

بررسی میزان رسانش پوشش‌های متخلخل در طی فرآیند پیرگرمایی

اسماعیل پورسعیدی^{*}، محمدرسول جوادی سیگارودی^۲، جواد رحیمی^۲، محمدحسن طالقانی^۴، امیرحسین فرتاش^۲، یوسف یوسفی جمال آباد^۲، صبا نورسینا^۵

- ۱- استاد مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران
 - ۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران
 - ۳- دانشجوی دکتری مکانیک طراحی کاربردی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران
 - ۴- دانشجوی کارشناسی ارشد مکانیک تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
 - ۵- فارغ‌التحصیل کارشناسی مواد و متالورژی، دانشکده مهندسی مواد، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران
- (دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۱۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۲)

چکیده

قرارگیری پوشش‌های سد حرارتی در دما بالا، باعث ایجاد پخت در لایه سرامیکی شده و این امر تغییرات درصد تخلخل را همراه دارد. با توجه به این موضوع که ضریب رسانش حرارتی هوا موجود در تخلخل لایه‌ها بسیار کمتر از مواد سرامیکی موجود در پوشش است، کاهش و یا افزایش تخلخل تغییرات ضریب رسانش پوشش را به دنبال خواهد داشت که این امر بر عملکرد کلی لایه‌های پوشش، تأثیر مستقیم دارد. در این پژوهش ابتدا بر روی نمونه‌های تهیه شده از پره توربین از جنس Inconel738، پوشش سد حرارتی اعمال شد و سپس نمونه‌ها در مدت زمان مشخص در داخل کوره تحت فرآیند پیرگرمایی قرار داده شدند. تغییرات تخلخل موجود در لایه سرامیکی پوشش در طی فرآیند پیرگرمایی با استفاده از پردازش تصاویر SEM بررسی شد. درصد تخلخل موجود در تصاویر به دست آمده از SEM در نرم‌افزار ImageJ تعیین شده و در نرم‌افزار OOF2 ضریب رسانش حرارتی در تخلخل‌های مختلف به صورت عددی محاسبه شد. به منظور صحت سنجی نتایج عددی، توزیع دما بر روی پوشش‌های سد حرارتی با حل تحلیلی معادله انتقال حرارت فوریه به دست آمد. مطابق آنالیز تصاویر SEM به دست آمده از نمونه‌ها طی ساعات پیرگرمایی مختلف، مشاهده شد که با افزایش ساعات پیرگرمایی در طی ۴۸ ساعت، درصد تخلخل کل لایه سرامیکی ۸٪ کاهش داشته است. مطابق نتایج به دست آمده با کاهش تخلخل در لایه سرامیکی افزایش ضریب رسانش حرارتی مشاهده می‌شود که این امر باعث افزایش دمای بستر شده و به مرور زمان عملکرد اصلی این نوع پوشش‌ها را کاهش می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: پوشش‌های سد حرارتی، ضریب رسانش حرارتی، تخلخل، ImageJ، OOF2

The investigation of change in thermal conductivity of porous coatings during the aging process

Esmail Poursaeidi^{*}, Mohammadrasoul Javadi Sigaroodi, Javad Rahimi, Mohammadhasan

Taleghani, Amirhosein Fartash, Yousef Yousefi Jamal abad and Saba Noorsina

Abstract

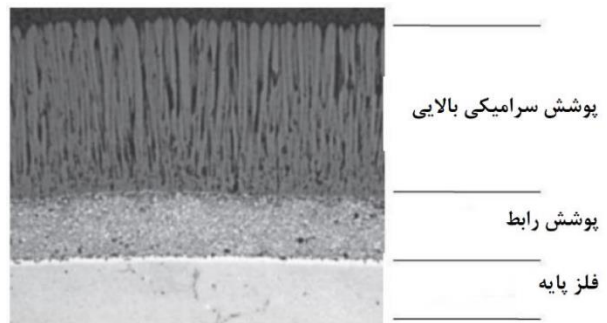
Exposure of the TBCs layers to high temperatures for a long time causes sintering in the ceramic layer, resulting in changes in the porosity. Since the thermal conductivity of air in the porosity of the layers is much lower than the ceramic material in the coating, a decrease or increase in the percentage of porosity will end up with changes in the conductivity of the layer, which subsequently affect the overall efficiency. In this study, a TBC was first applied to the prepared samples from Inconel738 turbine blades. The samples were subjected to an aging process in the furnace for a specified time. The porosity changes in the ceramic layer of the coating during the aging process were investigated using image processing of the SEM images. The porosity of the images obtained from SEM and thermal conductivity in different porosities were determined by OOF2 and ImageJ software, respectively. To validate the numerical results, temperature distribution on the thermal barrier coatings is obtained by the analytical solution of the Fourier equation. According to the analysis performed on the SEM images gathered from the samples during different aging hours, it is observed that by increasing the aging hours during 48 hours, the percentage of porosity of the whole ceramic layer decreased by 8%. According to the results, by decreasing porosity in the ceramic layer, an increase in thermal conductivity has been observed, followed by an increase in the substrate's temperature and a decrease in the overall performance over time.

Key words: Thermal barrier coatings, thermal conductivity, Porosity, ImageJ, OOF2

مقدمه

پوشش‌های سد حرارتی (TBC) به عنوان عایق حرارتی به طور گسترده در توربین‌های گازی مدرن و موتورهای جت به منظور حفاظت از این اجزا در برابر تخریب‌های ناشی از حرارت و خوردگی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مطابق شکل ۱، سیستم‌های TBC معمولاً از ترکیب لایه‌های مختلف ساخته می‌شوند که هر لایه عملکردی خاص دارد. لایه‌ی بالایی عایق حرارتی از جنس سرامیک (ZrO_2) پایدار شده با ۸٪ ایتریا) بوده که به روش اسپری حرارتی ساخته می‌شود.

لایه‌ی عایق سرامیکی بر روی لایه‌ی رابط فلزی اعمال می‌شود. هدف از اعمال لایه رابط، افزایش چسبندگی لایه سرامیکی و افزایش مقاومت در برابر اکسیداسیون می‌باشد [1,2].



شکل ۱- لایه‌های مختلف یک سیستم پوشش مقاوم حرارتی

این پوشش‌ها در دماهای بالاتر از ۱۲۰۰ درجه سانتی‌گراد و در محیط‌های خورنده حاوی نمک‌های ناشی از مواد موجود در محصولات احتراق سوخت مانند اکسیدهای ولنادیم و سولفات سدیم، به دلیل واکنش نمک‌ها با ایتریا، لایه‌های پوشش دچار خوردگی داغ و تخریب می‌شوند.

طی سال‌های اخیر پژوهشگران زیادی پوشش‌های سد حرارتی را از جنبه‌های مختلفی مورد مطالعه قرار داده‌اند. از آنجایی که رفتار این پوشش‌ها متأثر از پارامترهای بسیاری می‌باشد، دسته بندی‌های مختلفی را می‌توان برای مرور کارهای انجام شده در این زمینه تصور نمود از جمله: بررسی خواص مکانیکی TBCها، انجام آزمایش‌های مختلف (حرارتی، سایش و خوردگی)، بررسی روش‌های مختلف اعمال پوشش و پارامترهای حین پوشش دهی.

