

حرکت آشوبناک و کنترل آن برای تیریک سرگردار غیر صفحه‌ای، غیر خطی با تحریک پارامتری

جواد مرزبان راد^۱، مرتضی صیدی^۲، حسین صالحی مرزیجرانی^۳
marzban@iust.ac.ir

چکیده

در این مقاله، آنالیز حرکت آشوبناک و کنترل آن برای تیریک سرگردار غیر صفحه‌ای، غیر خطی با تحریک پارامتری محوری و عرضی در انتهای آزاد آن انجام شده است. این کار روش جدیدی برای کنترل حرکت آشوبناک تیریک غیر صفحه‌ای می‌باشد. در این بررسی، رزونانس داخلی تیر ۲:۱ بوده و رزونانس اولیه در خارج از صفحه و رزونانس زیر هارمونیک برای داخل صفحه در نظر گرفته شده است. مدل سازی تیر به کمک روش لاگرانژ انجام شده است. سپس از روش مقیاس‌های چندگانه برای تبدیل سیستم تحریک پارامتری و خارجی به معادلات میانگین‌گیری شده که نیروی ثابتی به آنها وارد می‌شود، کمک گرفته شده است. در نهایت با استفاده از شبیه سازی عددی، کنترل حلقه بازی برای حرکت آشوبناک تیریک سرگردار غیر صفحه‌ای با تحریک در انتهای آزاد آن طراحی شده است تا بتواند ارتعاشات تیر را در یک راستا محدود نماید. نتایج حاصله بصورت منحنی‌هایی که محدوده پایداری را نشان می‌دهد نمایش داده شده است.

کلیدواژه :

حرکت آشوبناک - تحریک پارامتری - تیریک سرگردار - کنترل ارتعاشات .

۱- استادیار، دانشکده مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران
۲- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران
۳- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی خودرو، دانشگاه علم و صنعت ایران

در نظر گرفتن تغییر شکل‌های بزرگ تیر مساله دارای ترم‌های غیر خطی می‌باشد. دینامیک تیر یک‌سرگردار غیر صفحه‌ای کاربردهای مهمی در ایستگاه‌های فضایی، ماهواره ها، آنتن ها و بازوهای مکانیکی انعطاف‌پذیر دارد. با گسترش دامنه تئوری‌های دینامیک غیرخطی، فهم بهتری از پدیده‌های پیچیده ناشی از مباحث غیرخطی تیر یک‌سرگردار ایجاد شد.

معادله حرکت برای تیر یک‌سرگردار به صورت معادله‌های دیفرانسیل جزئی با تحریک پارامتری می‌باشد، که با کمک روش مقیاس‌های چندگانه از سیستم تحریک پارامتری و خارجی به معادلات میانگین‌گیری شده که نیروی ثابتی به آنها وارد می‌شود، تبدیل می‌شود. این روش به ما نشان می‌دهد که تحریک عرضی در راستای Z تأثیر به‌سزایی در ارتعاشات تیر دارد. این روش نشان می‌دهد که روش جدیدی برای کنترل حرکت این نوع تیر با تغییر نیرویی وجود دارد.

۲- بررسی دینامیک تیر یک‌سرگردار غیرخطی غیرصفحه‌ای با تحریک پارامتری فرمولبندی مسئله:

پاسخ برای تیر یک‌سرگردار غیرصفحه‌ای با سطح مقطع مربعی که یکی از مودهای آن تحت تحریک پارامتریک قرار گرفته را در نظر می‌گیریم. علامت گذاری به‌کار رفته در این آنالیز به صورت زیر است.

t : زمان، s : مختصات محوری در طول محور الاستیک قبل از تغییر شکل. $U(s,t)$ ، $v(s,t)$ و $w(s,t)$ تغییر مکانی مرکز ثقل s در طول محورهای به ترتیب x ، y ، z هستند و $\phi(s,t)$ زاویه چرخش مقطع عرضی تیر حول محور z است. علاوه بر این، m جرم واحد طول J_η ، J_ξ و J_ζ ممان اینرسی‌های جرم اصلی، D_η ، D_ξ ، D_ζ سفتی پیچشی، D_η و D_ζ سفتی‌های خمشی، AE سفتی طولی و c ضریب استهلاک ویسکوز می‌باشد. تحریک هارمونیک محوری به فرم $2F_1 \cos(\Omega_1 t)$ و تحریک‌های عرضی در راستاهای y و z نیز به ترتیب به فرم‌های $2F_2 \cos(\Omega_2 t)$ و $2F_3 \cos(\Omega_3 t)$ مطابق شکل (۸) می‌باشند. معادله بی‌بعد شده برای تیر یک‌سرگردار غیرخطی، غیرصفحه‌ای تحت تحریک نیرویی و پارامتری به صورت زیر در می‌آید. [۸]

۱- مقدمه

قصد داریم مدل غیر خطی و اثرات متقابلی که ممکن است در تیر یک‌سرگردار با تحریک خارجی رخ دهد را ارائه دهیم. بال‌های هواپیما، پره‌های هلیکوپتر، لوله تفنگ و ساختمان‌های مرتفع تنها تعدادی از نمونه‌های مکانیکی و ساختمانی موجود هستند که در طراحی آنها، آنالیز ارتعاشی سازه‌ها به‌طور کلی و تیرها به‌طور خاص بسیار ضروری و حیاتی است. مدلسازی خطی این سازه‌ها می‌تواند نادرست، ناکافی و گمراه کننده باشد مخصوصاً زمانی که دامنه نوسان‌ها زیاد شده و فرکانس‌های طبیعی به‌طور فزاینده‌ای به این دامنه‌ها وابسته می‌شوند.

