

## کاربرد مدل آشفتگی $v^2 f - k\omega$ در بررسی جریان آشفته خنک کاری لایه‌ای روی یک سطح تخت

سلیمی، محمدرضا<sup>۱</sup>، طیبی رهنی، محمد<sup>۲</sup>، رضانی زاده، مهدی<sup>۳</sup>، فرهادی آذر، روزبه<sup>۴</sup>

۱، ۲ و ۴- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

۳- دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۶ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۰/۰۴/۲۹)

### چکیده

در این تحقیق، مسئله خنک کاری لایه‌ای از طریق یک ردیف جت دارای مقطع مربعی که به صورت عمود وارد جریان عرضی می‌شوند، مورد مطالعه قرار گرفته است. برای شبیه‌سازی اثرات آشفتگی جریان از رهیافت میانگین‌گیری رینولدز معادلات ناویر-استوکس و مدل آشفتگی نسبتاً جدید  $v^2 f - k\omega$  به همراه مدل‌های دو معادله‌ای رایجی مثل  $k - \omega$  استاندارد و SST استفاده شده و نتایج حاصل با یکدیگر مقایسه شده است. معادلات حاکم شامل معادلات بقاء جرم، اندازه‌ی حرکت و انرژی، با استفاده از روش حجم محدود و الگوریتم سیمپل روی یک شبکه چند بلوکی جابجا شده، با سازمان و غیر یکنواخت گسسته‌سازی و حل شده‌اند. نسبت سرعت جت به جریان عرضی و عدد رینولدز جت به ترتیب برابر با ۰/۵ و ۴۷۰۰ در نظر گرفته شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل  $v^2 f - k\omega$  ساختارهای آشفته پیچیده این جریان را با دقت بیشتری در مقایسه با مدل‌های دو معادله‌ای  $k - \omega$  و SST شبیه‌سازی می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** مدل آشفتگی  $v^2 f - k\omega$ ، مدل‌های آشفتگی  $k - \omega$  و SST، خنک کاری لایه‌ای، توربین‌های گازی، روش حجم محدود، جریان آشفته.

### مقدمه

خنک کاری لایه‌ای<sup>۱</sup> یکی از پرکاربردترین روش‌ها در زمینه خنک کاری پره‌های توربین و به‌طور کلی بخش گرم<sup>۲</sup> موتورهای توربینی به شمار می‌رود. در این روش، هوای خنک از بخش کمپرسور گرفته شده، از ریشه‌ی پره‌ها وارد کانال‌های تعبیه شده در آنها می‌شود و نهایتاً، از سوراخ‌های ایجاد شده در سطح پره‌ها، روی آنها تزریق می‌شود. به این ترتیب، با ایجاد یک لایه محافظ روی پره‌ها، از تماس مستقیم گازهای داغ با آنها و در نتیجه، از آسیب دیدگی آنها جلوگیری می‌شود [۱].

مسئله خنک کاری لایه‌ای در حدود ۵۰ سال است که توسط محققان به صورت عددی و تجربی دنبال می‌شود. تحقیقات صورت گرفته در این زمینه نیز بیشتر بر هندسه ساده شده این طرح، یعنی جایگزین کردن پره‌های توربین توسط یک صفحه تخت (به دلیل نسبت بسیار پایین قطر سوراخ‌ها به شعاع انحناى سطح)، متمرکز بوده است. به عبارت دیگر،

تحقیقات اولیه‌ی انجام شده در این راستا، نشان داده که این ساده‌سازی هندسی می‌تواند با انجام یک سری تصحیحات جزئی (ضرایب تصحیح)، کاملاً قابل استفاده در حالت واقعی باشد [۲].

خنک کاری لایه‌ای از مصادیق مسئله گسترده‌تر اندرکنش جت در جریان عرضی<sup>۳</sup> می‌باشد و با توجه به این که ساختارهای گردابه‌ای متعددی در این جریان تولید می‌شود، این مسئله از جمله مسائل پیچیده در آشفتگی به شمار می‌آید. از این رو، یکی از اهداف اصلی در شبیه‌سازی‌های عددی انجام شده توسط محققان، استفاده از مدل آشفتگی مناسب جهت شبیه‌سازی هر چه بهتر این ساختارها و یا در مواردی، بررسی توانائی‌ها و قابلیت‌های مدل‌های آشفتگی جدید بوده است. به عنوان مثال، هدا و آچاریا [۳] در سال ۲۰۰۰، اندرکنش جت و جریان عرضی را با استفاده از مدل‌های آشفتگی مختلف و معادله‌ای (هفت مدل مختلف) مورد مطالعه قرار دادند. نتایج

شدن توابع میراکننده فقط به دلیل ضعف  $k$  به عنوان مقیاس سرعت مناسب می باشد. بنابراین، رابطه زیر را برای بدست آوردن لزجت آشفتگی معرفی نمود:

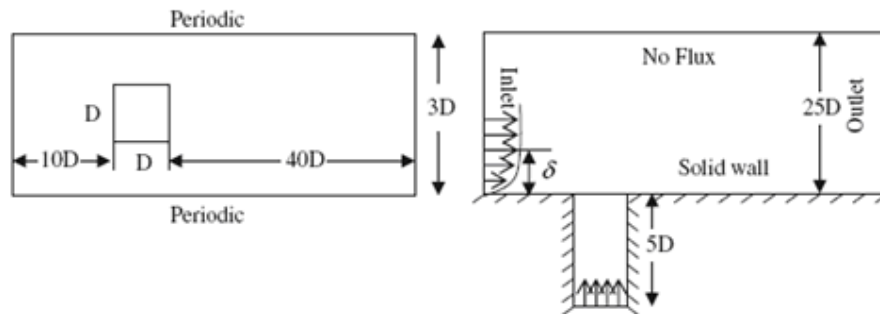
$$v_t = C_\mu \overline{v^2} T, \quad (1)$$

که در آن،  $T$  مقیاس زمانی مناسبی است که می تواند توسط هر یک از مدل های دو معادله ای رایج ایجاد شود (مثلاً  $k/\varepsilon$  در مدل آشفتگی  $\overline{v^2} f - k\varepsilon$ ). برای مدل کردن  $\overline{v^2}$ ، با توجه به اینکه این عبارت مسئول اعمال اثرات غیر محلی دیواره در مدل آشفتگی  $\overline{v^2} f - k\varepsilon$  می باشد، در نوشتن معادله آن نباید از فرضیات ساده کننده ای همچون ایزوتروپ بودن جریان آشفته که مشکل اساسی بسیاری از مدل های دو معادله ای رایج است، استفاده شود. از این رو، با در نظر گرفتن روش مدل سازی تنش های رینولدز و برابر قرار دادن  $i = j = 2$  در معادله انتقال تنش های رینولدز، معادله  $\overline{v^2}$  ایجاد می شود.