پژوهش میلر و ژو [3] جزء اولین مطالعاتی است که در آن به بررسی تغییرات ضریب رسانش و مدول الاستیسیته پوشش‌های سد حرارتی طی آزمایش خستگی حرارتی پرداخته شده است. آن‌ها آزمایش خستگی حرارتی را توسط یک لیزر و

خنک کاری نمونه از سطح پشتی انجام دادند. دمای سطح پوشش و بستر را به ترتیب توسط دماسنج و ترموکوپل نوع K اندازه‌گیری کردند. آن‌ها دریافتند که ضریب انتقال حرارت سختی و مدول الاستیسیته در طول مدت آزمایش افزایش می‌یابد.

ضیایی اصل و همکاران [4] به بررسی تأثیر گرادیان دمایی احساس شده در پره‌ی پوشش‌دار پرداختند. آن‌ها با استفاده از نرم‌افزار Ansys-CFX پره را مدل کرده و توانستند بیشینه و متوسط دمایی را که پره احساس می‌کند را در ضخامت‌های مختلف پوشش بدست بیاورند. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که با افزایش ضخامت پوشش، میانگین دمایی پره کاهش می‌یابد.

چلیچتینگ و همکاران [5] به بررسی خواص YSZ در دماهای مختلف بین ۲۵ درجه سانتی‌گراد تا ۱۰۰۰ درجه سانتی‌گراد پرداختند. آن‌ها این اندازه‌گیری را برای دو حالت ۸٪ مول YSZ و ۳٪ مول YSZ انجام دادند. هدف این کار بررسی تأثیر تخلخل بر هدایت حرارتی YSZ بود. به این ترتیب تخلخل ایجاد شده پوشش قابل کنترل شد. آن‌ها، برای اندازه‌گیری چگالی قطعه‌ها از اصل ارشمیدس کمک گرفتند. در ادامه برای بررسی دقیق‌تر نمونه‌های مورد نظر از تصویر برداری SEM استفاده شد. سپس، توانستند با استفاده از دو روش عددی و تجربی مقدار ضریب انتقال حرارت هدایتی را برای این دو ماده گزارش کنند که رابطه مورد استفاده در روش عددی عبارت است از

$$\frac{K_{Porosity}}{K_{Fully-dense}} = 1 - \frac{4}{3} \phi \quad (1)$$

انجل و همکاران [6] به بررسی ضریب انتقال حرارت هدایتی YSZ با اضافه کردن یکی از دو ماده (آلمینیوم) Al_2O_3 و یا (مولایت) $SiO_2-Al_2O_3$ از دو طریق تجربی و عددی پرداختند. آن‌ها به منظور انجام شبیه‌سازی عددی از نرم‌افزار OOF2 استفاده کردند. با توجه به نتایج بدست آمده می‌توان گفت که در حالتی که Al_2O_3 اضافه شده باشد، میزان ضریب انتقال حرارت هدایتی در مقایسه با حالتی که مولایت اضافه شده باشد، بیشتر است. به طوری که با افزایش ۲۰٪ آلومینا میزان ضریب انتقال حرارت به بیشترین میزان خود رسید.

پرداختند. نتایج تجربی نشان داد که اعمال عملیات حرارتی منجر به افزایش ۵ تا ۳۰ درصدی هدایت حرارتی در TBC‌های APS می‌شود.

امکان تعیین خواص ماکروسکوپی مواد بر اساس میکروساختار آن‌ها در علوم مواد از اهمیت بالایی برخوردار است. تحلیل المان محدود شی‌گرا در مرکز محاسبات و تئوری علوم مواد (CTCMS) در موسسه ملی استاندارد و تکنولوژی آمریکا (NIST)، امکان مدلسازی دوبعدی ساختارهای پیچیده را بر اساس عکس‌هایی از میکروساختار واقعی فراهم می‌کند. در سال‌های اخیر از این روش به منظور شبیه‌سازی خواص ترمومکانیکی پوشش‌های سد حرارتی به طور گسترده استفاده شده است [12,13,14].

به منظور مدلسازی المان محدود از روش المان محدود شی‌گرا استفاده شده است [15,16,17]. در این روش تصاویر گرفته شده توسط میکروسکوپ الکترونی به منظور تولید شبکه‌بندی مدل المان محدود مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مزیت استفاده از این روش توانایی استخراج مدل از تصاویر واقعی و در واقع در نظرگیری تمامی جزئیات شامل حفره‌ها، عیوب و فازهای مختلف می‌باشد؛ که این امر موجب تخمین بهتری از رفتار نمونه‌ی واقعی خواهد شد. در این پروژه از نرم‌افزار OOF2 برای محاسبه ضریب رسانش حرارتی استفاده شده است [18,19,20].

با توجه به مطالعات صورت گرفته می‌توان نتیجه گرفت که با وجود تحقیقات بسیاری که در این زمینه انجام گرفته است، اما به دلیل گستردگی مباحث و کاربردها، همچنان درک درستی از اثر حضور تخلخل و تغییرات ضریب رسانش حرارتی ناشی از آن، در بین لایه‌های پوشش وجود ندارد. مطالعات عددی صورت گرفته نیز بر روی پوشش‌ها عمداً با ساده سازی در هندسه لایه‌ها و مسطح در نظر گرفتن فصل مشترک لایه‌ها همراه بوده است. ولی در این پژوهش به منظور افزایش دقت نتایج، سعی شده تا با آنالیز تصاویر به دست آمده از SEM و استفاده از تصاویر واقعی لایه‌های پوشش در شبیه‌سازی عددی، تاثیر درصد و نحوه جهت‌گیری تخلخل‌های موجود در لایه سرامیکی روی ضریب رسانش حرارتی پوشش سد حرارتی بررسی شود.

ماسایوکی و همکاران [7] به بررسی کاهش هدایت حرارتی با ارائه یک پوشش سد حرارتی متخلخل (P-TBC) پرداختند. ترکیبی از پودر زیرکونیا و پلی‌استر برای تشکیل چنین ریزساختار متخلخل استفاده شده است. نتایج نشان داد که هدایت حرارتی P-TBC با افزایش تخلخل به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد. یک مدل المان محدود بر اساس تصویر SEM ساخته شده است. آنالیز FE نشان می‌دهد که وجود تخلخل جریان گرما را مختل می‌کند. بنابراین، در مقایسه با خطوط نسبتاً مستقیم برای TBC که دارای تخلخل کمی می‌باشد وجود تخلخل باز در داخل P-TBC طول خطوط جریان گرما را افزایش می‌دهد.

چن و همکاران [8] به بررسی عایق حرارتی پوشش پلاسما اسپری YSZ معمولی و نانو ساختار پرداختند. ضخامت پوشش YSZ بدون لایه رابط ۱۵۰ میکرومتر می‌باشد در دمای 1200°C ، افت دما برای YSZ نانو ساختار ($\Delta T = 98^{\circ}\text{C}$)، ۵۰/۸ درصد در مقایسه با پوشش YSZ معمولی ($\Delta T = 65^{\circ}\text{C}$) (افزایش می‌یابد که نشان می‌دهد پوشش YSZ نانو ساختار دارای قابلیت عایق حرارتی بالاتری نسبت به پوشش YSZ معمولی است که عمدتاً به دلیل ریزساختار خاص آن با ذرات نیمه مذاب بیشتر ($0.54 \pm 0.21/78$)، تخلخل بیشتر (0.35) ± 0.81) و مقاومت بهتر در برابر پخت می‌باشد.

