی، عدد ماخ، ارتفاع پروازی هواپیما، شعاع انحنای ضخامت پوسته، ضخامت فضای خالی، چیدمان لایه‌ها و میرایی پوسته‌ها بر افت انتقال صوت بررسی شده است.

واژه‌های کلیدی: آکوستیک - افت انتقال صوت (TL) - بسامد حلقوی - بسامد هم‌زمان - پوسته مرکب استوانه‌ای

مقدمه

مواد مرکب به دلیل بالا بودن نسبت استحکام به وزن در سازه‌های مدرن، خصوصاً سازه‌های هوایی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پوسته‌های مرکب در کاربردهای مهندسی مختلف شامل هوافضا، مکانیک، صنایع دریایی و خودرو بیش از پیش مورد استفاده قرار می‌گیرند. با استفاده از سازه‌های سبک وزن مرکب، خصوصاً در صنعت هوافضا، انتقال صوت به داخل این سازه‌ها افزایش می‌یابد. بنابراین انتقال صوت بیشتر به داخل این سازه‌ها باعث ایجاد معضلاتی برای مسافران و خدمه پروازی می‌گردد، بنابراین پیش‌بینی میزان نویز وارد شده به داخل این سازه‌ها اهمیت زیادی دارد.

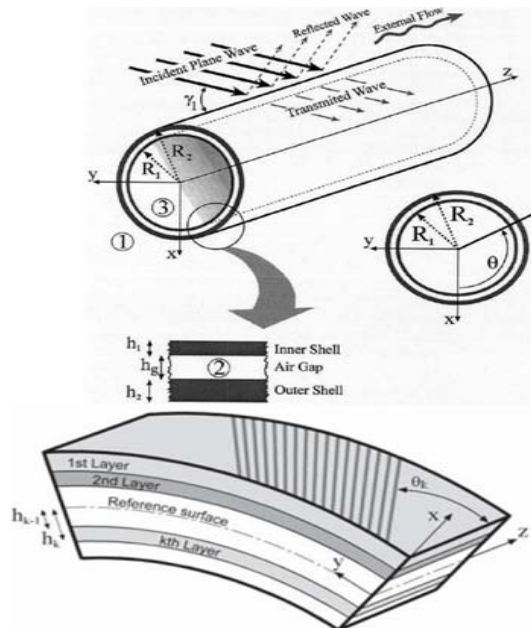
تمایل صنایع مختلف در جهت به دست آوردن قوانین طراحی پوسته‌های دوجداره، به ویژه سطوح جانبی

مافله‌های^۲ پیشرفته در صنایع خودرو و نیز در صنایع هواپیماسازی موجب شده که تحقیقات بیشتر بر روی مسئله ارتعاشات ناشی از آکوستیک پوسته‌های دو جداره انجام شود. انتقال صوت به داخل پوسته‌های استوانه‌ای را بسیاری از محققین مطالعه نموده‌اند. اسمیت^۳ [۱] انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک نازک در اثر انتشار امواج صفحه‌ای مایل را مورد مطالعه قرار داد. وایت^۴ [۲] انتقال صوت در پوسته‌های استوانه‌ای محدود را مورد بررسی قرار داد، و دو مشخصه مهم بسامدهای حلقوی^۵ و بسامد هم‌زمان^۶ را که در آنها بیشترین میزان انتقال صوت به داخل سازه صورت می‌گیرد، معرفی نمود. کوال^۷ [۳،۴] کارهای اسمیت را با ارائه یک مدل تحلیلی برای پیش‌بینی TL در پوسته‌های ایزوتروپیک و ارتوتروپیک گسترش داد. سپس بلیس^۸ و همکارانش [۵،۶] کارهای کوال را برای

۱- استادیار دانشگاه هوایی شهید ستاری

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، تلفن: ۰۹۱۴۱۵۸۴۲۴۳ آدرس پست الکترونیک: moradi.behnam57@gmail.com

به این استوانه نامحدود برخورد می‌نماید. محیط داخلی پوسته داخلی کاملاً جاذب در نظر گرفته شده به طوری که فرض می‌شود فقط موج‌های منتشر شده به داخل وجود دارد. هوا با سرعت یکنواخت V در محیط خارجی پوسته در جریان است. R_1 و R_2 و h_1 و h_2 شعاع و ضخامت پوسته را نشان می‌دهند که اندیس‌های 1 و 2 به ترتیب نشان دهنده پوسته داخلی و خارجی است.



شکل ۱- پوسته استوانه‌ای دو جداره مرکب و موج برخوردی با زاویه γ_1

چگالی و سرعت صوت سیال خارجی، سیال بین دو پوسته و سیال داخلی به ترتیب با $\{\rho_1$ و $C_1\}$ ، $\{\rho_2$ و $C_2\}$ ، $\{\rho_3$ و $C_3\}$ و چگالی پوسته‌های داخلی و خارجی، به صورت ρ_i و ρ_e نشان داده شده‌اند. در مطالعه پوسته‌های استوانه‌ای، دو بسامد بسیار مهم و موثر است که در این دو بسامد بیشترین انتقال صوت به داخل پوسته‌ها صورت می‌گیرد. بسامد حلقوی f_R و بسامد هم‌زمان یا بحرانی f_C . در بسامد حلقوی طول موج طولی در استوانه، با طول موج محیطی برابر است و در بسامد هم‌زمان مولفه مماسی سرعت موج در محیط آکوستیکی برابر با سرعت موج خمشی پوسته استوانه‌ای می‌گردد [۵].

معادلات ارتعاشات ناشی از آکوستیک

فشار آکوستیکی در بیرون پوسته خارجی، برابر با مجموع فشار موج برخوردی P^I و موج منعکس شده از پوسته P_1^R

پوسته‌های ارتوتروپیک و ارتوتروپیک چندلایه که در معرض امواج صفحه‌ای مایل قرار گرفته است، توسعه دادند. کوال [۷] با استفاده از روش امیدانس مودال، یک مدل ریاضی برای محاسبه افت انتقال صوت پوسته استوانه‌ای مرکب نامحدود ارائه نمود. آن‌ها نشان دادند که در محدوده بسامد بالا، در سازه‌های مرکب، صوت بیشتری نسبت به سازه‌های ایزوتروپیک انتقال می‌یابد. روسو^۹ و همکارانش [۸] در مرکز تحقیقات ناسا، تحقیقات تجربی و نظری خود را در مورد انتقال صوت در صفحات مرکب ارائه دادند. تانگ^{۱۰} و همکارانش [۹] یک پوسته ساندویچی استوانه‌ای نامحدود را که در معرض امواج صفحه‌ای مایل قرار گرفته بود، مورد بررسی قرار دادند. لی و کیم^{۱۱} [۱۰] با استفاده از مدل‌های تحلیلی و تجربی، افت انتقال صوت به داخل پوسته‌های استوانه‌ای ایزوتروپیک تک‌جداره را با طول بینهایت محاسبه نمودند. دانشجو و همکارانش [۱۱] یک مدل تحلیلی برای محاسبه افت انتقال صوت پوسته‌های استوانه‌ای مرکب ارائه نمودند. آن‌ها همچنین افت انتقال صوت را برای پوسته‌های ارتوتروپیک دو جداره محاسبه نمودند [۱۲].

در این مقاله، مدلی تحلیلی برای محاسبه انتقال صوت در پوسته استوانه‌ای مرکب دو جداره نامحدود، که در معرض امواج صفحه‌ای مایل قرار دارد، ارائه شده است. بدین منظور همه متغیرهای آکوستیکی و جابجایی‌های سازه توسط سری‌های بینهایت بیان گردید. به منظور به دست آوردن جواب تحلیلی دقیق، این سری‌ها باید معین گردند. بنابراین یک الگوریتم برای همگرا نمودن سری‌ها معرفی گردید. فرض شد که پوسته در داخل یک سیال غوطه‌ور و محفظه پوسته داخلی بدون انعکاس است و هیچ موج منعکس شده‌ای در داخل محفظه داخلی وجود ندارد. خواص سیال خارجی، بین دو پوسته و داخل پوسته ممکن است با همدیگر متفاوت باشند. پاسخ ارتعاش آکوستیکی سیستم به تغییر پارامترها، با حل هم‌زمان معادلات پوسته‌ها و امواج آکوستیک به دست خواهد آمد.