از طرف دیگر، برای وارد کردن اثرات غیر ایزوتروپیک دیواره، مانند آنچه در مدل انتقال تنش های رینولدز انجام می شود، از یک عبارت تخفیف بیضی گون  $f_{22}$  (که مربوط به مؤلفه  $\overline{v^2}$  است) برای کامل کردن این معادله استفاده می شود. به این ترتیب، وی مدل چهار معادله ای  $\overline{v^2} f - k\varepsilon$  را معرفی نمود. او این مدل را برای شبیه سازی عددی جریان هایی که دارای نقاط سکون و جدایش شدیدی هستند، مانند جریان پشت پله، نازل واگرا و پشت گوه، مورد استفاده قرار داد. نتایج او نشان داد که مدل  $\overline{v^2} f$  در این جریان ها نیز بهتر از مدل های دو معادله ای رایج، جریان آشفته را شبیه سازی می کند [۶ و ۷].

تحقیقات آنها نشان داد که تمامی مدل های دو معادله ای استفاده شده، مقادیر میدان سرعت را در ناحیه دنباله جت بیشتر از مقادیر واقعی آنها پیش بینی کرده و به همین دلیل، گسترش طولی و عرضی جت را بیشتر از مقدار واقعی آن به دست می آورند. بنابراین، توصیه نمودند که یا از مدل های آشفتگی پیچیده تری استفاده شود و یا اصلاحاتی روی این مدل ها صورت پذیرد. مدیک و دوربین [۴] نیز در سال ۲۰۰۲، مسئله خنک کاری لایه ای را روی هندسه پره و با استفاده از مدل های آشفتگی  $k - \varepsilon$ ،  $k - \omega$  و  $\overline{v^2} f - k\varepsilon$ ، مورد مطالعه قرار دادند. نتایج تحقیقات آنها نشان داد که مدل های دو معادله ای استفاده شده نمی توانند میدان دما و ضریب انتقال حرارت روی سطح پره را به درستی پیش بینی کنند و مدل  $\overline{v^2} f - k\varepsilon$  با توجه به اینکه بر فرض آشفتگی ایزوتروپ بنا نشده است، نتایج مناسب تری را ارائه می کند.

همان طور که ذکر شد، مدل  $\overline{v^2} f - k\varepsilon$ ، بر خلاف اکثر مدل های آشفتگی ارائه شده، بر فرض آشفتگی ایزوتروپ بنا نشده است. این مدل، یکی از صورت های مدل  $\overline{v^2} f$  می باشد و با توجه به اینکه قرار است در این تحقیق از مدل  $\overline{v^2} f - k\omega$  استفاده شود، در ادامه، نحوه توسعه این مدل از سال ۱۹۹۱ تاکنون اجمالاً مرور می شود. دوربین [۵] در سال ۱۹۹۱، با استفاده از نتایج شبیه سازی عددی مستقیم<sup>۴</sup> جریان آشفته روی صفحه تخت، پی برد که مؤلفه عمود بر دیواره شدت آشفتگی یا  $\overline{v^2}$ ، با نزدیک شدن به سمت دیواره، با سرعت بیشتری نسبت به مؤلفه های دیگر میرا می شود. بر این اساس، او ادعا کرد که استفاده از  $\overline{v^2}$  به جای  $k$  به عنوان مقیاس سرعت در محاسبه لزجت آشفتگی می تواند استفاده از توابع میرا کننده که اغلب بدون پایه و اساس علمی مناسب و بیشتر با استفاده از برازش منحنی<sup>۵</sup> بدست آمده اند را از بین ببرد. به نظر او، اضافه



شکل ۱- شکل شماتیک مسئله مورد تحقیق

در این تحقیق، از مدل آشفتگی  $\overline{v^2}f - k\omega$  جهت شبیه‌سازی عددی جریان آشفته خنک‌کاری لایه‌ای روی یک سطح تخت استفاده شده است. همانگونه که ذکر شد، این جریان دارای ساختارهای گردابه‌ای متعددی است که منجر به پیچیدگی زیاد این جریان در حالت آشفته شده است. بنابراین، قابلیت و توانایی مدل مذکور در پیش‌بینی ساختارهای پیچیده این جریان مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حاصل با داده‌های تجربی مقایسه خواهد شد. ضمناً، قابلیت‌های این مدل در مقایسه با نتایج حاصل از مدل‌های آشفتگی دو معادله‌ای  $k - \omega$  و  $SST$  نیز مورد مطالعه قرار خواهد گرفت.

### معادلات حاکم

معادلات حاکم در جریان خنک‌کاری لایه‌ای عبارتند از معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی که در حالت پایا، تراکم ناپذیر و سه‌بعدی به صورت زیر به کار برده شده‌اند:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu S_{ij} - \overline{u'_i u'_j}), \quad (3)$$

$$\frac{\partial(U_i T)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\nu}{pr} \frac{\partial T}{\partial x_j} - \overline{t' u'_j} \right), \quad (4)$$

که در آن، عبارت  $\overline{u'_i u'_j}$  معرف تنش‌های رینولدز است که باید مدل شود. در این تحقیق، با استفاده از تقریب بوزینسک<sup>۸</sup> و معرفی لزجت گردابه‌ای<sup>۹</sup>، این تنش‌ها توسط رهیافت  $RANS$  و مدل‌های  $k - \omega$ ،  $SST$  و  $\overline{v^2}f - k\omega$  مدل شده‌اند.

