

## بهینه سازی و طراحی بال هواپیما در رده هوانوردی عمومی با استفاده از الگوریتم ژنتیک با مرتب سازی نامغلوب II

فرشاد پازوکی<sup>۱</sup>، امیررضا زیبافر\*<sup>۲</sup>، مصطفی رحمتی لیش<sup>۳</sup>

۱- دکترا، گروه مهندسی هوافضا، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۲- کارشناس، گروه مهندسی هوافضا، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

۳- کارشناس ارشد، گروه مهندسی هوافضا، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

(دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۶/۲۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۱۰)

### چکیده

هدف اصلی این مقاله اتخاذ طرح بهینه بال هواپیما در رده هوانوردی عمومی، به منظور دست یابی به برد و وزن بهینه می باشد. بدین منظور از الگوریتم ژنتیک با مرتب سازی نامغلوب به عنوان ابزار بهینه سازی به جهت کاهش سه مولفه مهم طراحی هواپیما شامل: تصمیمات نیازمند مصالحه، زمان و هزینه استفاده شده است. تابع هزینه مسئله بهینه سازی، افزایش برد هواپیما و کاهش وزن بال می باشد، که توسط پنج تابع جریمه و محدود کردن بازه متغیرهای تصمیم مقید شده است. تابع جریمه اول ضریب برآ را که باید با ضریب برآ مورد نیاز جهت تحمل وزن هواپیما در فاز کروز پرواز برابر باشد، مقید میکند. تابع جریمه دوم و سوم نسبت باریک شونده بال، نسبت بیشینه ضخامت نوک به ریشه بال، که باید بین صفر و یک باشد را مقید می کند. تابع جریمه چهارم، جمع قدر مطلق زاویه پیچش با زاویه نصب بال که باید بیشتر یا برابر با قدر مطلق زاویه حمله برآ صفر بال باشد را مقید می سازد. تابع جریمه پنجم اجازه تخطی نسبت برآ به پسا از حد بیشینه آن را نمی دهد. متغیرهای تصمیم نیز شامل طول بال، وتر ریشه بال، وتر نوک بال، زاویه پیچش، زاویه نصب، زاویه حمله در برآ صفر ایرفویل، بیشینه ضخامت ریشه و نوک بال بوده است. در انتها طرح بهینه شکل بال ارائه شده و صحت سنجی آن صورت گرفته است. نتایج حاکی از آن است که نسبت به کارا ترین هواپیما هدف میزان ۶/۸۴ درصد بهبود در برد اما ۲/۸۷ درصد وزن بیشتر حاصل شده است.   
واژه های کلیدی: بهینه سازی، رده هوانوردی عمومی، طراحی بال، الگوریتم ژنتیک

## Optimization and Design of General Aviation Aircrafts Wing Using Non-Dominated Sorting Genetic Algorithms II

Farshad Pazooki, Amirreza Zibafar\* and Mostafa Rahmati

### Abstract

The main idea of this paper is to Adopt the optimal design of the general aviation aircraft wing to reach the optimal range and weight. For this purpose, the non-dominated sorting genetic algorithm II; has been used as an optimization tool for reducing three significant elements of aircraft design, including decisions that require a trade-off, time, and cost. The cost function of the optimization was the minimization of wing weight and maximization of aircraft range which was constrained by Four penalty functions and limiting decisions variables. The first function constraint was lift coefficient which should be equal to the lift coefficient required for supporting aircraft weight at cruise flight. The second and the third functions were Taper-Ratio, and tip to root maximum thickness ratio must be between one and zero. The fourth function was to constrain the sum of the absolute value of twist with incidence angle that must be greater or equal to the absolute value of wing zero lift. The fifth penalty function does not allow the lift-to-drag ratio to exceed the maximum limit of the lift-to-drag ratio. Design parameters were root chord, tip chord, wingspan, incidence angle, twist angle, airfoil zero-lift angle of attack, maximum thickness to chord ratio tip, and chord. In the end, the optimal wing shape design was proposed and validated with the target aircraft. The results show that compared to the most efficient target aircraft, 6.84% improvement in range but 2.87% increased weight has been achieved in the optimal response to the problem.

**Key words:** Optimization, General Aviation, Wing Design, Genetic Algorithm

## مقدمه

تصمیم گیری در هر طرح مهندسی می بایست با استدلال و تحلیل منطقی و علمی همراه باشد؛ بنابراین جهت اطمینان یافتن از تصمیمات اتخاذ شده و یا بهبود آن ها در روند طراحی، می توان از روش های بهینه سازی استفاده کرد.

در طول چهل سال گذشته، برای یافتن راه حل های مسائل مختلف بهینه سازی، الگوریتم های بی شماری توسعه یافته است؛ که عمدتاً این الگوریتم ها بر اساس روش های برنامه نویسی خطی و غیر خطی هستند که نیاز به اطلاعات گرادیان دارند و استراتژی مفیدی برای یافتن پاسخ بهینه سراسری در مسائل ساده می باشند.

در مسائل پیچیده بهینه سازی، الگوریتم های تکاملی<sup>۱</sup> که روش های کارآمدی مبتنی بر تکامل داروینی با ویژگی های قدرتمند و انعطاف پذیر هستند، ابزار مهمی برای دستیابی به راه حل اینگونه مسائل به شمار می آیند .

الگوریتم های تکاملی از برنامه نویسی ژنتیک<sup>۲</sup>، الگوریتم های ژنتیک<sup>۳</sup>، برنامه نویسی تکاملی<sup>۴</sup> و سایر روش های مشابه مبتنی بر جمعیت و آزمون و خطا هستند و از مکانیزم های بهینه سازی تصادفی<sup>۵</sup> یا بهینه سازی فرا اکتشافی<sup>۶</sup> جهت همگرایی به جواب بهینه سراسری یا تقریبی استفاده می کنند.

از بین انواع مختلف الگوریتم های تکاملی، الگوریتم ژنتیک، شناخته شده ترین نوع آن می باشد که توسط جان هالند در سال ۱۹۷۰ زمانی که پیشرفت های زیادی توسط دی یانگ و گلدبرگ در آن حاصل شده بود، توسعه داده شد.

الگوریتم ژنتیک با یک نسل تصادفی یا جمعیت اولیه آغاز شده و سپس با فرایند های انتخاب<sup>۷</sup>، تولید مثل<sup>۸</sup>، جهش<sup>۹</sup> و ارزیابی تابع هدف یا تابع هزینه<sup>۱۰</sup> تا رسیدن به نسل نهایی تکرار می شود.

با این حال، حل مسائل بهینه سازی با استفاده از روش های ذکر شده در بسیاری از کاربردهای صنعتی آن مشکل است. تقریباً هر چیزی که مهندسان طراحی می کنند شامل در

نظر گرفتن چندین هدف می باشد که در آن ممکن است، بین دو یا چند هدف که با یکدیگر در تضاد هستند، مصالحه ای<sup>۱۱</sup> انجام شود تا تصمیم های بهینه حاصل شود. نمونه های خوبی از چنین مسائلی را می توان در طراحی هواپیما یافت.

طراحی هواپیما یک چالش بزرگ برای بهینه سازی عددی به شمار می رود. تعامل پیچیده بین تصمیمات طراحی، توجیه پذیری آنها و تأثیر آنها بر سایر جنبه های طراحی و همینطور نیاز به در نظر گرفتن مصالحه ای که به طور ویژه بین کارایی آیرودینامیکی (نسبت برآ به پسا) و سازه ای (حداقل وزن) قابل ملاحظه است، می باشد. در این موارد، از آنجایی که بیش از یک تابع هدف باید مورد بررسی قرار بگیرد، بررسی به کارگیری روش های بهینه سازی چند هدفه مورد نیاز است.

وجود اهداف متعدد در یک مسئله در واقع، به جای حاصل شدن یک راه حل بهینه واحد، مجموعه ای از راه حل های بهینه (که عمدتاً به عنوان راه حل های بهینه پرتو<sup>۱۲</sup> شناخته می شود) ایجاد می کند. در صورت عدم وجود اطلاعات بیشتر، نمی توان گفت که یکی از راه حل های بهینه پرتو بهتر از دیگری است.

بسیاری از تکنیک های بهینه سازی چند هدفه از جمله الگوریتم ژنتیک چند هدفه<sup>۱۳</sup>، الگوریتم تکاملی مبتنی بر قدرت پرتو<sup>۱۴</sup>، الگوریتم خرد ژنتیکی<sup>۱۵</sup>، استراتژی تکاملی با آرشیو پرتو<sup>۱۶</sup> و غیره وجود دارند که استفاده از آن ها در طراحی هواپیما پیشنهادی نه چندان طولانی، اما قابل توجه دارد.

بعنوان مثال پرز و همکاران در سال ۲۰۰۴ با استفاده از تکنیک بهینه سازی اقدام به بهینه سازی مشخصه های پایداری و عملکردی در روند طراحی مفهومی یک هواپیما پرداختند [۱]. در پژوهش های داخلی نیز این تکنیک مورد استفاده قرار گرفته است، بعنوان مثال در سال ۲۰۰۵ ملائک و همکارانش با استفاده از الگوریتم ژنتیک به طراحی و بهینه سازی یک هواپیمای نشست و برخاست کوتاه، پرداخته اند [۲].