غیر خطی بودن مسئله ممکن است مودهای پیچشی، خمشی و طولی از یک سازه را با یکدیگر کوپل کرده و بنابراین عکس‌العمل به یک تحریک هارمونیک ساده می‌تواند هم یک پاسخ هارمونیک ساده باشد و هم یک پاسخ بسیار پیچیده شامل مودهای فراوان که باعث تکان‌های نامطلوبی می‌شود. بنابراین چاره‌ای نیست جز اینکه، این پاسخ‌ها باید تماماً محاسبه و در طراحی سازه‌ها به‌کار گرفته شوند وگرنه نتایج غیر قابل استناد می‌تواند در بعضی از نمونه‌ها مصیبت بار باشد.

King و Haight [۱] پایداری حرکت برای تحریک پارامتری یک میله را بررسی کردند و نشان دادند که حرکت‌های صفحه‌ای همواره پایدار هستند و مودهای غیرصفحه‌ای آن تا زمانی که ترم‌های غیرخطی تأثیر داده نشده‌اند، تحریک نمی‌شوند. Hodges و Dowell [۲] مجموعه روابط حاکم بر حرکت تیغه‌های روتور را با کمک اصل همیلتون بررسی و با در نظر گرفتن ترم‌های غیرخطی درجه سه به حل آن پرداختند. Crespo da Silva [۳،۴] مجموعه معادلات انتگرالی-دیفرانسیلی حاکم بر حرکت تیرهای غیرقابل انبساط، غیرخطی در هندسه و اینرسی را به‌دست آوردند، آنها این معادلات را به روش مقیاس‌های چند گانه ترم‌های مهم هندسی مشخص کردند، Dagundji و Mukhopadhyay [۵] به بررسی پاسخ تیر یک‌سرگردار با تحریک پارامتری در فرکانس نزدیک به مجموع اولین مود خمش و پیچش پرداختند. Anderson et al. [۶] با بهبود مدل تئوری، بر اساس روش میانگین‌گیری، به بررسی انتقال انرژی بین مودهای تیر یک‌سرگردار تحت تحریک پارامتری پرداخت. Arafat et al. [۷] با مطالعه پاسخ تیر غیرصفحه‌ای فلزی تحت تحریک اولیه پارامتری، Bifurcations‌های موجود و حرکت آشوبناک آن‌را به‌دست آورد.

در حالت کلی، تحریک محوری و عرضی در انتهای آزاد تیر یک‌سرگردار موجب ارتعاش غیر صفحه‌ای عرضی می‌شود. به خاطر

$$v(s, t) = y(t)G(s), \quad (5)$$

$$w(s, t) = z(t)G(s), \quad (6)$$

که $G(s)$ تابع شکل مود برای ارتعاشات عرضی تیر خطی یک سرگیردار می‌باشد، و به شرح زیر است:

$$G(s) = \cosh(rs) - \cos(rs) \quad (7)$$

$$-\frac{\cosh(r) + \cos(r)}{\sinh(r) + \sin(r)} [\sinh(rs) - \sin(rs)],$$

که تابع $G(s)$ معادله دیفرانسیل زیر را ارضا می‌کند.

$$G''' - r^4 G = 0, \quad (8)$$

با شرایط مرزی زیر

$$G(0) = G'(0) = G''(1) = G'''(1) = 0, \quad (9)$$

که r در معادله دیفرانسیل از معادله مشخصه زیر به دست

می‌آید.

$$\cosh(r) \cos(r) + 1 = 0, \quad (10)$$

با معرفی متغیر $\hat{t} = r^2 t$ که hat را برای راحتی در محاسبات بعدی نمی‌نویسیم، با جایگذاری معادله (5) و (6) در معادلات حرکت (1) و (2) و ضرب طرفین در $G(s)$ و با انتگرال‌گیری از معادله نسبت به s از 0 تا 1 معادله‌های میانگین‌گیری شده به صورت زیر به دست می‌آیند.

$$\ddot{y} + c + \beta_y \dot{y} - 2\alpha_1 F_1 \cos(\Omega_1 t) y \quad (11)$$

$$+ \alpha_2 y \left(\dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) + \alpha_3 \beta_y y^3$$

$$+ \left[\beta_y \alpha_3 + (1 - \beta_y) \alpha_4 - \frac{1}{\beta_y} (1 - \beta_y)^2 \alpha_5 \right] y z^2$$

$$- 2\bar{F}_1 \cos(\Omega_1 t) (y^3 + y z^2) = f_1 \cos(\Omega_2 t)$$

$$\ddot{z} + c \dot{z} + \beta_y z - 2\alpha_1 F_1 \cos(\Omega_1 t) z \quad (12)$$

$$+ \alpha_2 z \left(\dot{y}^2 + \dot{z}^2 \right) + \alpha_3 \beta_y z^3$$

$$- \left[(1 - \beta_y) \alpha_4 - \frac{1}{\beta_y} (1 - \beta_y)^2 \alpha_5 - \beta_y \alpha_3 \right] z y^2$$

$$- 2\bar{F}_1 \cos(\Omega_1 t) (z^3 + z y^2) = f_2 \cos(\Omega_2 t)$$

برای به‌دست آوردن جواب اختلالات زیر را فرض می‌کنیم:

$$\ddot{v} + \bar{c} \dot{v} + \beta_y v^{iv} + F_1 \cos(\Omega_1 t) v'' \quad (1)$$

$$= (1 - \beta_y) \left[w'' \int_1^s v'' w'' ds - w''' \int_0^s v'' w' ds \right]'$$

$$- \frac{1}{\beta_y} (1 - \beta_y)^2 \left[w'' \int_0^s \int_1^s v'' w'' ds ds \right]''$$

$$- \beta_y \left[v'(v'v'' + w'w'')' \right]'$$

$$- \frac{1}{2} \left[v' \int_1^s \frac{d^2}{dt^2} \left\{ \int_0^s (v'^2 + w'^2) ds \right\} ds \right]'$$