یکی از مهمترین اقداماتی که جونز<sup>[۱۳]</sup> در توسعه مدل  $\overline{v^2}f - k\omega$  صورت داد، رابطه بین  $\varepsilon$  و  $\omega$  می‌باشد. او به‌جای تعریف مرسوم  $\varepsilon = \beta^* \omega k$  که در مدل  $k - \omega$  استاندارد مورد استفاده قرار می‌گیرد، تبدیل زیر را معرفی نمود:

$$\varepsilon = \text{func} \left[ \beta^* \omega k^n \overline{v^2}^{1-n} \right] + (1 - \text{func}) \frac{2\nu k}{y^2}, \quad (5)$$

که در آن:

$$\text{func} = \left[ 1 - \exp(-0.02 \text{Re}_y) \right]^2, \quad (6)$$

علاوه براین، دوربین [۸] در سال ۱۹۹۸، جریان‌های اطراف یک برآمدگی<sup>۷</sup>، اطراف یک بالک و درون یک کانال  $U$  شکل را توسط مدل  $\overline{v^2}f - k\varepsilon$  مورد بررسی قرار داد. نتایج او، در مقایسه با داده‌های تجربی، از کیفیت بالایی برخوردار بود. در کنار دقت مناسب مدل  $\overline{v^2}f - k\varepsilon$ ، مشکلاتی نیز وجود دارد که بزرگترین آنها، مشکل پایداری عددی و همگرایی آن می‌باشد. بنابراین، محققان زیادی درصدد بهبود رفتار عددی این مدل برآمده‌اند که تلاش‌های آنها را می‌توان در سه بخش کلی ذیل تقسیم نمود:

- **اصلاح شرایط مرزی  $f$ :** با توجه مشکلات زیادی که شرط مرزی غیرهمگن  $f$  در پایداری عددی مدل اولیه ایجاد می‌کرد [۹]، لاین و همکارانش در سال ۱۹۹۷ [۱۰] شرط مرزی غیرهمگن  $f$  را با اضافه کردن یک عبارت چشمه به معادله آن، تبدیل به شرط مرزی همگن  $f=0$  کردند. انجام این تصحیح، کاربرد مدل برای شبیه‌سازی جریان‌های با رینولدز بالا را تا حدودی ساده‌تر می‌کند.

- **اصلاح عبارت  $\overline{v^2}$ :** از فعالیت‌های صورت گرفته در این راستا می‌توان به تحقیقات هنجلیک و همکارانش [۱۰] و لرنس و همکارانش [۱۱] در سال ۲۰۰۴ اشاره نمود. آنها سعی کردند که با تعریف متغیرهای جدیدی مثل  $\zeta$  و  $\varphi$  (براساس ترکیب  $k$  و  $\overline{v^2}$ ) و بدست آوردن دوباره‌ی معادلات  $\overline{v^2}$  و  $f$ ، شرط مرزی  $f$  را تا حدودی ساده‌تر کنند.

- **استفاده از معادله انتقال  $\omega$  به جای  $\varepsilon$ :** جونز و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۰۴، استدلال نمودند که مقدار  $\varepsilon$  در نزدیکی دیواره می‌تواند بسیار کوچک شود و این مقادیر کوچک باعث بزرگ شدن هرچه بیشتر  $f$  در نزدیک دیواره می‌گردد. حال با توجه به اینکه مقدار  $\varepsilon$  با پیشرفت حل تغییر می‌کنند، این تغییرات می‌تواند با ایجاد نوسانات شدید در مقدار  $f$ ، فرایند حل را بیش از پیش ناپایدار کند. بنابراین، کمیت  $\omega$  را جانشین  $\varepsilon$  نمودند و مدل  $\overline{v^2}f - k\omega$  را بر این اساس توسعه دادند. نتایج آنها نشان داد که این تغییر، پایداری این مدل را تا حدود زیادی افزایش می‌دهد. از بزرگترین مزایای تحقیق جونز و همکارانش در مقایسه با سایر محققین، می‌توان به این نکته اشاره کرد که آنها توانستند پایداری عددی مدل را بدون کاهش میزان دقت آن تا حدود زیادی بهبود بخشند.

و در آن:

$$\text{Re}_y = \frac{\sqrt{k} y}{\nu} \quad (۷)$$

سایر معادلات مدل نیز عبارتند از:

$$\frac{Dk}{Dt} = P - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (۸)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \omega^2 \left( \frac{\nu^2}{k} \right)^{1-n} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right], \quad (۹)$$

$$\frac{D\nu^2}{Dt} = kf - \varepsilon \frac{\nu^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\nu + \nu_t) \frac{\partial \nu^2}{\partial x_j} \right], \quad (۱۰)$$

$$L^2 \nabla^2 f - f = \frac{C_1}{T} \left( \frac{\nu^2}{k} - \frac{2}{3} \right) + C_2 \frac{P}{k} \quad (۱۱)$$

### روش‌های عددی

برای حل معادلات حاکم بر جریان آشفته، تراکم ناپذیر، سه‌بعدی و متوسط‌گیری شده زمانی از روش حجم محدود روی یک شبکه با سازمان و غیر یکنواخت استفاده شده و ارتباط بین میدان سرعت و فشار نیز با استفاده از الگوریتم سیمپل ایجاد شده است. شبکه تولید شده نیز، جهت دستیابی به دقت بالاتر در نواحی با گرادیانهای شدید مانند نزدیکی دیواره‌ها و خروجی جت، توسط رابطه ذیل ریز شده است:

$$Y = H \frac{(\beta + 1) - (\beta - 1) \left[ \frac{(\beta + 1)/(\beta - 1) \right]^{(1-\eta)}}{\left[ \frac{(\beta + 1)/(\beta - 1) \right]^{(1-\eta)} + 1}} \quad (۱۵)$$

شکل (۲)، نمایی از شبکه استفاده شده در این تحقیق را نشان می‌دهد. همچنین، لازم به ذکر است که نحوه برخورد با معادلات مدل‌های آشفتگی نیز دقیقاً مانند معادلات اندازه‌ی حرکت یعنی با استفاده از رابطه توانی در الگوریتم سیمپل می‌باشد [۱۵].