<sup>9</sup> Mutation

<sup>10</sup> Cost Function

<sup>11</sup> Trade-Off

<sup>12</sup> Pareto-Optimal Solutions

<sup>13</sup> Multi-Objective Genetic Algorithm

<sup>14</sup> Strength Pareto Evolutionary Algorithm

<sup>15</sup> Micro Genetic Algorithm

<sup>16</sup> Pareto-Archived Evolution Strategy

<sup>1</sup> Evolutionary Algorithms

<sup>2</sup> Genetic Programming

<sup>3</sup> Genetic Algorithm

<sup>4</sup> Evolutionary Programming

<sup>5</sup> Stochastic Optimization

<sup>6</sup> Meta-Heuristic

<sup>7</sup> Selection

<sup>8</sup> Crossover

جدول ۱ پیشینه تحقیق

متغیرهای تصمیم	توابع هزینه	الگوریتم	نویسندگان و سال انتشار	عنوان پژوهش
نیروی برآ و پسا	بیشینه سازی	الگوریتم تداحمی	می بایگانگ	یک روش جدید بهینه سازی
بیشینه زخامت مشتقات	نسبت برآ به پسا	ذرات تک هدفه	و وانگ شیانگیو	آیرویدینامیکی با در نظر گرفتن پایداری
پایداری			۲۰۲۱	دینامیکی [۸]
طول بال	کمینه سازی	الگوریتم برنامه نویسی	نیلز کلیمان	طراحی مفهومی و بهینه سازی بال
زاویه پسگرایی	برخاست	حداقل	۲۰۲۰	خورشیدی- الکترونیکی برای هواپیما در رده هوانوردی عمومی [۹]
بیشینه زخامت ریشه و نوک و تر ریشه و نوک بال		مربعات متوالی		
سرعت پروازی				
زاویه پیچش برد				
طول بال	کمینه سازی	الگوریتم ژنتیک	ودانت سینگ	بهینه سازی طراحی مفهومی و هواپیما
مساحت بال	وزن	تک هدفه	همکاران	مسافربری با استفاده از الگوریتم ژنتیک [۱۰]
عرض بدنه	برخاست		۲۰۱۶	
مساحت دم عمودی و افقی				
مصرف سوخت ویژه				
تراست موتور				
طول بال	کمینه سازی	الگوریتم ژنتیک	بابایی و همکاران	بهینه سازی مقید بال یک هواپیما مسافربری با استفاده از الگوریتم ژنتیک
زاویه پسگرایی	وزن	مرتب سازی	۲۰۱۵	با مرتب سازی نامغلوب II [۱۱]
در ربع و تر ریشه بال	برخاست و نیروی برآ	نامغلوب II		

کاوالکانتی و همکارانش در سال ۲۰۰۶ در پژوهشی اقدام به شرح و توسعه یک ساختار کارآمد برای طراحی و بهینه‌سازی چندموضوعی یک هواپیمای مسافربری کرده‌اند [۳]. در حوزه تحلیل آیرویدینامیکی و سازه‌ای با استفاده از روش بهینه‌سازی چندموضوعی، می‌توان به اقدامات کاواگنا و همکارانش در سال ۲۰۰۸ و چان و همکارانش در سال ۲۰۰۹ اشاره کرد [۴]. همزمان با این پژوهش، در سال ۲۰۰۹ آلونسو و همکاران با استفاده از الگوریتم ژنتیک چند هدفه به بیشینه‌سازی برد و کمینه‌سازی صدا، در مقاله‌ای با عنوان بهینه‌سازی طراحی هواپیما پرداختند [۵].

در دهه‌ی اخیر نیز، بیش از پیش بدین موضوعات پرداخته شده است، مثلاً در سال ۲۰۱۳ رامانا و همکارانش اقدام به طراحی یک هواپیمای ۸۰ نفره به روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی و با در نظر گرفتن موضوعات آیرویدینامیک، سازه و کنترل کرده‌اند [۶]. در حوزه طراحی هواپیمای هوانوردی عمومی به روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی، می‌توان به پژوهش‌هایی از جمله مقاله یون و همکارانش در سال ۲۰۱۰ اشاره کرد که در آن روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی را به صورت تک هدفه برای یک هواپیمای هوانوردی عمومی با مدل سازی موضوعاتی از قبیل آیرویدینامیک، پیشران، ماموریت، وزن، پایداری، کنترل و عملکرد پیاده‌سازی کرده‌اند [۷]. سایر پژوهش‌ها و طراحی‌های صورت گرفته در دهه اخیر و خصوصاً چند سال گذشته جهت مقایسه و نتیجه‌گیری بهتر، به تفصیل در جدول (۱) قرار گرفته است:

در این مقاله از الگوریتم ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب<sup>۱۷</sup> که یکی از محبوب‌ترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی چند هدفه می‌باشد، استفاده شده است. سه ویژگی خاص آن شامل رویکرد مرتب‌سازی سریع نامغلوب، روش برآورد فاصله ازدحامی سریع و اپراتور مقایسه ازدحام ساده بوده که در این مطالعه از آن‌ها بهره گرفته شده است [۱۲].

دب و همکاران [۱۳] درباره این الگوریتم ادعا کرده‌اند که از نظر یافتن پاسخ‌ها، مجموعه متنوع‌تری را نسبت به الگوریتم تکاملی مبتنی بر قدرت پرتو و استراتژی تکاملی با آرشو پرتو ارائه می‌کند [۱۴، ۱۵].

<sup>17</sup> Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II

این مقله جهت طراحی بال هواپیما با استفاده از روش بهینه سازی چند هدفه نگاشته شده است. هدف از این تحقیق دستیابی به بهترین طرحی است که با حداقل زمان و هزینه به یک راه حل مطلوب همگرا شود، الزامات و محدودیت‌های طراحی را برآورده سازد و منجر به عملکرد بهتر نسبت به سایر هواپیماهای شناخته شده رقیب شود. همچنین، برخلاف سایر پژوهش‌های پیشین که قبل از شروع فرآیند بهینه سازی لازم است تا در رابطه با چند پارامتر تعیین و تکلیف شود (مانند انتخاب ایرفویل) در این نوشته فقط با مشخص کردن رده هواپیما و چند پارامتر ثابت دیگر (مانند توان موتور و جنس مواد) میتوان اقدام به بهینه سازی بال مدنظر پرداخت.

بدین منظور، رده هوانوردی عمومی<sup>۱۸</sup> (که عبارتی است کلی برای تمام رده های هوانوردی غیر نظامی به غیر از حمل و نقل هوایی برنامه‌ریزی شده و پروازهای برنامه‌ریزی نشده که با هدف کسب درآمد یا انتفاع است) بعنوان نمونه موردی بهینه سازی انتخاب شده است. زیرا که در دهه اخیر عدم توجه به هوانوردی عمومی در کشور ایران، صنعت هوایی را متحمل خسارت های بسیار زیادی کرده است، به طوری که در سال‌های گذشته با ادغام برخی از شرکت‌های تاکسی هوایی و سرویس هوایی، هوانوردی عمومی کنار گذاشته شد و صنعت حمل‌ونقل هوایی به سمت خطوط هوایی داری حرکت کرده و در نتیجه، تنوع ارائه‌دهندگان خدمات هر روز در صنعت هوایی ضعیف تر و کم رنگ تر شده است. هم چنین، رشد و توسعه هوانوردی عمومی می‌تواند سهم بسزایی در اشتغال‌زایی داشته باشد. از سوی دیگر بخش زیادی از ظرفیت فرودگاه‌های کشور ایران بلااستفاده و خالی است که از همین رو، توسعه صنعت هوانوردی عمومی می‌تواند در این میان نقش موثری ایفا کرده و فرودگاه‌های کشور را فعال کند.

از بین طیف وسیع هواپیما های رده هوانوردی عمومی، برای مقایسه و صحت سنجی، هواپیماهای کینگ ایر سی نود جی تی ایکس<sup>۱۹</sup>، پایپر پی ای ۳۱ شاین<sup>۲۰</sup> و اف چهارصد شش کاروان دو<sup>۲۱</sup> به عنوان هواپیماهای هدف به دلیل برتری در مشخصه های عملکردی، انتخاب شده اند که مشخصات آنان در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲ مشخصات آیرودینامیکی و عملکردی هواپیماهای هدف [۱۶]

مشخصات	F406 Caravan II	PA-31T Cheyenne	C90GT x
طول بال (متر)	۱۵/۸	۱۳/۱۱	۱۶/۳۶
وتر ریشه بال (متر)	۱/۶	-	۲/۱۵
نسبت باریک شونده‌گی (بدون بعد)	۱	-	۰/۵
ضریب منظری (بی بعد)	۹/۷	۷/۲	۸/۶
مساحت بال (متر مربع)	۲۳/۴۸	۲۱/۳	۲۷/۴
ایرفویل نوک بال	ناکا ۲۳۰۱۲	ناکا	ناکا
ایرفویل ریشه بال	ناکا ۲۳۰۱۸	ناکا	ناکا
		۶۳۲۱۲	۲۳۰۱۲
		۶۳۴۱۵	۲۳۰۱۴.۱
زاویه پیچش (درجه)	-۳	-۲/۵	-۴/۴۸
زاویه نصب (درجه)	۲	۱/۵	۴/۴۸
بیشینه وزن برخاست (کیلوگرم)	۴۲۴۶	۴۰۸۲	۴۷۵۶
بیشینه وزن سوخت (کیلوگرم)	۱۴۴۴	۱۴۵۰	۱۱۶۷
بارگذاری بال (کیلوگرم بر متر مربع)	۱۹۰/۳	۱۹۱/۶	۱۷۴/۲
بارگذاری توانی (کیلوگرم بر کیلووات)	۵/۹۹	۴/۴۳	۵/۸
سرعت استال (متر بر ثانیه)	۴۱/۶۷	۳۹/۰۹	۳۹/۶
سرعت کروز (متر بر ثانیه)	۱۲۶	۱۰۹	۱۰۷
بیشینه برد (کیلو متر)	۲۷۲۹	۲۷۳۹	۲۴۲۹

### تعریف مسئله

اغلب هواپیماها برای حمل افراد یا محموله ها از محلی به محل دیگر طراحی شده اند که در آن‌ها برد یا مداومت پروازی بیشتر از سایر فاکتور های طراحی اهمیت دارد. حتی در هواپیماهایی که برای برآوردن الزامات دیگری مانند سرعت یا قابلیت مانور طراحی شده اند، برد و مداومت پروازی تقریباً همیشه جزء مهم‌ترین فاکتور طراحی آن‌ها در نظر گرفته می‌شود. زیرا که، حتی اگر سریعترین و مانورپذیرترین هواپیما نیز برد یا مداومت پروازی قابل قبولی را ارائه ندهد، ارزش چندانی