مشخصات مدل

شکل ۱ طرح کلی مسئله مورد بحث را نشان می‌دهد که در آن یک موج صفحه‌ای با زاویه γ_1 به یک پوسته استوانه‌ای مرکب دو جداره نامحدود با جداره نازک برخورد می‌کند. موج برخوردی یک موج صفحه‌ای است که در صفحه موازی با صفحه $Z-X$ انتشار می‌یابد. موج صفحه‌ای مایل از بیرون

$$Q_{22} = E_2 \frac{1}{\Delta}, \quad Q_{11} = E_1 \frac{1}{\Delta}$$

$$Q_{12} = E_1 \frac{\nu_{21}}{\Delta} = E_2 \frac{\nu_{12}}{\Delta} \quad (6)$$

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21}, \quad G_{66} = G_{12}$$

در روابط ۶، E_1 و E_2 به ترتیب مدول الاستیسیته در جهت 1 و 2 بوده و G_{12} سختی برشی و ν_{ij} ضریب پواسون می‌باشد؛ لازم به ذکر است $i, j=1, 2$ و $i \neq j$. لایه‌چینی الیاف نسبت به محور Z انجام می‌شود که با محور زاویه θ_k می‌سازند (شکل ۱). تبدیل تنش‌ها از مختصات محلی به مختصات تعمیم یافته پوسته انجام می‌گیرد. بنابراین ثابت‌های سختی تبدیل شده \bar{Q}_{ij} از لایه k ام به صورت رابطه ۷ نوشته می‌شود:

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1} [Q] [T] \quad (7)$$

در رابطه ۷، $[T]$ ماتریس انتقال می‌باشد. رابطه تنش- کرنش برای یک جزء از ماده در لایه k ام به صورت رابطه ۸ محاسبه می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{yz} \end{bmatrix}_k \quad (8)$$

سختی کششی، خمشی- کششی، و خمشی A_{ij} و B_{ij} و D_{ij} برای لایه‌ها به صورت روابط ۹ است:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N Q_{ij}^k (h_k - h_{k-1})$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_{ij}^k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (9)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N Q_{ij}^k (h_k^3 - h_{k-1}^3)$$

که در روابط ۹، h_k و $h_{(k-1)}$ فاصله از سطح مرجع تا لایه k ام صفحه می‌باشد (شکل ۱). با قراردادن $y = R\varphi$ در پوسته استوانه‌ای، تغییرات کرنش و انحنا به صورت روابط ۱۰ به دست می‌آید:

$$k_{z\varphi} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu}{R} \right) - \frac{2}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi \partial z}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \gamma_{z\varphi} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad (10)$$

می‌باشد و معادله موج آکوستیک به صورت رابطه ۱ بدست می‌آید:

$$\frac{\partial(P^I + P_1^R)}{\partial r} = -\rho_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + V \cdot \nabla \right)^2 w_2 \quad r = R_2 \quad (1)$$

در رابطه ۱، w_2 جابجایی پوسته خارجی در راستای شعاعی می‌باشد. در فضای میانی دو پوسته، فشار برابر $P_2 = P_2^T + P_2^R$ می‌باشد که P_2^T موج منتقل شده از پوسته خارجی و P_2^R موج منعکس شده از پوسته داخلی می‌باشد و معادله موج آکوستیک به صورت روابط ۲ و ۳ به دست می‌آید.

$$\frac{\partial(P_2^T + P_2^R)}{\partial r} = -\rho_2 \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \quad r = R_2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(P_2^T + P_2^R)}{\partial r} = -\rho_2 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \quad r = R_1 \quad (3)$$

در رابطه ۳، w_1 جابجایی پوسته داخلی در جهت شعاعی می‌باشد. در فضای داخلی که فقط فشار آکوستیک موج منتقل شده P_3^T وجود دارد، معادله موج آکوستیک به صورت رابطه ۴ بدست می‌آید:

$$\frac{\partial P_3^T}{\partial r} = -\rho_3 \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \quad r = R_1 \quad (4)$$

معادلات حاکم بر پوسته

برای پوسته استوانه‌ای، مطابق با فرضیه کیرشهف^{۱۲} با صرف نظر کردن از تغییر شکل برشی ε_z ، معادله تنش-کرنش برای یک لایه ارتوتروپیک به صورت رابطه ۵ می‌باشد:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (5)$$

که مختصات الیاف ارتوتروپیک به صورت 1 و 2 مشخص شده است که 1 موازی با الیاف و 2 عمود بر آن می‌باشد. ثابت‌های ماده Q_{ij} به صورت ترم‌هایی از خصوصیات ماده لایه ارتوتروپیک مطابق روابط ۶ تعریف می‌شود:

$$L_{11}^{(1)}(u_1) + L_{12}^{(1)}(v_1) + L_{13}^{(1)}(w_1) = \overline{M}_i \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (14)$$

$$L_{21}^{(1)}(u_1) + L_{22}^{(1)}(v_1) + L_{23}^{(1)}(w_1) = \overline{M}_i \frac{\partial^2 v_1}{\partial t^2} \quad (15)$$

$$L_{31}^{(1)}(u_1) + L_{32}^{(1)}(v_1) + L_{33}^{(1)}(w_1) + (P_2^T + P_2^R) - P_3^T = -\overline{M}_i \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} \quad (16)$$

و برای پوسته خارجی:

$$L_{11}^{(2)}(u_2) + L_{12}^{(2)}(v_2) + L_{13}^{(2)}(w_2) = \overline{M}_e \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \quad (17)$$

$$L_{21}^{(2)}(u_2) + L_{22}^{(2)}(v_2) + L_{23}^{(2)}(w_2) = \overline{M}_e \frac{\partial^2 v_2}{\partial t^2} \quad (18)$$

$$L_{31}^{(2)}(u_2) + L_{32}^{(2)}(v_2) + L_{33}^{(2)}(w_2) + (P_1^T + P_1^R) - (P_2^T + P_2^R) = -\overline{M}_e \frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} \quad (19)$$

با استفاده از روابط ۱۰، ۱۱ و ۱۲ و نیز $\frac{\partial}{\partial \beta} = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta}$

ضرایب L_{ij} برای هر دو پوسته به صورت روابط ۲۰ و ۲۱ به دست می‌آید [۷، ۱۳]:

$$\left\{ \begin{aligned} L_{11}^{(i)} &= A_{11}^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2 \frac{A_{16}^{(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \varphi} + \frac{A_{66}^{(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \\ L_{12}^{(i)} &= \overline{A}_{16}^{(i)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\overline{A}_{12}^{(i)}}{R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \varphi} + \frac{\overline{A}_{26}^{(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \\ L_{13}^{(i)} &= A_{12}^{*(i)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{A_{26}^{*(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial}{\partial \varphi} - B_{11}^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial z^3} - \\ &\quad 3 \frac{B_{16}^{(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \varphi} - \frac{B_{17}^{(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^3}{\partial z \partial \varphi^2} - \frac{B_{26}^{(i)}}{R_{(i)}^3} \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \\ L_{22}^{(i)} &= A_{66}^{*(i)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + 2 \frac{A_{26}^{*(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \varphi} + \frac{A_{22}^{*(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \\ L_{23}^{(i)} &= \overline{A}_{26}^{*(i)} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\overline{A}_{22}^{*(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \overline{B}_{16}^{(i)} \frac{\partial^3}{\partial z^3} - \\ &\quad \frac{\overline{B}_{17}^{(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \varphi} - 3 \frac{\overline{B}_{26}^{(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^3}{\partial z \partial \varphi^2} - \frac{\overline{B}_{22}^{(i)}}{R_{(i)}^3} \frac{\partial^3}{\partial \varphi^3} \\ L_{33}^{(i)} &= \frac{A_{22}^{*(i)}}{R_{(i)}} - 2 B_{12}^{*(i)} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{4 B_{26}^{*(i)}}{R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \varphi} + \\ &\quad 2 \frac{B_{22}^{*(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + D_{11}^{(i)} \frac{\partial^4}{\partial z^4} + 4 \frac{D_{16}^{(i)}}{R_{(i)}} \frac{\partial^4}{\partial z^3 \partial \varphi} + \\ &\quad 2 \frac{D_{17}^{(i)}}{R_{(i)}^2} \frac{\partial^4}{\partial z^2 \partial \varphi^2} + 4 \frac{D_{26}^{(i)}}{R_{(i)}^3} \frac{\partial^4}{\partial z \partial \varphi^3} + \frac{D_{17}^{(i)}}{R^4} \frac{\partial^4}{\partial \varphi^4} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