$$- F_1 \cos(\Omega_1 t) \left[v'(v'^2 + w'^2)' \right]'$$

$$+ F_2(s) \cos(\Omega_2 t),$$

(2)

$$\ddot{w} + \bar{c} \dot{w} + w^{iv} + F_1 \cos(\Omega_1 t) w''$$

$$= -(1 - \beta_y) \left[v'' \int_1^s v'' w'' ds - v''' \int_0^s w'' v' ds \right]'$$

$$- \frac{1}{\beta_y} (1 - \beta_y)^2 \left[v'' \int_0^s \int_1^s v'' w'' ds ds \right]''$$

$$- \beta_y \left[w'(v'v'' + w'w'')' \right]'$$

$$- \frac{1}{2} \left[w' \int_1^s \frac{d^2}{dt^2} \left\{ \int_0^s (v'^2 + w'^2) ds \right\} ds \right]'$$

$$- F_1 \cos(\Omega_1 t) \left[w'(v'^2 + w'^2)' \right]'$$

$$+ F_2(s) \cos(\Omega_2 t),$$

که dot و prime به ترتیب مشخص کننده مشتق نسبت به t

و x می‌باشد. \bar{c} نمایانگر ضریب دمپینگ و β_y نسبت سختی

صفحه‌ای و غیر صفحه‌ای می‌باشد که به صورت $\beta_y = \frac{D_\zeta}{D_\eta}$

می‌باشد.

شرایط مرزی به صورت زیر می‌باشند:

$$s=0 \text{ در } w' = 0 \text{ و } v = 0, v' = 0, w = 0 \quad (3)$$

$$s=L \text{ در } w''' = 0 \text{ و } v'' = 0, v''' = 0, w'' = 0 \quad (4)$$

۳- بدست آوردن پاسخ برای معادلات حرکت

برای ادامه تحلیل به روش گالرکین را برای سیستم دو درجه آزادی غیرخطی تحت تحریک نیرویی و پارامتریک اجرا می‌کنیم.

برای موده‌های صفحه‌ای و غیر صفحه‌ای به صورت زیر در نظر گرفته

می‌شوند:

برای معادلات حرکت و تحریک پارامتری نوسانات زیرهارمونیک (۱/۲) در حالت صفحه‌ای و نوسانات اولیه در حالت رزونانسی در خارج از صفحه فرض می‌گردد. برای رونانس به صورت زیر قابل شرح است:

$$\Omega_2^2 = \Omega_1^2, \quad \omega_1^2 = \beta_y = \frac{1}{4}\Omega_1^2 + \varepsilon\sigma_1, \quad (20)$$

$$1 = \omega_2^2 = \Omega_1^2 + \varepsilon\sigma_2,$$

که σ_1 و σ_2 پارامتر detuning می‌باشد. برای این تحلیل

$$\Omega_1 = 1 \text{ را در نظر می‌گیریم.}$$

با اعمال روش مقیاس‌های چندگانه بر روی معادلات

دیفرانسیل داریم با جدا کردن ضرایب هم مرتبه ε داریم:

برای مرتبه ε^0

$$D_0^2 y_0 + \beta_y y_0 = 0 \xrightarrow{\beta_y = \frac{1}{4}} D_0^2 y_0 + \frac{1}{4} y_0 = 0 \quad (21)$$

$$D_0^2 z_0 + z_0 = 0 \quad (22)$$

حل معادلات فوق به صورت فرم مختلط زیر در می‌آید.

$$y_0 = A(T_1)e^{i\frac{T_0}{2}} + \bar{A}(T_1)e^{-i\frac{T_0}{2}} \quad (23)$$

$$z_0 = B(T_1)e^{iT_0} + \bar{B}(T_1)e^{-iT_0} \quad (24)$$

که \bar{A} و \bar{B} مزدوج مختلط A و B هستند.

برای مرتبه ε^1

$$D_0^2 y_1 + \frac{1}{4} y_1 = -2D_0 D_1 y_0 - c D_0 y_0 \quad (25)$$

$$-\sigma_1 y_0 + \alpha_1 F_1 (e^{iT_0} + e^{-iT_0}) y_0$$

$$-\alpha_2 y_0 \{y_0 D_0^2 y_0 + (D_0 y_0)^2$$

$$+ z_0 D_0^2 z_0 + (D_0 z_0)^2\}$$

$$-\frac{1}{4}\alpha_3 y_0^3 - (\frac{1}{4}\alpha_3 + \frac{3}{4}\alpha_4 - \frac{9}{4}\alpha_5) y_0 z_0^2$$

$$+ \frac{1}{2} f_1 (e^{iT_0} + e^{-iT_0}),$$

$$D_0^2 z_1 + z_1 = -2D_0 D_1 z_0 - c D_0 z_0 \quad (26)$$

$$-\sigma_1 z_0 + \alpha_1 F_1 (e^{iT_0} + e^{-iT_0}) z_0$$

$$-\alpha_2 z_0 \{y_0 D_0^2 y_0 + (D_0 y_0)^2$$

$$+ z_0 D_0^2 z_0 + (D_0 z_0)^2\}$$

$$-\alpha_3 z_0^3 - (\alpha_3 - \frac{3}{4}\alpha_4 - \frac{9}{4}\alpha_5) z_0 y_0^2$$

$$+ \frac{1}{2} f_2 (e^{iT_0} + e^{-iT_0}).$$

$$\alpha_2 \rightarrow \varepsilon\alpha_2, \quad \alpha_3 \rightarrow \varepsilon\alpha_3, \quad (13)$$

$$\alpha_4 \rightarrow \varepsilon\alpha_4, \quad \alpha_5 \rightarrow \varepsilon\alpha_5,$$

$$F_1 \rightarrow \varepsilon F_1, \quad \bar{F}_1 \rightarrow \varepsilon^2 \bar{F}_1,$$