<sup>20</sup> Piper PA-31T Cheyenne

<sup>21</sup> ASI Aviation F406 Caravan II

<sup>18</sup> General Aviation

<sup>19</sup> The King Air® C90GTx

بیشینه ضخامت به وتر ریشه بال (درصد)	۱۴	۱۸
بیشینه ضخامت به وتر نوک بال (درصد)	۱۰	۱۴
زاویه نصب (درجه)	۰	۵
زاویه پیچش - هندسی و آیرودینامیکی (درجه)	۰	-۵
زاویه حمله در برآ صفر ایرفویل (درجه)	۰	-۴

جدول ۴ متغیرهای ثابت فرض شده مسئله و مقدار آن‌ها

مقدار	متغیرهای ثابت فرض شده
۰	زاویه پسگرایی در ربع وتر (درجه)
آلومینیوم	جنس مواد سازنده بال
۱/۳۷	عرض بدنه (متر)
۲/۵	زاویه حمله در فاز کروز (درجه)
۱۰۰۰۰	ارتفاع پروازی در فاز کروز (متر)
۱۰۷	سرعت پروازی در فاز کروز (متر بر ثانیه)
۳۹/۶	سرعت استال (متر بر ثانیه)
۰/۸۲	راندمان ملخ (بی بعد)
۰/۰۰۰۹۷۸۷	مصرف سوخت ویژه (یک بر کیلومتر)

### تخمین وزن بال

وزن بال حدود ۱۷ تا ۲۷ درصد وزن خالی هواپیما را تشکیل می‌دهد [۱۰]. وزن سازه بال ( $w_{wing}$ ) را می‌توان با استفاده از معادلات موجود تخمین زد. از چندین تقریب در دسترس، رابطه (۱) از منبع [۱۱] انتخاب شده:

$$w_{wing} = S_w \times \bar{C} \times \left(\frac{t}{c}\right)_{max} \times \rho_{mat} \times k_p \times \left(\frac{AR \cdot n_{ult}}{\cos(\Lambda_{0.25})}\right)^{0.6} \times \lambda^{0.04} \times g \quad (1)$$

که در آن:

$(S_w)$  مساحت بال (متر مربع)  
 $(\bar{C})$  وتر متوسط آیرودینامیکی (متر)

ندارد. برد، مسافتی است که یک هواپیما می‌تواند در زمان معینی، با مقدار مشخصی از سوخت، پرواز کند. بنابراین، برد بیشتر، به معنای صرفه جویی در سوخت و قابلیت انجام مأموریت بیشتر است. برای بیشینه سازی برد پروازی، اقداماتی نظیر بهبود ویژگی‌های آیرودینامیکی در طراحی هواپیما انجام می‌شود.

از طرف دیگر به دلیل افزایش قیمت نفت، افزایش ترافیک هوایی، رقابت بین شرکت‌های حمل و نقل هوایی و نگرانی‌های زیست محیطی، کمینه سازی وزن هواپیما نیز به یک جنبه مهم تبدیل شده است. بنابراین، موضوع بحث این مقاله، تصمیم‌گیری برای تعیین متغیرهای بال هواپیما، به عنوان اصلی‌ترین جزء هواپیما، به صورتی که بتوان به مقدار بهینه وزن و برد دست یافت، انتخاب شده است. لازم به ذکر است که، از آنجایی که طراحی اولیه بال مد نظر است، الزامات پایداری، کنترل پذیری و خوش دستی قابل صرف نظر کردن است.

متغیرهای تصمیم در این پژوهش به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که نقش کلیدی را در بهینه سازی ایفا کنند و بتوان به وسیله آن‌ها، دیگر متغیرهای مسئله را تعیین کرد. جدول (۳) متغیرهای تصمیم و بازه تغییرات آن‌ها را نشان می‌دهد. همچنین، متغیرهایی که ثابت در نظر گرفته شده نیز در جدول (۴) مشخص شده است. مورد توجه است که، بازه تغییرات متغیرهای تصمیم و مقادیر ثابت، بر اساس داده‌های هواپیمای هدف انتخاب شده‌اند.

همان‌طور که ذکر شد، تابع هزینه یا هدف اول کمینه سازی وزن و تابع هزینه یا هدف دوم بیشینه سازی برد پروازی می‌باشد. برای یافتن این دو تابع هزینه گذراندن روندی سلسله مراتبی الزامی است، که بدین شرح می‌باشد:

- تخمین وزن بال
- تخمین وزن سوخت
- تخمین وزن برخاست (تابع هزینه اول)
- تخمین نسبت برآ به پسا
- تخمین برد پروازی (تابع هزینه دوم)

جدول ۳ متغیرهای تصمیم مسئله و بازه تغییرات آن‌ها

حد بالا	حد پایین	متغیرهای تصمیم
۱۸	۱۳	طول بال (متر)
۲/۴	۱/۴	وتر ریشه بال (متر)
۱/۴	۰/۹	وتر نوک بال (متر)

سنجش دقت رابطه (۲)، با جایگذاری مقادیر متغیر های تصمیم از هواپیمای هدف و مقایسه مقدار وزن سازه‌ای بال واقعی و وزن بدست آمده، می‌توان خطا را محاسبه نمود. اما از آنجایی که مقدار واقعی وزن سازه بال هواپیمای هدف در دسترس نیست از نسبت وزن بال به وزن خالی ( $W_E$ ) و وزن برخاست ( $W_{TO}$ ) استفاده شده‌است. موارد فوق در رابطه (۸) محاسبه شده و گویای دقت قابل قبول رابطه (۲) می‌باشد.

$$W_{wing}(b, c_r, c_t, (\frac{t}{c})_t, (\frac{t}{c})_r) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} W_{wing} &= 832 \text{ kg} \\ \frac{W_{wing}}{W_{TO}} &= 17.5\% \\ \frac{W_{wing}}{W_E} &= 26\% \end{aligned}$$

برای هواپیمای هدف →

### تخمین وزن سوخت

جهت تخمین وزن سوخت ( $W_F$ ) آنرا می‌توان به صورت رابطه (۹) محاسبه نمود [۱۸]:

$$W_F = \rho_f \cdot V_{tank} \quad (9)$$

به طوری که:

( $\rho_f$ ) چگالی سوخت (کلیو گرم بر متر مکعب)  
( $V_{tank}$ ) ظرفیت مخزن سوخت (متر مکعب)

با توجه به منبع [۱۸]، می‌توان چگالی سوخت را بر حسب نوع سوخت بدست آورد که برابر ۷۸۵ کیلوگرم بر مترمکعب بدست می‌آید. برای محاسبه ظرفیت مخزن سوخت فرض می‌شود که سوخت موجود در بال در اصطلاحی به نام بال مرطوب<sup>۲۲</sup> ذخیره شده است یا به عبارت دیگر، هیچ مخزن سوخت جداگانه‌ای وجود نداشته باشد و یا تمام سوخت در جعبه گشتاور بال<sup>۲۳</sup> (که بخشی از ساختار بال بین اسپار جلو و عقب است) قرار دارد. همچنین، فرض می‌شود که هیچ سوختی را نمی‌توان در بیش تر از ۸۵ درصدی طول بال ذخیره کرد که این امر برای جلوگیری از برخورد صاعقه که احتمالاً به انتهای هواپیمای برخورد می‌کند و باعث ایجاد آتش سوزی در هنگام پرواز می‌شود، صورت می‌پذیرد.

( $(\frac{t}{c})_{max}$ ) بیشینه ضخامت نسبت به وتر (درصد)

( $\rho_{mat}$ ) چگالی مواد (کلیو گرم بر متر مکعب)

( $k_p$ ) فاکتور چگالی (بدون بعد)

( $AR$ ) ضریب منظری (بدون بعد)

( $n_{ult}$ ) ضریب بار نهایی (بدون بعد)

( $\Lambda_{0.25}$ ) زاویه پسگرایی در ربع وتر (رادیان)

( $\lambda$ ) نسبت باریک شونده‌گی (بدون بعد)

( $g$ ) ثابت گرانش (متر بر مجذور ثانیه)

روابط مربوط به ضریب منظری، مساحت بال، نسبت باریک شونده‌گی، وتر متوسط آیرودینامیکی و بیشینه ضخامت به صورت متوسط برای ریشه و نوک بال از طریق روابط ۶-۱ بر اساس مرجع [۱۷-۱۸] محاسبه می‌شوند.

$$AR = \frac{b^2}{S_w} \quad (2)$$

$$S_w = C_r \cdot (1 + \lambda) \frac{b}{2} \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{C_t}{C_r} \quad (4)$$

$$\bar{C} = \frac{2}{3} \cdot C_r \cdot (1 + \frac{\lambda^2}{1 + \lambda^2}) \quad (5)$$

$$(\frac{t}{c})_{max} = \frac{3(\frac{t}{c})_{max_t} + (\frac{t}{c})_{max_r}}{4} \quad (6)$$

بر اساس اطلاعات مراجع [۲۰-۱۹]، مقدار زاویه پسگرایی در ربع وتر برابر صفر انتخاب می‌شود و چگالی مواد و فاکتور چگالی برای آلایژ آلومینیوم برابر مقادیر زیر می‌باشد:

$$\rho_{mat} = 2711 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad k_p = 0.003$$

مقدار ضریب بار نهایی از رابطه (۷) تعیین می‌شود: [۱۹]

$$n_{ult} = 1.5 \cdot n_{max} \xrightarrow{n_{max}=3} n_{ult} = 4.5 \quad (7)$$

با توجه به روابط ذکر شده می‌توان وزن سازه ای بال را به صورت تابعی بر اساس پنج متغیر تصمیم بدست آورد. برای

<sup>23</sup> Wing Torque Box

<sup>22</sup> Wetted Area

جدول ۵ نسبت وزن اجزاء مختلف به وزن برخاست هواپیما برای رده

هوانوردی عمومی	
وزن اجزاء	وزن برخاست
سازه بال	۱۸%
سوخت	۲۴%
مجموع سوخت و سازه بال	۴۲%

$$W_{TO} = \frac{W_{wing} + W_F}{0.42} \quad (13)$$

### تخمین نسبت برآ به پسا

معادله های اصلی نیرو های برآ ( $L$ ) به پسا ( $D$ ) در روابط

(۱۴) و (۱۵) نشان داده شده است:

$$L = \bar{q} \cdot S \cdot C_L \quad (14)$$

$$D = \bar{q} \cdot S \cdot C_D \quad (15)$$

که در آن:

( $C_L$ ) ضریب برآ (بدون واحد)

( $C_D$ ) ضریب پسا (بدون واحد)

( $S$ ) مساحت بال (متر مربع)

( $\bar{q}$ ) فشار دینامیکی (پاسکال)

بنابراین می توان نسبت برآ به پسا را به صورت نسبت

ضریب برآ به ضریب پسا تعریف نمود و برای یافتن آن، ابتدا به

محاسبه ضریب برآ و در قدم بعد به محاسبه ضریب پسا برحسب

متغیر های تصمیم پرداخت.