(۲۱)

$$k_z = -\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \right)$$

$$k_\varphi = \frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right)$$

در روابط ۱۰، $\{u, v, w\}$ جابجایی پوسته به ترتیب در جهات محوری، محیطی و شعاعی می‌باشد. نیروی N و ممان M با انتگرال‌گیری از تنش‌ها روی کل ضخامت پوسته به دست می‌آید که به صورت رابطه ۱۱ نشان داده شده است:

$$\begin{bmatrix} N_z \\ N_\varphi \\ N_{z\varphi} \\ M_z \\ M_\varphi \\ M_{z\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_\varphi \\ \gamma_{z\varphi} \\ k_z \\ k_\varphi \\ k_{z\varphi} \end{bmatrix} \quad (11)$$

معادلات ارتعاشاتی پوسته استوانه‌ای مرکب یک‌جداره در مختصات استوانه‌ای به صورت روابط ۱۲ نوشته می‌شود [۱۳ و ۱۴]:

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{N_\varphi}{R} + \frac{\partial^2 N_z}{\partial z^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial^2 M_{z\varphi}}{\partial z \partial \varphi} + \frac{1}{R} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial^2 M_\varphi}{\partial \varphi^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{z\varphi}}{\partial z \partial \varphi} \right] \\ + q_r = -\overline{M} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \\ \frac{1}{R} \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial N_{z\varphi}}{\partial z} + \frac{1}{R} \left[\frac{1}{R} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_{z\varphi}}{\partial z} \right] + q_\varphi = -\overline{M} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ \frac{\partial N_z}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial N_{z\varphi}}{\partial \varphi} + q_z = -\overline{M} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \end{aligned} \right. \quad (12)$$

در روابط بالا q_z و q_φ و q_r به ترتیب نیروهای خارجی (بر واحد سطح) در جهات محوری، محیطی و شعاعی و t نشان‌دهنده متغیر زمان است.

$$\overline{M} = \sum_{k=1}^N \rho_k (h_k - h_{k-1}) \quad (13)$$

در رابطه ۱۳، ρ_k چگالی جرم لایه k ام پوسته بر واحد سطح میانی، و N تعداد لایه‌ها می‌باشد. معادلات حرکت را می‌توان بر حسب عبارتهایی از جابجایی برای هر کدام از دو پوسته به صورت روابط ۱۴ تا ۱۹ نوشت [۷].

برای پوسته داخلی:

چون موج‌های پیش‌رونده در واسطه آکوستیک و داخل پوسته به‌وسیله موج برخوردی پیش‌رونده وجود می‌آید، عدد موج (یا سرعت‌های) آن در جهت Z باید در سرتاسر سامانه مطابقت داشته باشد. بنابراین $k_{1z} = k_{2z} = k_{3z}$. عددهای موج در محیط خارجی، میانی و داخلی با توجه به روابط ۲۲ و ۲۴ می‌تواند به صورت رابطه ۲۵ نوشته شود:

$$k_1 = \frac{\omega}{c_1} \left(\frac{1}{1 + M_1 \cos \gamma} \right)$$

$$k_{1r} = k_1 \sin \gamma, \quad k_{1z} = k_1 \cos \gamma \quad (25)$$

$$k_3 = \frac{\omega}{c_3}, \quad k_2 = \frac{\omega}{c_2}$$

$$k_{3r} = \sqrt{k_3^2 - k_{1z}^2}, \quad k_{2r} = \sqrt{k_2^2 - k_{1z}^2}$$

P_1^R و P_2^T و P_2^R و P_3^T می‌توانند به صورت روابط ۲۶ تا ۲۹ نوشته شوند:

$$P_1^R(r, z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\begin{array}{l} p_{1n}^R H_n^2(k_{1r}r) \cos(n\theta) \\ \times \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \end{array} \right) \quad (26)$$

$$P_2^T(r, z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\begin{array}{l} p_{2n}^T H_n^1(k_{2r}r) \cos(n\theta) \\ \times \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \end{array} \right) \quad (27)$$

$$P_2^R(r, z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\begin{array}{l} p_{2n}^R H_n^2(k_{2r}r) \cos(n\theta) \\ \times \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \end{array} \right) \quad (28)$$

$$P_3^T(r, z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\begin{array}{l} p_{3n}^T H_n^1(k_{3r}r) \cos(n\theta) \\ \times \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \end{array} \right) \quad (29)$$

که در روابط ۲۶ تا ۲۹، H_n^1 و H_n^2 به ترتیب توابع هنکل نوع اول و دوم از مرتبه صحیح n می‌باشد. سه مولفه جابجایی پوسته داخلی و سه مولفه پوسته خارجی به صورت روابط ۳۰ تا ۳۲ نوشته می‌شود:

$$u_i(z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_{in} \cos(n\theta) \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \quad (30)$$

$$v_i(z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{in} \sin(n\theta) \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \quad (31)$$

$$w_i(z, \theta, t) = \sum_{n=0}^{\infty} w_{in} \cos(n\theta) \exp(j(\omega t - k_{1z}z)) \quad (32)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{ij} = L_{ij} \\ \bar{A}_{12} = A_{12} + \frac{B_{12}}{R} + A_{66} + \frac{D_{66}}{R} \\ \bar{A}_{ij} = A_{ij} + \frac{B_{ij}}{R}, (ij = 16, 22, 26, 66) \\ B_{17} = B_{12} + 2B_{66} \\ D_{17} = D_{12} + 2D_{66} \\ \bar{B}_{ij} = B_{ij} + \frac{D_{ij}}{R}, (ij = 16, 17, 22, 26, 66) \\ A'_{ij} = \bar{A}_{ij} + \frac{\bar{B}_{ij}}{R}, (ij = 22, 26, 66) \\ (A_{ij}^*, B_{ij}^*) = \left(\frac{A_{ij}}{R}, \frac{B_{ij}}{R} \right); (\bar{A}_{ij}^*, \bar{B}_{ij}^*) = \left(\frac{\bar{A}_{ij}}{R}, \frac{\bar{B}_{ij}}{R} \right) \end{array} \right.$$

که در روابط ۲۰ و ۲۱ و ۲۲ که $i=1$ برای پوسته داخلی و ۲ برای پوسته خارجی می‌باشد.

حل معادلات

موج صفحه‌ای هارمونیک برخوردی در مختصات استوانه‌ای شکل ۱ را می‌توان به صورت رابطه ۲۲ نشان داد [۱۵ و ۱۰]:

$$P^i(r, z, \theta, t) = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(\begin{array}{l} \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r}r) \times \cos(n\theta) \\ \times \exp[j(\omega t - k_{1z}z)] \end{array} \right) \quad (22)$$

که ε_n ضریب نیومن مطابق رابطه ۲۳ می‌باشد:

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 2, n \geq 1 \end{cases} \quad (23)$$

$$k_{1x} = k_1 \sin(\gamma) \quad \text{و} \quad k_{1z} = k_1 \cos(\gamma)$$

که در رابطه ۲۳، k_1 عدد موج در محیط خارجی و J_n تابع بسل نوع اول مرتبه صحیح n و \dots و 3 و 2 و 1 ، p_0 دامنه موج برخوردی، $j = \sqrt{-1}$ و ω بسامد زاویه‌ای می‌باشد. این موج برخوردی در محیط بیرونی مطابق با معادله موج انتقال یافته شده (رابطه ۲۴) منتشر می‌شود:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 p = c_1^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \quad (24)$$

(۳۶)

$$\left\{ A_{i11} k_{1z}^2 + 2A_{i13} k_{1z} \frac{n}{R_i} + A_{i33} \frac{n^2}{R_i^2} - \bar{M}_i \omega^2 \right\} U_1 + \left\{ \bar{A}_{i13} k_{1z}^2 + \bar{A}_{i12} k_{1z} \frac{n}{R_i} + \bar{A}_{i23} \frac{n^2}{R_i^2} \right\} V_1 + \left\{ A_{i12}^* k_{1z} + A_{i23}^* \frac{n}{R_i} + B_{i11} k_{1z}^3 + 3B_{i13} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} \right\} W_1 = 0$$

$$\left\{ \bar{A}_{i13} k_{1z}^2 + \bar{A}_{i12} k_{1z} \frac{n}{R_i} + \bar{A}_{i23} \frac{n^2}{R_i^2} \right\} U_1 + \left\{ A'_{i33} k_{1z}^2 + 2A'_{i23} k_{1z} \frac{n}{R_i} + A'_{i22} \frac{n^2}{R_i^2} - \bar{M}_i \omega^2 \right\} V_1 + \left\{ \bar{A}_{i23}^* k_{1z} + \bar{A}_{i22}^* \frac{n}{R_i} + \bar{B}_{i13} k_{1z}^3 + \bar{B}_{i14} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} + 3\bar{B}_{i23} k_{1z} \frac{n^2}{R_i^2} + \bar{B}_{i22} \frac{n^3}{R_i^3} \right\} W_1 = 0$$