### الف. تعریف مسئله و شرایط مرزی

دامنه محاسباتی بکار رفته در این تحقیق در شکل (۱)، نشان داده شده و نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها با نتایج تجربی آجرش و همکارانش [۱۶] مقایسه شده است. برای مدل‌سازی این جریان از پنج شرط مرزی ورودی، خروجی، پرئودیک، دیواره جامد و بدون شار استفاده شده است. ضخامت لایه مرزی در ورودی جریان عرضی مساوی با دو برابر قطر جت در نظر گرفته شده و برای اعمال این شرط از رابطه  $1/7$  توانی برای مؤلفه‌ی افقی سرعت استفاده شده است. سایر مؤلفه‌های سرعت نیز در این مرز برابر با صفر در نظر گرفته شده و مقادیر دما و چگالی نیز ثابت فرض شده است. برای اعمال شرط مرزی ورودی در مدل‌های آشفتگی، شدت آشفتگی برابر با 1.2% در نظر گرفته شده و با فرض آشفتگی همگن در ورودی داریم:

$$\omega_{in} = \frac{(1 \rightarrow 10) V_{cf}}{L}, \quad (۱۶)$$

مقیاس‌های طولی، زمانی و لزجت گردابه‌ای نیز به صورت ذیل دست می‌آیند:

$$T = \min \left\{ \max \left( \frac{k}{\varepsilon}; 6 \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right); \frac{\alpha k}{\sqrt{6 \nu^2 C_\mu |S|}} \right\}, \quad (۱۲)$$

$$L = C_l \max \left\{ \min \left( \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}; \frac{k^{3/2}}{\sqrt{6 C_\mu \nu^2 |S|}} \right); C_\eta \left( \frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \right\}, \quad (۱۳)$$

$$\nu_t = C_\mu \bar{\nu}^2 T. \quad (۱۴)$$

ثابت‌های این مدل نیز به صورت زیر می‌باشد:

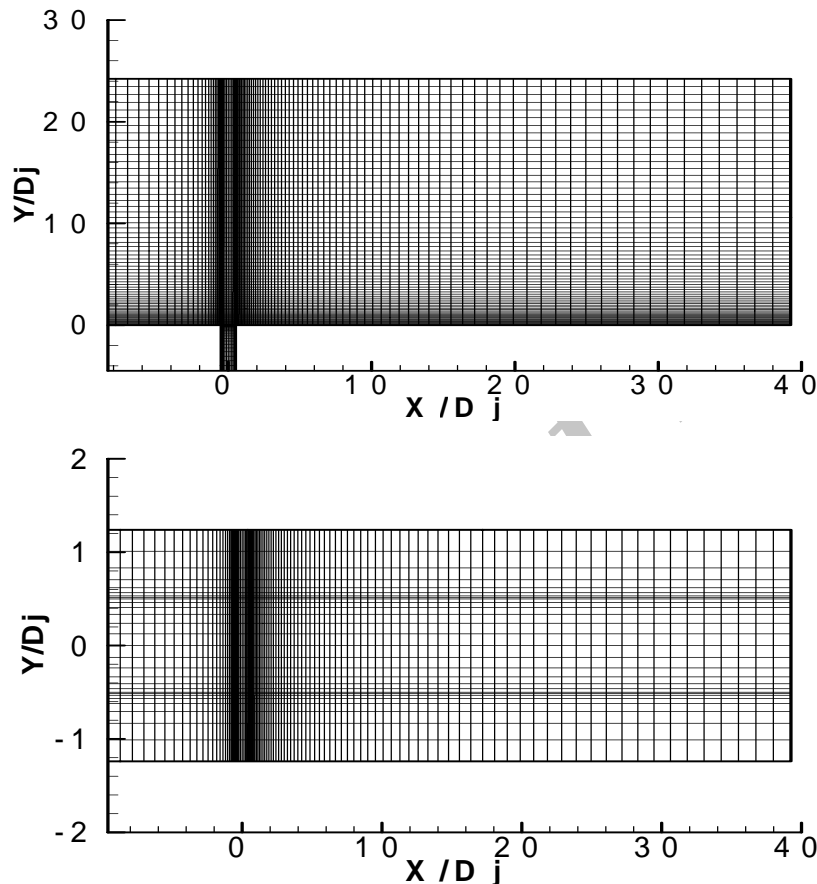
$$\begin{aligned} \beta^* &= 0.09, \\ \beta &= \frac{4}{5} \beta^*, \\ C_1 &= 0.4, \\ C_2 &= 0.3, \\ \sigma_\omega &= 1.5, \\ \alpha &= \frac{\beta}{\beta^*} - \frac{1}{\sigma_\omega} \left[ \kappa^2 / \sqrt{\beta^*} \right], \\ C_L &= 0.23, \\ C_\mu &= 0.25, \\ \kappa &= 0.41. \end{aligned}$$

با توجه به اینکه معادلات مدل‌های آشفتگی  $k - \omega$  و  $SST$  به‌طور وسیعی توسط محققین مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند، از ذکر مجدد آنها در اینجا خودداری شده و خواننده به مرجع [۱۴] ارجاع داده می‌شود.

سرعت در این مرز به نحوی کنترل می‌شود که بقاء جرم برقرار شود. در جهت Z (جهت عرضی) نیز با توجه به فیزیک مسئله از شرط مرزی پرپودیک و در جهت عمود بر سطح (جهت Y) در فواصل دور از شرط بدون شار استفاده شده است.

که در آن،  $L$  طول دامنه محاسباتی می‌باشد در مرز جامد، از شرط عدم لغزش برای مؤلفه‌های سرعت استفاده شده است. مقادیر به کار رفته برای کمیت‌های آشفتگی نیز در جدول (۱)

ارائه شده است. در مرز خروجی نیز گرادیان کلیه کمیت‌ها برابر با صفر در نظر گرفته شده است. همچنین، مؤلفه افقی

