

ارائه قانون هدایت ناوبری تناسبی جدید برای موشک زمین به هوا براساس فیلتر کالمن توسعه یافته

موسی پور، سید حمزه*^۱، ادریسی، مهدی^۲

۱- کارشناس ارشد، دانشگاه اصفهان، اصفهان

۲- دانشگاه اصفهان، اصفهان

(دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۰۸/۱ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۲/۳۰)

چکیده

در این مقاله یک قانون هدایت ناوبری تناسبی مقاوم و بهینه برای موشک زمین به هوا در حالت سه بعدی ارائه شده است. قانون هدایت جدید ترکیبی از قوانین هدایت تناسبی و بازگشت به عقب می باشد. قانون هدایت ناوبری تناسبی در برابر اغتشاشات وارده به موشک مقاوم نمی باشد، از این رو این قانون با قانون هدایت بازگشت به عقب که یک قانون هدایتی مقاوم می باشد، ترکیب می شود. در قانون هدایت جدید ضرایبی وجود دارند که باید طراح آن ها را تنظیم کند. در این مقاله این ضرایب با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه می شوند. همچنین، با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته حالت های سیستم تخمین زده می شوند. در پایان، این قانون هدایت، با قانون هدایت ناوبری تناسبی افزودنی مقایسه می شود. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که قانون هدایت جدید عملکرد بسیار بهتری نسبت به قانون هدایت ناوبری تناسبی افزودنی دارد.

واژه های کلیدی: هدایت ناوبری تناسبی، بازگشت به عقب، ژنتیک، هدایت، موشک

A Novel Robust Proportional Navigation Guidance Law for Surface-to-Air Missile Based on Extended Kalman Filter

Abstract

In this paper a novel optimal and robust proportional navigation (PN) guidance law for three dimensional missile-target system is proposed based on extended Kalman filter (EKF). New guidance law is a combination of PN, sliding mode and backstepping guidance laws. In this guidance law there are some coefficients that must be adjusted. Genetic algorithm (GA) is used to achieve this goal. Also, system states are estimated using extended Kalman-Bucy filter (EKBF). Finally, proposed guidance law (PN Backstepping (PNB)) is compared with augmented proportional navigation guidance (APNG) law. Simulation results indicate that PNB law has far better performance compared to APNG law.

Keywords: Proportional Navigation, Backstepping, Genetic, Guidance, Missile.

مقدمه

از یک الگوریتم عددی که در اینجا الگوریتم ژنتیک است، استفاده و پارامترهای قانون هدایت بهینه شده‌اند. در یک سیستم واقعی هیچ‌گاه نمی‌توان برای تمام حالت‌ها از حسگرهای مربوط به آن‌ها استفاده کنیم؛ زیرا: الف) قرار دادن سنسور برای هر کدام از حالت‌ها ممکن است بسیار گران تمام شود ب) ممکن است نتوان تمامی حالت‌ها را اندازه‌گیری کرد، چون امکان دارد همه حالت‌ها از نظر فیزیکی معنی نداشته باشند.

در این مقاله علاوه بر طراحی قانون هدایت جدید از یک تخمین‌گر غیرخطی نیز استفاده شده است. تخمین‌گر مورد استفاده در این مقاله فیلتر کالمن توسعه‌یافته می‌باشد. فرض شده است تنها یکی از حالت‌های سیستم که فاصله بین موشک و هدف می‌باشد، اندازه‌گیری می‌شود؛ پنج حالت دیگر سیستم، با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته تخمین زده می‌شوند.

این مقاله به‌صورت زیر مرتب شده است: در بخش بعدی مدل موشک و هدف مورد استفاده در این مقاله توضیح داده خواهد شد؛ در ادامه روش بازگشت به عقب توضیح داده می‌شود؛ در بخش بعد قانون هدایت جدید که ترکیبی از دو قانون هدایت بازگشت به عقب و قانون هدایت ناوبری تناسبی می‌باشد را پیشنهاد خواهیم کرد. فیلتر کالمن توسعه‌یافته در قسمت بعدی توضیح داده خواهد شد، پس از آن الگوریتم ژنتیک برای بهبود ضرایب قانون هدایت جدید توضیح داده شده و سرانجام در بخش آخر نتایج شبیه‌سازی ارائه می‌شوند.

مدل موشک و هدف

سیستم موشک و هدف یکی از پیچیده‌ترین سیستم‌های موجود می‌باشد. شکل ۱ سیستم درگیری موشک و هدف را در مختصات کروی (r, θ, ϕ) نشان می‌دهد که ϕ و θ به ترتیب زاویه خط دید و زاویه نسبی جانبی و r فاصله نسبی موشک و هدف می‌باشند. برای سادگی تحلیل، مدل موشک و هدف به‌صورت جرم نقطه‌ای در نظر گرفته شده‌اند. معادلات نسبی موشک و هدف به‌صورت زیر می‌باشند [۵]:

تحقیقات بسیار زیادی برای کنترل سیستم موشک و هدف با مشخصات غیرخطی بالا و با استفاده از روش‌های کنترل غیرخطی انجام شده است [۱]، [۴] و [۸]. یکی از روش‌های پس‌خور غیرخطی برای کنترل سیستم‌های غیر-خطی، طراحی کنترل‌کننده بازگشت به عقب (یا گام به عقب) می‌باشد. این روش بر اساس تئوری لیاپانوف و توانایی حل سیستم‌های غیرخطی پیچیده می‌باشد. روش بازگشت به عقب یک روش قاعده‌مند می‌باشد، به این ترتیب که: این روش شامل تعیین سیگنال کنترل براساس تابع لیاپانوف مجازی و به‌دست آوردن قانون کنترل واقعی در گام آخر می‌باشد. با این مشخصه، روش بازگشت به عقب در طراحی سیستم‌های بسیار غیرخطی دارای انعطاف بالا خواهد بود. در دهه اخیر، تئوری بازگشت به عقب به‌طور گسترده برای حل مسائل پایدارسازی گذرا در سیستم‌های موشک و پرواز استفاده شده است [۲]، [۳] و [۷].

قانون هدایت ناوبری تناسبی نیز یکی از قوانین قدیمی هدایت می‌باشد. به‌دلیل سادگی و کارایی بالای این قانون، هنوز هم در فاز انتهایی بسیاری از موشک‌ها استفاده می‌شود. علت سادگی این قانون این است که تنها از نرخ چرخش خط دید و سرعت نسبی بین موشک و هدف استفاده می‌کند و از بقیه حالت‌های سیستم در قانون هدایت استفاده نمی‌شود. [۶]

در این مقاله سعی شده است تا با حفظ سادگی قانون ناوبری تناسبی این قانون را در برابر اغتشاشات و نامعینی پارامترها و نویز اندازه‌گیری مقاوم‌سازی کنیم. ابتدا با استفاده از دو روش کنترل بازگشت به عقب و هدایت ناوبری تناسبی، قانون هدایت مقاوم جدیدی را به‌دست می‌آوریم؛ با این کار ویژگی‌های مطلوب هر دو روش را می‌توان در کنترل‌کننده پیشنهادی گرد هم آورد.

در قانون جدید ضرایبی ثابت وجود دارند که در تنظیم آن‌ها دو مشکل بزرگ وجود دارد: اول آن‌که تنظیم آن‌ها کاری طاقت‌فرسا و وقت‌گیر است، دوم آن‌که با این فرض که بتوان این پارامترها را طوری تنظیم کرد که سیستم پایدار شود، هیچ‌وقت نمی‌توان گفت این پارامترها دقیقاً به‌صورت بهینه انتخاب شده‌اند. برای رفع این مشکلات

$$F(x(t)) = \begin{pmatrix} v_r \\ \frac{v_\theta}{r \cos \phi} \\ \frac{v_\phi}{r} \\ \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \\ \frac{-v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan \phi}{r} \\ \frac{-v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan \phi}{r} \end{pmatrix}$$

$$u(t) = \begin{pmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{pmatrix}, \quad w(t) = \begin{pmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

که در آن v_r سرعت نسبی خطی در راستای بردار r و v_θ, v_ϕ سرعت‌های زاویه‌ای نسبی در راستای بردارهای ϕ, θ هستند.