(۳۷)

$$\left\{ A'_{i33} k_{1z}^2 + 2A'_{i23} k_{1z} \frac{n}{R_i} + A'_{i22} \frac{n^2}{R_i^2} - \bar{M}_i \omega^2 \right\} V_1 + \left\{ \bar{A}_{i23}^* k_{1z} + \bar{A}_{i22}^* \frac{n}{R_i} + \bar{B}_{i13} k_{1z}^3 + \bar{B}_{i14} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} + 3\bar{B}_{i23} k_{1z} \frac{n^2}{R_i^2} + \bar{B}_{i22} \frac{n^3}{R_i^3} \right\} W_1 = 0$$

$$\left\{ \bar{A}_{i23}^* k_{1z} + \bar{A}_{i22}^* \frac{n}{R_i} + \bar{B}_{i13} k_{1z}^3 + \bar{B}_{i14} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} + 3\bar{B}_{i23} k_{1z} \frac{n^2}{R_i^2} + \bar{B}_{i22} \frac{n^3}{R_i^3} \right\} W_1 = 0$$

$$\left\{ -H^1(k_{2r}, R_i) \right\} P_2^T - \left\{ H^2(k_{2r}, R_i) \right\} P_2^R + \left\{ H^1(k_{3r}, R_i) \right\} P_3^T$$

(۳۸)

$$\left\{ A_{i12}^* k_{1z} + A_{i23}^* \frac{n}{R_i} + B_{i11} k_{1z}^3 + 3B_{i13} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} + B_{i14} k_{1z} \frac{n^2}{R_i^2} + B_{i23} \frac{n^3}{R_i^3} \right\} U_1 + \left\{ \bar{A}_{i23}^* k_{1z} + \bar{A}_{i22}^* \frac{n}{R_i} + \bar{B}_{i13} k_{1z}^3 + \bar{B}_{i14} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} + 3\bar{B}_{i23} k_{1z} \frac{n^2}{R_i^2} + \bar{B}_{i22} \frac{n^3}{R_i^3} \right\} V_1 + \left\{ 2B_{i12}^* k_{1z}^2 + 4B_{i23}^* k_{1z} \frac{n}{R_i} + 2B_{i22}^* \frac{n^2}{R_i^2} + D_{i11} k_{1z}^4 + 4D_{i13} k_{1z}^3 \frac{n}{R_i} + \frac{A_{i22}^*}{R_i} + 2D_{i14} k_{1z}^2 \frac{n^2}{R_i^2} + D_{i22} \frac{n^4}{R_i^4} + 4D_{i23} k_{1z} \frac{n^3}{R_i^3} - \bar{M}_i \omega^2 \right\} W_1 = 0$$

$$\left\{ \bar{A}_{i23}^* k_{1z} + \bar{A}_{i22}^* \frac{n}{R_i} + \bar{B}_{i13} k_{1z}^3 + \bar{B}_{i14} k_{1z}^2 \frac{n}{R_i} + 3\bar{B}_{i23} k_{1z} \frac{n^2}{R_i^2} + \bar{B}_{i22} \frac{n^3}{R_i^3} \right\} V_1 + \left\{ 2B_{i12}^* k_{1z}^2 + 4B_{i23}^* k_{1z} \frac{n}{R_i} + 2B_{i22}^* \frac{n^2}{R_i^2} + D_{i11} k_{1z}^4 + 4D_{i13} k_{1z}^3 \frac{n}{R_i} + \frac{A_{i22}^*}{R_i} + 2D_{i14} k_{1z}^2 \frac{n^2}{R_i^2} + D_{i22} \frac{n^4}{R_i^4} + 4D_{i23} k_{1z} \frac{n^3}{R_i^3} - \bar{M}_i \omega^2 \right\} W_1 = 0$$

$$\left\{ 2B_{i12}^* k_{1z}^2 + 4B_{i23}^* k_{1z} \frac{n}{R_i} + 2B_{i22}^* \frac{n^2}{R_i^2} + D_{i11} k_{1z}^4 + 4D_{i13} k_{1z}^3 \frac{n}{R_i} + \frac{A_{i22}^*}{R_i} + 2D_{i14} k_{1z}^2 \frac{n^2}{R_i^2} + D_{i22} \frac{n^4}{R_i^4} + 4D_{i23} k_{1z} \frac{n^3}{R_i^3} - \bar{M}_i \omega^2 \right\} W_1 = 0$$

$$\left\{ H^2(k_{1r}, R_e) k_{1r} \right\} P_1^R - \left\{ \rho_1 \omega^2 \right\} W_2$$

(۳۹)

$$= -P_0 \varepsilon_n (-j)^n J'_n(k_{1r}, R_e) \times k_{1r}$$

$$\left\{ H^2(k_{1r}, R_e) k_{1r} \right\} P_2^T + \left\{ H^2(k_{2r}, R_e) k_{2r} \right\} P_2^R$$

(۴۰)

$$- \left\{ \rho_2 \omega^2 \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ H^1(k_{2r}, R_i) k_{2r} \right\} P_2^T + \left\{ H^2(k_{2r}, R_i) k_{2r} \right\} P_2^R$$

(۴۱)

$$- \left\{ \rho_2 \omega^2 \right\} W_1 = 0$$

در روابط ۳۰ تا ۳۲، ۱ و ۲ که برای پوسته داخلی و

۲ برای پوسته خارجی می‌باشد. از جایگذاری روابط ۲۲ تا

۳۲ در شش رابطه پوسته (۱۴ تا ۱۹) و چهار معادله شرایط

مرزی (۱ تا ۴) ده رابطه ۳۳ تا ۴۲ به دست می‌آید.

(۳۳)

$$\left\{ A_{e11} k_{2z}^2 + 2A_{e13} k_{2z} \frac{n}{R_e} + A_{e33} \frac{n^2}{R_e^2} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} U_2 + \left\{ \bar{A}_{e13} k_{2z}^2 + \bar{A}_{e12} k_{2z} \frac{n}{R_e} + \bar{A}_{e23} \frac{n^2}{R_e^2} \right\} V_2 + \left\{ A_{e12}^* k_{2z} + A_{e23}^* \frac{n}{R_e} + B_{e11} k_{2z}^3 + 3B_{e13} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + B_{e14} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + B_{e23} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ \bar{A}_{e13} k_{2z}^2 + \bar{A}_{e12} k_{2z} \frac{n}{R_e} + \bar{A}_{e23} \frac{n^2}{R_e^2} \right\} V_2 + \left\{ A_{e12}^* k_{2z} + A_{e23}^* \frac{n}{R_e} + B_{e11} k_{2z}^3 + 3B_{e13} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + B_{e14} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + B_{e23} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ A_{e12}^* k_{2z} + A_{e23}^* \frac{n}{R_e} + B_{e11} k_{2z}^3 + 3B_{e13} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + B_{e14} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + B_{e23} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} W_2 = 0$$

(۳۴)