$$c \rightarrow \varepsilon c, \quad f_1 \rightarrow \varepsilon f_1,$$

$$f_2 \rightarrow \varepsilon f_2,$$

در نتیجه معادلات حرکت به صورت زیر در می‌آید:

$$\ddot{y} + \varepsilon c \dot{y} + \beta_y y - 2\varepsilon\alpha_1 F_1 \cos(\Omega_1 t) y \quad (14)$$

$$+ \varepsilon\alpha_2 y (y \dot{y} + \dot{y}^2 + z \dot{z} + \dot{z}^2) + \varepsilon\alpha_3 \beta_y y^3$$

$$+ \varepsilon \left[\beta_y \alpha_3 + (1 - \beta_y) \alpha_4 - \frac{1}{\beta_y} (1 - \beta_y)^2 \alpha_5 \right] y z^2$$

$$- 2\varepsilon^2 \bar{F}_1 \cos(\Omega_1 t) (y^3 + y z^2) = \varepsilon f_1 \cos \Omega t,$$

$$\ddot{z} + \varepsilon c \dot{z} + z - 2\varepsilon\alpha_1 F_1 \cos(\Omega_1 t) z \quad (15)$$

$$+ \varepsilon\alpha_2 z (y \dot{y} + \dot{y}^2 + z \dot{z} + \dot{z}^2) + \varepsilon\alpha_3 z^3$$

$$+ \varepsilon \left[\beta_y \alpha_3 - (1 - \beta_y) \alpha_4 - \frac{1}{\beta_y} (1 - \beta_y)^2 \alpha_5 \right] y z^2$$

$$- 2\varepsilon^2 \bar{F}_1 \cos(\Omega_1 t) (y^3 + y z^2) = \varepsilon f_2 \cos \Omega t.$$

که روابط بالا شامل تحریک و نیروهای پارامتری می‌باشد که

نشان دهنده غیر خطی‌های نوسانات صفحه‌ای و غیر صفحه‌ای تیر

یک سرگردار می‌باشد. در ادامه با روش مقیاس‌های چندگانه به حل

می‌پردازیم.

۴- تحلیل اختلالات

با کمک روش مقیاس‌های چندگانه [۹] برای پیدا کردن جواب

معادلات فرض زیر را در نظر می‌گیریم

$$y(t, \varepsilon) = y_0(T_0, T_1) + \varepsilon y_1(T_0, T_1) + \dots, \quad (16)$$

$$z(t, \varepsilon) = z_0(T_0, T_1) + \varepsilon z_1(T_0, T_1) + \dots, \quad (17)$$

که در آن $T_1 = t, T_2 = \varepsilon t$ می‌باشد، و برای اپراتورهای

مشتق نیز خواهیم داشت

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial T_0} \frac{\partial T_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} + \dots = D_0 + \varepsilon D_1 + \dots, \quad (18)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} = (D_0 + \varepsilon D_1 + \dots)^2 = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \dots, \quad (19)$$

$$D_k = \frac{\partial}{\partial T_k}, k = 0, 1 \quad \text{که}$$

با فرض $\beta_y = \omega_1^2 = 1/4$ و این که رزونانس داخلی ۲:۱

با جدا کردن قسمت‌های حقیقی و موهومی و $\frac{dx_n}{dT_1}$ را به دست می‌آوریم، که معادلات برای فرم کارترین، میانگین‌گیری شده می‌باشند:

$$\dot{x}_1 = -\frac{1}{2}cx_1 - (\sigma_1 + \alpha_1 F_1)x_2 \quad (33)$$

$$+ \frac{1}{16}(2\alpha_2 - 3\alpha_3)x_2(x_1^2 + x_2^2)$$

$$- \beta_1 x_2(x_3^2 + x_4^2),$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{1}{2}cx_2 + (\sigma_1 - \alpha_1 F_1)x_1 \quad (34)$$

$$- \frac{1}{16}(2\alpha_2 - 3\alpha_3)x_1(x_1^2 + x_2^2)$$

$$+ \beta_1 x_1(x_3^2 + x_4^2),$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{2}cx_3 - \frac{1}{2}\sigma_2 x_4 \quad (35)$$

$$+ \frac{1}{8}(2\alpha_2 - 3\alpha_3)x_4(x_3^2 + x_4^2)$$

$$- \beta_2 x_4(x_1^2 + x_2^2),$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{2}f_2 + \frac{1}{2}\sigma_2 x_3 - \frac{1}{2}cx_4 \quad (36)$$

$$- \frac{1}{8}(2\alpha_2 - 3\alpha_3)x_3(x_3^2 + x_4^2)$$

$$+ \beta_2 x_3(x_1^2 + x_2^2),$$

که در آن

$$\beta_1 = \frac{1}{8}(\alpha_3 + 3\alpha_4 - 9\alpha_5), \quad (37)$$

$$\beta_2 = \frac{1}{16}(4\alpha_3 - 3\alpha_4 - 9\alpha_5).$$

آنچه که از تحلیل مذکور دیده می‌شود این است که نیروی اغتشاشی ثابت f_2 در معادله مقدار میانگین (۴.۳۰) وجود دارد که برای وضعیت رزونانس داخلی ۲:۱، رزونانس پارامتریک اولیه ۱/۲ زیر رزونانس هارمونیک برای مود داخل صفحه و رزونانس پارامتری اصلی، رزونانس اولیه برای مود خارج از صفحه می‌باشد. در نتیجه‌گیری نشان داده خواهد شد که این نیروی اغتشاشی ثابت f_2 برای کنترل حلقه باز با نیروی ثابت می‌باشد که حرکات آشوبناک را

با جایگذاری (۲۰)، (۲۳) و (۲۴) در معادلات (۲۵) و (۲۶) و

از آنجا که $\cos(T_0) = \frac{1}{2}(e^{iT_0} + e^{-iT_0})$ با پیدا و جدا کردن

ضریب ترم سکولار معادلات به شکل زیر در می‌آیند.