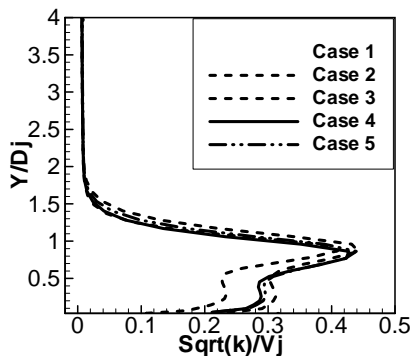


شکل ۲- چگونگی شبکه مورد استفاده در این تحقیق

است. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی برای شبکه‌های معرفی شده در بالا، برای انرژی جنبشی آشفتگی (به علت حساسیت بالای آن) در صفحه  $Z/Dj = 0$  و مقطع  $X/Dj = 3$  در شکل (۳)، آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج به دست آمده از شبکه‌های چهارم و پنجم بسیار نزدیک به یکدیگر است. بنابراین، شبکه چهارم به عنوان شبکه مناسب جهت انجام شبیه‌سازی انتخاب شده است. لازم به ذکر است که عدم وابستگی حل به شبکه برای مدل‌های  $k - \omega$  و  $SST^{11}$  در شبکه سوم حاصل می‌شود که این موضوع نمایانگر یکی از نقاط ضعف مدل‌هایی مثل  $\overline{v^2 f}$  و  $RSM^{11}$  که از تعداد

ب. مطالعه عدم وابستگی حل به شبکه عددی  
با توجه به اینکه در شبیه‌سازی عددی از مدل‌های آشفتگی مختلفی استفاده شده و حساسیت مدل‌های آشفتگی نسبت به اندازه شبکه با یکدیگر متفاوت می‌باشد، لذا حساس‌ترین مدل استفاده شده، یعنی  $\overline{v^2 f} - k\omega$ ، برای مطالعه عدم وابستگی حل به شبکه مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور، از ۵ شبکه مختلف که تعداد نقاط بکار رفته در آنها در جداول (۱) و (۲) آورده شده، استفاده شده است. تعداد نقاط بکار رفته در جهت‌های مختلف برای شبکه‌بندی جریان عرضی در جدول (۲) و برای شبکه‌بندی جریان جت در جدول (۳) ارائه شده

جریان که از اهمیت بالایی نیز در بررسی انتقال حرارت به سطح خنک‌شونده برخوردارند در شکل (۵) مشخص شده‌اند. از این رو، می‌توان انتظار داشت که در این مناطق، نرخ کرنش بسیار زیاد بوده و از آنجایی که عبارت تولید در معادله انتقال انرژی جنبشی آشفتگی مستقیماً با نرخ کرنش ارتباط دارد، تمامی مدل‌های آشفتگی به کار رفته، بیشترین میزان لزجت آشفتگی را در این نواحی تولید کنند. بنابراین، انتظار می‌رود مدل‌هایی که نمودار سرعت را در این نواحی با دقت بیشتری پیش‌بینی می‌کنند، در محاسبه تنش‌های رینولدز و انرژی جنبشی آشفتگی نیز موفق‌تر عمل کنند. حال، با مقایسه نتایج به‌دست آمده از مدل‌های آشفتگی مختلف مشاهده می‌شود که مدل  $v^2 f - k\omega$ ، به خصوص در نزدیکی دیواره، توانسته است جریان جت دیواره را نسبت به مدل‌های دیگر، بسیار بهتر شبیه‌سازی کند. دلیل این موضوع، حضور دیواره می‌باشد که موجب غیرهمگن شدن جریان آشفتگی در این مناطق شده و مدل‌های دو معادله‌ای را با مشکل مواجه کرده است. اما همانطور که در بخش‌های قبلی اشاره شد، مدل  $v^2 f - k\omega$  به دلیل استفاده از مؤلفه عمود بر سطح  $(v^2)$  تنش رینولدز به‌عنوان مقیاس سرعت، توانایی خوبی در مدل کردن جریان‌های محدود شونده به دیواره از خود نشان می‌دهد. همچنین، مشاهده می‌شود که این مدل، مقدار کمینه سرعت را نیز بهتر از مدل‌های دیگر پیش‌بینی کرده است. این مسئله، برتری مدل  $v^2 f - k\omega$  را در شبیه‌سازی جریان‌های برشی چند لایه و جت دیواره که به شدت غیر ایزوتروپ هستند، نشان می‌دهد.



شکل ۳- نمودار انرژی جنبشی آشفتگی برای بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی

معادلات بیشتری در مقایسه با مدل‌های دو معادله‌ای رایج استفاده می‌کنند، می‌باشد.

#### جدول ۱- شرایط مرزی دیواره برای مدل آشفتگی $v^2 f - k\omega$

مدل مورد نظر	مقدار کمیت آشفتگی
در تمامی مدل‌ها	$k = 0.0$
در مدل $v^2 f - k\omega$	$\overline{v^2} = 0.0$
در مدل $v^2 f - k\omega$	$\omega_w = \frac{2v}{\beta^* y^2} \left( \frac{k}{v^2} \right)^{1-n}$
در مدل $v^2 f - k\omega$	$f_w = -\frac{20v^2 \overline{v^2}}{\epsilon_w y^4}$

#### جدول ۲- تعداد نقاط به کار رفته برای شبیه‌سازی عددی جریان عرضی

Case	Ni	Nj	Nk	Total
1	60	36	27	58,320
2	115	36	27	111,780
3	121	72	27	235,224
4	121	72	54	470,448
5	141	110	62	961,620

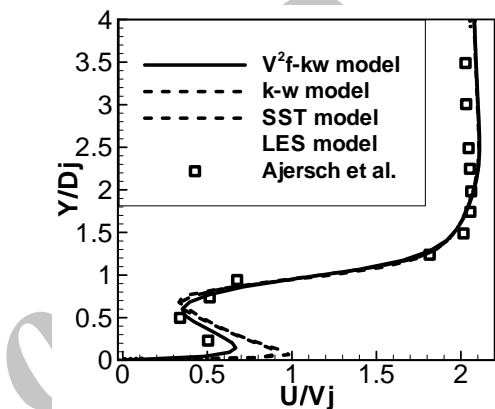
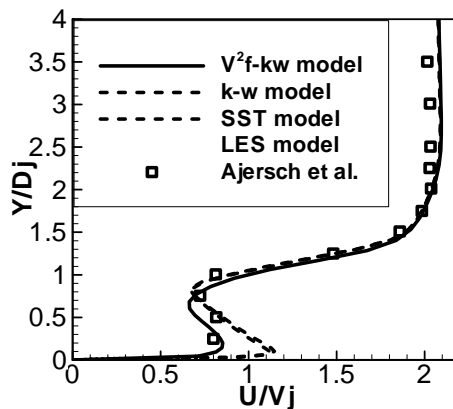
#### جدول ۳- تعداد نقاط به کار رفته برای شبیه‌سازی عددی جریان جت

