

# تولید شبکه هیبرید کارتزین به منظور تحلیل آیرودینامیکی جریان های لزج

متارکت، امید<sup>1</sup>، جهانگیریان، علیرضا<sup>2\*</sup>

1- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

2- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

(دریافت مقاله: 1389/3/16 تاریخ پذیرش: 1389/9/30)

## چکیده

در این تحقیق یک شبکه هیبرید بر اساس شبکه پایه کارتزین برای تحلیل جریان های لزج اطراف هندسه های هوایی توسعه داده شده است. این شبکه از خاصیت منظم و عمود بودن شبکه های باسازمان در لایه مرزی، کارایی و سادگی شبکه های کارتزین و انعطاف پذیری شبکه های بی سازمان بهره گرفته است. ابتدا یک شبکه باسازمان به صورت لایه ای اطراف هندسه جسم در ناحیه لزج تولید می شود و مابقی فضای محاسباتی توسط شبکه کارتزین بی سازمان پوشش داده می شود. به منظور اتصال دوشبکه کارتزین و باسازمان از سلول های مثلثی بی سازمان استفاده گردیده است. در نهایت به منظور نمایش کارایی شبکه های تولید شده معادلات کامل ناویر استوکس در رژیم های جریان آرام و مغشوش با استفاده از یک روش عددی ضمنی مبتنی بر حجم محدود حل شده و نتایج آن با داده های تجربی و نتایج عددی دیگران مقایسه گردیده است. نتایج به دست آمده بیانگر حفظ دقت و کاهش زمان مورد نیاز محاسبات در مقایسه با شبکه های بی سازمان مثلثی است.

**واژه های کلیدی:** شبکه هیبرید، شبکه کارتزین، شبکه باسازمان، حل عددی جریان لزج

## مقدمه

با ظهور رایانه ها دینامیک سیالات عددی توانست به عنوان روشی توانا طیف وسیعی از کاربردهای صنعتی و غیر صنعتی را در برگیرد. به عنوان ابزاری کارآمد و به منظور پاسخگویی به نیازهای روزافزون صنعت، روش های عددی باید توانایی بررسی جریان های پیچیده حول هندسه های کاربردی را داشته باشند. پیش نیاز هر حل کننده جریان داشتن یک شبکه عددی مناسب در میدان اطراف جسم می باشد. امروزه این واقعیت که بیش از 50% زمان استفاده شده در کدهای عددی معمولاً صرف تعریف هندسه میدان و تولید شبکه می شود به علاوه تأثیر کیفیت شبکه بر دقت و همگرایی روش عددی، تولید شبکه محاسباتی را از اهمیت خاصی برخوردار نموده است.

معمولاً میدان محاسبات به شکل چهار ضلعی انتخاب می شود و نقاط داخلی شبکه بر روی خطوط شبکه توزیع می شوند. این نوع شبکه را شبکه باسازمان می گویند [1]. یکی از مهمترین مزیت های شبکه های باسازمان این است که

می توان اضلاع سلول ها را تا حدی عمود بر یکدیگر و همچنین عمود بر مرز جسم قرار داد که این موضوع هم روند رسیدن به جواب ها را تسهیل نموده و هم دقت جواب ها را بالا می برد. ولی تولید این نوع شبکه برای اجسام با هندسه های پیچیده، مشکل و در بعضی موارد تقریباً غیر ممکن بوده و یا زمان فوق العاده زیادی را می گیرد. همین موضوع مهم ترین عامل در گرایش کاربران به استفاده از انواع دیگر شبکه ها بوده است. دسته ی دیگری از شبکه ها به گونه ای است که نقاط شبکه را نمی توان بر روی خطوطی از شبکه که به صورت منظم تعریف شده اند، مرتب نمود. به این شبکه ها، شبکه های بی سازمان می گویند. سابقه این روش از مدل کردن و حل مسائل سازه ای شروع و از سال 1980 به بعد توسط محققینی از جمله لوهنر<sup>1</sup> و دریل<sup>2</sup> و بیکر در مسائل دینامیک سیالات محاسباتی مورد استفاده قرار گرفت [2]. از جمله روش های تولید شبکه بی سازمان می توان به روش مثلث سازی دلانی (1934) اشاره کرد. اما چنانچه مرزهای جریان توسط دیواره محصور شده باشد؛ یا دیواره اثرات

\* نویسنده پاسخگو، تلفن: 021-64543223، پست الکترونیک: ajahan@aut.ac.ir

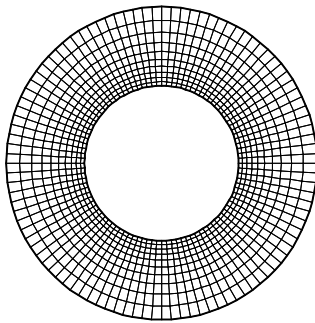
قابل توجهی بر جریان داشته باشد بایستی در مورد تولید شبکه بی‌سازمان در نزدیک دیواره دقت مضاعف نمود. به‌طور سنتی سلول‌های بی‌سازمان مثلثی برای حل معادلات کامل ناویر-استوکس بازده خوبی ندارند. برای اولین بار پیرزاده [3] با ایجاد اصلاحات در ساختار شبکه‌بندی بی‌سازمان، سلول‌های کشیده ولی منظم در ناحیه لزوج تولید کرد. این روش به لایه پیش‌رونده مشهور است. بعد از او مارکوم [4] و سپس جهانگیریان و جانستون [5] نیز روش‌هایی برای تولید شبکه بی‌سازمان منظم در داخل لایه مرزی ارائه دادند. از جمله نقاط ضعف شبکه‌های بی‌سازمان عدم کارایی حل‌گرهای آن در مقایسه با شبکه‌های با سازمان می‌باشد. شکل سلول‌ها اعم از قائم یا اریب بودن و نسبت منطری نیز تأثیر به‌سزایی بر نتایج حل عددی دارد. بنابراین استفاده از شبکه باسازمان این امکان را به‌وجود می‌آورد تا بتوان نسبت منطری سلول‌ها را بیشتر افزایش داد؛ در حالی که استفاده از نسبت منطری زیاد برای سلول‌های بی‌سازمان منجر به اریب شدن آن‌ها و در نتیجه خطای عددی بیشتر می‌شود.