$$D_o^2 y_1 + \frac{1}{4}y_1 = \{-iD_1 A - i\frac{1}{2}cA - \sigma_1 A \quad (27)$$

$$+ \alpha_1 F_1 \bar{A} + \frac{1}{2}(\alpha_2 - \frac{3}{2}\alpha_3)A^2 \bar{A}$$

$$- (\alpha_3 + 3\alpha_4 - 9\alpha_5)AB\bar{B}\}e^{i\frac{1}{2}T_0}$$

$$+ cc + NST,$$

$$D_o^2 z_1 + z_1 = \{-2iD_1 B - icB - \sigma_2 B \quad (28)$$

$$+ (2\alpha_2 - 3\alpha_3)B^2 \bar{B}$$

$$- 2(\alpha_3 - \frac{3}{4}\alpha_4 - \frac{9}{4}\alpha_5)AB\bar{B}$$

$$+ \frac{1}{2}f_2\}e^{iT_0}$$

$$+ cc + NST,$$

که cc و NST به ترتیب نشان دهنده مزدوج مختلط و

جملاتی که ترم‌های سکولار ندارند، می‌باشند.

با مشخص شدن ترم سکولار و برابر صفر قرار دادن ضریب آن

داریم:

$$D_1 A = -\frac{1}{2}cA + i\sigma_1 A - i\alpha_1 F_1 \bar{A} \quad (29)$$

$$- i\frac{1}{2}(\alpha_2 - \frac{3}{2}\alpha_3)A^2 \bar{A}$$

$$- i\frac{1}{2}(\alpha_3 + 3\alpha_4 - 9\alpha_5)AB\bar{B},$$

$$D_1 B = -\frac{1}{2}cB + i\frac{1}{2}\sigma_2 B \quad (30)$$

$$- i(\alpha_2 - \frac{3}{2}\alpha_3)B^2 \bar{B}$$

$$- i(\alpha_3 - \frac{3}{4}\alpha_4 - \frac{9}{4}\alpha_5)BA\bar{A} - i\frac{1}{4}f_2.$$

برای A و B فرم کارترین را در نظر می‌گیریم.

$$A(T_1) = \frac{1}{2}[x_1(T_1) + ix_2(T_1)], \quad (31)$$

$$B(T_1) = \frac{1}{2}[x_3(T_1) + ix_4(T_1)], \quad (32)$$

که x_n , $n = 1, 2, 3, 4$ توابعی حقیقی و وابسته T_1

می‌باشند و با جایگذاری (۳۱) و (۳۲) در معادله‌های (۲۹) و (۳۰) و

بعدی شکل (۳) برای نیروی کنترلی $f_2=82.8$ با تغییر در نمودار فاز (x_1, x_2) پاسخ جدیدی را نمایش می‌دهد. در شکل (۴) نیز همان نمودارها را به ازای $f_2=158.8$ مشاهده می‌توان کرد. در شکل (۵) با نیروی $f_2=162.8$ به تغییر *limit cycle* ایجاد شده پرداخته شده است. در انتها نیز در شکل (۷) با نیروی $f_2=318.8$ *limit cycle* و پاسخ جدیدی را به دست می‌دهد.

از شبیه سازی عددی مشخص شده است که شکل حرکات آشوبناک برای مود داخل صفحه کاملاً متفاوت از حالت مود خارج از صفحه می‌باشد. بعلاوه آنالیز مذکور نشان می‌دهد که مود داخل صفحه و مود خارج از صفحه نوسانات غیر خطی تیر یک سر گیر دار باید به صورت همزمان در نظر گرفته شوند تا زمانی که داخل و خارج صفحات اصلی سختی خمشی به صورت متفاوت وجود دارد، به این

$$\text{دلیل که } \beta_\gamma = \frac{D_\varepsilon}{D_\eta} \neq 1$$

در این تحقیق تحریک عرضی در راستای z و یک نیروی کنترلی که می‌تواند پاسخ نوسانات غیر خطی غیر سطحی تیر یک سر گیر دار در حالت سکون را کنترل کند، در نظر گرفته شده است. این نیروی مغشوش ثابت در معادله مقدار میانگین گیری شده (۱۱) و (۱۲) یک نیروی کنترلی ثابت حلقه باز می‌باشد. نتایجی که در اینجا به دست آمد، نشان می‌دهد که این نیروی آشفتگی ثابت تاثیر مهمی بر پاسخ سیستم خودکار غیر خطی دارد.

در یک دوره n حرکت یا حالت ایستا برای نوسانات غیر خطی غیر صفحه‌ای تیر یک سر گیر دار را کنترل می‌کند. زیرا در حضور نیروی اغتشاشی ثابت f_2 چندین پدیده مهم غیر خطی در معادله مقدار میانگین گیری شده اتفاق می‌افتد.

۵- شبیه سازی عددی، حرکات آشوبناک و کنترل

معادله مقدار متوسط (۳۶-۳۳) را انتخاب کردیم تا شبیه سازی عددی را انجام دهیم. برای آنالیز عددی حرکات آشوبناک و کنترل نوسانات غیر خطی غیر سطحی تیر یک سر گیر دار مورد بحث با تحریک محوری هارمونیک و تحریک عرضی در انتهای آزاد در این بخش از یک نرم افزار Mathematica استفاده کرده ایم. پاسخ مود خارج از صفحه یک حرکت متناوب است. دیگر پارامترها و شرایط اولیه به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$c = 0.11, \quad \sigma_1 = 2.0, \quad \sigma_2 = 6.5, \quad (38)$$