از آن جایی که بال هواپیما جزء اصلی تولید نیروی برآ به

شمار می آید، می توان ضریب برآ بال را تقریباً برابر ضریب برآ

کل در نظر گرفت که به صورت رابطه (۱۶) بیان می شود:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha \quad (16)$$

که در آن:

( $C_{L_0}$ ) ضریب برآ برای زاویه حمله صفر (بدون واحد)

( $C_{L\alpha}$ ) نرخ تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله (یک بر رادیان)

( $\alpha$ ) زاویه حمله (رادیان)

ضریب برآ برای زاویه حمله صفر، مقدار ثابتی ندارد و در

طول فرایند بهینه سازی متغیر است. با این حال، ضریب برآ

برای زاویه حمله صفر را می توان با استفاده از رابطه (۱۷)

محاسبه کرد [۱۷]:

تورنیک در سال ۱۹۸۸ یک رابطه نیمه تجربی برای تخمین ظرفیت مخزن سوخت پیشنهاد کرد که دارای دقت  $\pm 10\%$  می باشد که رابطه (۱۰) آن را بیان می کند [۲۱]:

$$V_{tank} = 0.54 \times S_w^{1.5} \times \left(\frac{t}{c}\right)_{max} \times \frac{1}{\sqrt{AR}} \times \frac{1 + \lambda \cdot \sqrt{t} + \lambda^2 \cdot t}{(1 + \lambda)^2} \quad (10)$$

که در آن ( $\tau$ ) نسبت بیشینه ضخامت به وتر نوک بال به ریشه بال می باشد که رابطه (۱۱) این موضوع را بیان میکند. یادآور می شود که این مقدار باید بین صفر و یک باشد.

$$\tau = \frac{\left(\frac{t}{c}\right)_t}{\left(\frac{t}{c}\right)_r} \quad (11)$$

حال می توان وزن سوخت را برحسب پنج متغیر تصمیم، به

صورت رابطه (۱۲)، بدست آورد. اما همان طور که گفته شد،

رابطه (۱۰) دارای خطایی برابر ۱۰٪ می باشد که با ضرب عددی

ثابت در رابطه (۹) می توان این خطا را کاهش داد. بدین منظور،

با جایگذاری مقادیر متغیر های تصمیم از هواپیما هدف و مقایسه

مقدار وزن سوخت واقعی ( $W_{F_{real}}$ ) و وزن سوخت بدست آمده،

با توجه به رابطه (۱۲) می توان برآورد کرد که با در نظر گرفتن

۶۷٪ از وزن سوخت به دست آمده از رابطه (۹)، خطا به مقدار

۳٪ رسیده که بسیار مطلوب است.

(12)

$$W_{Fuel} \left( b \cdot c_r \cdot c_t \left(\frac{t}{c}\right)_t \left(\frac{t}{c}\right)_r \right)$$

$$\begin{aligned} 0.67 \times W_F &= 1123 \text{ kg} \\ \xrightarrow{\text{برای هواپیما هدف}} W_{F_{real}} &= 1167 \text{ kg} \\ \text{Error} &= 3\% \end{aligned}$$

### تخمین وزن برخاست

از آن جایی که متغیرهای تصمیم تقریباً فقط روی وزن سازه بال

و وزن سوخت تاثیر می گذارند، با صرف نظر کردن از محاسبه ی

روابط وزن دیگر اجزای هواپیما، از روش تخمین سریع وزن برای

محاسبه وزن برخاست استفاده شده است. با استفاده از داده های

تجربی بدست آمده از منبع [۱۸] که در جدول (۵) نمایش داده

شده است می توان وزن برخاست را از مجموع وزن سازه بال و

وزن سوخت به عنوان تابع هزینه اول محاسبه کرد (رابطه ۱۳).

خطای این رابطه برابر ۳/۵٪ می باشد.

شود که نوک بال، آخرین قسمت بال است که استال می‌کند، استفاده می‌شود. تعیین نهایی زاویه پیچش به کمک آزمایشات از طریق تونل باد انجام می‌شود اما با توجه به منبع [۱۷] می‌توان به طور کلی بیان کرد که مقدار ۳- درجه الزامات مربوط به پدیده استال برآورد می‌شود. بدین رو بازه تغییرات زاویه‌ی پیچش بین منفی دو تا منفی پنج درجه انتخاب شده است. نرخ تغییرات زاویه حمله در برآ صفر بال با زاویه پیچش از منبع [۱۷] برابر ۰/۴۲۵ انتخاب می‌شود و همچنین با توجه به سرعت پروازی در فاز کروز حاصل عبارت  $(\frac{\alpha_{0l|at M}}{\alpha_{0l|at M=0.3}})$  برابر یک محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که، برای جلوگیری از تولید برآ منفی باید رابطه (۲۰) به عنوان قیدی در تعیین زاویه نصب بال و زاویه پیچش لحاظ گردد.

$$|\varepsilon_t| + i_w \geq |\alpha_{0LW}| \quad (20)$$

نرخ تغییرات ضریب برآ بال-بدنه با زاویه حمله از طریق رابطه (۲۱) محاسبه می‌شود:

$$C_{Lawf} = k_{wf} \cdot C_{L\alpha} \quad (21)$$

که در آن  $(k_{wf})$  اثر تداخلی بال-بدنه به صورت رابطه (۲۲) بر حسب طول بال بدست می‌آید:

$$k_{wf} = 1 + 0.025 \left(\frac{b}{d_f}\right) - 0.25 \left(\frac{b}{d_f}\right)^2 \quad (22)$$

که در آن  $(d_f)$  عرض بدنه طبق جدول (۳) برابر ۱/۳۷ متر تعیین شده است.

نرخ تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله  $(C_{L\alpha})$  را می‌توان از طریق رابطه (۲۳) محاسبه نمود.

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi AR}{2 + \sqrt{\left(\frac{AR}{K}\right)^2 \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_c/2}{\beta^2}\right) + 4}} \quad (23)$$

که در آن:

$(\Lambda_c/2)$  زاویه پسگرایی بال در نصف وتر (رادیان)

$(k)$  نرخ تغییرات ضریب برآ دو بعدی با زاویه حمله، نسبت به  $(2\pi)$

$(\beta)$  پارامتر پرنتل-گلارت مربوط به ماخ پروازی که تقریباً برابر ۰.۹ می‌باشد.

$$C_{L_0} = C_{L_{0wf}} + C_{L_{0\alpha h}} \eta_h \left(\frac{S_h}{S}\right) (i_h - \varepsilon_{0h}) + C_{L_{0\alpha c}} \eta_c \left(\frac{S_c}{S}\right) (i_c - \varepsilon_{0c}) \quad (17)$$

قسمت آخر در رابطه (۱۷) مربوط به کانارد است که ارتباطی به موضوع بحث ندارد و قسمت دوم مربوط به دم افقی است که در مقابل قسمت اول قابل نظر کردن می‌باشد. بنابراین ضریب برآ برای زاویه حمله صفر، فقط برای ترکیب بال و بدنه  $(C_{L_{0wf}})$  محاسبه می‌شود که در رابطه (۱۸) بیان شده است [۱۷]:

$$C_{L_{0wf}} = (i_w + \alpha_{0LW}) C_{Lawf} \quad (18)$$

که در آن:

$(i_w)$  زاویه نصب بال (رادیان)

$(\alpha_{0LW})$  زاویه حمله برآ صفر بال (رادیان)

$(C_{Lawf})$  نرخ تغییرات ضریب برآ بال-بدنه با زاویه حمله (یک بر رادیان)

زاویه نصب بال جزء متغیرهای تصمیم می‌باشد که به چهار منظور تولید ضریب برآ مناسب، حداقل نیروی پسا در فاز کروز، قرار گرفتن زاویه سطح کف هواپیما به صورت افقی و جلوگیری از برخورد انتهای بدنه هواپیما در فاز برخاست لحاظ می‌شود [۱۰]. زاویه حمله بال در برآ صفر بال را می‌توان از طریق رابطه (۱۹) از منبع [۱۷] محاسبه کرد:

$$\alpha_{0LW} = \left\{ \alpha_{0l} + \left(\frac{\Delta\alpha_0}{\varepsilon_t}\right) \varepsilon_t \right\} \left\{ \frac{\alpha_{0l|at M}}{\alpha_{0l|at M=0.3}} \right\} \quad (19)$$

که در آن:

$(\alpha_{0l})$  زاویه حمله ایرفویل در برآ صفر (رادیان)

$(\varepsilon_t)$  زاویه پیچش بال (رادیان)

$(\frac{\Delta\alpha_0}{\varepsilon_t})$  نرخ تغییرات زاویه حمله در برآ صفر بال با زاویه پیچش (بی بعد)