Case	Ni	Nj	Nk	Total
1	7	16	7	787
2	7	32	7	1,568
3	13	32	7	2,912
4	13	32	13	5,408
5	15	32	15	7,200

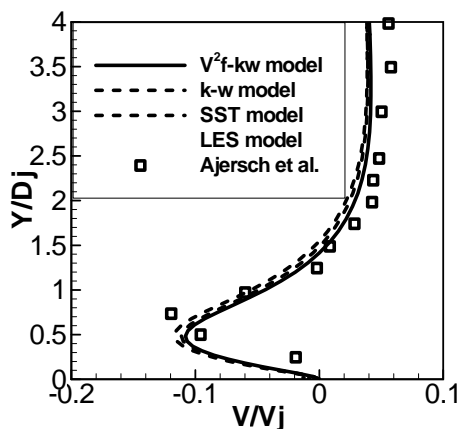
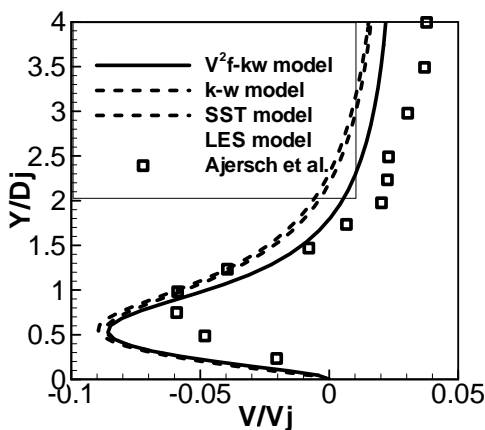
#### نتایج

به‌منظور اطمینان از صحت نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی، نتایج حاصل با نتایج تجربی آجرش و همکارانش [۱۶] مقایسه شده است. شکل (۴)، نمودارهای مؤلفه افقی سرعت را در موقعیت‌های  $X/D_j = 3, 5$  روی صفحه  $Z/D_j = 0$  برای نسبت تزریق ۰/۵ نشان می‌دهد. با دقت در این شکل، مشاهده می‌شود که در این مقاطع، شاهد یک جریان برشی چند لایه می‌باشیم که در آن، سیال در نواحی نزدیک به دیواره شتاب گرفته و با دور شدن از آن، به تدریج از سرعت آن کاسته می‌شود. بنابراین، شاهد نمودارهای سرعتی به شکل S هستیم که نشان‌دهنده گرادیان شدید در مؤلفه افقی سرعت و جریان‌های برشی چند لایه می‌باشد. ناحیه نزدیک به دیواره این نمودارها نیز نشان‌دهنده‌ی جریان جت دیواره است. این دو

نمود. چراکه، این مقادیر منفی در حقیقت نشان‌دهنده جریان رو به پایینی هستند که در لبه خارجی سی.آر.وی.پی مشاهده می‌شود. از مقایسه نتایج حاصل از مدل آشفتگی  $\overline{v^2 f} - k\omega$  با نتایج مدل‌های  $k-\omega$  و  $SST$  مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از این سه مدل بسیار نزدیک به یکدیگر می‌باشند. به طوری که، مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  توانسته است تا حدود کمی، آن‌هم در فواصل دور از دیواره، بهتر از مدل‌های دو معادله‌ای موجود رفتار کند.

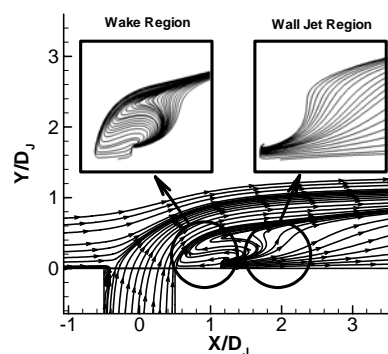


شکل ۴- مقایسه نمودارهای مؤلفه‌ی افقی سرعت با نتایج تجربی [۱۶] در صفحه  $Z/D = 0$



شکل ۶- مقایسه نمودارهای مؤلفه‌ی عمودی سرعت با نتایج تجربی [۱۶] در صفحه  $Z/D = 0$

شکل (۷)، نمودارهای مؤلفه عرضی سرعت را در صفحه  $Z/D_j = -0.5$  (دقیقاً در لبه کناری جت) در مقاطع  $X/D_j = 3, 5$  برای نسبت تزریق  $0.5$  نشان می‌دهد. اختلاف بین مقادیر بیشینه و کمینه‌ی سرعت در این نمودارها نشان از توزیع عرضی گردابه‌های خلاف جهت گرد دارد. شکل (۶) نشان می‌دهد که مدل‌های دو معادله‌ای استفاده شده، مقادیر بیشینه

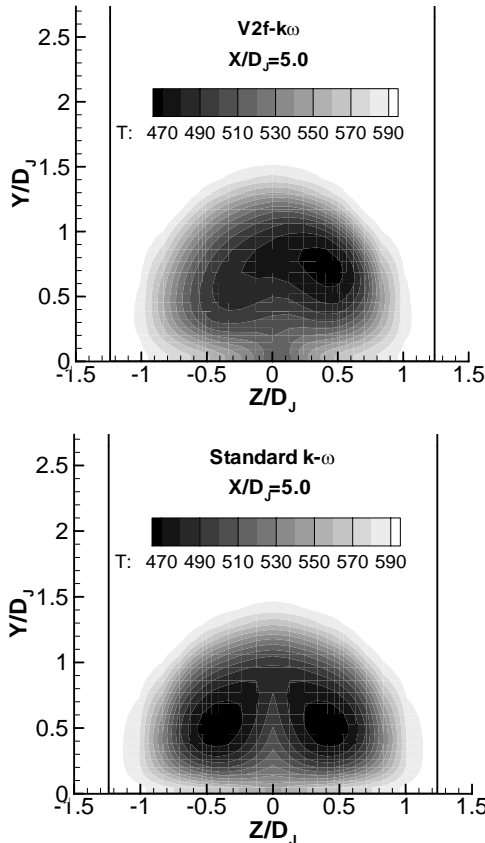


شکل ۵- نمایی از جریان‌های برشی چندلایه و جت دیواره در مسئله اندرکنش جت و جریان عرضی