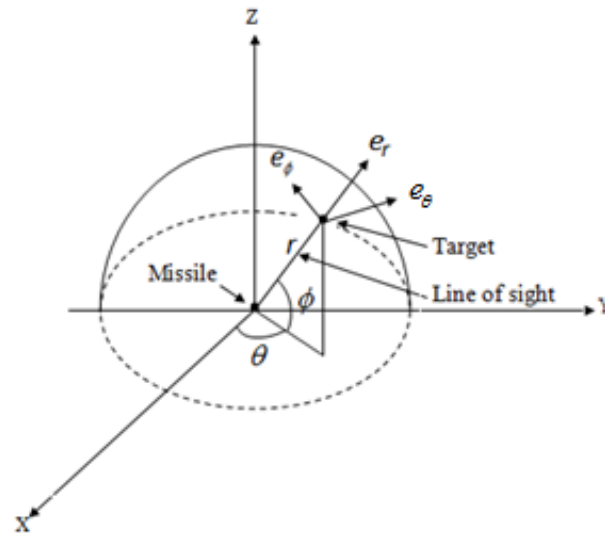
هدف از طراحی قانون هدایت این است که شتاب‌های هدف را در معادله (۲) طوری به دست آوریم که فاصله نسبی موشک و هدف در کمترین زمان ممکن به نزدیکی‌های صفر برسد.

روش بازگشت به عقب

در این روش معادلات سیستم را به دو یا چند دسته تقسیم می‌کنند؛ سپس از دسته معادلاتی که شامل ورودی کنترلی نمی‌باشد، طراحی آغاز می‌شود و این دسته معادلات پایدار می‌شوند؛ پس از آن، دسته معادلاتی که شامل ورودی هستند، پایدار می‌شوند.

$$\begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \cos^2 \phi &= w_r - u_r \\ r\ddot{\theta} \cos \phi + 2\dot{r}\dot{\theta} \cos \phi - 2r\dot{\phi}\dot{\theta} \sin \phi &= w_\theta - u_\theta \quad (1) \\ r\ddot{\phi} + 2\dot{r}\dot{\phi} + r\dot{\theta}^2 \cos \phi \sin \phi &= w_\phi - u_\phi \end{aligned}$$

که در آن w_r, w_θ, w_ϕ شتاب‌های هدف و u_r, u_θ, u_ϕ شتاب‌های موشک می‌باشند.



شکل ۱- هندسه سه‌بعدی تعقیب و گریز موشک و هدف

معادلات دیفرانسیل (۱) را می‌توان به صورت معادلات فضای حالت زیر نوشت:

$$\dot{x} = F(x) + Bu + Dw \quad (2)$$

که در معادله بالا بردار حالت x ، بردار میدان F ، بردار شتاب موشک u ، بردار شتاب هدف w و ضرایب B و D به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$x(t) = \begin{pmatrix} r \\ \theta \\ \phi \\ v_r \\ v_\theta \\ v_\phi \end{pmatrix}, \quad H(x(t)) = r$$

نامزد تابع لیاپانوف را به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$V_a(\eta, \zeta) = V(\eta) + \frac{1}{2}[\zeta - \phi(\eta)]^2 \quad (9)$$

در این صورت مشتق V_a در امتداد مسیره‌های حالت (۳) و (۴) عبارت است از:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\partial V}{\partial \eta}(f + g\phi + \delta_\eta) + \frac{\partial V}{\partial \eta}g(\zeta - \phi) \\ &+ (\zeta - \phi)[f_a + g_a u + \delta_\zeta - \frac{\partial \phi}{\partial \eta}(f + g\zeta + \delta_\eta)] \end{aligned}$$

با انتخاب:

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{g_a}[\frac{\partial \phi}{\partial \eta}(f + g\zeta) - \frac{\partial V}{\partial \eta}g \\ &- f_a - k(\zeta - \phi)^2], \quad k > 0 \end{aligned} \quad (10)$$

و استفاده از (۷) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &\leq -c \|\eta\|_2^2 + 2\alpha_6 \|\eta\|_2 |\zeta - \phi| - (k - \alpha_3)(\zeta - \phi)^2 \\ &= \begin{bmatrix} \|\eta\|_2 \\ |\zeta - \phi| \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} c & -\alpha_6 \\ -\alpha_6 & (k - \alpha_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \|\eta\|_2 \\ |\zeta - \phi| \end{bmatrix} \end{aligned}$$

که α_6 مقداری غیرمنفی است. با انتخاب:

$$k > \alpha_3 + \frac{\alpha_6^2}{c}$$

داریم:

$$\dot{V}_a \leq -\sigma[\|\eta\|_2^2 + |\zeta - \phi|^2]$$

که σ مقداری مثبت می‌باشد، بدین ترتیب برهان لم ذیل کامل شده است:

لم: سیستم (۳)-(۴) را در نظر بگیرید و فرض کنید عدم قطعیت در نامساوی‌های (۵) و (۶) صدق می‌کند؛ ضمناً فرض نمایید کنترل پس‌خور حالت پایدارساز $\phi(\eta)$ و $V(\eta)$ نیز تابع لیاپانوفی باشد که به ترتیب در روابط (۷) و (۸) صدق می‌کنند، در این صورت کنترل پس‌خور حالت (۱۰) با این

سیستم زیر را در نظر بگیرید [۵]:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\zeta + \delta_\eta(\eta, \zeta) \quad (3)$$

$$\dot{\zeta} = f_a(\eta, \zeta) + g_a(\eta, \zeta)u + \delta_\zeta(\eta, \zeta) \quad (4)$$

که بر قلمرو $D \subset R^{n+1}$ ، شامل مبدأ ($\eta = 0, \zeta = 0$) تعریف شده است. فرض کنید $g_a(\eta, \zeta)$ مخالف صفر و سایر توابع نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \zeta) \in D$ هموار باشند. ضمناً فرض نمایید f, g, f_a, g_a معلوم و δ_η و δ_ζ نیز جملات عدم قطعیت باشند؛ فرض می‌کنیم f و f_a در مبدأ صفر شوند و جملات عدم قطعیت نیز به ازای جمیع مقادیر $(\eta, \zeta) \in D$ در نامساوی‌های ذیل صدق نمایند:

$$\|\delta_\eta(\eta, \zeta)\|_2 \leq \alpha_1 \|\eta\|_2 \quad (5)$$

$$|\delta_\zeta(\eta, \zeta)| \leq \alpha_2 \|\eta\|_2 + \alpha_3 |\zeta| \quad (6)$$

نامساوی (۵) دسته عدم قطعیت‌ها را محدود می‌کند، زیرا طبق آن باید کران بالای $\delta_\eta(\eta, \zeta)$ فقط به η وابسته باشد. اکنون با آغاز از سیستم (۳)، به دنبال یافتن قانون کنترل پس‌خور حالت پایدارساز به شکل $\zeta = \phi(\eta)$ و با شرط $\phi(0) = 0$ و نیز تابع لیاپانوف $V(\eta)$ هستیم، به طوری که به ازای $\forall (\eta, \zeta) \in D$ و ثابت مثبت c داشته باشیم:

$$\frac{\partial V}{\partial \eta}[f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \zeta)] \leq -c \|\eta\|_2^2 \quad (7)$$

نامساوی (۷) نشان می‌دهد $\eta = 0$ نقطه تعادل پایدار مجانبی سیستم زیر است:

$$\dot{\eta} = f(\eta) + g(\eta)\phi(\eta) + \delta_\eta(\eta, \zeta)$$

حال فرض کنید $\phi(\eta)$ روی D در نامعادلات ذیل صدق کند:

$$|\phi(\eta)| \leq \alpha_4 \|\eta\|_2, \quad \left\| \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right\| \leq \alpha_5 \quad (8)$$

$$u_{PN} = \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -N\dot{r}\dot{\theta}\cos(\phi) \\ -N\dot{r}\dot{\phi} \end{bmatrix}$$

ب) طراحی قانون هدایت ترکیبی ناوبری تناسبی و بازگشت به عقب برای سیستم موشک و هدف

در این قسمت قانون هدایت ترکیبی بازگشت به عقب و ناوبری تناسبی برای سیستم موشک و هدف طراحی می‌شود. متغیرهای معادلات (۳) و (۴) برای سیستم موشک و هدف به صورت زیر می‌باشند:

$$\eta = [r \ \theta \ \phi]^T, \quad \zeta = [v_r \ v_\theta \ v_\phi]^T$$

$$f_\eta(\eta) = 0, \quad g_\eta(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r\cos(\phi)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{r} \end{bmatrix}$$

$$f_\zeta(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \\ \frac{-v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan \phi}{r} \\ \frac{-v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan \phi}{r} \end{bmatrix},$$

$$g_\zeta(\eta, \zeta) = - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \delta(\eta, \zeta) = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\phi \end{bmatrix}$$

حال اگر $\phi(\eta)$ را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\zeta = \phi(\eta) = \begin{bmatrix} v_r + k \\ v_\theta \\ v_\phi \end{bmatrix}, \quad k > 0$$

همچنین در صورتی که تابع لیاپانوف مجازی $V(\eta)$ را به صورت زیر در نظر بگیریم:

ارائه قانون هدایت ناوبری تناسبی جدید برای موشک زمین به...