$(\frac{\alpha_{0l|at M}}{\alpha_{0l|at M=0.3}})$  نسبت زاویه حمله ایرفویل در برآ صفر در ماخ پروازی به همان زاویه در ماخ برابر ۰/۳ (بی بعد)

زاویه حمله ایرفویل در برآ صفر برای ایرفویل‌های مختلف استفاده شده در هواپیماهای رده هوانوردی عمومی در بین بازه صفر تا منفی چهار درجه قرار دارد و با مشخص شدن مقدار بهینه آن می‌توان از آن برای انتخاب ایرفویل استفاده کرد. زاویه پیچش بال برای تنظیم توزیع نیروی برآ به طوری که اطمینان حاصل



$$C_{Lmax} = \frac{2W_{TO}}{\rho \cdot V_S^2 \cdot S} \quad (27)$$

که در آن:

$(W_{TO})$  وزن برخاست (کیلوگرم)

$(\rho)$  چگالی در سطح دریا (کیلوگرم بر متر مکعب)

$(V_S)$  سرعت استال (متر بر ثانیه)

$(S)$  مساحت بال (متر مربع)

$$C_{Lmax-W} = \frac{C_{Lmax}}{0.95} \quad (28)$$

$$C_{Lmax-gross} = \frac{C_{Lmax-W}}{0.9} \quad (29)$$

$$C_{Lmax} = C_{Lmax-gross} - \Delta C_{LHLD} \quad (30)$$

که در آن:

$(\Delta C_{LHLD})$  مقدار افزایش ضریب برآ ناشی از سطوح برآزا که مطابق با جدول ۳ برای نوع سطح برآزا استفاده شده در هواپیمای هدف بوده و این مقدار طبق منبع [۱۸] برابر با ۰/۸ می‌باشد.

$$C_{Lideal} = \frac{C_L}{0.9} \quad (31)$$

که در آن جهت محاسبه ضریب برآ  $(C_L)$  از رابطه (۱۶) استفاده شده است.

در قدم آخر، برای محاسبه نسب برآ به پسا، به تعیین ضریب پسا برحسب متغیرهای تصمیم پرداخته شده است. ضریب پسا از مجموع ضریب پسای القایی  $(C_{D_I})$  و ضریب پسا در برآی صفر  $(C_{D_0})$  حاصل می‌شود که می‌توان ضریب پسای القایی را از رابطه (۳۲) بدست آورد:

$$C_{D_I} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \quad (32)$$

که  $(e)$  متغیر ازوالد تنها متغیر نا معلوم در رابطه (۳۲) می‌باشد و از منبع [۱۸] می‌توان آن را طبق رابطه (۳۳) محاسبه نمود:

$$e = 1.78 (1 - 0.045AR^{0.68}) - 0.64 \quad (33)$$

برای محاسبه ضریب پسا در برآی صفر بر طبق متغیرهای تصمیم، دو روش وجود دارد که یکی محاسبه آن از طریق

از آنجایی که مقدار زاویه پسگرایی در ربع وتر برابر صفر تعیین شده بود، می‌توان از رابطه (۲۴) مقدار این زاویه را برای نصف وتر محاسبه نمود [۱۸]:

$$\tan(\Lambda_{c/2}) = \tan(\Lambda_{c/4}) - \frac{1}{AR} \left( \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \right) \quad (24)$$

نرخ تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله دو بعدی  $(C_{L\alpha 2D})$  نیز از منبع [۱۸] توسط رابطه (۲۵) برحسب بیشینه ضخامت به وتر بال بدست می‌آید:

$$C_{L\alpha 2D} = 1.8\pi(1 + 0.8 \left( \frac{t}{c} \right) max) \quad (25)$$

تنها متغیر نامعلوم در رابطه (۱۶)، زاویه حمله در پرواز کروز می‌باشد که با توجه به منبع [۱۲] مقدار ۲/۵ درجه انتخاب می‌شود که در این زاویه مقدار نسبت برآ به پسا بیشینه می‌شود. حال می‌توان ضریب برآ بال را برحسب متغیرهای تصمیم محاسبه نمود اما لازم است که برای ایجاد دقت کافی در تخمین ضریب برآ، رابطه (۲۶) را به عنوان قید در نظر گرفت. زیرا که در پرواز مستقیم الخط کروز، نیروی برآ برابر با وزن هواپیما می‌باشد و ضریب برآ بال باید ۱۰٪ بیشتر از ضریب برآ بدست آمده از رابطه (۲۶) یعنی  $(C_{Lc})$  باشد.

$$C_{Lc} = \frac{2W_{avg}}{\rho_{cr} \cdot V_{cr}^2 \cdot S} \quad (26)$$

که در آن:

$(W_{avg})$  میانگین وزن ابتدا و انتها در فاز کروز (کیلوگرم)

$(\rho_{cr})$  چگالی در ارتفاع پروازی کروز (کیلوگرم بر متر مکعب)

$(V_{cr})$  سرعت پروازی در فاز کروز (متر بر ثانیه)

$(S)$  مساحت بال (متر مربع)

در ادامه به تعیین دو متغیر بیشینه ضریب برآ و ضریب برآی ایده‌آل از منبع [۱۸] پرداخته شده است که به کمک مقادیر بهینه‌ی بدست آمده از این دو، بیشینه ضخامت و زاویه حمله ایرفویل در برآ صفر، ایرفویل مناسب انتخاب شود. که روابط (۲۷) تا (۳۰) چگونگی محاسبه بیشینه ضریب برآ  $(C_{Lmax})$  و رابطه (۳۱) چگونگی محاسبه ضریب برآ ایده‌آل  $(C_{Lideal})$  را نشان می‌دهند.

با مقدار واقعی، عمل کرد که نهایتاً میزان خطا برابر با ۰/۶٪ بدست می‌آید.

$$\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{Max} = \frac{1}{2\sqrt{\frac{C_{D0}}{\pi \cdot AR \cdot e}}} \quad (38)$$

### تخمین برد پروازی

به طور کلی سه برنامه پروازی در فاز کروز وجود دارد که هر یک رابطه مخصوص خودش را داراست. جهت سهولت مسئله، از برنامه پروازی که در آن ارتفاع پروازی افزایش و سرعت و زاویه حمله ثابت است استفاده می‌شود و هم چنین فرض می‌شود که هواپیما تمام وزن، در ابتدای فاز کروز قرار گرفته است و تا زمانی که سوخت تمام شود به پرواز ادامه می‌دهد. با توجه به توضیحات گفته شده، برد پرواز را می‌توان به عنوان تابع هزینه دوم برای بیشینه سازی از رابطه (۳۹) محاسبه نمود [۱۸]:

$$R = \frac{\eta_p C_L}{c C_D} \ln\left(\frac{W_{TO}}{W_{TO} - W_F}\right) \quad (39)$$

که در آن راندمان ملخ ( $\eta_p$ ) و مصرف سوخت ویژه ( $c$ ) از جدول (۳) تعیین می‌شوند.

### تابع جریمه و قیود بهینه سازی

برای جلوگیری از بروز پاسخ های غیرموجه در فرآیند بهینه سازی، قیود زیر (همان طور که پیش تر بیان شد) لحاظ گردیده اند:

$$C_{Lc} = 0.9C_{L_{wing}} \quad (40)$$

$$0 < \lambda \leq 1 \quad (41)$$

$$0 < \tau \leq 1 \quad (42)$$

$$\frac{C_L}{C_D} < \left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{Max} \quad (43)$$

$$|\varepsilon_t| + i_w \geq |\alpha_{0LW}| \quad (20)$$

اصطکاک پوسته ای<sup>۲۴</sup> و دیگری از طریق محاسبه آن برای تک تک اجزاء، می‌باشد. برای سادگی در تخمین از روش اول استفاده شده است که جزئیات کمتری را در برمی‌گیرد. رابطه (۳۴) آن را برای ضریب پسا در برآی صفر بال ( $C_{D0_{wing}}$ ) بیان می‌کند:

$$C_{D0_{wing}} = C_{fe} \frac{S_{wettedwing}}{S_{wing}} \quad (34)$$

که در آن:

( $C_{fe}$ ) ضریب اصطکاک پوسته ای (از منبع [۹] برابر ۰/۰۰۴) ( $S_{wettedwing}$ ) سطح بادخور بال، ناحیه‌ای از سطح بال که با جریان هوا در کنش است. سطح بادخور برطبق منبع [۲۳] را می‌توان از رابطه (۳۵) بدست آورد:

$$S_{wettedwing} = 2S_{exp} \left\{ 1 + 0.25 \times \left(\frac{t}{c}\right)_r \times \frac{1 + \lambda \times \tau}{1 - \lambda} \right\} \quad (35)$$

( $S_{exp}$ ) مساحت بال بدون احتساب قسمتی که در بدنه قرار می‌گیرد است و تنها مجهول رابطه (۳۵) می‌باشد که یک تقریب مناسب برای آن، طبق منبع [۱۱]، استفاده از رابطه (۳۶) می‌باشد.

$$S_{exp} = \left[ C_r + C_t + \frac{(C_t - C_r)d_f}{b} \right] [b - d_f] \quad (36)$$

با محاسبه ضریب پسا بال می‌توان ضریب پسا در برآ صفر کل هواپیما ( $C_{D0_{total}}$ ) از رابطه (۳۷) بدست آورد:

$$C_{D0_{total}} = 3C_{D0_{wing}} \quad (37)$$

حال، می‌توان نسبت برآ به پسا را برحسب متغیرهای تصمیم محاسبه نمود اما باید توجه داشت که مقدار بدست آمده از بیشینه مقدار آن تجاوز نکند. برای محاسبه مقدار بیشینه نسبت برآ به پسا از رابطه (۳۸) از منبع [۱۷] استفاده می‌شود. همچنین، برای ارزیابی میزان خطا این نسبت، مانند گذشته با جایگذاری مقدار متغیرهای تصمیم برای هواپیما هدف و مقایسه