هولنگ و همکاران [9] به بررسی تأثیر منافذ مختلف بر هدایت حرارتی پوشش‌های سد حرارتی YSZ پرداختند. پوشش‌های اعمال شده با روش APS دارای ریزساختار پیچیده با منافذ مختلفی هستند که هدایت حرارتی را به میزان قابل توجهی کاهش می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که منافذ مختلف تأثیرات متفاوتی بر کاهش هدایت حرارتی دارند. منافذ کوچک و عمودی بیشترین تأثیر را دارند.

سونگ و همکاران [10] به بررسی تأثیر ریزساختار بر هدایت حرارتی پوشش‌های Al_2O_3 -YSZ پلاسما اسپری پرداختند. رابطه نزدیکی بین هدایت حرارتی پوشش‌ها و ریزساختار آن‌ها مشاهده می‌شود و پوشش‌های Al_2O_3 -YSZ با منافذ کروی بیشتر، ترک‌های عمودی کمتر و دانه‌های ریز کمترین هدایت حرارتی 0.91 W/m.K را نشان می‌دهند.

ترکاشوند و همکاران [11] به بررسی عددی و تجربی برای یافتن تأثیر درصد و توزیع تخلخل و عملیات حرارتی بر مقدار هدایت حرارتی پوشش‌های سد حرارتی پلاسما اسپری

روش عددی

ابتدا به تخمین درصد تخلخل به کمک تصاویر SEM پرداخته می‌شود. حفره‌ها در تصاویر SEM با بزرگ‌نمایی ۱۰۰۰ برابر قابل تشخیص می‌باشند. از این رو برای تخمین مقدار تخلخل تعدادی تصویر از مقطع مورد نظر انتخاب و توسط نرم‌افزار ImageJ تبدیل به تصاویر باینری شد تا مقادیر تخلخل موجود در لایه سرامیکی پوشش مورد بررسی قرار گیرد. تصاویر پس از بررسی تخلخل وارد نرم‌افزار OOF2 شده و داده‌های موجود در تصویر به دو دسته سیاه و سفید تبدیل می‌شود که به ترتیب بیان‌گر تخلخل و لایه سرامیکی می‌باشد. سپس شرایط مرزی دما ثابت برای دو مرز بالا و پایین و شرط مرزی عایق برای دو مرز چپ و راست اعمال و مقدار انتگرال شار حرارتی محاسبه می‌شود. در نهایت مقدار ضریب رسانش با حل قانون فوریه رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$\dot{Q} = -KA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (2)$$

وجود حفره‌ها نقشی تعیین کننده در نحوه توزیع دما را ایفا می‌کنند. به طوری که اندازه و جهت‌گیری آن‌ها می‌تواند انتقال حرارت را تحت تأثیر قرار دهد. درصد تخلخل یکی از عوامل تعیین کننده در مقدار ضریب رسانش حرارتی می‌باشد. تاکنون چندین مدل تحلیلی به منظور تعیین ضریب رسانش مواد چندفازی ارائه شده است. دو مورد از اولین روابطی که در این زمینه مورد استفاده قرار گرفت در رابطه (۳) و (۴) بیان شده است:

$$\frac{K_{eff}}{K_d} = \frac{1-p}{1+0.5p} \quad (3)$$

$$\frac{K_{eff}}{K_d} = 1 - \frac{3}{4}p \quad (4)$$

با این وجود به طور کلی، تنها با داشتن مقدار درصد تخلخل کل نمی‌توان به طور قطع مقدار ضریب رسانش را تعیین کرد. چرا که اندازه و نحوه توزیع و جهت‌گیری حفره‌ها نیز نقشی تعیین کننده خواهد داشت و این موارد نیز نیازمند بررسی می‌باشند. در پوشش‌های سد حرارتی اندازه و نحوه توزیع و جهت‌گیری حفره‌ها کاملاً تصادفی بوده و تابعی از پارامترهای پوشش‌دهی است. با توجه به شکل نامنظم حفره‌ها

همچنین نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی عددی با استفاده از حل معادله رسانش فوریه بر روی پوشش سد حرارتی به صورت تحلیلی صحت سنجی شده است.

مواد و روش‌ها

بررسی رفتار پوشش‌های سد حرارتی تحت شرایط کارکرد واقعی امری چالش برانگیز است؛ چرا که علاوه بر ظهور مشکلات فنی و علمی متعدد در حین آزمایش مقاومت این پوشش‌ها، آزمایش آن‌ها در شرایط واقعی بسیار پرهزینه خواهد بود؛ بنابراین، در این پژوهش از پره یک توربین، نمونه‌هایی از جنس سوپر آلیاژ پایه نیکل (Inconel 738) استخراج شده و بر روی این نمونه‌ها پوشش مورد نظر اعمال گردید. به این منظور پودر NiCrAlY با مشخصات ذکر شده در جدول ۱ برای پوشش رابط انتخاب شده است. ضخامت این لایه برابر با ۱۰۰ میکرون در نظر گرفته شد. برای پوشش لایه‌ی پوشش سرامیکی با ضخامت ۳۵۰ میکرون پودر $ZrO_2-8\% \text{ wt. } Y_2O_3$ می‌باشد. تصویر ماکروسکوپی پوشش‌های مقاوم حرارتی بعد از اعمال روی نمونه پولکی شکل از جنس سوپر آلیاژ پایه نیکل در شکل ۲ نشان داده شده است.



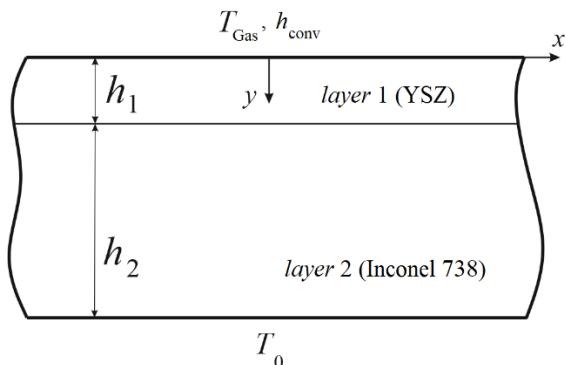
شکل ۲- تصویر ماکروسکوپی پوشش مقاوم حرارتی

نمونه‌ها در دما ۱۱۰۰ درجه سانتی‌گراد طی مدت ۴، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ساعت تحت آزمایش پیرگرمایی قرار گرفتند.

جدول ۱- مشخصات مواد استفاده شده برای لایه‌های مختلف

	بستر	بستر	
پوشش سرامیکی	NiCrAlY	Inconel 738	جنس
ZrO ₂ -8% wt. Y ₂ O ₃	۱۰۰ میکرون	۳ میلی‌متر	ضخامت
۳۵۰ میکرون	۶۰-۱۰۰ میکرون	-	اندازه ذرات
۴۵-۱۰۰ میکرون			

مقطع سیستم پوشش سد حرارتی در شکل زیر معرفی شده است.



شکل 3: سطح مقطع پوشش سد حرارتی اعمال شده بر روی بستر از جنس سوپرآلیاژ پایه نیکل. پوشش سد حرارتی در معرض گازهای داغ قرار گرفته است.