شرط که k به اندازه کافی بزرگ است، مبدأ سیستم مرتبط با (۳)-(۴) را پایدار می‌سازد؛ علاوه بر این اگر همه فرضیات به طور جامع برآورده شوند و تابع لیاپانوف $V(\eta)$ نیز بی-کران شعاعی باشد، آنگاه مبدأ پایدار مجانبی خواهد بود.

طراحی قانون هدایت پیشنهادی برای موشک

در این بخش با تغییراتی که در قانون هدایت به دست آمده در قسمت قبل داده می‌شود، از پیچیدگی موجود در آن کاسته و قانون نهایی به صورت ترکیبی از قانون هدایت ناوبری تناسبی و یک جزء دیگر خواهد شد که جزء دوم این قانون تضمین می‌کند قانون هدایت ناوبری تناسبی در برابر اغتشاشات مقاوم خواهد ماند. بنابراین علاوه بر حفظ سادگی قانون هدایت ناوبری تناسبی، قانون جدید مقاوم نیز خواهد بود.

الف) قانون هدایت ناوبری تناسبی

در قانون هدایت ناوبری تناسبی دستور شتاب موشک عمود بر بردار سرعت نسبی بین موشک و هدف اعمال می‌گردد. به عبارت دیگر در این روش سعی می‌شود بردار سرعت نسبی موشک در امتداد خط دید قرار گیرد. دستور شتاب در این روش برابر است با [۶]:

$$A_M = -N \frac{h\dot{r}}{r^2} e^{\frac{1}{h}} \tag{11}$$

$$e^{\frac{1}{h}} = \frac{r^2}{h} (\dot{\theta} \cos(\phi) e_\theta + \dot{\phi} e_\phi) \tag{12}$$

$$h = r^2 \sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2(\phi)} \tag{13}$$

با جای‌گذاری رابطه (۱۲) و (۱۳) در رابطه (۱۱) دستور شتاب موشک به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$A_M = -N\dot{r}\dot{\theta}\cos(\phi)e_\theta - N\dot{r}\dot{\phi}e_\phi$$

بنابراین مولفه‌های دستور شتاب برابر خواهند بود با:

در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a &= \dot{V} + (\zeta - \phi(\eta))^T (\zeta - \dot{\eta} - \frac{\partial \phi(\eta)}{\partial \eta}) \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + s_1 \dot{v}_r + s_2 \dot{v}_\theta + s_3 \dot{v}_\phi \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + s_1 \left(\frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} + w_r - b_1 s_1 \right) \\ &\quad + s_2 \left(\frac{-v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan \phi}{r} + w_\theta - N \dot{r} \dot{\theta} \cos(\phi) - b_2 s_2 \right) \\ &\quad + s_3 \left(\frac{-v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan \phi}{r} + w_\phi - N \dot{r} \dot{\phi} - b_3 s_3 \right) \\ &\leq -c \|\eta\|_2^2 + |s_1| \left\| \frac{v_\theta^2 + v_\phi^2}{r} \right\| + |s_1| \|w_r\| - b_1 |s_1|^2 \\ &\quad + (|s_2| \left\| \frac{-v_r v_\theta + v_\theta v_\phi \tan \phi}{r} \right\| + |s_2| \|w_\theta\| \\ &\quad + |s_2| \|-N \dot{r} \dot{\theta} \cos(\phi)\| - b_2 |s_2|^2) + \\ &\quad (|s_3| \left\| \frac{-v_r v_\phi - v_\theta^2 \tan \phi}{r} \right\| + |s_3| \|w_\phi\| \\ &\quad + |s_3| \|-N \dot{r} \dot{\phi}\| - b_3 |s_3|^2) \end{aligned}$$

که در آن $w_{r \max}$ ، $w_{\theta \max}$ و $w_{\phi \max}$ به ترتیب مقادیر بیشینه w_r ، w_θ و w_ϕ هستند. اگر ضرایب قانون هدایت را به اندازه کافی بزرگ انتخاب کنیم، در این صورت تابع لیاپانوف کل سیستم همواره منفی خواهد بود. بنابراین سیستم همواره پایدار خواهد ماند. به این ترتیب قانون پیشنهادی دو مزیت بزرگ دارد که عبارتند از:

۱. ساده بودن قانون هدایتی و کارا بودن
۲. مقاوم بودن در برابر اغتشاشات

فیلتر کالمن توسعه یافته

تخمین دقیق و مقاوم متغیرهای حالت سیستم موشک و هدف که اندازه گیری نمی شوند، برای کارایی بالای این سیستم بسیار مهم می باشد.

مدل حالت دینامیکی برای سیستم اتفافی غیرخطی

به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t), t) + w(t), \quad w(t) \sim N(0, Q(t)) \\ y(t) &= h(x(t), t) + v(t), \quad v(t) \sim N(0, R(t)) \end{aligned} \quad (14)$$

$$V(\eta) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{r}{r_0} \right)^2 + \theta^2 + \phi^2 \right)$$

در این صورت خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\eta) &= \left(\frac{r}{r_0} \times \dot{r} + \theta \times \dot{\theta} + \phi \times \dot{\phi} \right) = \frac{r}{r_0} (V_r) + \theta \times \frac{v_\theta}{r \cos(\phi)} \\ &\quad + \phi \times \frac{v_\phi}{r} = \frac{r}{r_0} (-k) + \theta \times \frac{0}{r \cos(\phi)} + \phi \times \frac{0}{r} = -\frac{rk}{r_0} \leq -c \|x_1\|_2^2 \end{aligned}$$

از آن جا که r برای هدف این سیستم همواره مثبت

می باشد، بنابراین منفی بودن عبارت بالا تضمین می شود. در واقع زمانی که فاصله نسبی موشک و هدف به صفر برسد، به این معنی است که موشک به هدف برخورد کرده است. هر چند نیازی نیست زوایای نسبی به مبدأ میل کنند. در هر صورت با فرضیات این مسئله، تابع لیاپانوف (تا زمانی که موشک به هدف برخورد نکرده است) منفی بوده و این برای ما کافی است.

$$V_a(x_1) = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{r}{r_0} \right)^2 + \theta^2 + \phi^2 \right) + \frac{1}{2} [(v_r + k)^2 + v_\theta^2 + v_\phi^2]$$

با انتخاب قانون هدایت به صورت زیر:

$$u = u_{PN} - b \operatorname{sgn}(s) = \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 (v_r + k) \\ -N \dot{r} \dot{\theta} \cos(\phi) + b_2 (v_\theta) \\ -N \dot{r} \dot{\phi} + b_3 (v_\phi) \end{bmatrix}$$

که در آن $b = [b_1 \ b_2 \ b_3]^T$ ضرایب ثابت دلخواه هستند که باید به اندازه کافی بزرگ انتخاب شوند، دلیل بزرگ انتخاب شدن این ضرایب در روند اثبات زیر روشن خواهد شد. همچنین فرض کنید:

$$s_1 = v_r + k$$

$$s_2 = v_\theta$$

$$s_3 = v_\phi$$

صورتی که بتوان این پارامترها را تنظیم نمود، نمی‌توان گفت پارامترهای انتخاب شده کاملاً بهینه انتخاب شده‌اند. برای رفع این مشکل با تعریف یک تابع هزینه پارامترهای قابل تنظیم را با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی خواهیم نمود. تابع هزینه انتخابی به صورت زیر می‌باشد:

$$J(x) = \sum x^T Q_x x + u^T R_u u$$

با انتخاب مناسب R_u و Q_x می‌توان ضرایب دلخواه را با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آورد.