$$\left\{ \bar{A}_{e13} k_{2z}^2 + \bar{A}_{e12} k_{2z} \frac{n}{R_e} + \bar{A}_{e23} \frac{n^2}{R_e^2} \right\} U_2 + \left\{ A'_{e33} k_{2z}^2 + 2A'_{e23} k_{2z} \frac{n}{R_e} + A'_{e22} \frac{n^2}{R_e^2} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} V_2 + \left\{ \bar{A}_{e23}^* k_{2z} + \bar{A}_{e22}^* \frac{n}{R_e} + \bar{B}_{e13} k_{2z}^3 + \bar{B}_{e14} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + 3\bar{B}_{e23} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + \bar{B}_{e22} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ A'_{e33} k_{2z}^2 + 2A'_{e23} k_{2z} \frac{n}{R_e} + A'_{e22} \frac{n^2}{R_e^2} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} V_2 + \left\{ \bar{A}_{e23}^* k_{2z} + \bar{A}_{e22}^* \frac{n}{R_e} + \bar{B}_{e13} k_{2z}^3 + \bar{B}_{e14} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + 3\bar{B}_{e23} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + \bar{B}_{e22} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ \bar{A}_{e23}^* k_{2z} + \bar{A}_{e22}^* \frac{n}{R_e} + \bar{B}_{e13} k_{2z}^3 + \bar{B}_{e14} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + 3\bar{B}_{e23} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + \bar{B}_{e22} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ -H^2(k_{1r}, R_e) \right\} P_1^R + \left\{ H^1(k_{2r}, R_e) \right\} P_2^T + \left\{ H^2(k_{2r}, R_e) \right\} P_2^R + \left\{ A_{e12}^* k_{2z} + A_{e23}^* \frac{n}{R_e} + B_{e11} k_{2z}^3 + 3B_{e13} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + B_{e14} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + B_{e23} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} U_2 + \left\{ \bar{A}_{e23}^* k_{2z} + \bar{A}_{e22}^* \frac{n}{R_e} + \bar{B}_{e13} k_{2z}^3 + \bar{B}_{e14} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + 3\bar{B}_{e23} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + \bar{B}_{e22} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} V_2 + \left\{ 2B_{e12}^* k_{2z}^2 + 4B_{e23}^* k_{2z} \frac{n}{R_e} + 2B_{e22}^* \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e11} k_{2z}^4 + 4D_{e13} k_{2z}^3 \frac{n}{R_e} + \frac{A_{e22}^*}{R_e} + 2D_{e14} k_{2z}^2 \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e22} \frac{n^4}{R_e^4} + 4D_{e23} k_{2z} \frac{n^3}{R_e^3} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ A_{e12}^* k_{2z} + A_{e23}^* \frac{n}{R_e} + B_{e11} k_{2z}^3 + 3B_{e13} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + B_{e14} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + B_{e23} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} U_2 + \left\{ \bar{A}_{e23}^* k_{2z} + \bar{A}_{e22}^* \frac{n}{R_e} + \bar{B}_{e13} k_{2z}^3 + \bar{B}_{e14} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + 3\bar{B}_{e23} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + \bar{B}_{e22} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} V_2 + \left\{ 2B_{e12}^* k_{2z}^2 + 4B_{e23}^* k_{2z} \frac{n}{R_e} + 2B_{e22}^* \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e11} k_{2z}^4 + 4D_{e13} k_{2z}^3 \frac{n}{R_e} + \frac{A_{e22}^*}{R_e} + 2D_{e14} k_{2z}^2 \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e22} \frac{n^4}{R_e^4} + 4D_{e23} k_{2z} \frac{n^3}{R_e^3} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ \bar{A}_{e23}^* k_{2z} + \bar{A}_{e22}^* \frac{n}{R_e} + \bar{B}_{e13} k_{2z}^3 + \bar{B}_{e14} k_{2z}^2 \frac{n}{R_e} + 3\bar{B}_{e23} k_{2z} \frac{n^2}{R_e^2} + \bar{B}_{e22} \frac{n^3}{R_e^3} \right\} V_2 + \left\{ 2B_{e12}^* k_{2z}^2 + 4B_{e23}^* k_{2z} \frac{n}{R_e} + 2B_{e22}^* \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e11} k_{2z}^4 + 4D_{e13} k_{2z}^3 \frac{n}{R_e} + \frac{A_{e22}^*}{R_e} + 2D_{e14} k_{2z}^2 \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e22} \frac{n^4}{R_e^4} + 4D_{e23} k_{2z} \frac{n^3}{R_e^3} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} W_2 = 0$$

$$\left\{ 2B_{e12}^* k_{2z}^2 + 4B_{e23}^* k_{2z} \frac{n}{R_e} + 2B_{e22}^* \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e11} k_{2z}^4 + 4D_{e13} k_{2z}^3 \frac{n}{R_e} + \frac{A_{e22}^*}{R_e} + 2D_{e14} k_{2z}^2 \frac{n^2}{R_e^2} + D_{e22} \frac{n^4}{R_e^4} + 4D_{e23} k_{2z} \frac{n^3}{R_e^3} - \bar{M}_e \omega^2 \right\} W_2 = 0$$

(۳۵)

$$= P_0 \varepsilon_n (-j)^n J_n(k_{1r}, R_e)$$

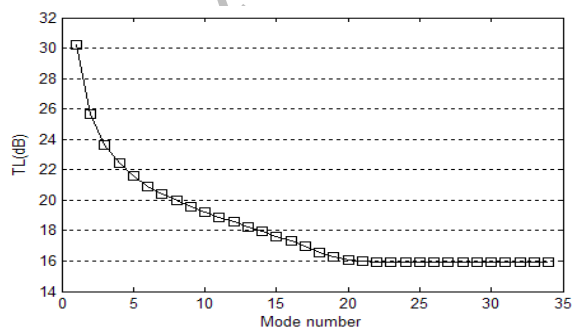
$$TL = -10 \log \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\operatorname{Re} \left\{ P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}, R_1) \right\} \times \rho_1 c_1 \pi}{\varepsilon_n \cos(\gamma) P_0^2} \right) \quad (47)$$

همگرایی

چنانچه در معادلات ۲۱، ۳۲ و ۲۶ مشاهده می‌شود، متغیرهای فشار و جابه‌جایی به شکل سری بینهایت نشان داده شده است. بنابراین در تحلیل همگرایی، باید از تعداد موده‌های کافی استفاده شود. وقتی که تعداد موده‌های ناکافی در محاسبات استفاده می‌شود، نتایج به دست آمده برای TL بسیار زیاد برآورد می‌شود. TL‌های بسیار بالایی برای پوسته‌های نسبتاً نازک توسط تانگ و همکارانش [۱۷] به دلیل در نظر گرفتن تعداد موده‌های ناکافی گزارش شده است. با به دست آوردن همگرایی در یک بسامد مشخص، می‌توان فرض را بر آن داشت که در تمام بسامدهای پایین‌تر از آن همگرایی وجود دارد [۱۰]. روند همگرایی برای پوسته مرکب دو جداره، با توجه به داده‌های جدول ۱ در شکل‌های ۲ و ۳ در دو بسامد ۱ KHz و ۱۰ KHz برای زاویه برخورد ۴۵ درجه نشان داده شده‌اند. مقایسه این دو نمودار نشان می‌دهد که با افزایش بسامد، تعداد موده‌های لازم برای همگرایی نیز افزایش می‌یابد.

جدول ۱- خواص محیطی و هندسی پوسته‌ها

فضای داخلی	پوسته داخلی	شکاف	پوسته بیرونی	فضای خارجی
۰٫۹۴	۲۷۶۸	۱٫۰۳	۲۷۶۸	چگالی (kg/m ³) ۱٫۲۱
-	۱٫۸۲۸	-	۱٫۸۳	شعاع (m) -
-	۰٫۵	۰٫۵	۰٫۵	ضخامت (mm) -
۳۸۹	-	۳۷۳	-	سرعت صوت (m/s) ۳۴۳



شکل ۲- نمودار همگرایی برای پوسته مرکب دو جداره در بسامد ۱ KHz

$$\left\{ H^1(k_{3r}, R_i) k_{3r} \right\} P_3^T - (\rho_3 \omega^2) W_1 = 0 \quad (42)$$

اندیس i برای پوسته داخلی و اندیس e برای پوسته خارجی می‌باشد. با حل این ده رابطه ده مجهول $P_0^R, P_2^R, P_2^T, P_3^R, P_3^T$ بر حسب $u_1, v_1, w_1, u_2, v_2, w_2$ به دست خواهد آمد.

افت انتقال

افت انتقال به صورت نسبت شدت صوت برخورد کننده به پوسته بیرونی به شدت صوت وارد شده به پوسته داخلی بر واحد طول استوانه تعریف می‌گردد (رابطه ۴۳) [۱۶].

$$TL = 10 \log_{10} \frac{W^I}{W^T} \quad (43)$$

در رابطه ۴۳، W^T شدت جریان منتقل شده و W^I شدت صوت برخوردی در واحد طول پوسته بوده و به صورت رابطه ۴۴ و ۴۵ می‌باشد.

$$W^I = \frac{\cos(\gamma) P_0^2}{\rho_1 c_1} \times 2R_2 \quad (44)$$

$$W^T = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{2\pi} P_3^T \frac{\partial}{\partial t} (W_1)^* r d\varphi \right\} \quad r = R_1 \quad (45)$$

در رابطه ۴۵ نمایه‌های $\operatorname{Re}\{\cdot\}$ و $*$ به ترتیب نشان‌دهنده قسمت حقیقی و مزدوج مختلط متغیر می‌باشد. از جایگذاری روابط ۳۲ و ۲۹ برای W_1 و P_3^T در معادله (۴۵)، W^T به صورت رابطه ۴۶ در می‌آید:

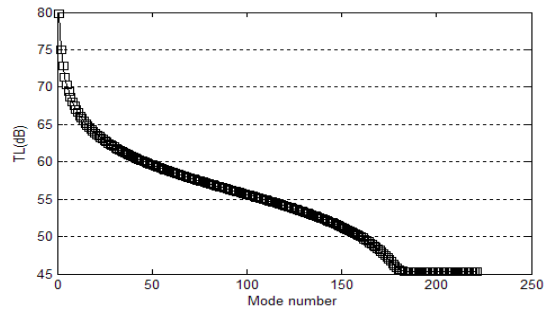
$$W^T = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\operatorname{Re} \left\{ \frac{P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}, R_1)}{\times (j\omega W_{1n})^*} \right\} \times \int_0^{2\pi} \cos[n\theta] r d\varphi \right) \quad r = R_1 \quad (46)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\pi R_1}{\varepsilon_n} \times \operatorname{Re} \left\{ \frac{P_{3n}^T H_n^1(k_{3r}, R_1)}{\times (j\omega W_{1n})^*} \right\} \right)$$

در نهایت، مقدار افت انتقال صوت در استوانه دو جداره مرکب شکل ۱ از قراردادن روابط ۴۴ و ۴۶ در رابطه ۴۳ به دست می‌آید.