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha_2 = -4.2, \quad \alpha_3 = 2.01,$$

$$\beta_1 = 5.1\beta_2 = -0.23, \quad x_{10} = 0.185,$$

$$x_{20} = 0.655, \quad x_{30} = 0.35, \quad x_{40} = 0.18,$$

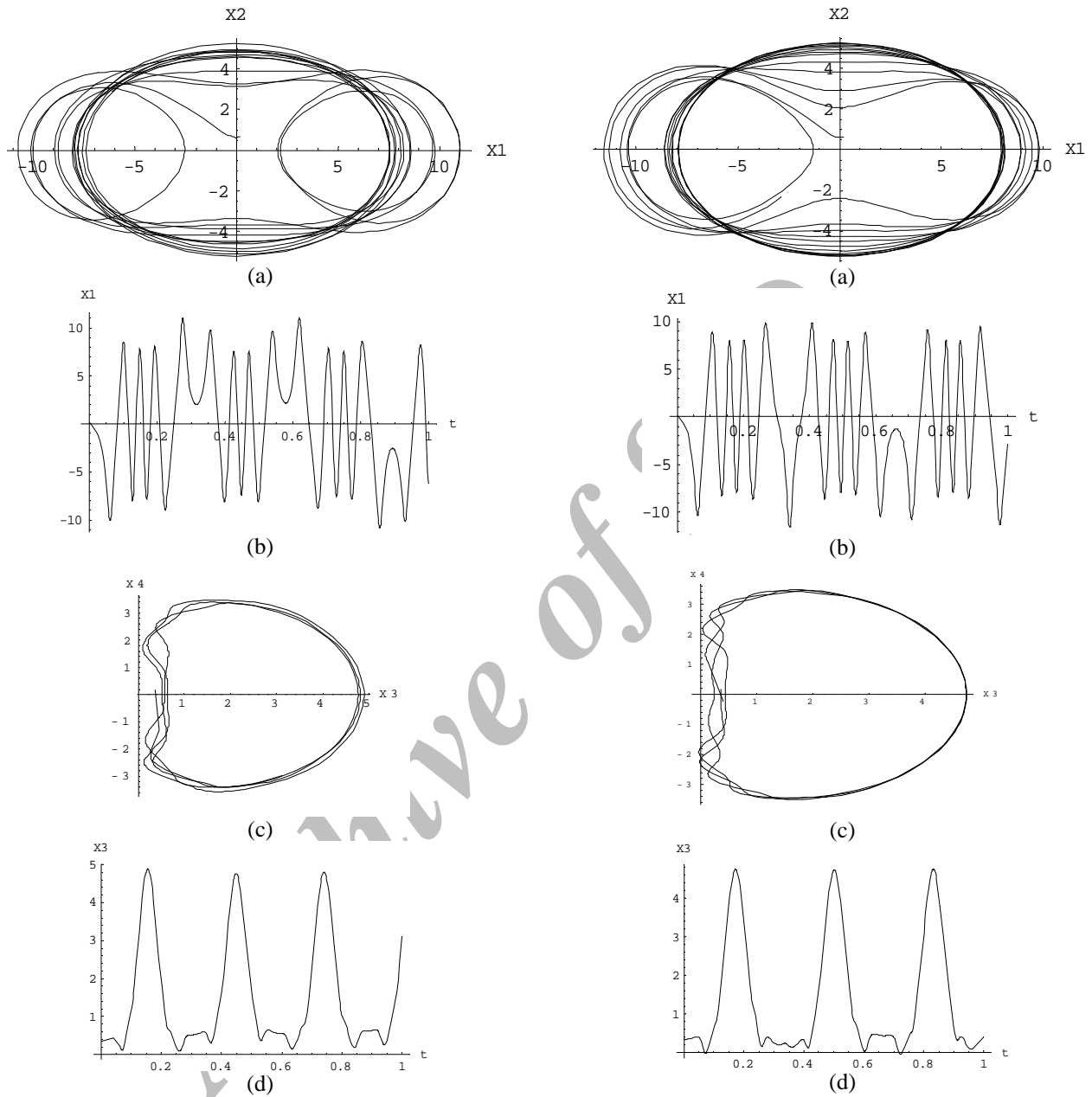
شکل ۱ (a)-(d) به ترتیب صفحه فاز روی صفحات (x_1, x_2) ، (x_3, x_4) و به صورت موجی روی صفحات (t, x_1) ، (t, x_3) را نمایش می‌دهد.

۶- نتایج و بحث

حرکت بی نظم و کنترل آن برای نوسانات غیر خطی غیر سطحی تیر یک سر گیر دار مورد بحث در اثر تحریک محوری هارمونیک و تحریک عرضی در انتهای آزاد در این پژوهش برای اولین بار با استفاده از شبیه سازی عددی بررسی شده است. این تحقیق بروی وجود توام ۲:۱ رزونانس داخلی، پارامتر اصلی رزونانس $1/2$ ، رزونانس هارمونیک فرعی برای مود داخل صفحه و رزونانس اصلی پارامتری - رزونانس اولیه برای مود خارج از صفحه متمرکز شده است.

بر اساس نتایج عددی که در بالا به دست آمد دریافتیم که آنجا تعداد حالت مختلفی برای حرکت برای حل تعادلی معادله مقدار میانگین، از $f_2=66.8$ تا $f_2=318.8$ وجود دارد.