نتایج شبیه‌سازی‌ها

در این قسمت قانون هدایت پیشنهادی که بر اساس تخمین‌گر توسعه‌یافته پیوسته طراحی شده است، با استفاده از نرم افزار متلب (Matlab) بر روی سیستم موشک و هدف شبیه‌سازی شده است. دو نوع شتاب هدف برای آزمودن کارایی ردیابی و مقاوم بودن قوانین هدایت به صورت‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند:

شتاب سینوسی

$$w_r = \lambda_T \sin(\Omega t) \bar{e}_r$$

$$w_\theta = \lambda_T \sin(\Omega t) \frac{-\dot{\phi}}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \bar{e}_\theta$$

$$w_\phi = \lambda_T \sin(\Omega t) \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \bar{e}_\phi$$

شتاب شیب

$$w_r = \lambda_T t \bar{e}_r$$

$$w_\theta = \lambda_T t \frac{-\dot{\phi}}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \bar{e}_\theta$$

$$w_\phi = \lambda_T t \frac{\dot{\theta} \cos \phi}{\sqrt{\dot{\phi}^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \phi}} \bar{e}_\phi$$

که در آن $w(t)$ و $v(t)$ به ترتیب بردار نویز حالت و بردار نویز اندازه‌گیری می‌باشند. w, v فرآیندهای اتفاقی با میانگین صفر و غیروابسته می‌باشند. شرایط اولیه به صورت زیر می‌باشند:

$$\hat{x}(t_0) = E[x(t_0)], \quad P(t_0) = \text{var}[x(t_0)]$$

\hat{x}, E, P به ترتیب تخمین x و میانگین و ماتریس کوواریانس اولیه می‌باشند.

ماتریس کوواریانس از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\dot{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F(t)^T - K(t)H(t)P(t) + Q(t)$$

که در معادله بالا $K(t)$ بهره کالمن است و از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$K(t) = P(t)H(t)^T R(t)^{-1}$$

همین‌طور در معادلات بالا ماتریس‌های $F(t)$ و $H(t)$ به ترتیب ژاکوبین بردارهای f و h در معادله (۱۴) هستند و از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$F(t) = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t), t)}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t), u(t)}, \quad H(t) = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}(t)}$$

و سرانجام حالت‌های تخمین زده شده از معادله زیر به دست می‌آیند:

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t), u(t)) + K(t)(y(t) - h(\hat{x}(t)))$$

در سیستم موشک و هدف فرض شده است که تنها فاصله نسبی موشک و هدف اندازه‌گیری شود.

بهینه‌سازی قانون هدایت پیشنهادی

همان‌طور که از قوانین هدایت پیشنهادی پیداست، سه ثابت b_1, b_2 و b_3 مقادیر کاملاً دلخواه می‌باشند که انتخاب آن‌ها به دست طراح می‌باشد. بنابراین انتخاب این ضرایب کاری وقت‌گیر و طاقت‌فرسا می‌باشد؛ از طرفی، در

صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$R = 1, \quad Q = \text{diag}([0, 0, 0, 0.01, 0.01, 0.01])$$

$$P_0 = 5 \text{diag}([1, 1, 1, 1, 1, 1])$$

همچنین شرایط اولیه تخمین با شرایط اولیه متغیرهای حالت یکسان در نظر گرفته شده است.

الف) مقایسه کارایی قوانین هدایتی

برای نشان دادن کارایی ردیابی قانون هدایت پیشنهادی، این قانون را با قانون هدایت تناسبی افزودنی مقایسه می‌کنیم. از شکل ۲ تا شکل ۷ حالت‌های سیستم موشک و هدف نشان داده شده‌اند. این شکل‌ها به صورت دوتایی نمایش داده شده‌اند که شکل‌های اول مربوط به قانون هدایت پیشنهادی می‌باشند و شکل‌های پایین آن‌ها مربوط به قانون هدایت تناسبی می‌باشند. همچنین در هرکدام از این شکل‌های دوتایی، حالت‌های سیستم، به صورت نویزی و تخمین زده شده با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته نمایش داده شده‌اند.

شرایط اولیه سیستم موشک و هدف به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

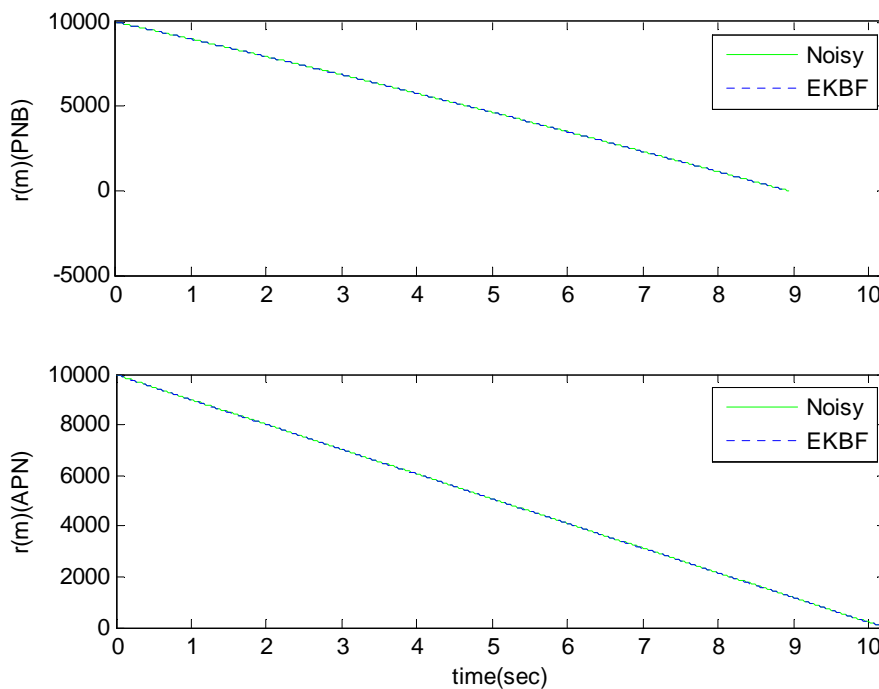
$$r = 10 \text{ km}, \quad \theta = \frac{\pi}{3}, \quad \phi = \frac{\pi}{3}$$

$$v_r = -1000 \text{ m/s}, \quad v_\theta = 200 \text{ m/s}, \quad v_\phi = 300 \text{ m/s}$$