نوع دیگری از شبکه‌ها که در دهه‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته، شبکه کارترین بی‌سازمان است. این نوع شبکه‌بندی دارای سلول‌های منظم چهار ضلعی در دو بعد و شش وجهی در سه بعد است. به علت استفاده از سلول‌های منظم با اضلاع عمود بر هم، این نوع شبکه دارای مزایای شبکه باسازمان بوده و از نظر قابلیت سازگارسازی موضعی و ساختار اطلاعات دارای مزیت‌های شبکه‌های بی‌سازمان است. مهمترین و اساسی‌ترین مزیت شبکه کارترین خودکار بودن مراحل تولید آن است که باعث ایجاد اقبال فراوان به آن در حل مسایل مختلف شده است. این شبکه از یک سلول اولیه که تمام فضای محاسباتی را در برگرفته شروع می‌شود. سلول اولیه در مراحل بعدی تولید شبکه، به سلول‌های کوچکتر تقسیم می‌شود تا به آن درجه از ریزی که کاربر در نظر دارد برسد [6]. شبکه‌های کارترین علاوه بر سادگی الگوریتم از تعداد سلول‌های کمتری نیز استفاده می‌کنند. بنابراین استفاده از شبکه کارترین به جای شبکه بی‌سازمان مثلثی می‌تواند حجم محاسبات را تا میزان قابل ملاحظه‌ای کاهش دهد. اما این نوع شبکه در نواحی تقاطع با مرزها کیفیت خوبی ندارد.

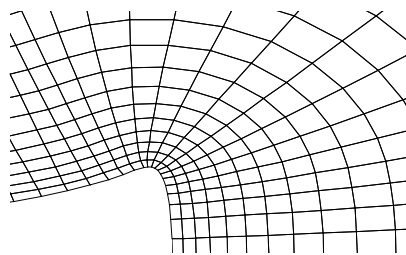
به‌منظور رفع این مشکل می‌توان قسمتی از شبکه را باسازمان و قسمتی را بی‌سازمان تولید نمود. به چنین

شبکه‌هایی، شبکه هیبرید یا مختلط یا ترکیبی می‌گویند. از اولین کسانی که ایده تفکیک شبکه به دو بخش لزوج و غیرلزوج را مطرح کردند ودریل در سال 1985 [7] و ناکاهاشی<sup>3</sup> [8] در سال 1987 بودند. در سال 1995 مارکم<sup>4</sup> [4] از سلول‌های چهارضلعی در لایه مرزی استفاده کرد که در نتیجه آن دیگر نیازی به تغییر در الگوریتم کد حل‌کننده نبود. در ناحیه غیرلزوج از سلول‌های بی‌سازمان استفاده شده بود. در سال 1996 کالیندریس<sup>5</sup> برای مدل کردن ناحیه لزوج در سه بعد از سلول‌های منشوری کشیده با زاویه قائمه استفاده نمود که در درون لایه مرزی به صورت لایه‌ای تولید شده است [9]. کوملیل<sup>6</sup> نوعی از شبکه هیبریدی ارائه داده است که از دو شبکه باسازمان و بی‌سازمان استفاده می‌کند [10]. این روش بیشتر به منظور شبکه‌بندی به‌دور اجسام نزدیک به هم مطرح گردیده است. در روش دیگری که توسط اسمیت<sup>7</sup> ارائه گردید [11] از شبکه کارترین با برخی تغییرات برای حل جریان غیرلزوج حول اجسام پیچیده استفاده شده است. جدیدترین کار انجام گرفته در این زمینه توسط هونگ لو<sup>8</sup> و همکاران در سال 2008 ارائه شده است [12]. این شبکه ترکیبی از سلول‌های کارترین، باسازمان و مثلثی است.

در تحقیق حاضر از ترکیب سه روش فوق استفاده گردیده و یک شبکه ترکیبی اتوماتیک تولید گشته است. ابتدا در اطراف جسم و در ناحیه لزوج، شبکه باسازمان تشکیل می‌گردد. این شبکه لایه مرزی به‌وجود آمده اطراف جسم را در بر می‌گیرد. سلول‌های شبکه باسازمان عمود بر هندسه جسم رشد می‌کنند که بتوان با استفاده از این خاصیت گرادیان‌های عمود بر جسم را مدل کرد. تفاوت کار حاضر با کار هونگ لو [12] در این قسمت از تولید شبکه، امتداد این لایه باسازمان به‌منظور مدل‌سازی دقیق‌تر گردابه‌ها در پایین دست جریان حول اجسام آیرودینامیکی است. همچنین ساختار اطلاعاتی شبکه کارترین در این تحقیق درخت دوتایی می‌باشد که با کارهای انجام‌گرفته قبلی متمایز است. نواحی خارج از لایه مرزی و در مناطقی که به تراکم کمتری از سلول‌ها نیاز دارند توسط سلول‌های مربعی کارترین بی‌سازمان پر شده است. شبکه کارترین در انطباق با مرز به خوبی عمل نمی‌کند به همین علت برای اتصال دو نوع شبکه‌بندی باسازمان و کارترین از سلول‌های مثلثی بی‌سازمان که در انطباق با مرزها انعطاف‌پذیری بالایی دارند، استفاده گردیده است. در ادامه مراحل تولید این نوع شبکه اطراف



شکل 1- تشکیل سلول های باسازمان اطراف یک دایره



شکل 2- شبکه باسازمان به دور یک انحنای

این هموارسازی با استفاده از رابطه زیر انجام می گیرد:

$$n_p^{t+1} = (1-w)n_p^t + \frac{w}{2} \sum_{i=1}^n n_i^t \quad (1)$$

در اینجا  $v_p$  بردار نرمال در نقطه  $p$  و  $t$  نشان دهنده مرحله تکرار و  $w$  پارامتر هموارسازی است.  $n$  تعداد نقاط متصل به نقطه  $p$  را نشان می دهد و  $v_i$  بردار نرمال نقطه همسایه نقطه  $p$  است. در مرحله بعدی فاصله لایه روی هر خط عمود مشخص می شود.

$$d_m = d_1 (1-l)^{m+1} \quad (2)$$

$d_m$  مقدار فاصله نقاط در لایه  $m$  را نشان می دهد.  $d_1$  مقدار این فاصله در لایه اول است و  $l$  مقدار اضافه شدن این فاصله نسبت به لایه قبل است.

در ناحیه خارج لایه لزج به علت کارایی شبکه کارترین و سادگی و خودکار بودن آن، از این نوع شبکه بندی استفاده می شود. به منظور تشکیل شبکه کارترین باید مرزهای میدان محاسباتی مشخص باشند. در این تحقیق آخرین لایه شبکه باسازمان به عنوان مرز داخلی شبکه کارترین در نظر گرفته

هندسه های مختلف ارائه شده و در انتها برای بررسی کیفیت و کارایی شبکه هیبرید تولید شده، جریان لزج دوبعدی اطراف هندسه های مختلف حل شده و نتایج آن با داده های تجربی و نتایج عددی دیگران مقایسه شده است.