به کمک تبدیل انتگرالی فوریه، معادله انتقال حرارت فوریه به صورت تحلیلی حل می‌شود. جهت تمییز دادن میان لایه‌های بستر و لایه سرامیکی از بالانویس (k) استفاده شده است. به این ترتیب $k=1$ نمایانگر لایه محافظ سرامیکی و $k=2$ نشان دهنده لایه بستر می‌باشد. معادله حاکم بر میدان دما که از ادغام معادله رسانش فوریه و معادله بقای انرژی حاصل شده، به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\frac{\partial^2 T^{(k)}(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T^{(k)}(x, y)}{\partial y^2} = 0 \quad (5)$$

شرایط مرزی بر روی مرز آزاد لایه‌ی محافظ و مرز تحتانی بستر به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$-K^{(1)} \frac{\partial T^{(1)}(x, 0)}{\partial y} = h_{conv} [T_{Gas} - T^{(1)}(x, 0)] \quad (6)$$

$$T^{(2)}(x, h) = T_0 \quad (7)$$

که T_{Gas} و h_{conv} به ترتیب، نشان دهنده ضریب انتقال حرارت جابجایی و دمای گاز می‌باشد. شرایط پیوستگی دما و شار حرارتی در فصل مشترک در روابط زیر ارائه شده است:

$$T^{(1)}(x, h_1) = T^{(2)}(x, h_1) \quad (8)$$

$$-\frac{\partial T^{(1)}(x, h_1)}{\partial y} = -k_p \frac{\partial T^{(2)}(x, h_1)}{\partial y} \quad (9)$$

که در رابطه (۹) $k_p = K^{(2)}/K^{(1)}$ بوده و $K^{(1)}$ و $K^{(2)}$ به ترتیب ضریب رسانش حرارتی لایه محافظ و بستر هستند. تبدیل فوریه مختلط تابعی چون $g(x)$ به صورت زیر معرفی می‌شود:

تخصیص پارامترهایی مشخص برای اندازه، جهت‌گیری و توزیع کاری دشواری خواهد بود.

با این حال اگر مطالعه بر روی تعداد زیادی از پوشش‌های سد حرارتی با توزیع تصادفی انجام شود، اطلاعات مناسبی از روند تأثیر پارامتر تصادفی تخلخل بر روی مقدار ضریب رسانش ایجاد خواهد شد. لذا برای بررسی این موضوع مطالعات و شبیه‌سازی‌های عددی بر روی تصاویری از میکروساختارها با بزرگ‌نمای‌های مختلف انجام شد. همچنین به منظور حذف پارامتر هندسه بر روی بخشی از مطالعات، درصد تخلخل کل موجود در پوشش مورد بررسی به صورت مصنوعی تغییر کرد. در این حالت در یک هندسه ثابت با یکسان نگه داشتن جهت گیری تخلخل‌ها، درصد تخلخل کل لایه به صورت مصنوعی بر روی مقادیر ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰٪ تنظیم می‌شود. با این کار از تاثیر نوع پراکندگی و جهت گیری تخلخل در درون لایه سرامیکی صرف نظر شده و تنها تاثیر تغییرات درصد تخلخل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

روش تحلیلی

در این بخش به بررسی تحلیلی رفتار سیستم پوشش سد حرارتی تحت بارگذاری حرارتی دما ثابت (پیرگرمایی) پرداخته شده است. به همین منظور، توزیع دمای پایای ایجاد شده در داخل لایه پوشش و بستر به واسطه توزیع دمای غیریکنواخت بر روی مرز آزاد پوشش سد حرارتی بدست آمده است.

با توجه به اینکه پره توربین در معرض گازهای داغ حاصل از احتراق قرار دارد، با حل معادله انتقال حرارت فوریه، توزیع دمای پایا در لایه محافظ سرامیکی و بستر از جنس سوپر آلیاژ پایه نیکل بدست می‌آید. فرض بر این است که بعد طولی لایه‌ها در جهت محور x در مقایسه با ضخامت لایه‌ها دارای مقدار بسیار زیادی بوده و لایه محافظ به صورت ایده‌آل به بستر چسبیده باشد. جهت تسهیل در محاسبات، $h = h_1 + h_2$ در نظر گرفته می‌شود. شرایط مرزی حرارتی، به صورت جابجایی در مرز بالایی لایه محافظ و دمای ثابت در مرز پایینی بستر اعمال می‌شود. جهت حل معادله انتقال حرارت پایا، از تبدیل انتگرالی فوریه استفاده شده و پس از بدست آوردن توزیع دما در فضای فوریه، به منظور دستیابی به توزیع دما در فضای حقیقی، معکوس تبدیل فوریه اعمال می‌گردد. هندسه سطح

بررسی استقلال نتایج از شبکه مش بندی، هندسه‌ای با کمترین درصد تخلخل (۱۰ درصد) در نظر گرفته شد.

مطابق داده‌های موجود در جدول شماره ۲، تعداد ۲۰۰۰۰ سلول مقدار بهینه بوده و در شبیه‌سازی‌های عددی از این تعداد سلول استفاده شده است.

جدول ۲- مقایسه ضریب انتقال حرارت هدایتی در تعداد سلول‌های مختلف برای ۱۰ درصد تخلخل

تعداد مش	۷۰۰۰	۱۴۰۰۰	۲۰۰۰۰	۳۵۰۰۰
ضریب رسانش	۲/۲۷۱	۲/۲۴۸	۲/۲۳۷	۲/۲۳۷

صحت سنجی حل عددی

به منظور صحت سنجی حل عددی با استفاده از نتایج تحلیلی حاصل از رسم توابع میدان دما در رابطه (۱۴) و (۱۵)، مطابق شکل ۴ توزیع دما با استفاده از هر دو روش به دست آمد. خواص هندسی و حرارتی در نظر گرفته شده برای لایه سرامیکی پوشش سد حرارتی و بستر در این مسئله مطابق داده‌های موجود در جدول شماره ۳ می‌باشد.

جدول شماره ۳ - خواص حرارتی و هندسی در نظر گرفته شده به منظور صحت سنجی حل عددی

بستر	لایه سرامیکی	
۱۵	۲	ضریب رسانش حرارتی $(\frac{w}{m.K})$
۱۵	۰.۵	ضخامت (mm)

در شکل ۴ بر روی مرز آزاد لایه سرامیکی، شرط انتقال حرارت به صورت جابه‌جایی با دمای گاز ۱۱۰۰ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده است.

با توجه به اینکه مرز زیرین بستر در مجاورت کلنال‌های خنک کاری قرار دارد، فرض توزیع دمای ثابت (۶۰۰ درجه سانتی‌گراد) در این مرز در نظر گرفته شده است [21].