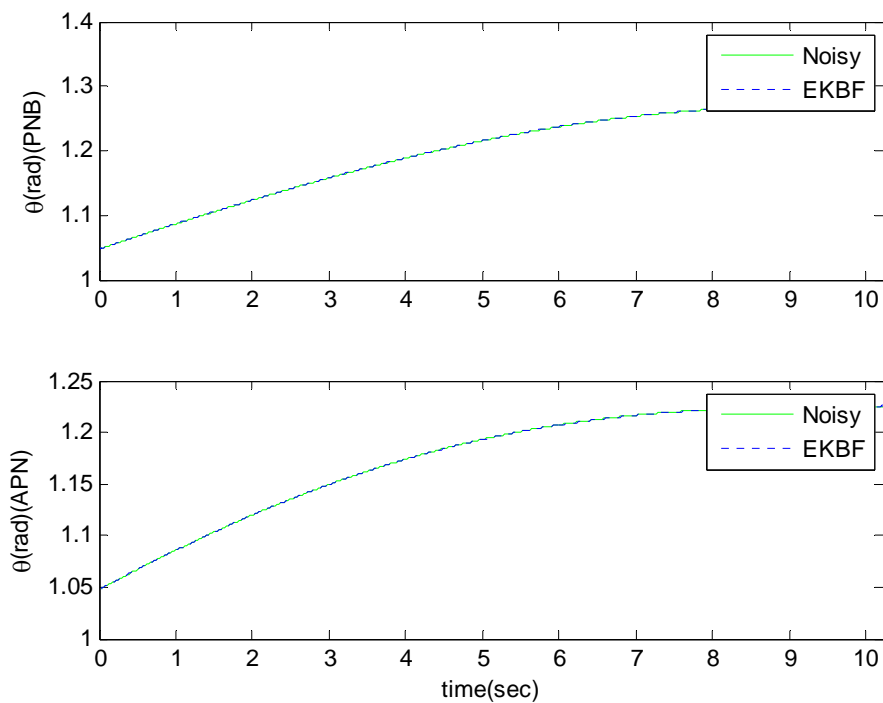
که در آن λ_r بهره ناوبری هدف است که به صورت تصادفی بین 0-4g تغییر می‌کند. Ω نیز برابر با 20rad/sec در نظر گرفته شده است. ثابت‌های b_1, b_2, b_3, k نیز با استفاده از الگوریتم ژنتیک به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{cases} b_1 = 0.101 \\ b_2 = 0.053 \\ b_3 = 0.052 \\ k = 1.202 v_r(0) \end{cases}$$

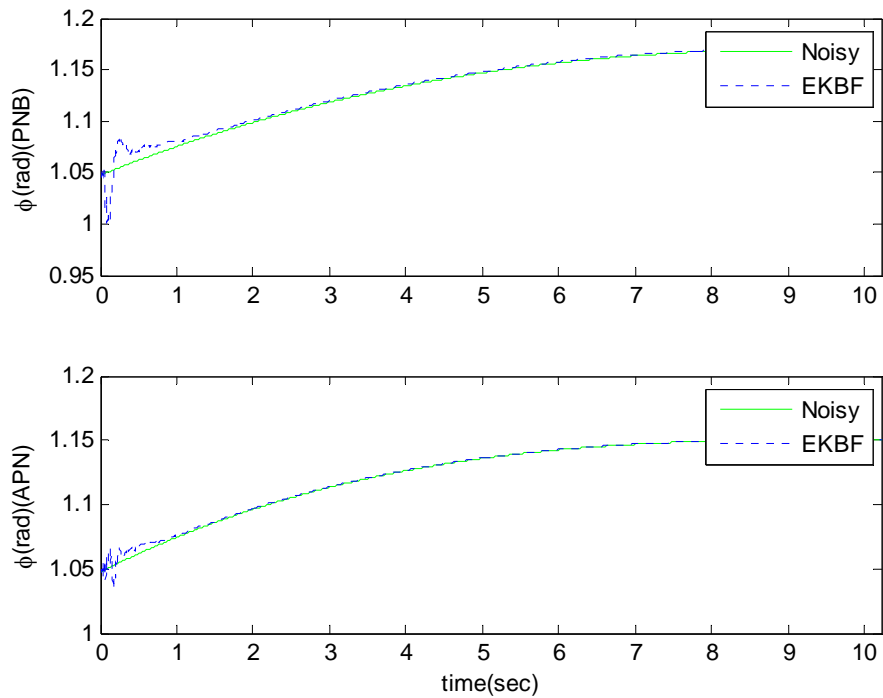
ماتریس‌های R, Q و ماتریس کواریانس اولیه به



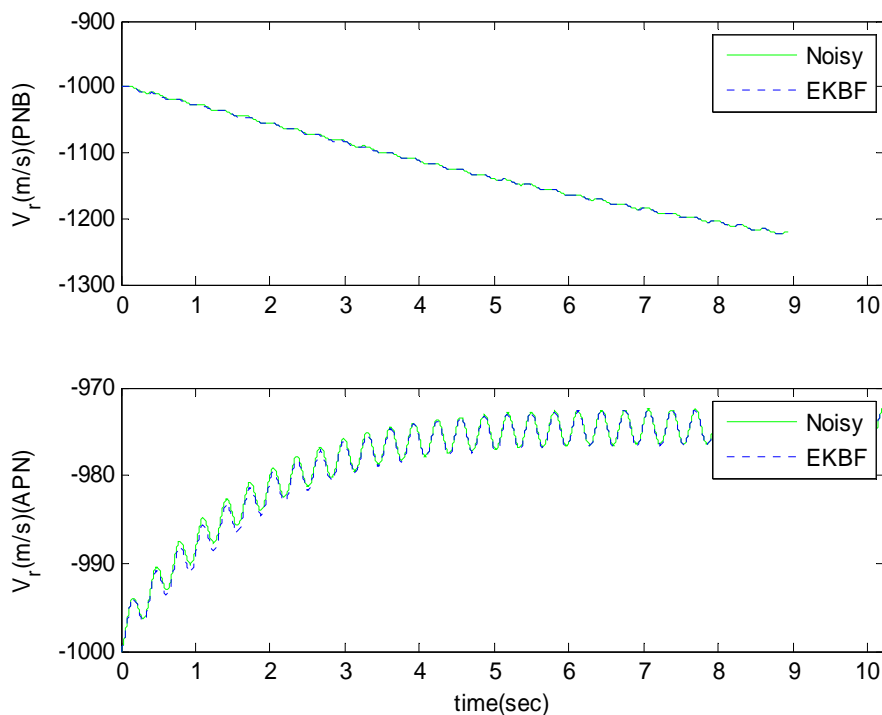
شکل ۲- فاصله نسبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



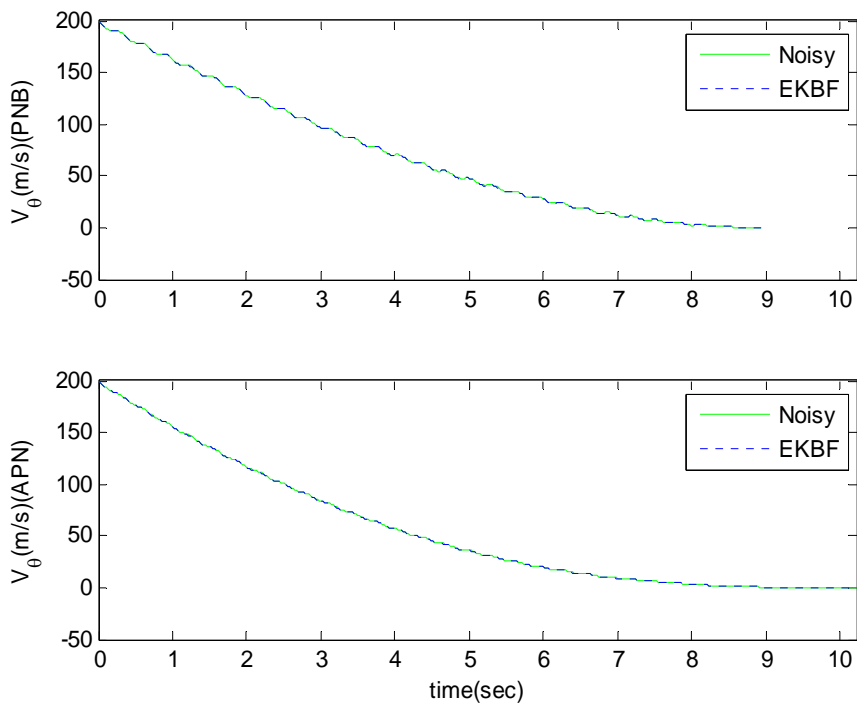
شکل ۳- زاویه نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