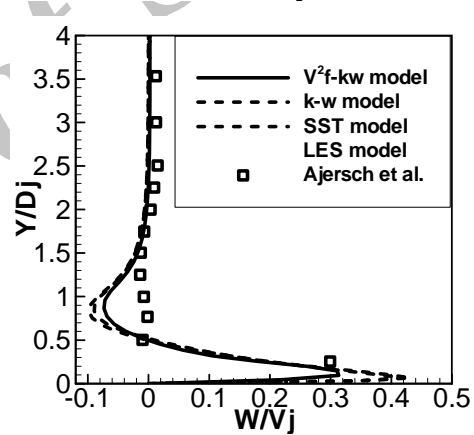
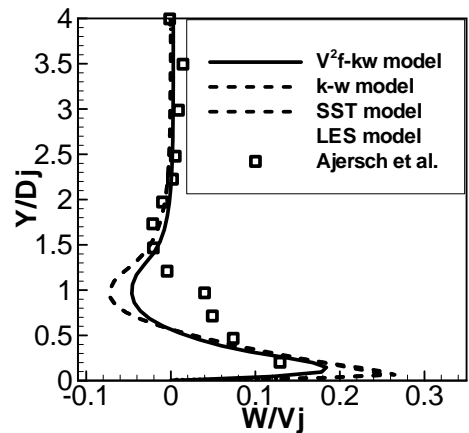
شکل (۶)، نمودارهای مؤلفه عمودی سرعت را در نسبت تزریق  $0.5$ ، روی صفحه  $Z/D_j = -1$  و مقاطع  $X/D_j = 3, 5$  نشان می‌دهد. با توجه به این نمودارها، می‌توان گسترش گردابه‌های خلاف جهت همگرد (سی.آر.وی.پی) را از طریق منفی شدن مقادیر سرعت در نواحی نزدیک به دیواره مشاهده

خلاف جهت همگرد را بیشتر از مقدار واقعی آن نشان می دهند. اما مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  در این میان، از دقت نسبی برخوردار است.

و کمینه‌ی سرعت را بیشتر از مقدار واقعی آن نشان می دهند. در حالی که، نتایج حاصل از مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  تا حدودی به مقادیر تجربی نزدیک تر می باشد. این مسئله، نشان می دهد که تمامی مدل های استفاده شده، گسترش عرضی گردابه های



شکل ۸- مقایسه خطوط همتراز دمای حاصل از دو مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  و  $k - \omega$



شکل ۷- مقایسه نمودارهای مؤلفه عرضی سرعت با نتایج تجربی [۱۶] در صفحه  $Z/D = 0$

می باشد. این موضوع که توسط محققان دیگری نیز گزارش شده است [۱۷] از جمله مسائلی در اندرکنش جت و جریان عرضی محسوب می شود که هنوز دلیل مشخصی برای ظهور آن در حل های پایا مشاهده نشده است.

شکل (۹)، نمودارهای انرژی جنبشی آشفتگی را در مقاطع  $X/D_j = 3, 5$  در صفحه  $Z/D_j = 0$  برای نسبت تزریق ۰/۵ نشان می دهد. با توجه به این نمودارها، می توان تفاوت های موجود در نتایج حاصل از مدل های مختلف آشفتگی را در ناحیه دنباله جت با کیفیت بیشتری مشاهده نمود. با بررسی

شکل (۸)، در این راستا خطوط همتراز دما را در مقطع  $X/D_j = 5$  برای دو مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  و  $k - \omega$  نشان می دهد. با توجه به این خطوط همتراز مشاهده می شود که گسترش عمودی (در جهت Y) گردابه های خلاف جهت گرد در دو مدل تقریباً برابر بوده اما، همانطور که بالاتر ذکر شد پخش عرضی این گردابه ها در مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  کمتر از مدل  $k - \omega$  می باشد که مؤید توضیحات داده شده برای نمودارهای (۶ و ۷) می باشد. نکته دیگری که در رابطه با این نمودار وجود دارد، عدم تقارن موجود در نمودار حاصل از مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$