### روش تولید شبکه هیبرید

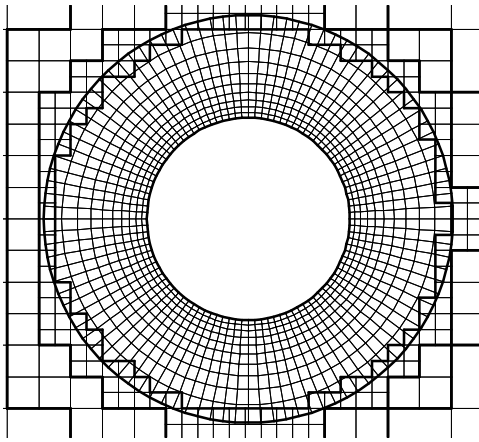
مراحل تولید شبکه هیبریدی به ترتیب کلی زیر می باشد:

- الف. تعریف مرز خارجی و هندسه جسم به عنوان مرز داخلی
- ب. تولید شبکه باسازمان به دور جسم به ضخامت تعیین شده تا لایه مرزی را دربرگیرد
- ت. تعریف مرز بیرونی شبکه باسازمان به عنوان مرز داخلی جدید
- ث. تولید شبکه کارترین در فضای دو مرز داخلی جدید و خارجی
- ج. حذف سلول های متداخل با سلول های باسازمان
- ح. تولید سلول های مثلثی بی سازمان در فضای خالی

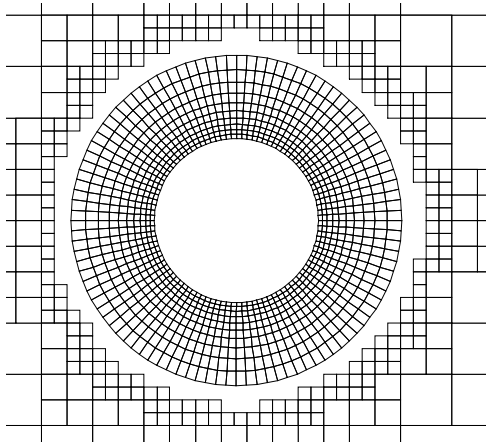
به منظور تولید شبکه ای که بتوان به وسیله آن جریان های لزج را مدل سازی کرد، از سلول های چهار وجهی باسازمان در اطراف جسم استفاده می شود. این سلول ها می توانند خاصیت منظم و عمود بودن در این ناحیه را تأمین کنند. مراحل تشکیل این شبکه بندی به ترتیب زیر می باشد:

بعد از مشخص شدن هندسه ی جسم، یک لایه شبکه باسازمان به دور جسم تولید می شود. در این تحقیق از روش شبکه بندی لایه ای [3] استفاده گردیده است. در این روش بعد از ضلع بندی سطح جسم، بردارهای عمود بر هر نقطه محاسبه می شود. به منظور محاسبه بردار عمود در هر نقطه ابتدا با توجه به مختصات هر ضلع، بردار نرمال آن ضلع تعیین می گردد و سپس برای محاسبه بردار نرمال خروجی هر نقطه از میانگین بردارهای نرمال اضلاع مرزی متصل به نقطه مورد نظر استفاده می شود (شکل 1).

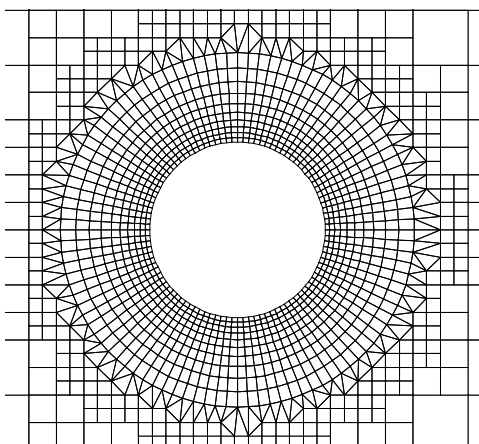
در مرحله بعد، بردارهای نرمال به دست آمده هموار می شوند. این کار برای جلوگیری از تداخل سلول ها در لایه های بالاتر انجام می پذیرد. لایه های شبکه پس از تولید، هموارسازی شده و در نتیجه از تداخل آنها به علت ناهمواری سطح جلوگیری می شود (شکل 2).



شکل 4- تداخل سلول‌های کارت‌تزیین و باسازمان در ناحیه مرز مشترک دو شبکه



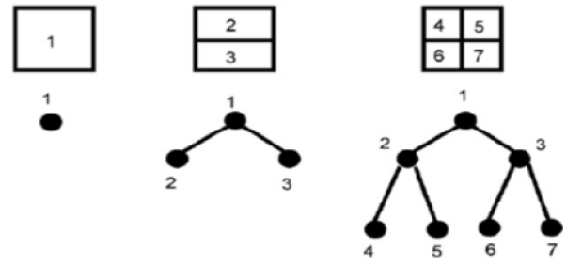
شکل 5- فضای خالی بین دو مرز خارجی شبکه باسازمان و مرز داخلی شبکه کارت‌تزیین



شکل 6- شبکه هیبرید نهایی اطراف یک دایره

می‌شود. بنابراین آخرین نقاط شبکه باسازمان به عنوان مرز داخلی به شبکه کارت‌تزیین معرفی می‌شود.

ساختار اطلاعاتی استفاده شده در شبکه کارت‌تزیین یک ساختار درختی دوتایی است. در این ساختار عملیات جستجو و حذف و اضافه کردن با سرعت بیشتری نسبت به درخت چهارتایی و هشت‌تایی انجام می‌شود. در این ساختار به این صورت عمل می‌شود که از ریشه شروع شده و هر سلول با تقسیم شدن به دو سلول کوچکتر تبدیل می‌شود. در این ساختار هر نقطه پدر حداکثر با دو نقطه فرزند در ارتباط است. ساختار درختی دوتایی در شکل (3) نشان داده شده است.



شکل 3- ساختار درختی دوتایی شبکه کارت‌تزیین

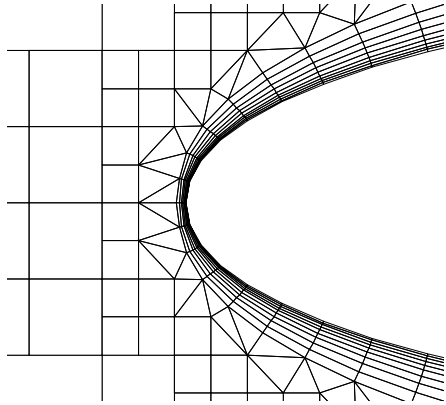
سلول‌های کارت‌تزیین انطباق مناسبی با مرزها ندارند؛ بدین جهت لایه آخر شبکه کارت‌تزیین با سلول‌های باسازمان تداخل پیدا خواهند کرد. این تداخل در شکل (4) نشان داده شده است.

در این مرحله سلول‌های روی هم افتاده حذف می‌گردند که باعث به‌وجود آمدن فضای خالی بین دو شبکه باسازمان و شبکه کارت‌تزیین خواهد شد (شکل 5).

در این روش از مثلث‌بندی دلانی برای پر کردن فضای به‌وجود آمده استفاده گردیده است [13]. مهم‌ترین ویژگی این روش راندمان و کیفیت شبکه تولیدی آن است که به‌دلیل پیروی از اصول هندسی و تولید اتصالات در اختیار کاربر، تمام نقاط میدان از قبل جزء ورودی تولید شبکه می‌باشند. به عبارت دیگر مرز بیرونی شبکه باسازمان و مرز درونی شبکه کارت‌تزیین مشخص می‌گردد و سپس نقاط این مرزها به الگوریتم دلانی شناسانده می‌شود.