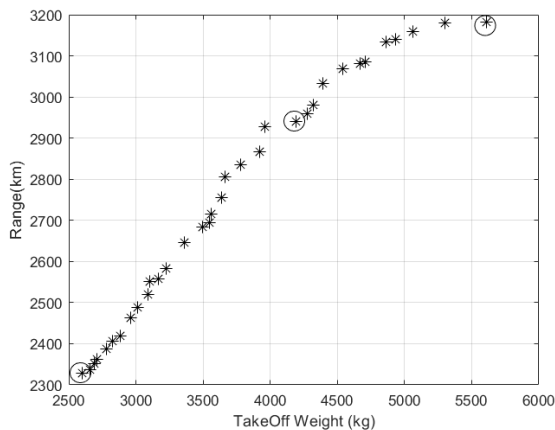
<sup>24</sup> equivalent skin-friction

### نتایج و صحت سنجی

برای حل مسئله بهینه سازی مطرح شده توسط الگوریتم ژنتیک چند هدفه با مرتب سازی نامغلوب، با پارامترهای:

- اندازه جمعیت: ۵۰
- احتمال جهش: ۰/۷
- احتمال تولید مثل: ۰/۷
- نخبه گرایی: ۱
- تعداد تکرار: ۲۰۰

که با آزمون و خطا برای رسیدن به پاسخ بهینه سراسری تنظیم شده‌اند. راه حل های بهینه پرتو در شکل (۱) نمایش داده شده است. همچنین میزان تغییرات مشخصات هندسی، آیرودینامیکی و عملکردی نسبت به وزن برخاست و برد در شکل های (۲) و (۳) به نمایش درآمده است.



شکل ۱ راه حل های بهینه پرتو

همان‌طور که در متن مقاله گفته شد، در بهینه سازی چند هدفه نمی توان تنها یک راه حل را به عنوان بهترین پاسخ مسئله معرفی کرد. در این گونه مسائل باید مجموعه‌ای از راه‌حل‌ها که هر یک از اهداف را در سطح قابل قبولی برآورده می‌سازند، به عنوان مجموعه جواب بهینه پرتو معرفی نمود. بنابراین، در شکل (۱) هر نقطه یک پاسخ بهینه برای مسئله را نشان می‌دهد و انتخاب نهایی توسط طراح بر طبق ماموریت و یا موارد دیگر انجام می‌شود. در این نوشته سه پاسخ با اهمیت که بیانگر بیشترین برد، کمترین وزن و حالت میانه می‌باشند،

مشکل اصلی در مدیریت قیود بر فرآیند بهینه‌سازی می‌باشد. برای حل این مشکل، روش‌های مختلفی وجود دارند که یکی از آن‌ها، بهره‌گیری از تابع جریمه<sup>۲۵</sup> است. در این روش، اجازه تخطی از قیود مسأله به پاسخ‌ها داده می‌شود؛ اما هر پاسخ بسته به میزان تخطی‌اش، باید جریمه‌ای را بپردازد که در روند کمینه‌سازی جریمه‌ها ناگزیراً به سمت صفر میل می‌کنند و به عبارت دیگر فرایند بهینه‌سازی به سمت پاسخ‌های مناسب و موجه، سوق پیدا می‌کند. برای بیشینه‌سازی نیز با منفی در نظر گرفتن تابع هزینه می‌توان آن را به مسئله کمینه‌سازی تبدیل کرد و رویکرد گفته شده را انجام داد [۲۲-۲۳]. روابط (۴۴ تا ۴۸) جریمه پاسخ‌هایی که از قیود گفته شده، تخطی می‌کنند، بیان می‌کنند. در نهایت طبق رابطه (۵۰) میانگین مقدار جریمه‌ها به تابع هزینه اعمال می‌شود.

$$v_1 = \left| \frac{C_L}{0.9 \times C_{Lc}} - 1 \right| \quad (44)$$

$$v_2 = \max(\tau - 1, 0) \quad (45)$$

$$v_3 = \max(\lambda - 1, 0) \quad (46)$$

$$v_4 = \max\left(\frac{C_L}{C_D} - 1, 0\right) \quad (47)$$

$$\left(\frac{C_L}{C_D}\right)_{Max}$$

$$v_5 = \max\left(1 - \frac{|\varepsilon_t| + i_w}{|\alpha_{0LW}|}, 0\right) \quad (48)$$

$$V = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5}{5} \quad (49)$$

$$\text{Cost Function} = \left[ \frac{W_{TO} + \alpha \times V}{\alpha \times V - R} \right] \quad (50)$$

که در آن:

$(W_{TO})$  وزن برخاست محاسبه شده از رابطه (13) (کلیوگرم)

$(R)$  برد پروازی محاسبه شده از رابطه (۳۹) (کیلو متر)

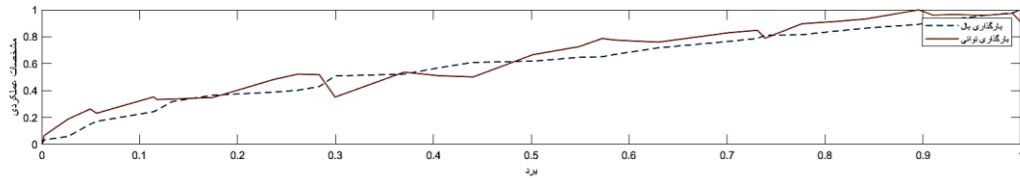
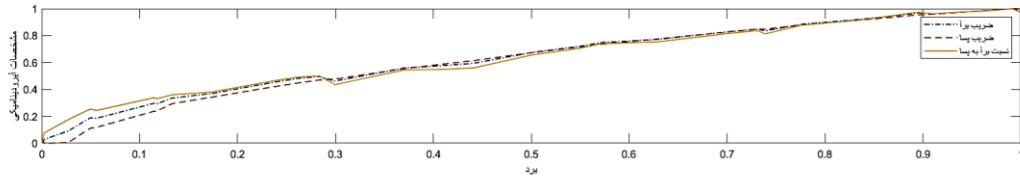
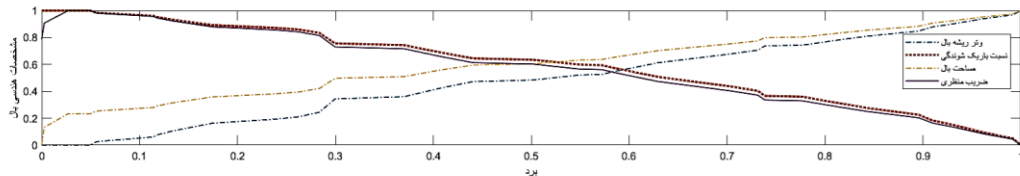
$(V)$  مقدار نهایی جریمه محاسبه شده از رابطه (۴۹)

$(\alpha)$  پارامتر مثبت ثابت برای بالا بردن ارزش پاسخ‌های موجه

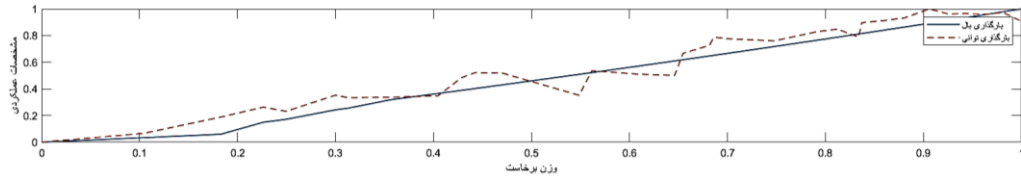
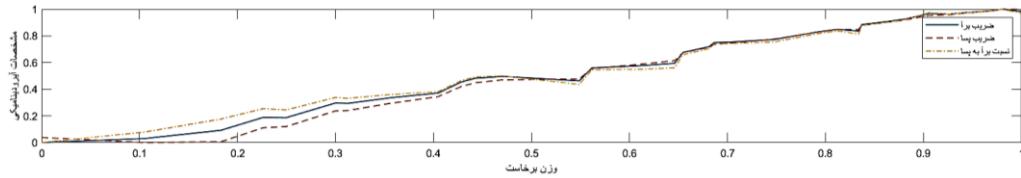
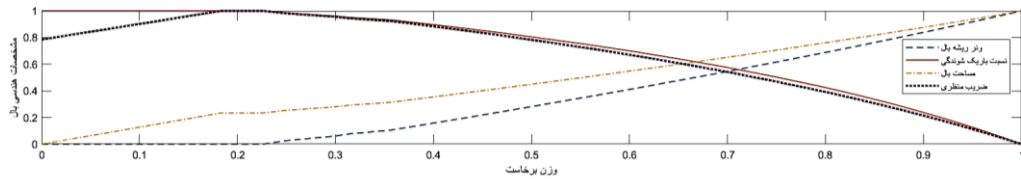
در مقابل پاسخ‌های غیر موجه (با روش آزمون و خطا  $\alpha =$

10000)

<sup>25</sup> Penalty Function



شکل ۲ تغییرات متغیرهای مسئله با وزن برخاست



شکل ۳ تغییرات متغیرهای مسئله با برد پروازی

جدول ۶ مقادیر پاسخ های بهینه کلیدی به همراه مقادیر

هواپیماهای هدف		
حالت های کلیدی	وزن برخاست	برد
بیشترین برد	۵۶۱۱	۳۱۸۲
کمترین وزن	۲۶۰۰	۲۳۲۹
میان	۴۱۹۴	۲۹۴۰
King Air C90Gtx	۴۷۵۶	۲۴۲۹
Piper PA-31T Cheyenne	۴۰۸۲	۲۷۳۹
ASI Aviation F406 Caravan II	۴۲۴۶	۲۷۲۹

برای بررسی و مقایسه و انتخاب نهایی در نظر گرفته شده اند و در شکل (۱) مشخص شده اند. همچنین، در جدول (۶) مقادیر آن ها به همراه هواپیماهای هدف به منظور مقایسه، نشان داده شده اند.