اعتبارسنجی مدل تحلیلی ارائه شده

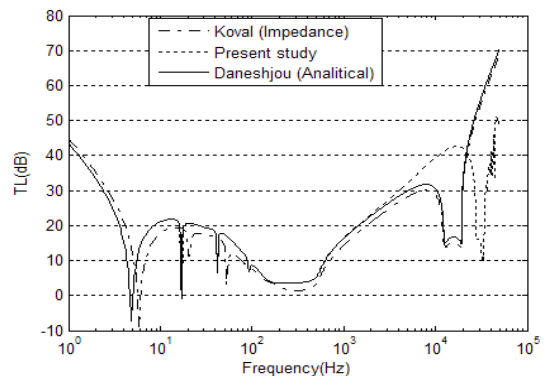
به منظور اعتبارسنجی مدل تحلیلی ارائه شده، حالت خاصی از پوسته استوانه‌ای دو جداره مرکب که ضخامت فاصله بین دو پوسته در آن، نزدیک صفر ($h_g = 1 \times 10^{-4} \text{ mm}$) می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود.



شکل ۳- نمودار همگرایی برای پوسته مرکب دو جداره در بسامد ۱۰ KHz

بدین منظور نتایج به دست آمده از این تحقیق با نتایج به دست آمده توسط سایر محققین [۷، ۱۲] مربوط به پوسته‌های مرکب مورد مقایسه قرار می‌گیرد که در شکل ۴ نشان داده شده است.

مقایسه نتایج به دست آمده از تحقیق حاضر با نتایج به دست آمده از روش امیدانس مدال [۷] و روش تحلیلی ارائه شده در مرجع [۱۲] نشان می‌دهد که نتایج باهم همخوانی بسیار خوبی خصوصاً در ناحیه سختی کنترل (کمتر از بسامد حلقوی) دارند. در بسامدهای بالا (مخصوصاً بالاتر از بسامد هم‌زمان) TL‌های محاسبه شده در این مقاله تفاوت اندکی با پوسته استوانه‌ای تک‌جداره مرکب دارد. این اختلاف در بسامدهای بالا، به دلیل تاثیر فاصله بین دو پوسته، در نتیجه کوتاه شدن طول موج و نیز به دلیل تشدید این فاصله حلقوی می‌باشد.



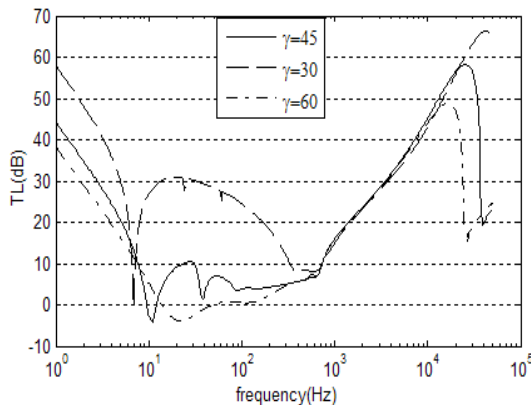
شکل ۴- مقایسه نتایج حاصل از روش ارائه شده با روشهای 'کوال' و 'دانشجو' برای پوسته مرکب یک جداره

تحلیل نتایج عددی

تحلیل عددی افت انتقال TL برای پوسته‌های استوانه‌ای دو جداره مرکب که مشخصات آن در جدول ۱ نشان داده شده است، در یک بازه بسامدی گسترده انجام می‌گیرد.

اثر زاویه برخورد امواج

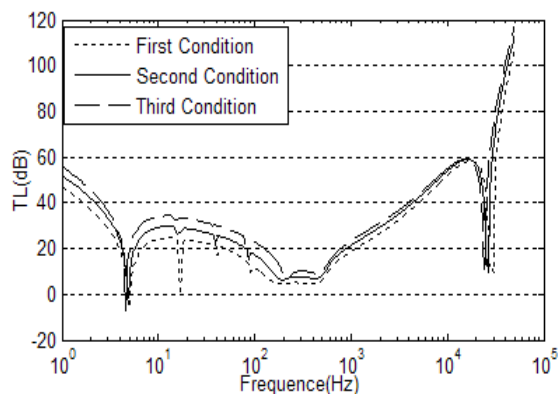
شکل ۵ تغییرات TL را در $\gamma = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ نشان می‌دهد. بررسی‌ها شکل نشان می‌دهد که کاهش زاویه برخورد، باعث بالا رفتن TL استوانه در ناحیه سختی کنترل (پایین‌تر از بسامد حلقوی)، و ناحیه هم‌زمانی (بالاتر از بسامد هم‌زمان یا بحرانی) می‌شود، چون عدد موج شعاعی کاهش می‌یابد. به علاوه بسامد هم‌زمان به بالا انتقال پیدا می‌کند.



شکل ۵- تاثیر زاویه برخورد بر روی نمودار TL

اثر اندازه فاصله بین دو پوسته

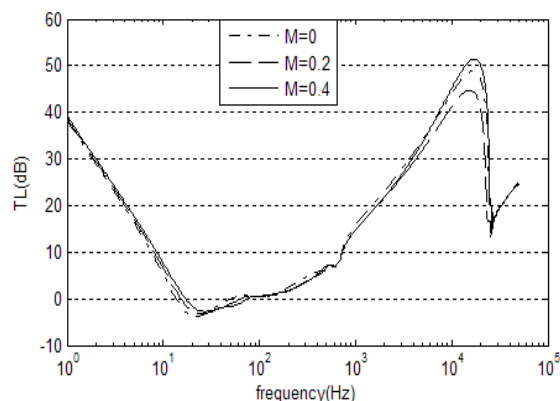
شکل ۶، TL‌های محاسبه شده در پوسته‌های مرکب دو جداره با اندازه‌های مختلف فاصله بین دو پوسته ۱۰، ۲، ۱ میلی‌متر را باهم مقایسه می‌نماید. این نمودار نشان می‌دهد که اندازه‌های کوچک فاصله بین دو پوسته (به غیر از ۱۰ mm) بر روی TL در محدوده بسامد کمتر از بسامد حلقوی تاثیر نمی‌گذارد. این امر بدین دلیل است که طول موجها بزرگتر از اندازه فاصله بین دو پوسته می‌باشند. به عبارت دیگر طول موجها نمی‌توانند فاصله بین دو پوسته را حس کنند. در بسامدهای بالاتر، وقتی که طول موجها کوتاه هستند، فاصله بین دو پوسته نقش مرز آکوستیک را بازی می‌کند. به عبارت دیگر، در محدوده بسامد بالاتر، بزرگتر شدن اندازه فاصله بین دو پوسته، مقدار TL را افزایش خواهد داد. در کل، با بزرگتر شدن اندازه فاصله بین دو



شکل ۷- مقادیر TL برای ارتفاع‌های مختلف پروازی

اثر سرعت هوای خارجی

جریان هوای خارجی می‌تواند بر روی عدد موج محوری و شعاعی تاثیر بگذارد. شکل ۸ تاثیر عددهای ماخ صفر، ۰٫۲ و ۰٫۴ را بر روی TL نشان می‌دهد. با افزایش عدد ماخ، مقدار TL در ناحیه سختی کنترل (پایین‌تر از بسامد حلقوی) کاهش یافته، در حالیکه در بسامدهای بالاتر از بسامد حلقوی افزایش می‌یابد.