شبکه هیبرید نهایی در شکل (6) اطراف یک دایره نشان داده شده است.

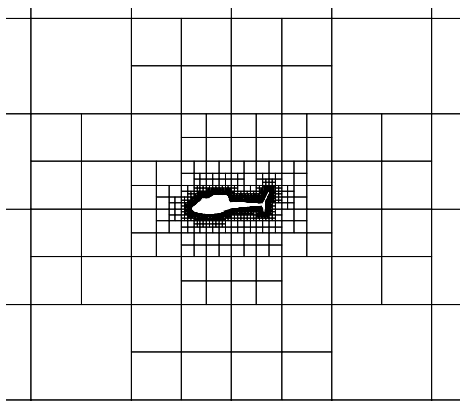
همچنین برای سازگاری بیشتر شبکه با پدیده های جریان و گردابه های ایجاد شده در زوایای حمله بالا، یک ناحیه اطراف جسم با درجه ریزی یکسان از سلول های کارتیزین تولید شده است (شکل 9).



شکل 9- اتصال سلول ها در لبه حمله

#### تولید شبکه هیبرید اطراف بالگرد

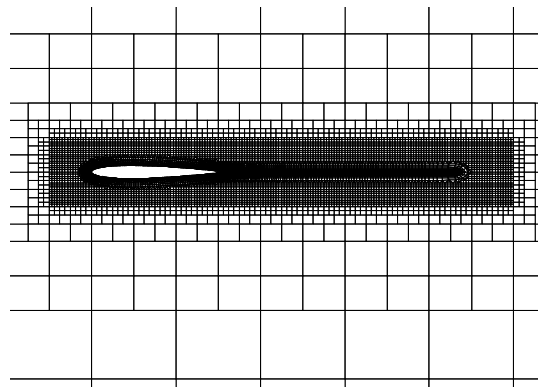
برای بررسی کارایی روش تولید شبکه اطراف هندسه های پیچیده و مدل های کاربردی، شبکه هیبرید اطراف هندسه یک بالگرد دوبعدی تولید شده است. مرز خارجی میدان مربعی به ابعاد 10 برابر طول بالگرد در نظر گرفته شده است. ضخامت لایه مرزی برای رژیم های مختلف متفاوت است. در اینجا 6 لایه با سازمان اطراف جسم تولید شده است. این شبکه از 655 سلول کارتیزین، 648 سلول با سازمان و 280 سلول مثلثی تشکیل شده است که در مجموع 1583 سلول می باشد. سلول های کارتیزین تا 10 مرتبه ریز گشته اند. در شکل های (10) و (11) و (12) شبکه هیبرید تولید شده به همراه نماهای نزدیک آن در ابعاد مختلف نشان داده شده است.



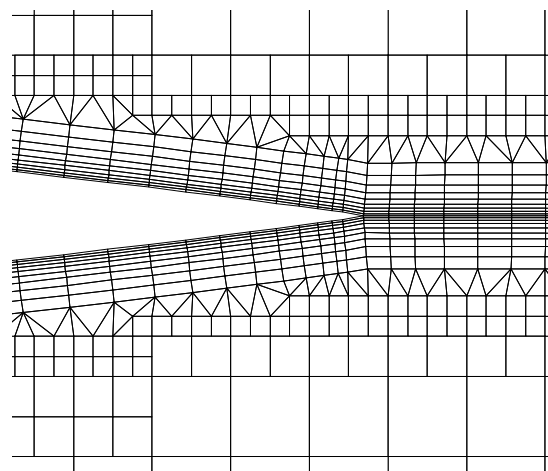
شکل 10- شبکه هیبرید اطراف بالگرد

#### تولید شبکه هیبرید اطراف ایرفویل NACA0012

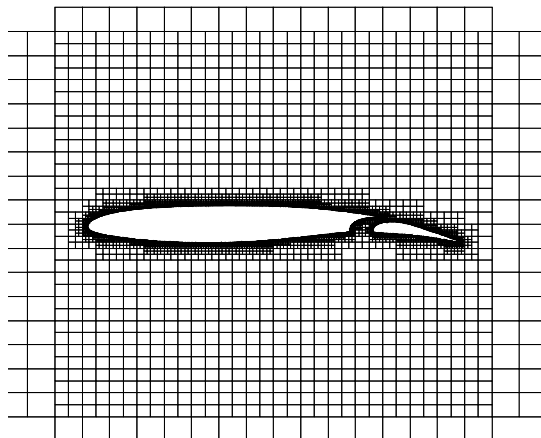
در این بخش شبکه تولید شده اطراف ایرفویل NACA0012 جهت حل جریان های لزج ارائه شده است. شبکه مزبور از 4248 سلول کارتیزین و 2224 سلول با سازمان و 910 سلول مثلثی تشکیل شده که در مجموع 7382 سلول می باشد. سلول های کارتیزین تا 12 مرحله ریز شده و تعداد لایه های با سازمان 8 لایه می باشد. فضای در نظر گرفته شده برای مرز بیرونی شبکه کارتیزین، حدود 20 برابر طول وتر ایرفویل از هر طرف است. در شکل های (7) و (8) نحوه ریزش سلول های کارتیزین در قسمت های مختلف هندسه ایرفویل و اتصال یکنواخت سلول های مختلف شبکه هیبرید نشان داده شده است. ناحیه شبکه با سازمان در دنباله ایرفویل به طول دو برابر وتر ایرفویل تولید شده است. در شکل (9) قابلیت روش در تغییر هموار ضخامت لایه مرزی در ناحیه لبه حمله مشخص می باشد.



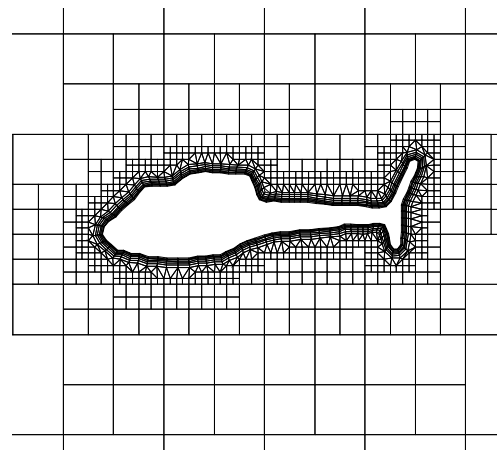
شکل 7- شبکه تولید شده اطراف ایرفویل NACA0012