با توجه به جدول (۶) مشخص است که دو حالت بیشترین برد و کمترین وزن فقط از یک منظر می تواند نسبت به هواپیماهای هدف برتری ایجاد کند، در حالیکه انتخاب حالت میانه می تواند از هر دو نظر برتری مناسبی ایجاد کند به جز هواپیما پایپر که فقط ۱۱۲ کیلوگرم سبک تر است.

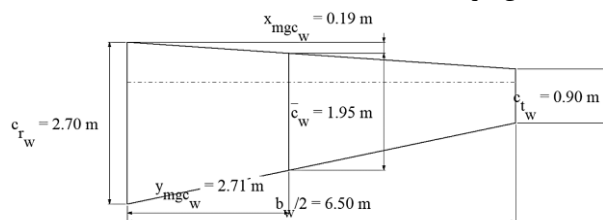
جدول ۷ مقایسه پاسخ بهینه با هواپیماهای هدف

	Beechcraft King Air C90GTx			Piper PA-31T Cheyenne		ASI Aviation F406 Caravan II	
	مقدار پاسخ بهینه پرتو	مقدار	درصد اختلاف	مقدار	درصد اختلاف	مقدار	درصد اختلاف
طول بال (متر)	۱۳	۱۶/۳۶	۲۵/۸۵	۱۳/۰۱۱	۰/۰۸	۸.۱۵	۲۱/۵۴
وتر ریشه بال (متر)	۲/۷	۲/۱۶	۲۰/۳۷	-	-	۱/۶	۴۰/۷۴
نسبت باریک شونده‌گی (بدون بعد)	۰/۳۳	۰/۵	۵۱/۵۲	-	-	۱	۲۰۳/۰۳
ضریب منظری (بی بعد)	۷/۲	۸/۶	۱۹/۴۴	۷/۲۲	۰/۲۸	۹/۷	۳۴/۷۲
مساحت بال (متر مربع)	۲۳/۵	۲۷	۱۴/۸۹	۲۱/۳	۹/۳۶	۲۳/۴۸	۰/۰۹
زاویه پیچش (درجه)	-۴/۹	-۴/۴۸	۸/۵۷	-۲/۵	۴۸/۹۸	-۳	۳۸/۷۸
زاویه نصب (درجه)	۴/۷	۴/۴۸	۴/۶۸	۱/۵	۶۸/۰۹	۲	۵۷/۴۵
زاویه حمله در برآ صفر ایرفویل (درجه)	-۱/۶	-۱/۱	۳۱/۲۵	-۲/۲	۳۷/۵	-۱/۲	۲۵
بیشینه ضخامت به وتر ریشه (درصد)	۱۴	۱۴	۰	۱۵	۱۴/۷	۱۸	۵۷.۲۸
بیشینه ضخامت به وتر نوک (درصد)	۱۲	۱۲	۰	۱۲	۰	۱۲	۰
بیشینه ضریب برآ (بی بعد)	۱/۳	۸/۱	۴۶/۳۸	۱/۶۵	۲۶/۹۲	۲	۸۵.۵۳
بارگذاری بال (کیلوگرم بر متر مربع)	۱۷۸/۴	۱۷۴/۲	۲/۳۵	۱۹۱/۶	۷/۴	۱۹۰/۳	۶/۶۷
نسبت برآ به پسا (بی بعد)	۱۰/۱۱	۹/۵	۶/۰۳	۱۲/۵	۲۳/۶۴	۹/۵	۶/۰۳
وزن سوخت (کیلوگرم)	۱۱۹۴	۱۱۶۷	۲/۲۶	۱۴۵۰	۲۱/۴۴	۱۴۴۴	۲۰/۹۴
وزن برخاست (کیلوگرم)	۴۱۹۴	۴۷۵۶	۱۳/۴	۴۰۸۲	۲/۶۷	۴۲۴۶	۱/۲۴
برد پروازی (کیلو متر)	۲۹۴۰	۲۴۲۹	۳۸/۱۷	۲۷۳۹	۶/۸۴	۲۷۲۹	۷/۱۷

با توجه به نتایج بدست آمده مطابق با جدول (۷)، روشن است که با بهینه سازی متغیرهای تصمیم مسئله بهبودی معادل ۶/۸۴ درصد در برد نسبت به هواپیما پایپر (که نسبت به دیگر هواپیماهای هدف کم وزن تر و دارای برد بیشتر است) حاصل شده است، در حالی که ۲/۶۷ درصد وزن بیشتر نسبت به این هواپیما بدست آمده است.

برای بررسی تاثیر این امر می توان اختلاف در مساحت بال، پاسخ بهینه و هواپیمای پایپر را ذکر کرد. از آن جایی که افزایش مساحت بال باعث کاهش بارگذاری بال می شود که به دنبال آن عملکرد و کارایی در مشخصه هایی مانند مسافت برخاست،

با انتخاب حالت میانه به عنوان پاسخ بهینه مسئله، مقایسه و صحت سنجی مقادیر بهینه شده با هواپیماهای هدف، در جدول (۷) مشاهده می شود و هم چنین شکل بال پاسخ بهینه در شکل (۴) به نمایش درآمده است.



شکل ۴ شکل بال پاسخ بهینه انتخاب شده

### نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

با مروری بر هدف نوشته حاضر که تعیین بهینه پارامترهای کلیدی بال به عنوان مهم ترین جزء هواپیما در فاز طراحی مفهومی و اولیه برای رده هوانوردی عمومی به عنوان نمونه موردی که به دلیل اهمیت و پتانسیل بالا این رده برای رشد و شکوفایی صنعت هوانوردی ایران انتخاب شده است، می‌توان دریافت که تعیین دقیق و بهینه پارامترهای کلیدی بال برای حاصل شدن چنین نتیجه‌ای، بدون استفاده از روش‌های بهینه‌سازی و یا روش‌های مشابه دیگر، ناشدنی است، که نشان دهند اهمیت بالای بهینه‌سازی در روند طراحی هواپیما است.

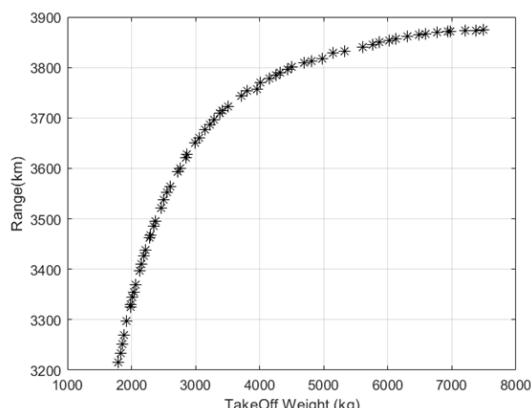
برای این منظور دو تابع هدف یا هزینه که در تضاد یکدیگر برآورده می‌شوند به نام‌های بیشینه‌سازی برد و کمینه‌سازی وزن انتخاب شده است. این بهینه‌سازی توسط هشت متغیر تصمیم که پارامترهای کلیدی بال را نشان می‌دهند، صورت پذیرفته و توسط پنج تابع جریمه مقید شده است. مجموعه تمام پاسخ بهینه ارائه شده و با هواپیماهای هدف اعتبار سنجی شده است.

نوشته حاضر ابزاری برای تخمین و بهینه‌سازی تمامی پارامترهای کلیدی بال هر هواپیما دلخواه بوده و این امکان را می‌دهد تا با مصالحه‌ای بین اهداف و معیارها مورد نیاز، پاسخ بهینه نهایی با رعایت تمامی قیود و فضاهای امکان پذیر انتخاب شود.

لازم به ذکر است که از آنجایی که هدف این نوشته بهینه‌سازی بال هواپیما بوده و نه طراحی کامل هواپیما، الزاماتی نظیر پایداری، کیفیت پروازی و سازه‌ای نادیده گرفته شده است، که در آینده می‌توان برای سایر قسمت‌های هواپیما نظیر بدنه و دم نیز این مهم را انجام داد تا نتایج بهینه کلی بدست آید.

کیفیت پروازی در عبور از اغتشاشات و رفتار استال بهبود می‌پذیرد اما سبب کاهش نسبت برآ به پسا و افزایش وزن می‌شود. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت، با پرداخت هزینه از نظر وزنی، عملکردی بهتر در مشخصه‌های ذکر شده حاصل می‌شود. میزان خطا کلی تخمین برد و وزن برخاست برای هواپیما کینگ ایر (با توجه به معیار قرار دادن هواپیما کینگ ایر برای تعیین متغیرهای ثابت فرض شده) به طور متوسط برابر ۳ درصد می‌باشد. برای تخمین برد و وزن برخاست هر هواپیما دلخواه، با تغییر در متغیرهای ثابت فرض شده این مسئله به متغیرهای واقعی هواپیما مدنظر، اعم از نسبت وزن بال و سوخت به وزن برخاست، سرعت پروازی، توان موتور و موارد دیگر می‌توان به میزان خطا قابل قبولی دست یافت.

در نهایت، از آن جایی که، در این نوشته نبود حتی یکی از قیود مسئله می‌تواند باعث تولید پاسخ‌های امکان ناپذیر شود، برای اعتبار سنجی قیود مسئله یکبار دیگر الگوریتم با همان شرایط اما بدون در نظر گرفتن قیود به اجرا در آمده است. راه حل‌های بهینه پرتو برای این حالت در شکل (۵) به نمایش درآمده است. با این حال که، تمامی پاسخ‌های بهینه در این شکل بسیار ایده آل است، اما متأسفانه رسیدن به چنین پاسخ‌هایی در دنیای واقعی امکان پذیر نبوده و هم چنین می‌توان با مقایسه شکل (۵) با شکل (۱) اثر قیود مسئله در چگونگی بدست آمدن پاسخ‌های بهینه را دریافت.