شکل ۸- تاثیر ماخ‌های پروازی مختلف بر روی TL

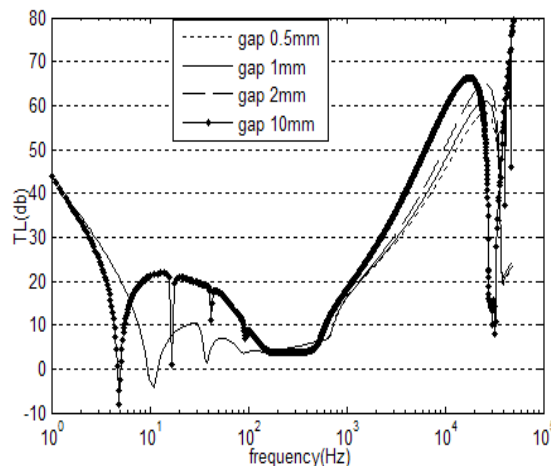
اثر جنس مواد کامپوزیت

شکل ۹ تاثیر جنس ماده مرکب پوسته استوانه‌ای مورد نظر را بر روی مقادیر TL نشان می‌دهد. مشخصه‌های مواد انتخاب شده جهت مقایسه، در جدول ۳ نشان داده شده است.

جدول ۳- خواص مواد مرکب

	Gr/Ep	Glass/Ep	Br/Ep
Density(kg/m ³)	۱۶۰۰	۱۹۰۰	۱۶۰۰
E ₁ (Gpa)	۱۳۷٫۹	۳۵٫۷۷	۲۰۶٫۸۴
E ₂ (Gpa)	۸٫۹۶	۱۷٫۹۲	۲۰٫۶۸
Poisson ratio	۷٫۱	۸٫۹۶	۶٫۸۹
G ₁₂ (Gpa)	۰٫۳	۰٫۲۵	۰٫۳

پوسته، بسامد هم‌زمان به طرف پایین انتقال پیدا می‌کند (یعنی محدوده جرم کنترل که در واقع ناحیه بین بسامد حلقوی و بسامد هم‌زمان است کاهش پیدا می‌کند).



شکل ۶- تاثیر فاصله بین دو پوسته بر روی نمودار TL در پوسته مرکب دو جداره

تاثیر ارتفاع مختلف پروازی

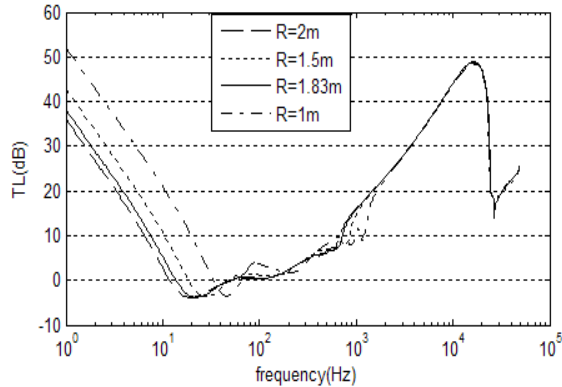
در شکل ۷ اثر شرایط محیطی مختلف پروازی مطابق با جدول ۲ مورد بررسی قرار گرفته است. ارتفاع پروازی بالاتر بر روی چگالی و سرعت صوت سیال تاثیر می‌گذارد. بنابراین مقاومت آکوستیک سیال خارجی ($\rho_1 c_1$) کاهش خواهد یافت. در نتیجه اختلاف بین مقاومت‌های آکوستیکی سیال‌های داخلی و خارجی پوسته باعث بیشتر شدن ناهمگونی امپدانس آکوستیکی می‌شود. چنانچه در شکل ۷ نشان داده شده است، افزایش ناهمگونی امپدانس آکوستیکی، باعث بالا رفتن TL در کل بازه بسامد می‌شود. ولی محل بسامد حلقوی و بسامد هم‌زمان تغییر نمی‌کند.

جدول ۲- شرایط مختلف پروازی

	شرایط اول	شرایط دوم	شرایط سوم
ارتفاع(ft)	۱۰۰۰۰	۲۵۰۰۰	۳۵۰۰۰
چگالی(kg/m ³)	۰٫۹۰۴۱	۰٫۵۴۸۹	۰٫۳۷۹۵
سرعت صوت(m/s)	۳۲۸٫۵۵۸	۳۰۹٫۹۶۶	۲۹۶٫۵۵۶

اثر تغییر شعاع پوسته‌ها

چنانچه در شکل ۱۱ نشان داده شده است، شعاع‌های کوچکتر باعث افزایش TL می‌گردد که به دلیل اثر انحنای پوسته بر روی سختی آن می‌باشد. در ناحیه جرم کنترل، تمامی منحنی‌ها نتایج یکسانی را نشان می‌دهند.



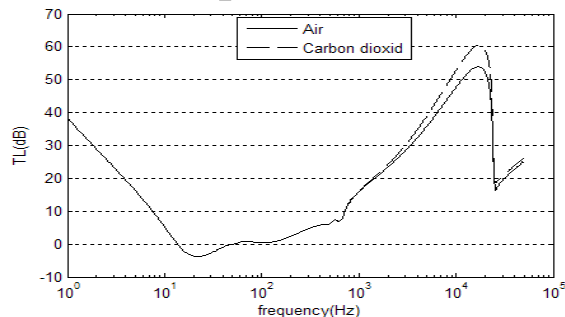
شکل ۱۱- تغییر مقادیر TL با توجه به ضخامت پوسته

اثر تغییر جنس سیال بین دو پوسته

برای تحلیل تاثیر خصوصیات سیال بین دو پوسته بر روی مقادیر TL (جدول ۴)، از سیال‌های هوا و دی اکسید کربن استفاده شده است. چنانچه در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، در بسامدهای پایین هیچ تفاوتی در مقادیر TL وجود ندارد ولی در بسامدهای بالا، به دلیل بالا بودن ناهمگونی امپدانس، مقدار TL در استفاده از دی اکسید کربن، بالاتر از مقدار آن در مقایسه با هوا می‌باشد.

جدول ۴- خواص سیال بین دو پوسته

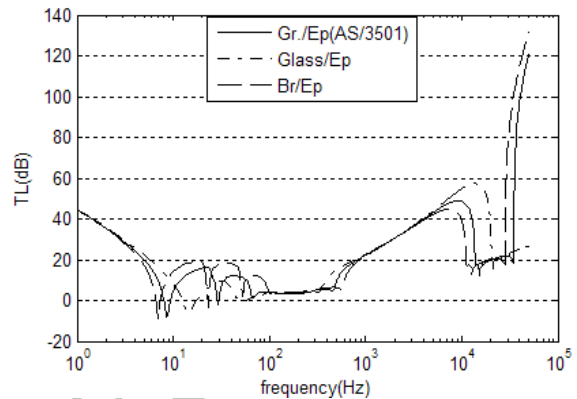
	Air	Carbon dioxide
چگالی (kg/m^3)	۱/۱۸۴	۱/۷۹۹
سرعت صوت (m/s)	۳۴۶/۱	۲۶۹/۵



شکل ۱۲- تاثیر خواص سیال مورد استفاده در شکاف بین دو

پوسته بر روی تغییرات TL

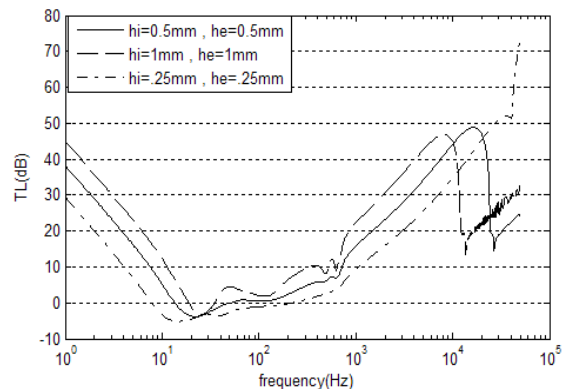
نمودار شکل ۹ نشان می‌دهد که برای بالا رفتن TL در ناحیه سختی کنترل، مواد باید به درستی انتخاب شوند. بهترین نتایج برای پوسته برم / اپوکسی به دست می‌آید، که مقدار قابل قبولی را برای TL در ناحیه سختی کنترل نشان می‌دهد.