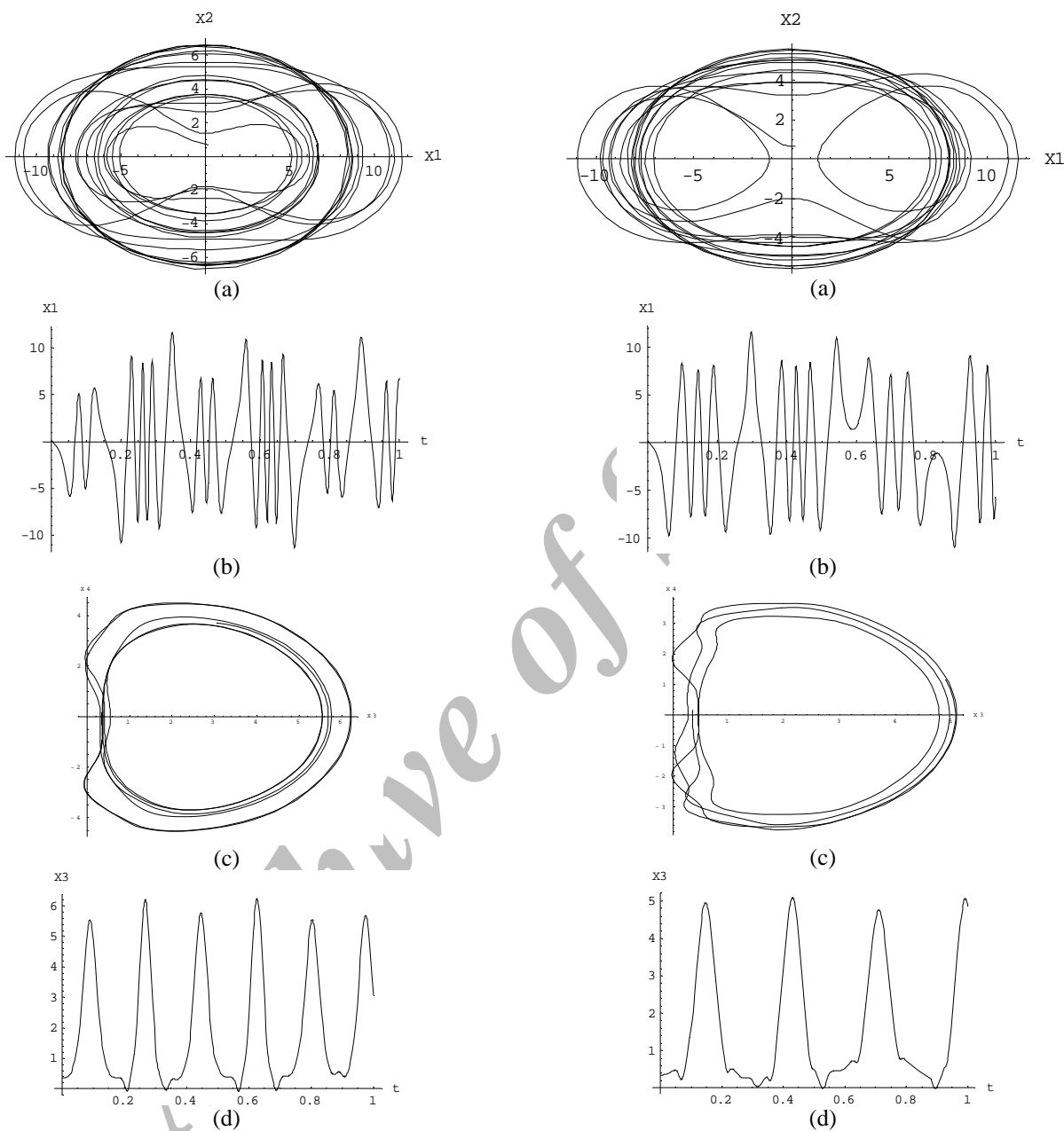
در شکل (۱) به ازای مقدار $f_2=66.8$ نمودارهای فاز و پاسخ را می‌توان ملاحظه کرد. در شکل (۲) با بالا رفتن f_2 و رسیدن به $f_2=76.8$ نوع *limit cycle* و حالت پاسخ عوض می‌شود. در حالت



شکل (۱): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقادیر عددی $F1 = 61.7, f2 = 66.8$.

شکل (۲): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار عددی $f2 = 76.8$ سایر شرایط مانند نمودار ۱

- (a) نمودار فاز $(x1, x2)$
- (b) پاسخ در صفحه $(t, x1)$
- (c) نمودار فاز $(x3, x4)$
- (d) نمودار فاز $(t, x3)$



شکل (۴): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار

عددی، $f_2 = 158.8$ سایر شرایط مانند نمودار ۱

(a) نمودار فاز (x_1, x_2)

(b) پاسخ در صفحه (t, x_1)

(c) نمودار فاز (x_3, x_4)

(d) نمودار فاز (t, x_3)