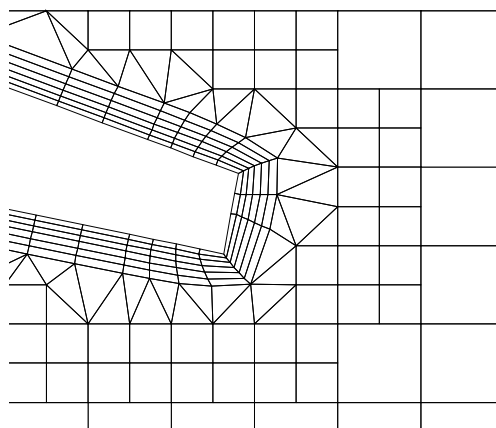
شکل 8- شبکه هیبرید اطراف لبه فرار ایرفویل NACA0012



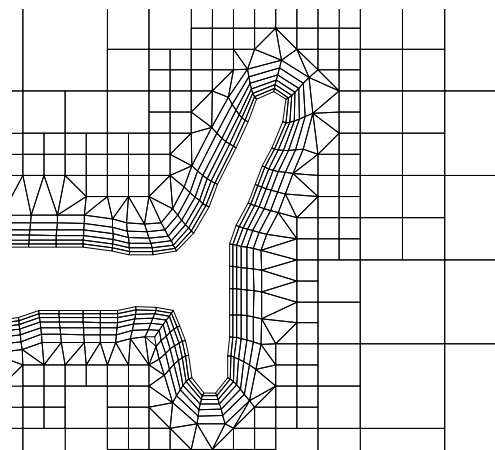
شکل 13- ناحیه یکنواخت شبکه برای ایرفویل SKF 1.1



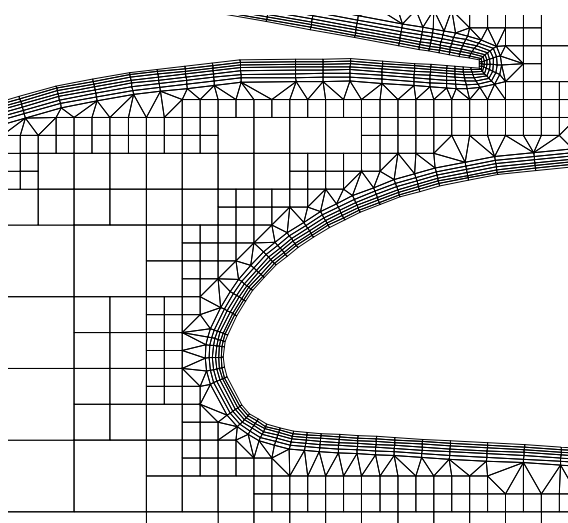
شکل 11- اتصال سلول‌ها در مرز هندسه بالگرد



شکل 14- اتصال سلول‌ها در لبه فرار ایرفویل SKF 1.1



شکل 12- اتصال سلول‌ها در ناهمواری‌های دم عقب بالگرد



شکل 15- اتصال سلول‌ها در ناحیه بین دو ایرفویل SKF 1.1

### تولید شبکه هیبرید اطراف ایرفویل دوآلمانه SKF

جهت بررسی توانایی تولید شبکه اطراف هندسه‌های چند تکه‌ای، در این بخش به تولید شبکه اطراف ایرفویل دوآلمانه SKF 1.1 پرداخته شده است. در شکل (13) قابلیت روش به‌منظور تولید ناحیه اطراف هندسه جسم با درجه ریزی یکسان نشان داده شده است. ابعاد ناحیه مذکور طوری در نظر گرفته می‌شود که پدیده‌های مهم جریان را دربرگیرد. این شبکه مجموعاً از 4439 سلول کارتین، 3966 سلول باسازمان و 1673 سلول مثلثی تشکیل شده است که در مجموع 10073 سلول می‌باشد. سلول‌های کارتین تا 14 مرتبه اطراف جسم ریز شده و تعداد لایه‌های باسازمان 6 لایه می‌باشند. وضعیت شبکه در نزدیک لبه فرار ایرفویل اصلی در شکل (14) و ناحیه بین ایرفویل اصلی و فلپ در شکل (15) نشان داده شده است.

### معادلات حاکم

معادلات حاکم به فرم دو بعدی به صورت زیر می‌باشند:

$$F_t = F_t^I - F_t^V, \quad G_t = G_t^I - G_t^V \quad (9)$$

که در آن:

$$F_t^I = \begin{pmatrix} ruk \\ rue \end{pmatrix}, \quad F_t^V = \begin{pmatrix} b_{kx} \\ b_{ex} \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$G_t^I = \begin{pmatrix} rvk \\ rve \end{pmatrix}, \quad G_t^V = \begin{pmatrix} b_{ky} \\ b_{ey} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$b_{kx} = - \left( m + \frac{m_t}{s_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x}, \quad (12)$$

$$b_{ky} = - \left( m + \frac{m_t}{s_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y}$$

$$b_{ex} = - \left( m + \frac{m_t}{s_e} \right) \frac{\partial e}{\partial x}, \quad (13)$$

$$b_{ey} = - \left( m + \frac{m_t}{s_e} \right) \frac{\partial e}{\partial y}$$

همچنین ترم چشمه واقع در سمت راست معادله (7) از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$S_t = \begin{pmatrix} P_k - re \\ c_{e1} \frac{P_k e}{k} - c_{e2} \frac{re^2}{k} \end{pmatrix} \quad (14)$$

ترم تولید انرژی جنبشی آشفتگی  $P_k$  نیز به صورت زیر محاسبه می‌گردد.

$$P_k = m_t \left[ S_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + S_{xy}^2 + S_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{2}{3} rk \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (15)$$

و در نهایت ضریب لزجت آشفتگی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m_t = c_m r \frac{k^2}{e} \quad (16)$$

در اینجا معادلات آشفتگی به صورت کاملاً کوپل با معادلات جریان حل شده است.

$$\frac{dW}{dt} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} = 0 \quad (3)$$

در رابطه بالا  $W$  بردار متغیرهای بقایی و  $F$  و  $G$  بردارهای شار بوده که شامل شار جابجایی و شار لزج در جهات مختلف می‌باشند و به صورت زیر تعریف می‌شوند.

$$F = F^I + F^V, \quad G = G^I + G^V \quad (4)$$

که در آن:

$$G^I = \begin{pmatrix} rv \\ ruv \\ rv^2 + p \\ (rE + p)v \end{pmatrix}, \quad F^I = \begin{pmatrix} ru \\ ru^2 + p \\ ruv \\ (rE + p)u \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} r \\ ru \\ rv \\ rE \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$F^V = \begin{pmatrix} 0 \\ t_{xx} \\ t_{xy} \\ ut_{xx} + vt_{xy} + q_x \end{pmatrix}, \quad G^V = \begin{pmatrix} 0 \\ t_{xy} \\ t_{yy} \\ ut_{xy} + vt_{yy} + q_y \end{pmatrix} \quad (6)$$

و  $u$  و  $v$  مؤلفه‌های سرعت در جهات  $x$  و  $y$ ،  $p$  فشار،  $r$  چگالی،  $E$  انرژی داخلی کل،  $t_{xx}$  و  $t_{xy}$  و  $t_{yy}$  مؤلفه‌های تانسور تنش،  $q_x$  و  $q_y$  بردار شار حرارتی هستند.