نمودار رسم شده در شکل ۴ بیان‌گر نتایج به دست آمده از روش عددی و تحلیلی می‌باشد. با توجه به این نکته که نتایج به دست آمده از تحلیل عددی به خوبی نمودار مربوط به اطلاعات به دست آمده از روش تحلیلی را دنبال می‌کند، می‌توان نتیجه گرفت که بررسی ضریب رسانش حرارتی سیستم پوشش سد حرارتی به صورت عددی با استفاده از نرم‌افزار

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega x} g(x) dx \quad (10)$$

و معکوس تبدیل فوری در رابطه زیر معرفی شده است:

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega x} g(x) dx \quad (11)$$

تبدیل فوری‌ی میدان دما $T^{(k)}(x, y)$ بر روی متغیر x با $T^{(k)}(\omega, y)$ نشان داده می‌شود. اعمال تبدیل فوری بر روی معادله (۵) به رابطه زیر منجر می‌شود:

$$\frac{d^2 T^{(k)}(\omega, y)}{dy^2} - \omega^2 T^{(k)}(\omega, y) = 0 \quad (12)$$

جواب معادله دیفرانسیل موجود در رابطه (۱۲) به صورت زیر حاصل خواهد شد:

$$T^{(k)}(\omega, y) = A_1^{(k)}(\omega)e^{-|\omega|y} + A_2^{(k)}(\omega)e^{|\omega|y}, \quad k = 1, 2 \quad (13)$$

که در معادله بالا $A_1^{(k)}(\omega)$ و $A_2^{(k)}(\omega)$ هنوز مجهول هستند. با اعمال تبدیل فوری بر روی شرایط مرزی و پیوستگی، روابط (۶) الی (۹) و ارضاء شرایط تبدیل یافته با استفاده از رابطه (۱۳)، دستگاه معادلات جبری خطی چهار معادله‌ی چهار مجهولی بدست خواهد آمد. پس از حل این دستگاه، مجهولات $A_1^{(k)}(\omega)$ و $A_2^{(k)}(\omega)$ بدست آمده و سپس در رابطه (۱۳) جایگذاری می‌شوند. شکل کامل $A_1^{(k)}(\omega)$ و $A_2^{(k)}(\omega)$ در پی‌نوشت آورده شده است. توزیع دما با اعمال معکوس تبدیل فوری، رابطه (۱۱)، بر روی رابطه (۱۳) بدست می‌آید. در نهایت، پس از ساده‌سازی، میدان دمای پایایی ایجاد شده در لایه سرامیکی و بستر به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$T^{(1)}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{A_1^{(1)} e^{\omega(h-y)} + A_2^{(1)} e^{\omega y}}{\Delta(\omega)} \cos \omega x d\omega \quad (14)$$

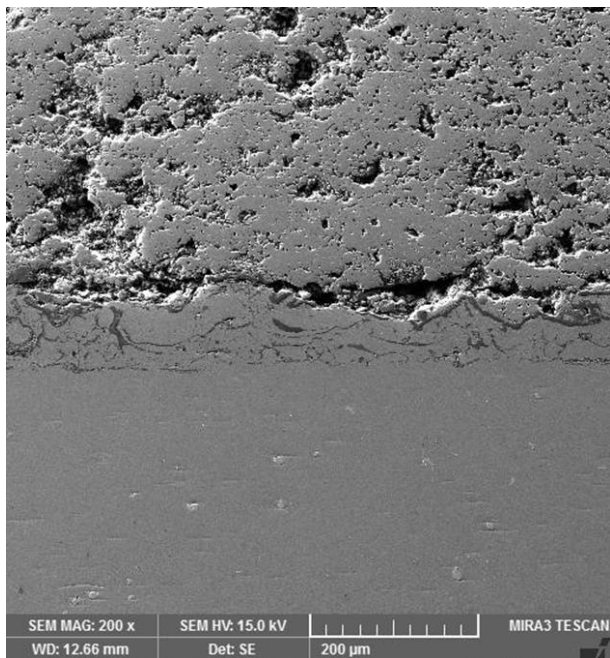
$$T^{(2)}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{A_1^{(2)} e^{\omega(h-y)} + A_2^{(2)} e^{\omega(y-h)}}{\Delta(\omega)} \cos \omega x d\omega \quad (15)$$

مطابق موارد ارائه شده در این بخش با استفاده از تعیین توزیع دمای پایا در سیستم پوشش سد حرارتی، امکان صحت سنجی شبیه‌سازی عددی صورت گرفته، فراهم می‌شود.

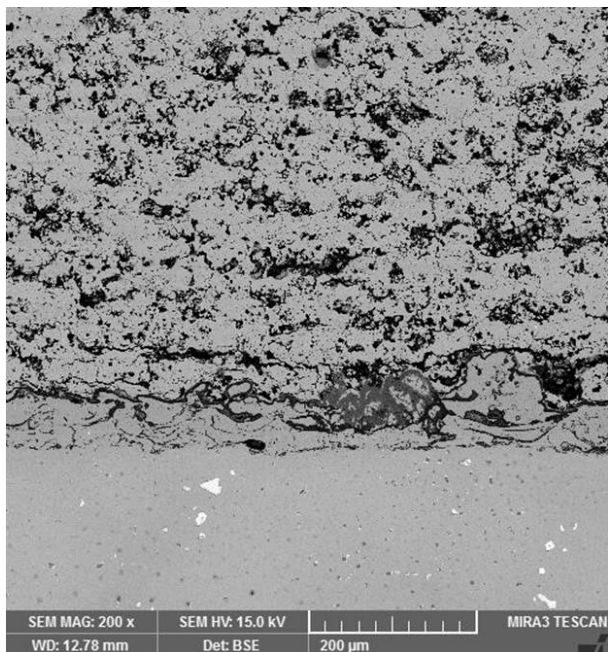
نتایج

استقلال از شبکه

با توجه به این نکته که با کاهش ابعاد تخلخل نیاز به مش بندی ریز تری می‌باشد تا کوچکترین تخلخل‌ها نیز به واسطه مش ایجاد شده در حل عددی تاثیر داده شوند، به منظور

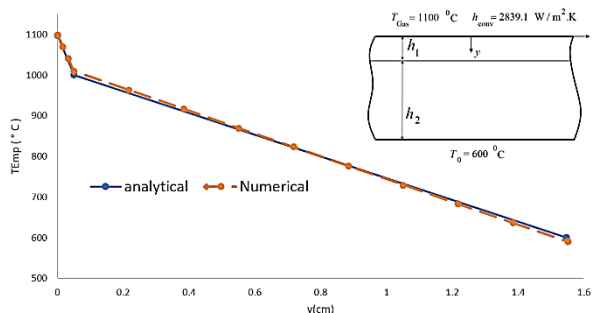


شکل ۵- SEM بدست آمده پس از قرار گیری به مدت ۲۴ ساعت داخل کوره در دمای ۱۰۷۰



شکل ۶- SEM بدست آمده پس از قرار گیری به مدت ۴۸ ساعت داخل کوره در دمای ۱۰۷۰

از OOF2 دقت مناسبی برخوردار بوده و نتایج به دست آمده از این نرم‌افزار با فیزیک حقیقی پوشش مطابقت دارد.



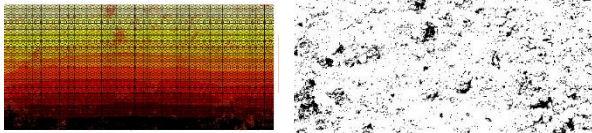
شکل ۴- مقایسه شبیه سازی عددی و حل تحلیلی

بررسی تغییرات تخلخل

تغییرات تخلخل با استفاده از آنالیزهای صورت گرفته بر روی تصاویر به دست آمده از میکروسکوپ الکترونی بررسی شد. به این منظور نمونه‌های قرار گرفته تحت آزمایش پیر گرمایی آماده‌سازی شده و از سطح مقطع این نمونه‌ها تصویر برداری صورت گرفت.