شکل (۳): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار

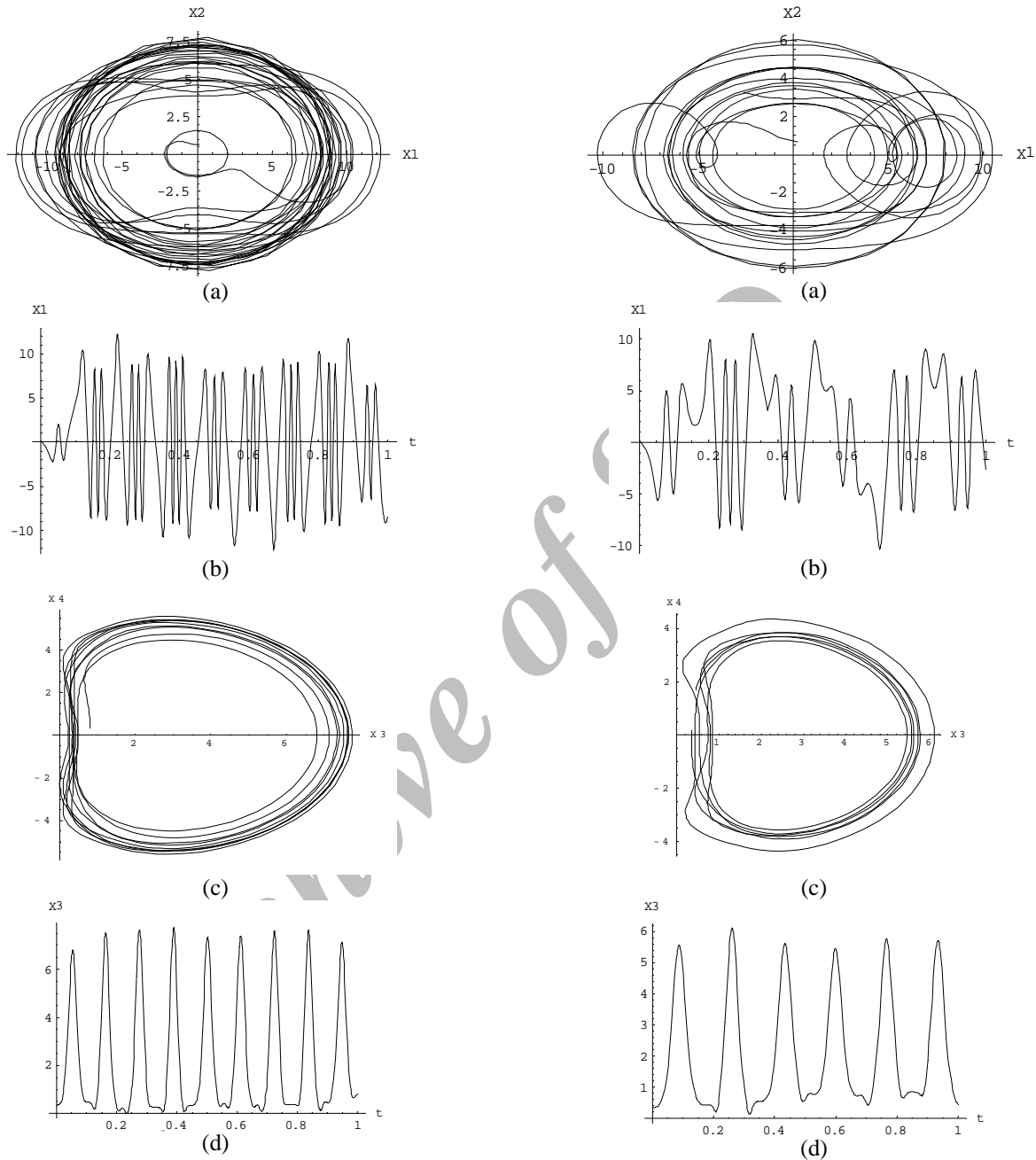
عددی، $f_2 = 82.8$ سایر شرایط مانند نمودار ۱

(a) نمودار فاز (x_1, x_2)

(b) پاسخ در صفحه (t, x_1)

(c) نمودار فاز (x_3, x_4)

(d) نمودار فاز (t, x_3)



شکل (۶): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار

عددی $f_2 = 318.8$ سایر شرایط مانند نمودار ۱

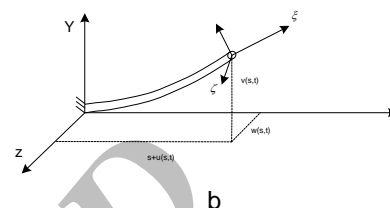
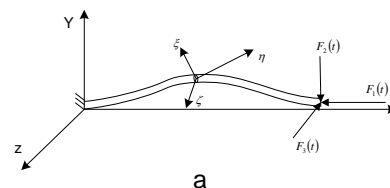
- (a) نمودار فاز (x_1, x_2)
- (b) پاسخ در صفحه (t, x_1)
- (c) نمودار فاز (x_3, x_4)
- (d) نمودار فاز (t, x_3)

شکل (۵): تحریک هارمونیک عرضی در سر آزاد تیر یک سر گیردار به ازای مقدار

عددی $f_2 = 162.8$ سایر شرایط مانند نمودار ۱

- (a) نمودار فاز (x_1, x_2)
- (b) پاسخ در صفحه (t, x_1)
- (c) نمودار فاز (x_3, x_4)
- (d) نمودار فاز (t, x_3)

- [4] M.R.M. Crespo da Silva, and C.C. Glynn, "Nonlinear flexural torsional Dynamics of in extensional beams. II. Forced motions", Journal of Structural Mechanics, No. 6, (1978), pp. 449-461.
- [5] J. Dugundji, and V. Mukhopadhyay, "Lateral bending-torsion vibrations of a thin beam under parametric excitation", Journal of Applied Mechanics, No. 40, (1973), pp.693-698.
- [6] T.J. Anderson, A.H. Nayfeh, B. Balachandran, "Coupling between high-frequency modes and a low-frequency mode: theory and experiment", Nonlinear Dyn., No. 11, (1996), pp. 17-36.
- [7] H.N. Arafat, A.H. Nayfeh, C.M. Chin, "Nonlinear nonplanar dynamics of parametrically excited cantilever beams", Nonlinear Dyn., No. 15, (1998), pp. 31-61.
- [8] M.H. Yao, W. Zhang, "Multi-pulse Shilnikov orbits and chaotic dynamics for nonlinear nonplanar motion of a cantilever beam", Int. Jour. Bifurcat Chaos, No. 15, (2005).
- [9] A.H. Nayfeh, D.T. Mook, Nonlinear oscillations. New York: Wiley-Interscience, (1979).



شکل (۷): نمای کلی تیریک سرگردار تحت یک بار مستقیم با تحریک پارامتری.

۷- مراجع

- [1] E.C. Haight, and W.W. King, "Stability of Parametrically Excited Vibrations of an Elastic Rod", Development Sin Theoretical and Applied Mechanics, No. 5, (1970), pp. 677-713.
- [2] D.H. Hodges, and E.H. Dowell, "Nonlinear equations of motion for the elastic bending and torsion of twisted no uniform rotor blades", NASA Technical Notes, NASA TN, (1974), pp. D7818.
- [3] M.R.M. Crespo da Silva, and C.C. Glynn, "Nonlinear flexural torsional dynamics of in extensional beams. I. Equations of motion", Journal of Structural Mechanics, No. 6, (1978), pp. 437-448.

Archive of SID