شکل ۹- نمودار TL برای پوسته مرکب دو جداره با استفاده از مواد مرکب مختلف

اثر تغییر ضخامت پوسته‌ها

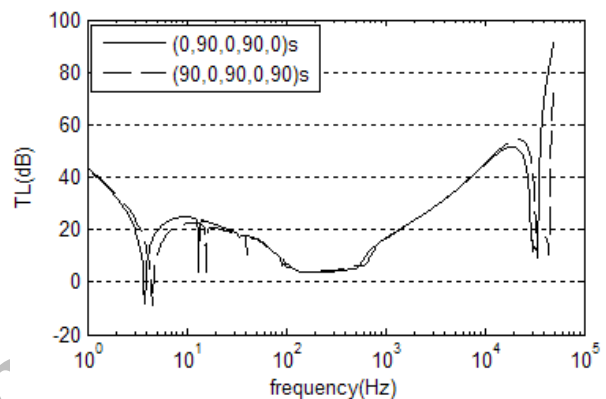
همانطور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود، تغییر در ضخامت دو پوسته، تاثیر زیادی را بر روی مقادیر TL در سرتاسر محدوده بسامد می‌گذارد. در کل، مقدار افت انتقال، با افزایش ضخامت افزایش یافته و ناحیه جرم کنترل کاهش می‌یابد. در شرایط عملی، بهتر است پوسته‌ها تا حدی که ممکن باشد و محدودیت وزنی نداشته باشد ضخیم‌تر در نظر گرفته شوند. تحلیل انجام شده در این مقاله، برای چنین شرایطی بسیار مفید می‌باشد. برای مثال اگر برای جلوگیری از ورود مقدار صوت مشخص، مقدار TL مشخص باشد، مقدار ضخامت قابل قبول برای پوسته را به راحتی می‌توان تعیین نمود.



شکل ۱۰- تغییر مقادیر TL با افزایش ضخامت دو پوسته

اثر چیدمان لایه‌ها

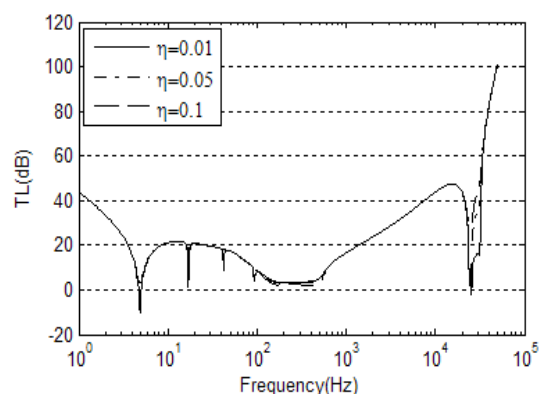
اثر ترتیب لایه‌چینی در شکل ۱۳ نشان داده شده است. دو نمونه چیدمان لایه $[0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ]_s$ و $[90^\circ, 0^\circ, 90^\circ, 0^\circ, 90^\circ]_s$ برای تعیین ترتیب لایه‌چینی لایه‌ها انتخاب می‌گردد. چون نمونه اولی دارای لایه با زاویه صفر بیشتری می‌باشد، باعث بالا رفتن استحکام محوری و سختی خمشی می‌شود، و مقدار TL آن در ناحیه سختی کنترل بیشتر می‌باشد.



شکل ۱۳- تاثیر ترتیب لایه‌چینی بر روی تغییرات TL

اثر میرایی سازه‌ای

اثر ضرایب میرایی مختلف سازه بر روی تغییرات TL در شکل ۱۴ نشان داده شده است. میرایی سازه فقط در بسامدهای تشدید باعث افزایش افت انتقال صوت می‌گردد.



شکل ۱۴- اثر میرایی سازه بر روی تغییرات TL

نتیجه‌گیری

در این مقاله، انتقال صوت از پوسته استوانه‌ای دوجداره مرکب با طول بینهایت که این پوسته با یک سرعت یکنواخت در هوا حرکت می‌کند، مورد بررسی قرار گرفته

است. معادلات موج آکوستیک و معادلات پوسته برای محاسبه TL، به صورت هم‌زمان حل می‌شوند. تاثیر پارامترهای مختلف بر روی TL مورد بررسی قرار گرفته است. از این بررسی‌های عددی می‌توان به نتایج زیر دست پیدا کرد:

- ۱- مقایسه مستقیم بین نتایج به دست آمده از این تحقیق با نتایج کوال (روش امیدانس) و دانشجو (روش تحلیلی) انجام شده است. مقایسه نتایج در شکل ۴ نشان داده شده است که همخوانی بسیار خوبی را نشان می‌دهد.
- ۲- کاهش زاویه برخورد باعث افزایش TL استوانه در ناحیه سختی کنترل و ناحیه هم‌زمانی می‌شود.
- ۳- در ارتفاع بالا در کل ناحیه بسامد TL افزایش می‌یابد.
- ۴- در تمام محدوده بسامد در نظر گرفته شده، افزایش اندازه فاصله بین دو پوسته باعث افزایش TL می‌شود.
- ۵- افزایش عدد ماخ مقدار TL را در ناحیه سختی کنترل پایین می‌آورد، در حالیکه در بسامدهای بالاتر از بسامد حلقوی، افزایش می‌دهد.
- ۶- میرایی سازه به جز در بسامدهای تشدید، در سایر نقاط بر روی TL بی‌تاثیر می‌باشد.
- ۷- با کاهش شعاع پوسته، افت انتقال صوت (TL) در ناحیه سختی کنترل افزایش می‌یابد.
- ۸- در لایه چینی لایه‌های کامپوزیت بهتر است تعداد لایه‌های بیشتری در راستای طولی قرار بگیرند.

پی‌نوشت

- ۱- Transmission Loss(TL)
- ۲- Mufflers
- ۳-Smith
- ۴- White
- ۵-Ring Frequency
- ۶-Coincidence Frequency
- ۷- Koval
- ۸-Blaise
- ۹- Roussos
- ۱۰-Tang

- shells and plates. Elsevier Academic*", Amsterdam, 2004.
- [14] Reddy, J.N., "Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and Analysis", 2nd edn. CRC press, Boca Raton, 2004.
- [15] McLachlan, N.W., "Bessel functions for engineers", 2nd edn. Oxford university press, oxford, 1955.
- [16] Pierce, A.D., "Acoustics", New York, McGraw-Hill, 1981.
- [17] Tang, Y.Y., Silcox, R.J., Robinson, J.H., "sound transmission through two concentric cylindrical sandwich shells", proceedings of the 14th international modal Analysis conference Japan, 1996, pp. 1488-1492.

۱۱- Lee and Kim

۱۲-Kirchhoff

مراجع

- [1] Smith, P.W., "Sound transmission through thin cylindrical shells", J. Acoustic Soc. Am. 29, 1957, pp. 721-729.
- [2] White, P., "Sound transmission through a finite, closed, cylindrical shell", J. Acoust. Soc. 40, 1966.
- [3] Koval, L.R., "On sound transmission into an orthotropic shell", J. sound Vib., 1979, pp. 51-59.
- [4] Koval, L.R., "On sound transmission into a thin cylindrical shell under flight conditions", J. sound Vib., 1976, pp. 265-275.
- [5] Blaise, A., Lesueur, C., "Acoustic transmission through a 2-D orthotropic multi-layers infinite shell", J. sound Vib., 1992.
- [6] Blaise, A., Lesueur, C., Gottelande, M., Barbe, M. "On sound transmission into an orthotropic infinite shell comparison with Koval result and understanding the phenomena", J. sound Vib. 150.
- [7] Koval, L.R., "On sound transmission into a laminated composite cylindrical shell", J. sound Vib., 1980, pp. 523-530.
- [8] Roussos, L.A., Owell, C.R., Grosveld, F.W., Koval, L.R., "Noise transmission characteristics of advanced composite structure materials", J. Aircraft, 1984, pp. 528-535.
- [9] Tang, Y.Y., Robison, J.H., Silcox, R.J., "Sound transmission through a cylindrical sandwich shell with honeycomb core", In 34th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit, 1996.
- [10] Lee, J.H., Kim, J., "Study on sound transmission characteristics of a cylindrical shell using analytical and experimental models", Appl. Acoust 64, 2003, pp. 611-632.
- [11] K., Daneshjou, A., Nouri, R., Talebitooti, "Analytical model of sound transmission through orthotropic double-walled cylindrical shells", Trans. CSME. 32(1), 2008, pp. 43-66.
- [12] K., Daneshjou, A., Nouri, R., Talebitooti, "Sound transmission through laminated composite cylindrical shells using analytical model", Arch Appl Mech.77, 2007, pp. 363-379.
- [13] Qatu, M.S., "Vibration of laminated