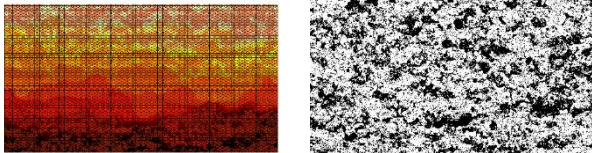
نتایج و تصاویر به دست آمده از نمونه‌های قرار گرفته تحت ۲۴ و ۲۸ ساعت آزمایش پیر گرمایی به ترتیب در شکل ۵ و شکل ۶ قابل مشاهده است.

به منظور بررسی دقیق‌تر تغییرات تخلخل ایجاد شده در لایه سرامیکی پوشش سد حرارتی مورد مطالعه، درصد تخلخل موجود در این لایه برای نمونه‌های مورد نظر با استفاده از نرم‌افزار ImageJ تعیین شد. نمودار این تغییرات در شکل ۷ قابل مشاهده است. مطابق این نمودار با افزایش ساعات پیر گرمایی از صفر ساعت (نمونه خام) تا ۴۸ ساعت میزان تخلخل موجود در لایه سرامیکی هفت درصد کاهش یافته است. با توجه به تصاویر بدست آمده می‌توان مشاهده کرد که با افزایش مدت زمان قرار گیری در داخل کوره تخلخل موجود در لایه سرامیکی کاهش می‌یابد که دلیل این امر وجود پخت می‌باشد.

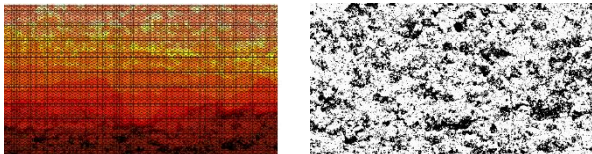


د

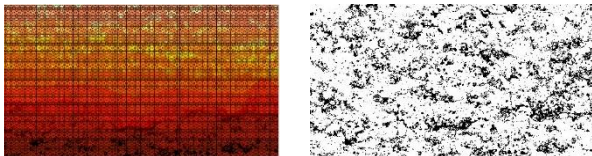
شکل ۸- بررسی تأثیر تغییرات تخلخل بر روی تغییرات دما در نمونه با ۲۴ ساعت پیرگرمایی برای تخلخل‌های الف) ۴۰٪، ب) ۳۰٪، ج) ۲۰٪، د) ۱۰٪.



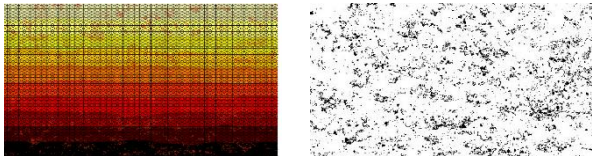
الف



ب



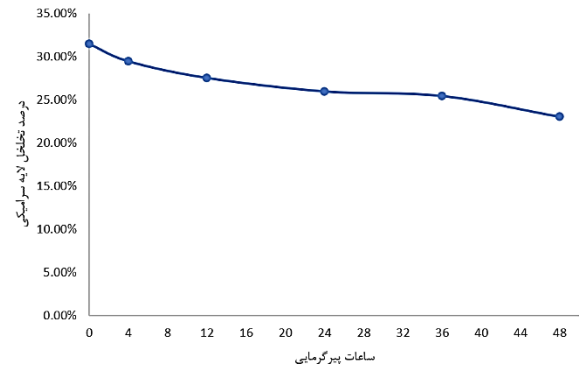
ج



د

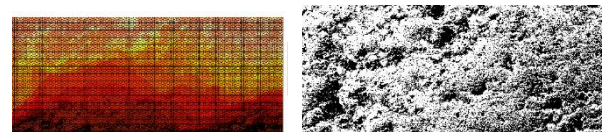
شکل ۹- بررسی میزان تخلخل و تأثیر آن روی کانتور دما در نمونه با ۴۸ ساعت پیرگرمایی برای تخلخل‌های الف) ۴۰٪، ب) ۳۰٪، ج) ۲۰٪، د) ۱۰٪.

سپس، با استفاده از مقدار شار حرارتی در راستای عمودی، می‌توان برای هر هشت حالت فوق، میزان ضریب انتقال حرارت هدایتی را تعیین کرد که مقدار تغییرات این ضریب برای دو نمونه مطابق شکل ۱۰ می‌باشد.

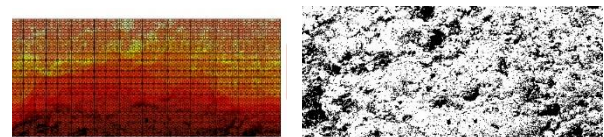


شکل ۷- تغییرات تخلخل ایجاد شده در لایه سرامیکی پوشش سد حرارتی طی ساعات مختلف آزمایش پیرگرمایی بررسی تأثیرات تخلخل بر روی ضریب رسانش

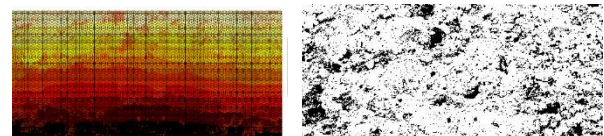
برای بررسی اثر تخلخل روی گرادیان دمایی و ضریب انتقال حرارت پوشش، درصد تخلخل‌هایی برابر با ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰٪ به روش مصنوعی برای یک هندسه ثابت تولید شدند. سپس، تصاویر مورد نظر وارد محیط OOF2 شده و با تقسیم بندی نواحی آن به دو قسمت تخلخل و لایه سرامیکی که ضریب هدایتی آن‌ها به ترتیب برابر با 0.25 (w/m.k) و $2/5 \text{ (w/m.k)}$ [22,23] می‌باشد، شبیه‌سازی صورت گرفت. لازم به ذکر است که در این شبیه‌سازی دمای سطح بالایی پوشش برابر با ۱۱۰۰ درجه و دمای سطح پایینی پوشش برابر با ۸۰۰ درجه در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده برای نمونه ۲۴ ساعت و ۴۸ ساعت پیرگرمایی به ترتیب در شکل ۸ و ۹ قابل مشاهده است.