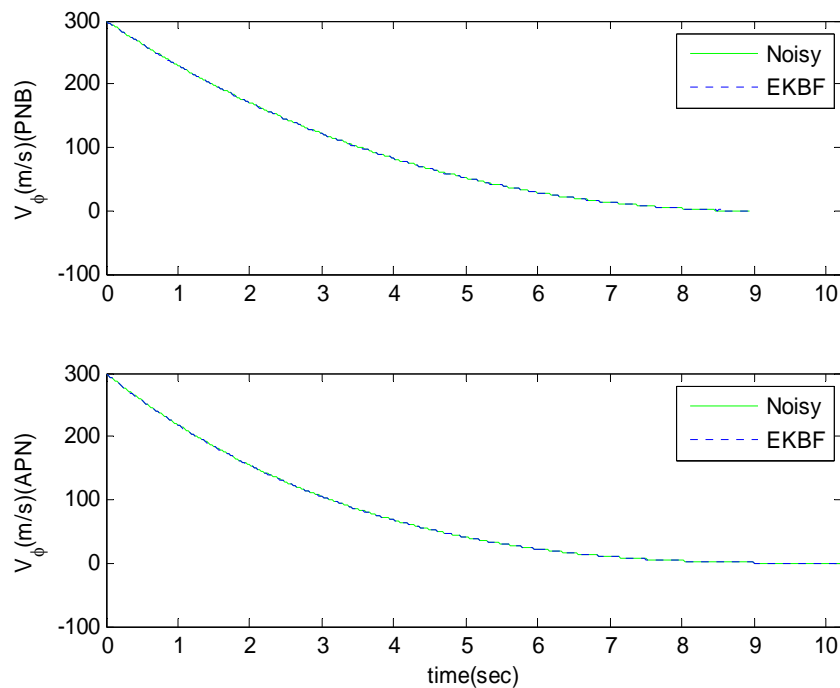
شکل ۴- زاویه خط دید نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



شکل ۵- سرعت نسبی خطی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



شکل ۶- سرعت نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



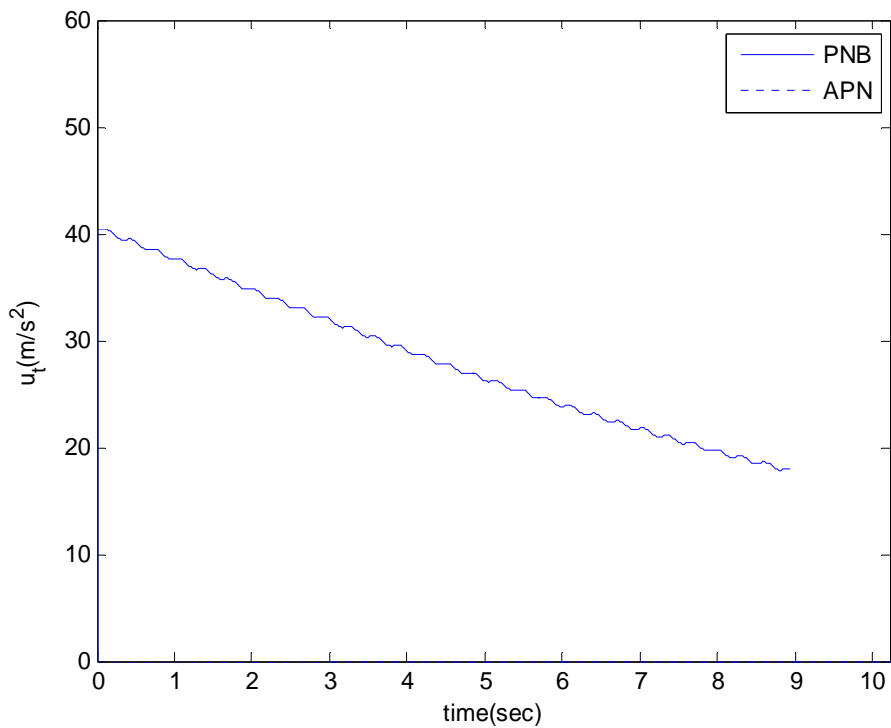
شکل ۷- سرعت نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی

ثانیه موشک را سریعتر به هدف می‌رساند. نکته سوم این است که همانطور که از شکل ۵ دیده می‌شود، سرعت خطی نسبی بین موشک و هدف با استفاده از قانون هدایت تناسبی افزودنی دارای نوسانات زیادی می‌باشد، در حالی که همین سرعت توسط قانون هدایت پیشنهادی هیچ‌گونه نوسانی ندارد.

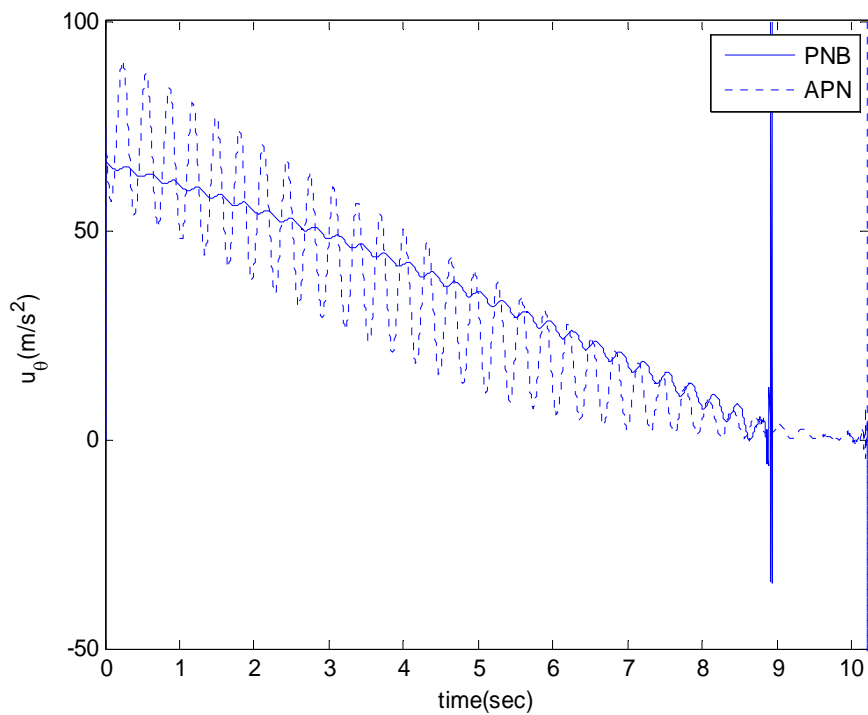
شکل ۸ و شکل ۹ و شکل ۱۰ قوانین هدایت را با استفاده از روش‌های هدایت تناسبی افزودنی و هدایت پیشنهادی نشان می‌دهند. همچنین شکل ۱۱ خطای تخمین را نشان می‌دهد که برای تمامی حالت‌ها رسم شده است. خطای تخمین تمامی حالت‌ها به‌جز فاصله نسبی موشک و هدف به سمت صفر میل می‌کنند. فاصله نسبی موشک هم به دلیل رنج وسیعی که نسبت به بقیه حالت‌ها دارد، قابل قبول به نظر می‌رسد؛ با این حال، حالتی که اندازه‌گیری می‌شود، همین فاصله نسبی موشک و هدف هست و حتی اگر این خطای تخمین زیاد باشد، اهمیتی ندارد؛ زیرا این حالت را سنسور اندازه‌گیری می‌کند.

از شکل ۲ تا شکل ۷ چند نکته برداشت می‌شود؛ اولین نکته این است که تخمین‌گر فیلتر کالمن توسعه‌یافته به‌خوبی توانسته است عمل تخمین را هم در ارتباط با قانون هدایت پیشنهادی و هم در رابطه با قانون هدایت تناسبی افزودنی به‌صورت بسیار عالی انجام دهد؛ این در حالی است که تنها از یکی از حالت‌های سیستم برای اندازه‌گیری استفاده نموده‌ایم. واضح است که اگر تعداد حالت‌های بیشتری اندازه‌گیری شوند، این تخمین به مراتب بهتر از این خواهد بود و خطای تخمین بسیار کمتر خواهد شد.