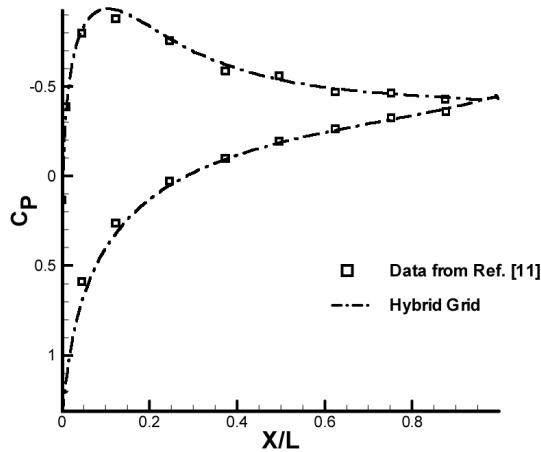
به منظور سهولت حل معادلات، مدل آشفتگی به همراه معادلات جریان متوسط ارائه می‌گردد.

$$\frac{\partial W_t}{\partial t} + \frac{\partial F_t}{\partial x} + \frac{\partial G_t}{\partial y} = S_t \quad (7)$$

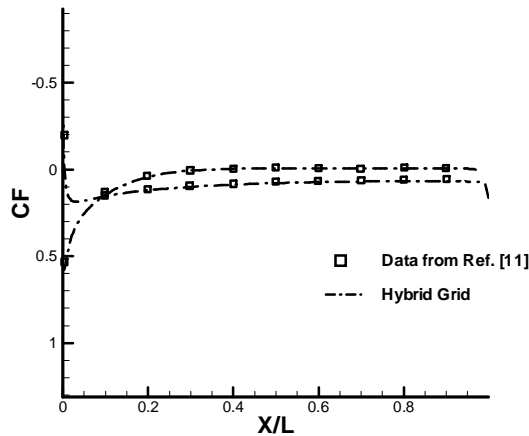
که در آن  $W_t$  بردار متغیرهای بقایی اغتشاشی به صورت زیر است:

$$W_t = \begin{pmatrix} rk \\ re \end{pmatrix} \quad (8)$$

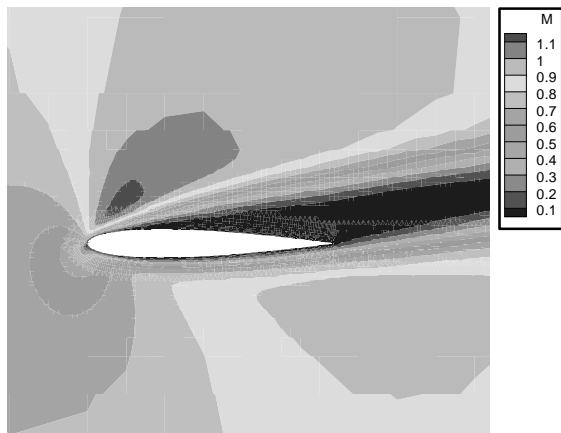
و بردارهای شار نیز به صورت مجموع بردارهای شار جابجایی و پخشی در نظر گرفته می‌شوند:



شکل 16- توزیع فشار برای NACA0012 در عدد رینولدز 500 و زاویه حمله 10 درجه و عدد ماخ 0/8



شکل 17- توزیع اصطکاک پوسته‌ای برای NACA0012 در عدد رینولدز 500 و زاویه حمله 10 درجه و عدد ماخ 0/8



شکل 18- کانتور عدد ماخ برای NACA0012 در عدد رینولدز 500 و زاویه حمله 10 درجه و عدد ماخ 0/8

## روش حل جریان لزج دوبعدی

دستگاه معادلات ناویر - استوکس صورت کاملی از معادلات حاکم بر جریان سیالات می‌باشد که قادر به شبیه‌سازی تمامی پدیده‌های جریان پیوسته می‌باشد. گسسته‌سازی این معادلات به روش حجم کنترل انجام می‌پذیرد.

در این تحقیق برای بررسی کارایی شبکه هیبرید تولید شده از یک الگوریتم عددی ضمنی دو زمانه برای انتگرال‌گیری معادلات در زمان استفاده شده است.

در این روش ابتدا معادلات به صورت کاملاً ضمنی و در زمان حقیقی گسسته شده، سپس در هر گام زمانی حقیقی، با استفاده از یک روش صریح، انتگرال‌گیری در زمان مجازی انجام شده و پاسخ‌های حالت دائم آن که همان پاسخ‌های زمان حقیقی است، به دست می‌آید [14].

برای شبیه‌سازی عددی جریان مغشوش از مدل اغتشاشی k-ε استفاده شده است. همچنین برای از بین بردن نوسانات ناشی از روش عددی اختلاف مرکزی از ترم‌های لزجت مصنوعی بهره گرفته شده است. جزئیات بیشتر در مرجع [14] ارائه شده است.

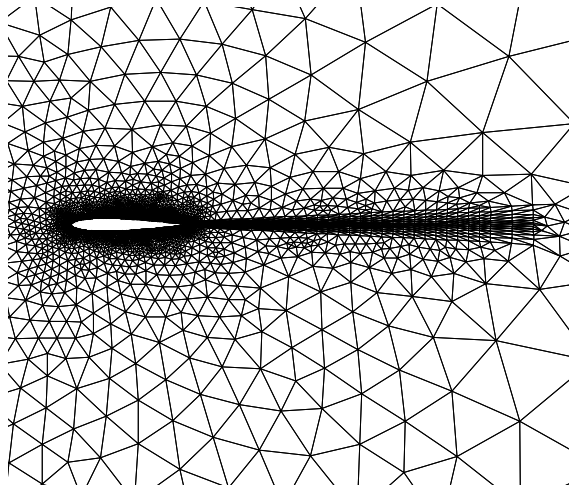
## نتایج حل جریان

در این بخش به عنوان نمونه یک جریان لزج آشفتگی و یک جریان لزج آرام اطراف دو نمونه از شبکه‌های تولید شده حل شده و نتایج آن آورده شده است.

### حل جریان آرام بر روی ایرفویل NACA0012

به منظور بررسی کیفیت و کارایی شبکه هیبرید تولید شده در بخش قبل، جریان لزج آرام اطراف ایرفویل NACA0012 با عدد ماخ 0/8، عدد رینولدز 500 و زاویه حمله 10 درجه حل گشته و نتایج حل با نتایج عددی مرجع [15] مقایسه شده است. در شکل‌های (16) و (17) توزیع فشار و اصطکاک پوسته‌ای اطراف ایرفویل در مقایسه با نتایج مرجع [15] نشان داده شده‌اند. در این نمودارها به خوبی دقت نتایج مشخص می‌باشد. شکل (18) منحنی‌های هم‌مقدار عدد ماخ را نشان می‌دهد که خصوصاً همواری خطوط در محل اتصال شبکه‌های مختلف به یکدیگر نشان‌دهنده کارایی روش تولید شبکه در این نواحی می‌باشد. شکل (19) خطوط جریان بر روی سطح بالایی ایرفویل و نحوه جدایش جریان را نشان می‌دهد.