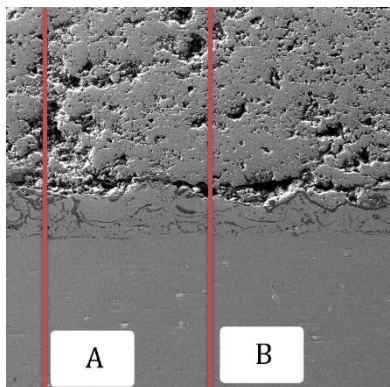
الف



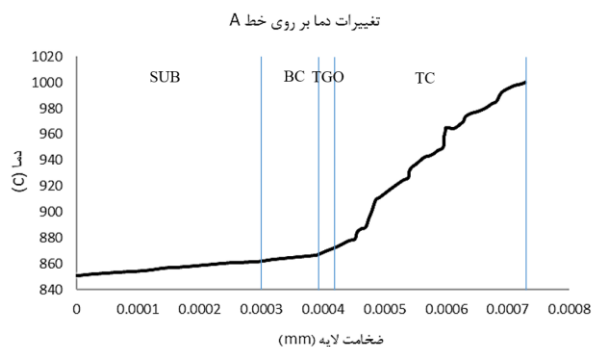
ب



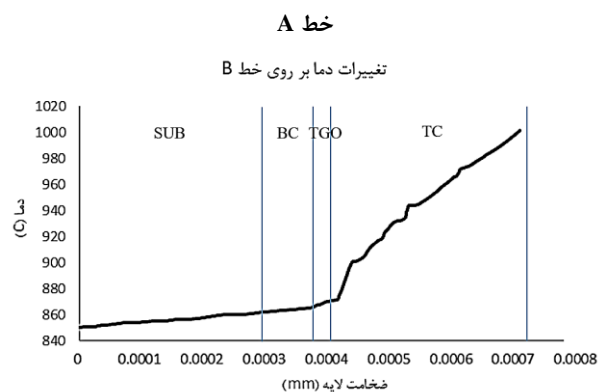
ج



شکل ۱۱ - خطوط در نظر گرفته شده به منظور بررسی تغییرات دما



شکل ۱۲ - روند تغییرات دما نمونه با ۲۴ ساعت پیرگرمایی در

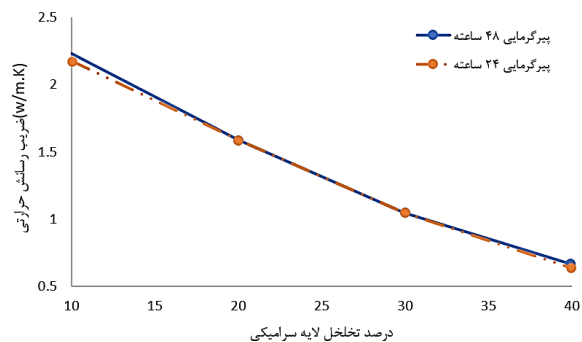


شکل ۱۳ - روند تغییرات دما نمونه با ۲۴ ساعت پیرگرمایی در

خط A
تغییرات دما بر روی خط A

خط B
تغییرات دما بر روی خط B

با توجه به شکل ۱۲ و ۱۳ می‌توان مشاهده کرد که در قسمت TC به دلیل استفاده از سرامیک با ضریب رسانش حرارتی پایین، بیشترین گرادیان دمایی مشاهده می‌شود که مقدار آن به ۱۲۰ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. پس از عبور از لایه سرامیکی شیب تغییرات دما ملایم شده است. به دلیل تفاوت در ضریب رسانش مواد، شیب تغییرات دمایی TGO از BC و بستر بیشتر می‌باشد.



شکل ۱۰ - روند تغییرات ضریب رسانش به واسطه تغییرات درصد تخلخل با دو جهت‌گیری مختلف

با توجه به شکل ۱۰ می‌توان نتیجه گرفت که درصد تخلخل‌ها به شدت روی ضریب انتقال حرارت هدایتی اثرگذار هستند. با کاهش میزان تخلخل از ۴۰٪ به ۱۰٪ رسانش حرارتی لایه سرامیکی تغییر شدید داشته و از ۰/۷ به ۲/۳ افزایش یافته است که این امر با توجه به کاهش هوا محبوس در تخلخل قابل توجیه می‌باشد.

همچنین با توجه به یکسان بودن روند تغییرات ضریب رسانش برای دو نمونه دارای دو هندسه و جهت‌گیری تخلخل متفاوت، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که نحوه توزیع و پراکندگی تخلخل تأثیر قابل توجهی بر روی تغییرات ضریب رسانش حرارتی ندارد.

در ادامه به منظور بررسی دقیق‌تر عملکرد پوشش سد حرارتی، تمامی لایه‌های موجود در پوشش در شبیه‌سازی در نظر گرفته شدند. به این منظور مطابق داده‌های موجود در جدول شماره ۴ خواص مکانیکی لایه‌ها تعریف شد.

جدول ۴ - ضریب رسانش قسمت‌های مختلف

قسمت	TC	هوا	TGO	BC	بستر
	۲/۵	۰/۰۲۵	۲	۱۰	۱۶

به منظور رسم تغییرات دما در لایه‌های پوشش سد حرارتی خطوط A و B در شکل ۱۱ انتخاب شده و تغییرات دما بر روی این خطوط بررسی شد.

دما لایه‌های زیرین پوشش در مقادیر پایین‌تری حفظ می‌شود.

- از سوی دیگر تخلخل‌های موجود در لایه سرامیکی باعث غیریکنواخت شدن توزیع کانتورهای دمایی در درون لایه سرامیکی شده و باعث ایجاد گرادیان حرارتی و به تبع آن بروز تنش‌های حرارتی در لایه سرامیکی می‌شود.

پی‌نوشت:

ضرایب مجهول در رابطه (۱۳) به صورت زیر بدست آمده است:

$$A_1^{(1)} = \frac{-2c_2 k_p T_0 e^{\omega h_2} + h_{\text{conv}} T_{\text{Gas}} e^{\omega h_1} (k_p - 1 + (k_p + 1)e^{2\omega h_2})}{\Delta(\omega)}$$

$$A_2^{(1)} = \frac{2c_1 k_p T_0 e^{\omega h} - h_{\text{conv}} T_{\text{Gas}} (1 + k_p + (k_p - 1)e^{2\omega h_2})}{\Delta(\omega)}$$

$$A_1^{(2)} = \frac{c_1 T_0 (k_p - 1)e^{2\omega h_1} - c_2 T_0 (k_p + 1) + 2h_{\text{conv}} T_{\text{Gas}} e^{\omega h}}{\Delta(\omega)}$$

$$A_2^{(2)} = \frac{c_2 T_0 (1 - k_p) e^{\omega h_2} + c_1 T_0 (k_p + 1) e^{\omega(2h_1 + h_2)} - 2h_{\text{conv}} T_{\text{Gas}} e^{\omega h}}{\Delta(\omega)}$$

که در روابط بالا:

$$\Delta(\omega) = c_1 e^{2\omega h_1} (k_p - 1 + (k_p + 1)e^{2\omega h_2}) - c_2 (1 + k_p + (k_p - 1)e^{2\omega h_2})$$

$$c_1 = h_{\text{conv}} + K^{(1)} \omega$$

$$c_2 = h_{\text{conv}} - K^{(1)} \omega$$

فهرست علائم

e	عدد نپر
h_1	ضخامت لایه سرامیکی محافظ (m)
h_2	ضخامت لایه بستر (m)
h	مجموع ضخامت‌های لایه محافظ و لایه بستر (m)
h_{conv}	ضریب انتقال حرارت جابجایی ($\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}$)
i	پارامتر موهمومی
K	ضریب رسانش حرارتی ($\text{W}/\text{m} \cdot \text{K}$)
k_p	نسبت ضریب رسانش لایه بستر به لایه محافظ
T	دما ($^{\circ}\text{C}$)
T_{Gas}	دمای گاز داغ بر روی مرز آزاد پوشش محافظ ($^{\circ}\text{C}$)
T_0	دمای مرز پایینی بستر ($^{\circ}\text{C}$)
x, y	مختصات‌های طولی و عرضی در مختصات دکارتی (m)
ω	متغیر تبدیل فوریه

با توجه به عبور خطوط A و B در شکل ۱۱ از روی تخلخل‌ها، گرادیان دمایی در برخی از نقاط TC شدیدتر شده است.