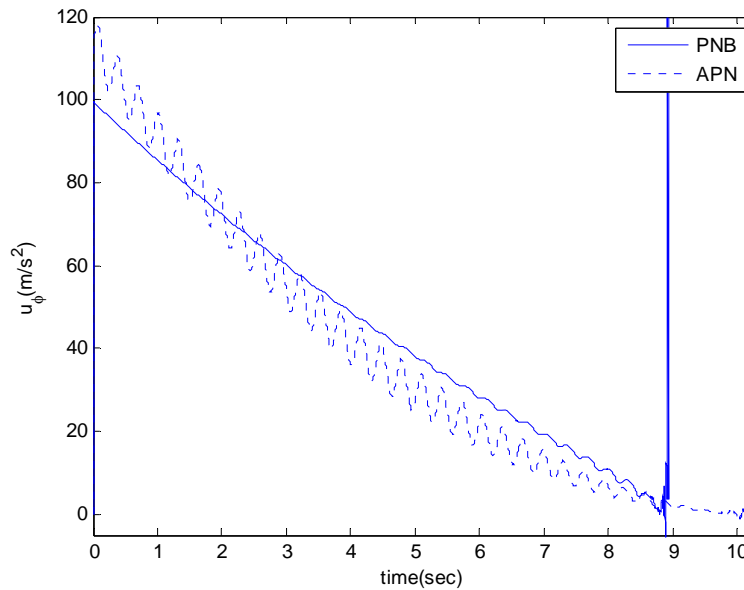
نکته دوم این است که همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، قانون هدایت پیشنهادی توانسته است در مدت زمان کمتری موشک را به هدف برساند. به‌طوری که قانون هدایت پیشنهادی بعد از مدت زمان ۸,۹۳ ثانیه به فاصله ۰,۴۴ متری هدف رسیده است، در حالی که قانون هدایت تناسبی افزودنی بعد از مدت زمان ۱۰,۳ ثانیه توانسته است موشک را به فاصله ۰,۴ متری هدف برساند. این بدان معنی است که قانون هدایت پیشنهادی تقریباً ۱,۴



شکل ۸- قانون هدایت u_r با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



شکل ۹- قانون هدایت u_θ با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی



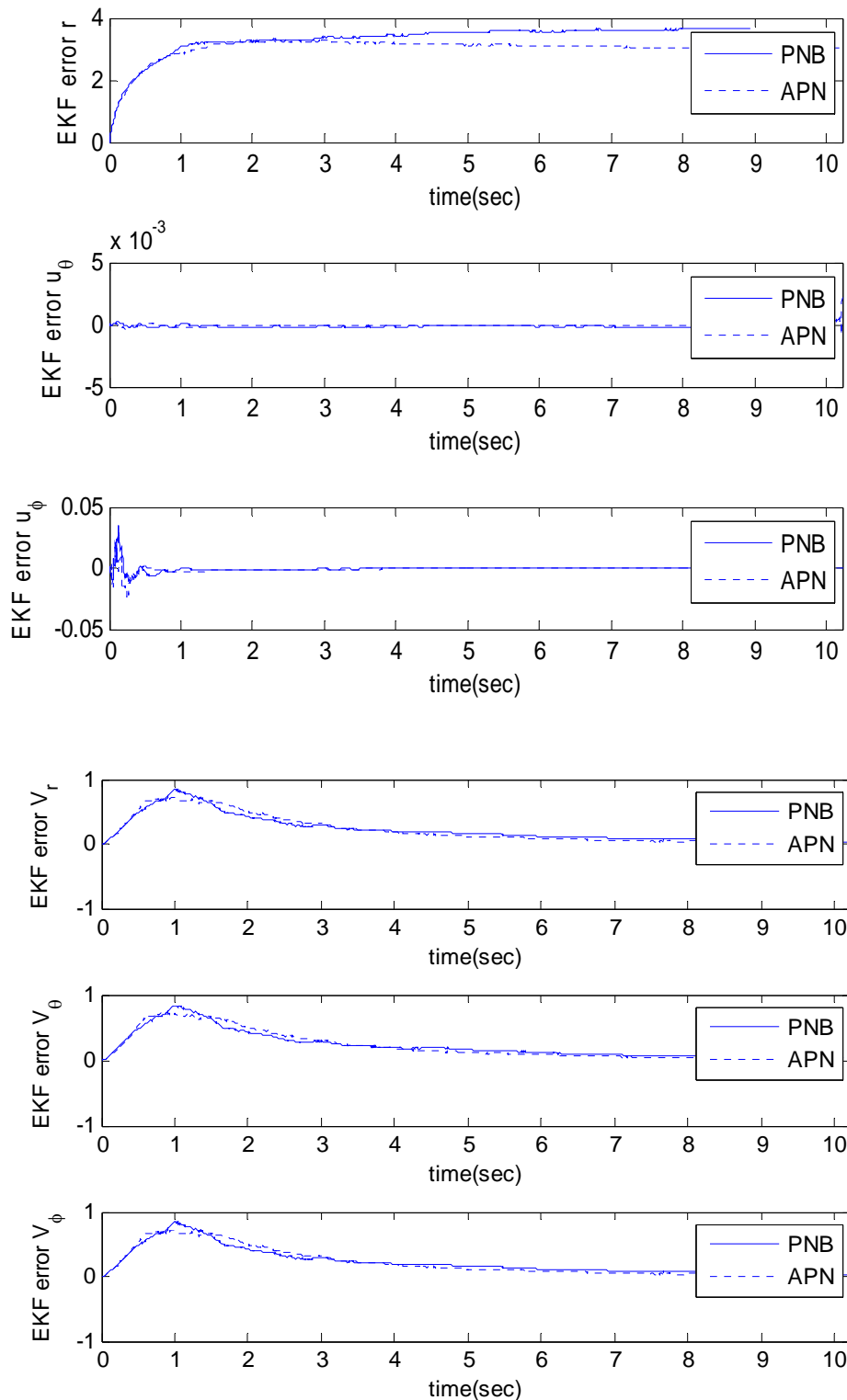
شکل ۱۰- قانون هدایت u_ϕ با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب سینوسی

نسبی جانبی بین موشک و هدف را برای حالتی که شتاب هدف شیب می‌باشد، نشان می‌دهند. شکل ۱۱ نشان می‌دهد قانون هدایت پیشنهادی به خوبی توانسته است موشک را در طی یک زمان محدود به هدف برساند. این در حالی است که قانون هدایت تناسبی افزودنی با وجود آن که شتاب هدف را در نظر می‌گیرد، ناپایدار شده و هیچ‌گاه با شرایط ذکر شده نمی‌تواند موشک را به هدف برساند. همچنین از شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نیز مشخص است که سرعت‌های نسبی با استفاده از قانون هدایت پیشنهادی بعد از یک زمان محدود به سمت صفر میل می‌کنند، ولی سرعت‌های نسبی جانبی قانون هدایت تناسبی ناوبری افزودنی هیچ‌گاه به سمت صفر میل نمی‌کنند. این یعنی این که نرخ چرخش خط دید در قانون هدایت ناوبری تناسبی افزودنی- در صورت این که هدف دارای مانور نسبتاً شدیدی باشد- به سمت صفر میل نمی‌کند و بزرگترین مشخصه این قانون دیگر نمی‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد، در صورتی که قانون ترکیبی جدید با حفظ سادگی در برابر مانورهای بسیار شدید هدف، باز هم مقاوم می‌باشد.