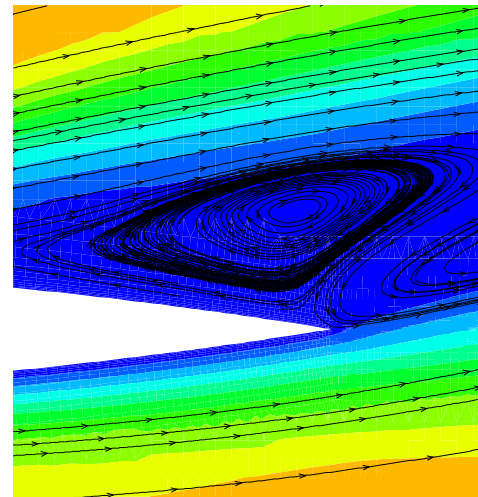
شکل 20- شبکه تمام مثلثی مرجع 14

مقادیر توزیع فشار برای شبکه هیبرید تولید شده و شبکه تمام مثلثی در مقایسه با نتایج مرجع [15] در شکل (21) آورده شده است. قابل مشاهده است که نتایج حاصل شده انطباق خوبی برهم دارند که این کیفیت هر دو شبکه را در رسیدن به جواب نمایان کرده است. تعداد سلول های شبکه هیبرید تولید شده تقریباً با تعداد سلول های شبکه مثلثی برابر است. شکل (22) تاریخچه همگرایی هر دو شبکه را نشان می دهد. این همگرایی با استفاده از رایانه ای با سرعت پردازشگر 2/8 گیگاهرتز حاصل شده است.

جدول 1- مشخصات شبکه های تولید شده

شبهه	تعداد سلول های شبهه	تعداد لایه های باسازمان
هیبرید	8908	13
تمام مثلثی مرجع [14]	8829	6

همانطور که دیده می شود سرعت همگرایی شبکه هیبرید کارترین به مراتب از شبکه تمام مثلثی با تعداد سلول برابر بیشتر می باشد. شبکه هیبرید در زمان 4/81 دقیقه و شبکه تمام مثلثی در زمان 8/77 دقیقه به جواب با دقت  $10^{-7}$  رسیده اند. سلول های شبکه هیبرید تولید شده چه در ناحیه لزج و چه در خارج آن، عموماً عمود بر مرز جسم تولید می شوند. با توجه به رشد عمودی گرادیان ها در فضای محاسباتی، این تعامد سلول ها خطای عددی را کاهش خواهد داد و به سرعت همگرایی می افزاید.

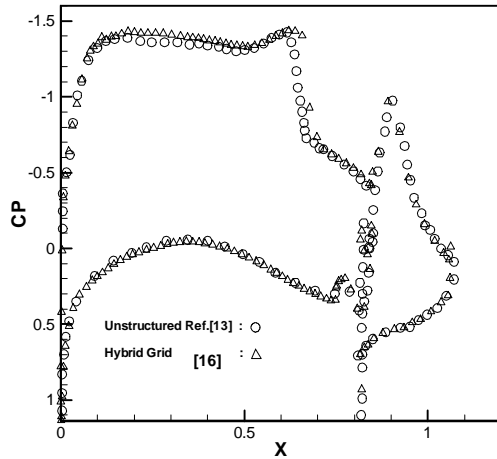


شکل 19- خطوط جریان بر روی NACA0012 در عدد رینولدز 500 و زاویه حمله 10 درجه و عدد ماخ 0/8

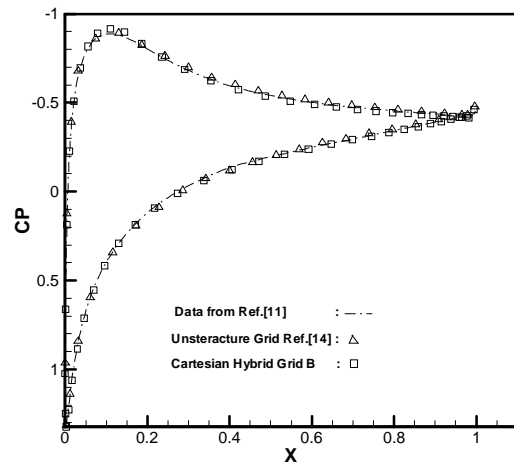
سلول های شبکه برای حل جریان های لزج می بایست عمود بر مرز جسم رشد کنند. شبکه بندی اطراف هندسه های پیچیده به روش تمام باسازمان، ملزم به تقسیم فضای محاسباتی به بلاک های متعدد است که در این حالت تعداد سلول ها و زمان حل به میزان قابل ملاحظه ای افزایش پیدا خواهد کرد. این امر محققین را به استفاده از شبکه های مثلثی سوق داده است.

در این قسمت کارایی یک شبکه بی سازمان مثلثی که کیفیت آن قبلاً در مراجع مختلف از جمله [5 و 14] مورد تأیید قرار گرفته با شبکه ارائه شده در این تحقیق مقایسه شده است. شبکه بی سازمان مثلثی فوق در شکل (20) نشان داده شده است.

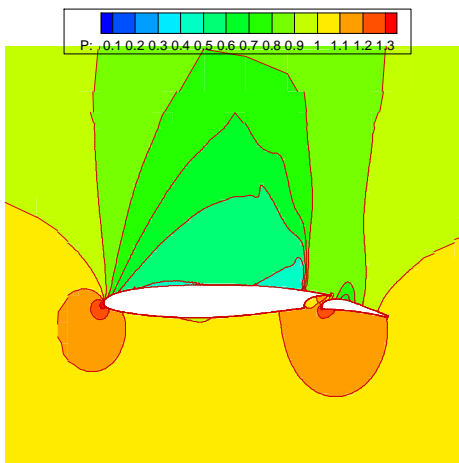
شبکه هیبرید تولید شده در این تحقیق از سلول های باسازمان در لایه مرزی و سلول های کارترین بی سازمان در ناحیه غیرلزج استفاده کرده است. برای مقایسه شبکه هیبرید حاضر با شبکه تمام مثلثی، شبکه ای با تعداد سلول نسبتاً مساوی با شبکه مرجع [14] تولید گشته است. نتایج تولید شبکه و حل جریان با عدد ماخ 0/8، عدد رینولدز 500 و زاویه حمله 10 درجه بر روی شبکه هیبرید تولید شده در اطراف ایرفویل NACA0012 در مقایسه با شبکه تمام مثلثی با سلول های کشیده با زاویه قائمه در لایه مرزی [14] آورده شده است. هر دو شبکه با تعداد نقاط برابر بر روی هندسه جسم تشکیل شده اند. تعداد سلول های هر یک از شبکه های فوق الذکر در جدول (1) آورده شده است.