ایجاد این گرادیان دمایی شدید به دلیل ضریب رسانش حرارتی پایین گازهای درون تخلخل اثرات مثبت و منفی بر عملکرد پوشش خواهد گذاشت. در تأثیر مثبت، تخلخل ضریب رسانش حرارتی را کاهش داده و باعث افزایش عملکرد پوشش و بهبود عایق حرارتی مورد نظر می‌شود. از سوی دیگر افزایش تخلخل محیط مناسب برای رشد ترک فراهم نموده و تنش‌های موجود در لایه‌های پوشش را افزایش می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثرات تخلخل ایجاد شده در لایه سرامیکی پوشش‌های سد حرارتی پرداخته شد و ارتباط آن با تغییرات ضریب رسانش مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور تغییرات تخلخل تحت آزمایش پیرگرمایی طی ساعات ۴، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ برای نمونه‌های پوشش داده شده توسط تصاویر SEM مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده در این پژوهش به شرح زیر می‌باشد:

- میزان تخلخل موجود در لایه سرامیکی پوشش طی ۴۸ ساعت پیرگرمایی از ۳۱ درصد به ۲۳ درصد کاهش یافت که این امر به دلیل تشکیل پخت در این لایه می‌باشد.
- با کاهش تخلخل لایه سرامیکی به صورت مصنوعی از ۴۰٪ به ۱۰٪ برای دو هندسه با جهت‌گیری تخلخل متفاوت، ضریب رسانش حرارتی از ۰/۷ به ۲/۳ افزایش یافت.
- میزان جهت‌گیری تخلخل در مقایسه با تغییرات درصد تخلخل تأثیر کمتری در تغییرات ضریب رسانش حرارتی دارد.
- بیشترین گرادیان حرارتی ایجاد شده در لایه‌های پوشش سد حرارتی مربوط به پوشش سرامیکی با ۱۲۰ درجه اختلاف دمایی می‌باشد.
- به دلیل ضریب رسانش حرارتی پایین گازهای محبوس در تخلخل‌های لایه سرامیکی، افزایش تخلخل موجب کاهش رسانش حرارتی این لایه می‌گردد. با کاهش رسانش حرارتی این لایه گرادیان دمایی شدیدتری ایجاد شده و

- and nanostructured plasma sprayed YSZ coating on Ni3Al substrates." *Ceramics International* 43.5 - 4324-4329, 2017.
- [9]. Huang, Yiling, et al. "Effect of different types of pores on thermal conductivity of YSZ thermal barrier coatings." *Coatings* 9.2 138, 2019.
- [10]. Song, Xuemei, et al. "Effect of Microstructure on the Thermal Conductivity of Plasma-Sprayed Al₂O₃-YSZ Coatings." *Journal of Thermal Spray Technology* 25.4 - 770-777, 2016.
- [11]. Torkashvand, Kaveh, Esmaeil Poursaeidi, and Jafar Ghazanfarian. "Experimental and numerical study of thermal conductivity of plasma-sprayed thermal barrier coatings with random distributions of pores." *Applied Thermal Engineering* 137- 494-503, 2018.
- [12]. Sadowski, T., & Golewski, P. Loadings in thermal barrier coatings of jet engine turbine blades: An experimental research and numerical modeling. Springer 2016.
- [13]. Zhong, X., Zhao, H., Zhou, X., Liu, C., Wang, L., Shao, F., ... & Ding, C. Thermal shock behavior of toughened gadolinium zirconate/YSZ double-ceramic-layered thermal barrier coating. *Journal of alloys and compounds*, 2014.
- [14]. (APS), "www.mdpi.com/journal/coatings, vol. 10, pp. 118, 2020.
- [15]. Bäker, M., Rösler, J., & Heinze, G. A parametric study of the stress state of thermal barrier coatings Part II: cooling stresses. *Acta Materialia*, 2005.
- [16]. Meier, S. M., Nissley, D. M., Sheffler, K. D., & Cruse, T. A. Thermal barrier coating life prediction model development. 1992
- [17]. Klemens, P. G. Thermal conductivity of inhomogeneous materials. *International journal of thermophysics*.
- [18]. "OOF2; Finite Element Analysis of Microstructures," Available: <https://www.ctcms.nist.gov/oof/oof2/>. 2017.
- [19]. Jadhav, A. D., Padture, N. P., Jordan, E. H., Gell, M., Miranzo, P., & Fuller Jr, E. R. Low-thermal-conductivity plasma sprayed thermal barrier coatings with engineered microstructures. *Acta Materialia*, 2006
- [20]. L. Pawlowski, P. Fauchais, L. Pawlowski, and P. Fauchais, "hermal transport properties of thermally sprayed coatings Thermal transport properties of thermally

تقدیر و تشکر

نگارندگان بر خود لازم می‌دانند از سازمان بنیاد ملی نخبگان و طرح پژوهشی شهید احمدی روشن به خاطر حمایت‌های خود جهت انجام این پژوهش تشکر نمایند.

مراجع

- [1]. L. Zhou, S. Mukherjee, K. Huang, Y.W. Park, Y. Sohn, Failure characteristics and mechanisms of EB-PVD TBCs with Pt-modified NiAl bond coats, *Mater. Sci. Eng. A*. 63 - 798-106, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.03.120>.
- [2]. X. Zhou, B. Zou, L. He, Z. Xu, J. Xu, R. Mu, X. Cao, Hot corrosion behaviour of La₂(Zr_{0.7}Ce_{0.3})₂O₇ thermal barrier coating ceramics exposed to molten calcium magnesium aluminosilicate at different temperatures, *Corros. Sci.* 100 - 566-578, 2015. <https://doi.org/10.1016/j.corsci.2015.08.031>
- [3]. Zhu, D., & Miller, R. A. Thermal conductivity and elastic modulus evolution of thermal barrier coatings under high heat flux conditions. *Journal of Thermal Spray Technology*, 9. No 2 2000
- [4]. Ziaei-Asl, A., & Ramezanlou, M. T. Effects of thermal barrier coating (TBC) thickness on temperature distribution of gas turbine blade. In *Proceedings of the 3rd Conference on Advances in Mechanical Engineering (ICAME)*, Istanbul, Turkey 2017.
- [5]. Schlichting, K. W., Padture, N. P., & Klemens, P. G. Thermal conductivity of dense and porous yttria-stabilized zirconia. *Journal of materials science*, 36(12), 2001.
- [6]. Angle, J. P., Wang, Z., Dames, C., & Mecartney, M. L. Comparison of two-phase thermal conductivity models with experiments on dilute ceramic composites. *Journal of the American Ceramic Society*, 2013.
- [7]. Arai, Masayuki, Hiroya Ochiai, and Tatsuo Suidzu. "A novel low-thermal-conductivity plasma-sprayed thermal barrier coating controlled by large pores." *Surface and Coatings Technology* 285 - 120-127, 2016.
- [8]. Chen, Dan, et al. "Comparison of thermal insulation capability between conventional

sprayed coatings,," Int. Mater. Rev, vol. 66, 2016.

- [21]. Lima, R. S. Perspectives on Thermal Gradients in Porous ZrO₂-7-8 wt.% Y₂O₃ (YSZ) Thermal Barrier Coatings (TBCs) Manufactured by Air Plasma Spray (APS). Coatings, 2020.
- [22]. Golosnoy, I. O., Tsipas, S. A., & Clyne, T. W. An analytical model for simulation of heat flow in plasma-sprayed thermal barrier coatings. Journal of Thermal Spray Technology, 2005.
- [23]. Bergman, T. L., Incropera, F. P., DeWitt, D. P., & Lavine, A. S. Fundamentals of heat and mass transfer. John Wiley & Sons, 2011.