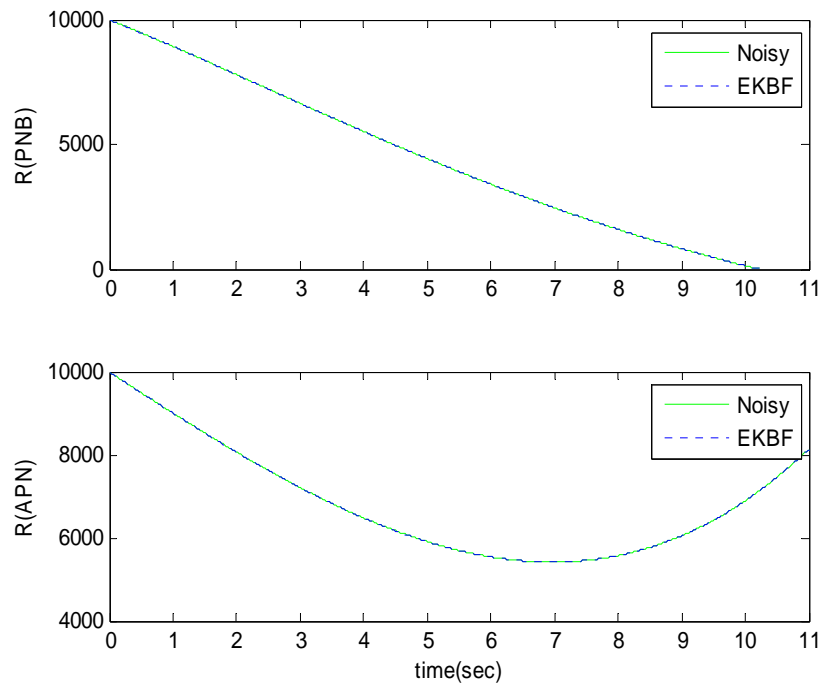
همان‌طور که می‌دانیم قانون هدایتی مطلوب دارای چند ویژگی می‌باشد. الف) دامنه قانون هدایت مطلوب نباید از یک مقدار معقول بیشتر تجاوز کند. ب) قانون هدایت مطلوب باید به‌صورتی باشد که در موشک قابل اعمال باشد. به‌عنوان مثال نوسانات زیاد و تغییرات سریع قانون هدایتی مطلوب نمی‌باشند. بر این اساس، همان‌طور که در شکل ۹ و شکل ۱۰ نشان داده شده است قانون هدایت تناسبی افزودنی دارای نوسانات بسیار زیاد می‌باشد، در صورتی که قوانین هدایت پیشنهادی اندکی نوسان دارند. از طرفی مقدار بیشینه قوانین هدایت هم در شکل ۹ و هم در شکل ۱۰ بیشتر از قانون هدایت تناسبی می‌باشد. در شکل ۱۰ این مطلب به‌وضوح دیده می‌شود.

ب) مقایسه مقاوم بودن قوانین هدایتی

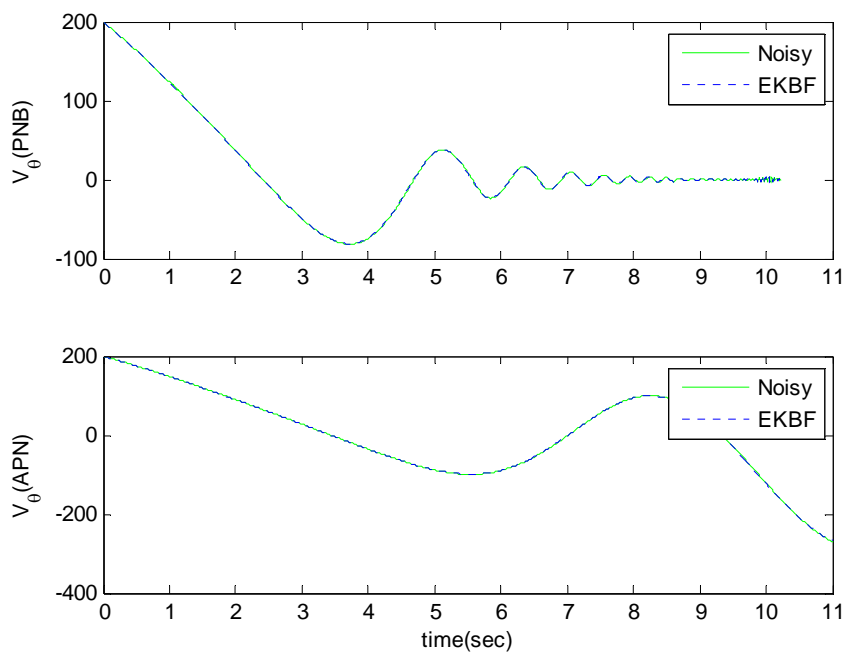
برای بررسی مقاومت قوانین هدایت پیشنهادی و ناوبری تناسبی افزودنی، فرض می‌کنیم شتاب هدف به صورت شیب باشد. شکل ۱۲ فاصله نسبی بین موشک و هدف را برای قوانین هدایتی پیشنهادی و هدایت ناوبری تناسبی افزودنی همراه با تخمینگر توسعه‌یافته برای شتاب شیب نمایش می‌دهد. شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نیز سرعت‌های



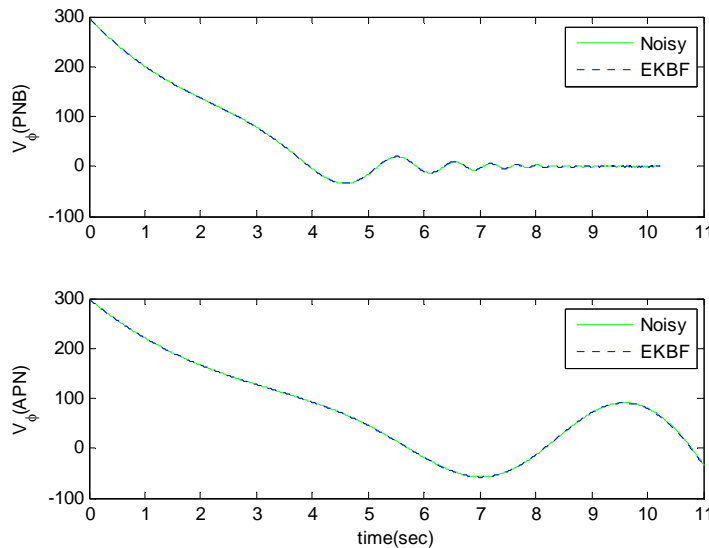
شکل ۱۱- خطای تخمین (خطای بین تخمین و حالت واقعی)



شکل ۱۲- فاصله نسبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب شیب



شکل ۱۳- سرعت نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب شیب



شکل ۱۴- سرعت نسبی جانبی نویزی و تخمین زده شده با استفاده از قوانین هدایت PNB و APN با شتاب شیب

نتیجه گیری

در این مقاله قوانین هدایت ناوبری تناسبی و بازگشت به عقب با هم ترکیب شده و قانون هدایت جدیدی پیشنهاد شده است. همچنین ضرایب ثابت در این قانون هدایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه شده است. حالت‌های سیستم با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته تخمین زده شده‌اند. در این مقاله حالت اندازه‌گیری شده توسط سنسور، فاصله نسبی موشک و هدف می‌باشد. برای سنجش کارایی قانون هدایت پیشنهادی، این قانون با قانون هدایت تناسبی افزودنی مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که قانون هدایت پیشنهادی قادر است موشک را در مدت زمان کمتر، شرایطی مقاوم در برابر اغتشاشات و همچنین با به‌کارگیری قوانین هدایتی دارای نوسان و لذا دستیابی به بیشینه‌ای کمتر، به هدف برساند.

مراجع

[2] Farrell, J., Sharma, M., and Polycarpou, M. "Backstepping-based flight control with adaptive function approximation", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2005, Vol. 28, No. 6, pp. 1089–1102.

[3] Ju, H. S., and Tsai, C. C. "Longitudinal axis flight control law design by adaptive backstepping", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2007, Vol. 43, No. 1, pp. 311–329.

[4] Lane, S. H., and Stengel, R. F. "Flight control design using non-linear inverse dynamics", *Automatica*, 1998, Vol. 24, No. 4, pp. 471–484.

[5] Moosapour, S. H., Bagherzadeh, M., Alizadeh, G., Ghaemi, S. "Backstepping guidance law design for missile against maneuvering targets", presented at the 2nd International Conference on Control, Instrumentation, and Automation (ICCA), 2011, pp. 600-605.

[6] Moosapour, S. H. "Tree-Dimensional Air to Surface Missile Guidance based on nonlinear model", M.S. Thesis, 2012, pp: 34-37.

[7] Sonneveldt, L., Chu, Q. P. and Mulder, J. A. "Nonlinear flight control design using constrained adaptive backstepping", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 2007, Vol. 30, No. 2, pp. 322–326.

[8] Yao, Y., Yang, B., He, F., Qiao, Y., and Cheng, D. "Attitude control of missile via Fliess Expansion", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, Vol. 16, No. 5, pp. 9

[1] Bodson, M., and Groszkiewicz, J. E. "Multivariable adaptive algorithms for reconfigurable flight control", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1997, Vol. 5, No. 2, pp. 217–229.