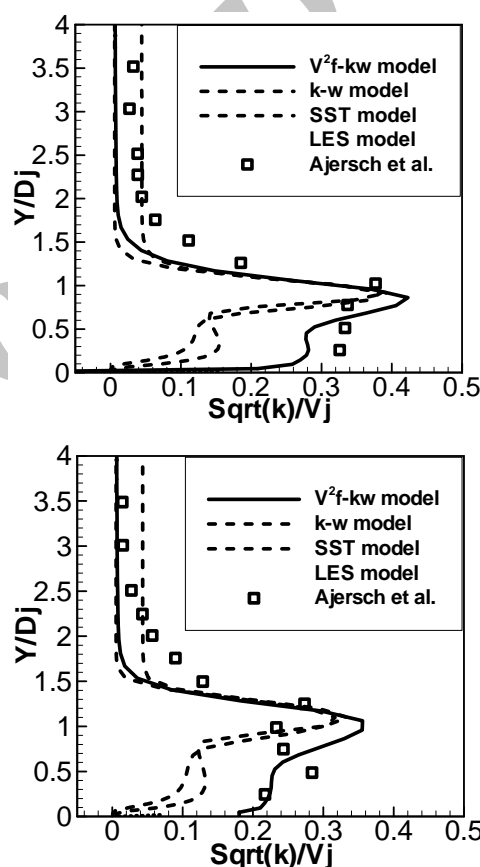


که مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$  ساختارهای پیچیده این نوع جریان، یعنی جریان‌های برشی چند لایه و جت دیواره را، با دقت بیشتری در مقایسه با مدل‌های دو معادله‌ای  $k - \omega$  و  $SST$  شبیه‌سازی می‌کند. همچنین، کیفیت بهتر نتایج حاصل از مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$ ، به دلیل جریان آشفته بسیار غیر ایزوتروپی است که خصوصاً در نواحی پایین دست و نزدیک به خروجی جت، به جهت حضور دیواره از پایین و جت خم شده از بالا تولید می‌شود. علاوه بر این، مشاهده شد که این مدل، گسترش عرضی و عمودی گردابه‌های خلاف جهت همگرد که مهم‌ترین ساختارهای گردابه‌ای موجود در جریان خنک‌کاری لایه‌ای به شمار می‌رود را، با دقت بیشتری در مقایسه با مدل‌های دو معادله‌ای موجود شبیه‌سازی می‌کند. این برتری، به خصوص در نواحی نزدیک به جت و واقع در پایین دست آن، آشکار می‌باشد. بنابراین، مشاهده می‌شود که مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$ ، با وجود اینکه تنها یکی از مؤلفه‌های تنش رینولدز را شبیه‌سازی مستقیم می‌کند، در مدل کردن جریان پیچیده‌ای مثل جریان مورد بحث که ساختارهای گردابه‌ای موجود در آن یک جریان آشفته به شدت غیر ایزوتروپ را تولید می‌کند، در مقایسه با مدل‌های دو معادله‌ای رایج کاملاً موفق است. بنابراین، با وجود اینکه این مدل دقت مدل‌های مستقیمی مانند انتقال تنش‌های رینولدز را ندارد، ولی در مقایسه با مدل‌های دو معادله‌ای رایج، کاملاً موفق می‌باشد. با این تفاوت که این مدل، چه از نظر پایداری و چه از نظر هزینه محاسباتی، بهتر از مدل انتقال تنش‌های رینولدز رفتار می‌کند.

#### پی‌نوشت‌ها

- ۱ Film Cooling
- ۲ Hot Section
- ۳ Jet into Cross Flow
- ۴ Direct Numerical Simulation (DNS)
- ۵ Curve Fitting
- ۶ Elliptic Relaxation
- ۷ Bump
- ۸ Boussinesq Assumption
- ۹ Eddy Viscosity
- ۱۰ Shear Stress Transport
- ۱۱ Reynolds Stress Models
- ۱۲ Counter Rotating Vortex Pair (CRVP)

مجدد نمودارهای مؤلفه افقی سرعت در شکل (۴)، مشاهده می‌شود که مدل‌های مختلف آشفتگی در این مورد به خصوص در ناحیه دنباله جت پیش‌بینی‌های متفاوتی داشته‌اند. بنابراین، مطابق با شکل (۹)، ملاحظه می‌شود که نتایج حاصل برای انرژی جنبشی آشفتگی نیز تا حدود زیادی متفاوت است. همچنین، مشاهده می‌شود که مدل‌های دو معادله‌ای موجود در مقایسه با مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$ ، نتوانسته‌اند مقدار انرژی جنبشی آشفتگی را به خصوص در نواحی دنباله جت به خوبی پیش‌بینی کنند.



شکل ۹- مقایسه نمودارهای انرژی جنبشی آشفتگی با نتایج تجربی [۱۶] در صفحه  $Z/D = 0$

#### نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مسئله خنک‌کاری لایه‌ای با استفاده از رهیافت رنس و مدل‌های مختلف آشفتگی از جمله مدل  $\overline{v^2 f} - k\omega$ ، شبیه‌سازی عددی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد

## منابع و مراجع

- [10] Lien, F-S, Durbin, P. A., and Parneix, S., 1997 "Non-linear v2
- [11] Hanjalic, K., Popovac, M., And Hadziabdic, M., 2004 "A Robust Near-Wall Elliptic-Relaxation Eddy-Viscosity Turbulence Model for CFD," Int. J. Heat Fluid Flow 25, 1047-1051.
- [12] Laurence, D.R. Uribe, J.C., and Utyuzhnikov, S.V., 2004 "A Robust Formulation of the V2-F Model," Flow, Turbulence and Combustion, J., pp. 169-185.
- [13] Jones, R.M., 2003 "Advance Turbulence Modeling for Industrial Flow," Ph.D. Dissertation, Louisiana State University, Baton Rouge, Louisiana.
- [14] Davidson, L., 2003 "An Introduction to Turbulence Models," Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology.
- [15] Versteeg, H.K. and Malalasekera, W., 1995 "An Introduction to Computational Fluid Dynamics, the Finite Volume Method," Longman, Malaysia.
- [16] Ajersch, P., Zhou, J.M., Ketler, S., Salcudean, M., and Gartshore, I.S., 1995 "Multiple Jets in a Crossflow: Detailed Measurements and Numerical Simulations," International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition. ASME Paper 95-GT-9, Houston, TX, pp. 1-16.
- [17] Kh. Javadi, M. Taeibi-Rahni, M. Darbandi, 2007 "Jet in to Cross-Flow Boundary Layer Control: Innovation in Gas Turbine Blade Cooling" AIAA Journal, Vol. 45, No. 12, 2910-2925.
- [1] Ramezanizadeh, M., Taeibi-Rahni, M., and Saidi, M.H., 2007 "Investigation of Density Ratio Effects on Normally Injected Cold Jets into a Hot Cross Flow," Archive of Applied Mechanics, Vol. 77, No. 11, pp. 835-847.
- [2] Dhungel, A., 2007 "Film Cooling from a Row of Holes Supplemented With Anti Vortex Holes," M.S Thesis, B.L., Regional Engineering College-Rourkela.
- [3] Hoda, H., Acharya, S., 2000 "Predictions of a Film Coolant Jet in Crossflow With Different Turbulence Models," J. Turbomach, Vol. 122, No 3, pp.558-570.
- [4] Medic, G., Durbin, P.A., 2002 "Toward Improved Film Cooling Prediction," ASME J. Turbomachinery 124, 193-199.
- [5] Durbin, P., 1991 "Near-Wall Turbulence Closure Modeling without Damping Function," Theoretical Computational Fluid Dynamics, pp.1-3.
- [6] Durbine, P.A., 1993 "Application of a Near-Wall Turbulence Model to Boundary Layers and Heat Transfer," Heat and Fluid Flow. J., Vol. 14, No. 4, pp. 316-323.
- [7] Durbin, P.A., 1995 "Separated Flow Computations with the V2F Model," AIAA Journal, Vol. 33, No. 4, pp. 659-664.
- [8] Parneix, S., Durbine, P.A., and Behnia, M., 1998 "Computation of 3-D Turbulent Boundary Layers Using the V2F Model," Flow, Turbulence and Combustion J., pp. 19-46.
- [9] Jones, R., Acharya, S., and Harvey, A., 2005 "Modeling and Simulation of Turbulent Heat Transfer", Witt Press, New York.