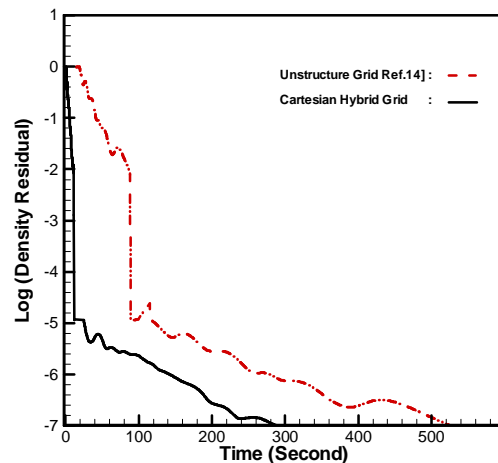
شکل 23- توزیع فشار اطراف SKF 1.1 در جریان آشفته



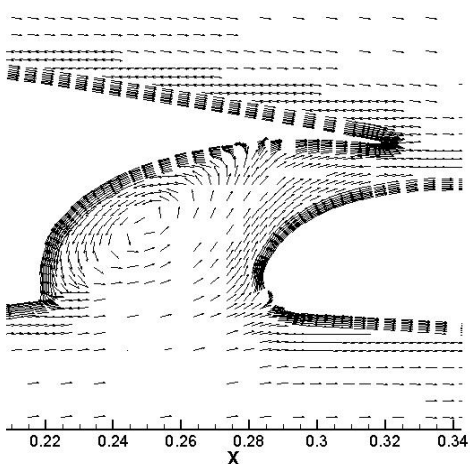
شکل 21- توزیع فشار برای شبکه هیبرید کارتزین و تمام مثلثی در مقایسه با نتایج مرجع عددی



شکل 24- کانتور فشار اطراف SKF 1.1 در عدد رینولدز 2 میلیون، زاویه حمله 0/15- درجه و عدد ماخ 0/701



شکل 22- نمودار همگرایی



شکل 25- توزیع بردارهای سرعت اطراف SKF 1.1 در جریان آشفته

**حل جریان لزج آشفته دوبعدی بر روی ایرفویل SKF**  
در این بخش، برای بررسی دقت شبکه هیبرید تولید شده در جریان های آشفته، مدل آزمایشی شماره 235 از مدل های آزمایشی ایرفویل SKF 1.1 انتخاب شده است. در این مدل جریان تحت زاویه حمله 0/15-درجه، عدد ماخ 0/701 و عدد رینولدز 2/22 میلیون از روی ایرفویل SKF عبور می کند. در شکل (23) توزیع ضریب فشار روی سطح ایرفویل با نتایج عددی موجود در مرجع [16] مقایسه شده اند که مطابقت خوبی را نشان می دهد. شکل (24) منحنی هم مقدار فشار را در شکل (25) نیز بردارهای سرعت و چرخش جریان در فضای بین ایرفویل و فلپ نشان داده شده است.

### نتیجه‌گیری

یک روش تولید شبکه هیبرید برای حل جریان‌های لزج حول سامانه‌های هوایی ارائه گردید. شبکه حاضر از مزایای هر سه نوع سلول باسازمان، کارت‌زین و مثلثی به‌طور همزمان بهره می‌گیرد. از خاصیت عمود بودن سلول‌های باسازمان در ناحیه لزج و اطراف جسم، از سادگی و کم‌تراکم بودن سلول‌های کارت‌زین و همچنین از انعطاف‌پذیری و انطباق‌پذیری سلول‌های مثلثی استفاده شده است. این امر منجر به تشکیل شبکه یکپارچه با تعداد سلول‌های کم شده است. کم بودن تعداد سلول‌ها باعث صرفه‌جویی در زمان حل می‌شود.

### پی‌نوشت‌ها

- 1 Lohner
- 2 Weatherill
- 3 Nakahashi
- 4 Marcum
- 5 Kellinders
- 6 Koomullil
- 7 Richard j.smith
- 8 Hong Luo

### منابع و مراجع

- [7] Weatherill, N. P., "Grid generation and flow calculations for aircraft geometries" AIAA0021-8669 vol. 22, No. 10, 1985.
- [8] Nakahashi, K., "Optimum Spacing Control of the Marching Grid Generation". AIAA Paper 91-0103. 1991.
- [9] Kallinderis, Y. and Ward, S., "Prismatic grid generation with an efficient algebraic method for aircraft configurations". AIAA Paper 92-272. 1992.
- [10] Koomullil, R.P., Soni, B.K., and Huang, T.C., "Flow Simulation on Generalized Grid" In Soni, B.K., Thompson, J.F., Hauser, J., and Eiseman, P., editors, Numerical Grid Generation in Computational Field Simulations. 1996.
- [11] Smith, R and Johnston, L.J. "An Automatic Method of Computational Grid Generation and Flow Solution for Complex Geometry". AIAA 95-0214, pp. 1-10. 1995.
- [12] Hong Luo and Gung Chen, "A Hybrid Grid Generation Method for Complex Geometries". 46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. 7 - 10 January 2008, Reno, Nevada.
- [13] Weatherill, N.P. and Hassan, O. "Efficient Three Dimensional Delaunay Triangulation With Automatic Point Creation And Imposed Boundary Constraints" Num Meth. Engng. , 37, 2005-2039. 1994.
- [14] Hadidoolabi. M. and Jahangirian. A. "Unstructured Moving Grids for Implicit Calculation for Unsteady Compressible Viscous Flow", International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 47, No 10-11, pp. 1107-1113, 2005.
- [15] Grasso, F. Jameson, A. Martinelli, L. "A Multigrid Method for the Compressible Navier-Stokes Equations", A GAAM-Workshop on Numerical Simulation of Compressible Navier-Stokes flow, Edited by M. Bristeau, R. Glowinski, J. Periaux and H. Viviand, , Nice, France. 1985.
- [16] Stolcis, L. , "Computation of The Turbulent Flow Development Around Single-and Multi Element Aerofoils" Ph.D Thesis, Department of Mechanical Engineering, UMIST, 1992.
- [1] Farrashkhalvat and J.P. Miles, "Basic Structured Grid Generation",. 2003
- [2] Thompson, JF, Soni, B.K. And Weatherill, N.P., "Hand Book of Grid Generation". Springer, 1999
- [3] Pirzadeh, S., "Unstructured Viscous Grid Generation by Advancing-layers Method", AIAA-93-3453-CP, pp. 420-437. 1993
- [4] Marcum D. L. "Generation of Unstructured Grids for Viscous Flow Applications" AIAA Paper 95-0212, 1995.
- [5] Jahangirian, A. and Johnston, L.J. "Automatic Generation of Adaptive Unstructured Grids for Viscous Flow Applications", 5th Int. Conf. on Numerical Grid Generation in CFD, Mississippi state university, 1996.
- [6] Jahangirian, A., and Shoraka, Y., "Adaptive Unstructured Grid Generation for Engineering Computation of Aerodynamic Flows". Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 78, pp. 627-644, 2007.