شکل ۵ راه حل‌های بهینه پرتو برای حالت مقید نشده

پیشینه ضریب برآ ناخالص (بدون واحد)	$C_{Lmax-gross}$		فهرست علائم
ضریب برآ بال (بدون واحد)	$C_{Lwing}$		
نرخ تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله (یک بر رادیان)	$C_{L\alpha}$	بیشینه ضخامت نسبت به وتر (درصد)	$(\frac{t}{c})_{max}$
ضریب اصطکاک پوسته ای (بدون واحد)	$C_{fe}$	بیشینه ضخامت ریشه بال نسبت به وتر (درصد)	$(\frac{t}{c})_{max_r}$
نرخ تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله (یک بر رادیان)	$C_{l\alpha}$	بیشینه ضخامت نوک بال نسبت به وتر (درصد)	$(\frac{t}{c})_{max_t}$
وتر متوسط آیرودینامیکی (متر)	$\bar{C}$	بیشینه نسبت ضریب برآ به پسا (بدون واحد)	$(\frac{C_L}{C_D})_{Max}$
ضریب پسا (بدون واحد)	$C_D$	نسبت زاویه حمله برآ صفر ایرفویل در ماخ پروازی	$\alpha_{0l at M}$
ضریب برآ (بدون واحد)	$C_L$	نرخ تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله دو بعدی (یک بر رادیان)	$C_{l\alpha 2D}$
وتر ریشه بال (متر)	$C_r$	نسبت ضریب برآ به پسا (بدون واحد)	$\frac{C_L}{C_D}$
وتر نوک بال (متر)	$C_t$	مقدار افزایش ضریب برآ ناشی از سطوح برآزا (بدون واحد)	$\Delta C_{LHLD}$
سطح بادخور بال (متر مربع)	$S_{wettedwing}$	نرخ تغییرات زاویه حمله در برآ صفر بال با زاویه پیچش (بی بعد)	$\frac{\Delta \alpha_0}{\epsilon_t}$
مساحت بال بدون احتساب قسمتی که در بدنه قرار میگیرد	$S_{exp}$	زاویه پسگرایی در ربع وتر (رادیان)	$\Lambda_{0.25}$
مساحت بال (متر مربع)	$S_w$	زاویه پسگرایی بال در نصف وتر (رادیان)	$\Lambda_{c/2}$
سرعت پروازی در فاز کروز (متر بر ثانیه)	$V_{cr}$	ضریب پسا در برآ صفر کل هواپیما (بدون واحد)	$C_{D0total}$
ظرفیت مخزن سوخت (متر مکعب)	$V_{tank}$	ضریب پسا در برآ صفر بال (بدون واحد)	$C_{D0wing}$
وزن خالی (کیلوگرم)	$W_E$	ضریب پسا در برآ صفر (بدون واحد)	$C_{D0}$
وزن سوخت (کیلوگرم)	$W_F$	ضریب پسا در برآ صفر (بدون واحد)	$C_{D1}$
وزن برخاست (کیلوگرم)	$W_{TO}$	ضریب پسا القایی (بدون واحد)	$C_{L0}$
میانگین وزن ابتدا و انتها در فاز کروز (کیلوگرم)	$W_{avg}$	ضریب برآ برای زاویه حمله صفر (بدون واحد)	$C_{L0wf}$
وزن بال (کیلوگرم)	$W_{wing}$	ضریب برآ برای زاویه حمله صفر، فقط برای ترکیب بال و بدنه	$C_{Llawf}$
عرض بدنه	$d_f$	نرخ تغییرات ضریب برآ بال-بدنه با زاویه حمله (یک بر رادیان)	$C_{Lc}$
زاویه نصب بال (رادیان)	$i_w$	ضریب برآ ایده آل (بدون واحد)	$C_{Lideal}$
فاکتور چگالی (بدون بعد)	$k_p$	پیشینه ضریب برآ (بدون واحد)	$C_{Lmax}$
اثر تداخلی بال-بدنه	$k_{wf}$	پیشینه ضریب برآ بال (بدون واحد)	$C_{Lmax-W}$
ضریب بار نهایی (بدون بعد)	$n_{ult}$		
فشار دینامیکی (پاسکال)	$\bar{q}$		
زاویه حمله بال در برآ صفر (رادیان)	$\alpha_{0LW}$		
زاویه حمله برآ صفر ایرفویل (رادیان)	$\alpha_{0l}$		
زاویه پیچش بال (رادیان)	$\epsilon_t$		
راندمان ملخ (بدون واحد)	$\eta_p$		
چگالی در ارتفاع پروازی کروز (کیلوگرم بر متر مکعب)	$\rho_{cr}$		
چگالی سوخت (کیلوگرم بر متر مکعب)	$\rho_f$		

- Optimization Method with the Consideration of Dynamic Stability", International Journal of Aerospace Engineering, vol. 2021, Article ID 5551094, 9 pages, 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/5551094>
- [9] Nils Kleemann, Stanislav Karpuk and Ali Elham, "Conceptual Design and Optimization of a Solar-Electric Blended Wing Body Aircraft for General Aviation", AIAA 2020-0008, Published Online: 5 Jan 2020 <https://doi.org/10.2514/6.2020-0008>
- [10] Vedant Singh, Somesh K. Sharma, S. Vaibhav, "Transport Aircraft Conceptual Design Optimization Using Real Coded Genetic Algorithm", International Journal of Aerospace Engineering, vol. 2016, Article ID 2813541, 11 pages, 2016. <https://doi.org/10.1155/2016/2813541>
- [11] A. R. Babaei and S. M. R. Setayandeh, "Constrained Optimization of a Commercial Aircraft Wing Using Non-Dominated Sorting Genetic Algorithms (NSGA)", Advanced Design and Manufacturing Technology, Vol. 8, No. 4, pp. 5, December – 2015
- [12] Kalyanmoy Deb, Associate Member, Amrit Pratap, Sameer Agarwal, T. Meyarivan, "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II", IEEE Trans. Evolutionary Computation, VOL. 6, NO. 2, APRIL 2002
- [13] Mitra, K. Multiobjective optimization of an industrial grinding operation under uncertainty. Chemical Engineering Science, 64, 23 (2009), 5043-5056.
- [14] Jianling, C. Multi-objective optimization of cutting parameters with improved NSGA-II. City, 2009.
- [15] Kodali, S. P., Kudikala, R. and Deb, K. Multi-objective optimization of surface grinding process using NSGA II. City, 2008.
- [16] Taylor, John W. R. Jane's All the World's Aircraft. Jane's Yearbooks, 2018.
- [17] Roskam, J., "Airplane Design", part one, three and six, DARCorporation, 1997.
- [18] Sadraey, M. H., "Aircraft Design: a systems engineering approach", John Wiley & Sons Publication, 2013.
- [19] D. P. Raymer, Aircraft Design: A Conceptual Approach, American Institute of Aeronautics and Astronautics. Inc., Reston, Va, USA, 1999
- [20] Snorri Gudmundsson, General Aviation Aircraft Design: Applied Methods and Procedures, Butterworth-Heinemann, 2013
- [21] E. Torenbeek, Synthesis of Subsonic Airplane Design, Delft University Press, Delft, The Netherlands, 1982.
- [22] M. Gen and R. Cheng, "Survey of penalty techniques in genetic algorithms," in Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation, pp. 804-809, IEEE, May 1996.
- [23] M. Gen and R. Cheng, Genetic Algorithms and Engineering Optimization, vol. 7, John Wiley, 1999

چگالی مواد (کلیو گرم بر متر مکعب)	$\rho_{mat}$
متغیر ازوالد	$e$
ضریب منظری (بدون بعد)	$AR$
برد (کیلومتر)	$R$
مقدار نهایی جریمه	$V$
مصرف سوخت ویژه (یک بر کیلومتر)	$c$
ثابت گرانش (متر بر مجذور ثانیه)	$g$
نرخ تغییرات ضریب برآ دو بعدی با زاویه حمله، نسبت به $(2\pi)$	$k$
زاویه حمله (رادیان)	$\alpha$
پارامتر پرنتل-گلارت مربوط به ماخ پروازی	$\beta$
نسبت باریک شونده (بدون بعد)	$\lambda$
نسبت بیشینه ضخامت به وتر	$\tau$
نوک بال به ریشه بال (بی بعد)	

## منابع و مراجع

- [1] R. Perez, H. Liu, K. Behdinan, Flight Dynamics and Control Multidisciplinary Integration in Aircraft Conceptual Design Optimization, Proceedings of The 10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, New York: AIAA, pp. 1-10, 2004.
- [2] S. M. B. Malaek, A. Ghorbani, Aircraft conceptual design based on genetic algorithm, Aerospace Mechanics Journal, Vol. 1, No. 1, pp. 101-114, 2005. (in Persian)
- [3] J. Cavalcanti, B. Mattos, P. Paglione, Optimal Conceptual Design of Transport Aircraft, Proceedings of The 11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, Virginia: AIAA, pp. 1-22, 2006.
- [4] L. Cavagna, L. Riccobene, S. Ricci, A. Bérard, A. Rizzi, A fast MDO tool for aeroelastic optimization in aircraft conceptual design, Proceedings of The 12th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, British Columbia: AIAA, pp. 1-17, 2008.
- [5] Alonso, J.J. & LeGresley, P. & Pereyra, V., 2009. "Aircraft design optimization," Mathematics and Computers in Simulation (MATCOM), Elsevier, vol. 79(6), pages 1948-1958.
- [6] R. Ramanna, M. Kumar, K. Sudhakar, K. Harinarayana, Multidisciplinary Design Optimization of Transport Class Aircraft, Chakrabarti, Amaresh, Prakash, Raghu V (Eds.), ICoRD'13 Global Product Development, pp. 125-135, India: Springer, 2013.
- [7] J. Yoon, N.-V. Nguyen, S.-M. Choi, J.-W. Lee, S. Kim, Y.-H. Byun, Multidisciplinary General Aviation Aircraft Design Optimizations Incorporating Airworthiness Constraints, Proceedings of the 10th AIAA aviation technology, integration, and operations (ATIO) conference, Fort Worth: AIAA, pp. 1-12, 2010.
- [8] Mi Baigang, Wang Xiangyu, "A New Aerodynamic