

مطالعه عددی جابجایی طبیعی آرام درون حفره مربعی با شبکه بندی متعامد به روش حجم محدود

محمد رضا صفائی^۱، سید رضا صالح^۲ و مرجان گودرزی^۳
Cfd_Safaiy@yahoo.com

چکیده

در این مطالعه حل عددی انتقال حرارت و دینامیک سیالات جابجایی هوا درون یک حفره مربعی با جریان آرام به کمک شیوه حجم محدود ارائه شده است. حفره مربعی دارای دو دیواره عایق و دو دیواره با اختلاف دماهای معین بوده است. در این پژوهش، اعداد رایلی^{۱۰} تا^{۷۱۰} بررسی شده اند. خطوط دما ثابت و جریان ارائه و تحلیل شده اند. نتایج عددی بدست آمده در این مطالعه می تواند توسط پژوهشگرانی که در مورد مسائل انتقال حرارت جابجایی آزاد مطالعه می کنند، مورد استفاده قرار گیرد.

کلید واژه :

مطالعه عددی - جابجایی طبیعی آرام - عدد رایلی - عدد ناسلت - روش حجم محدود .

Archive of SID

۱- کارشناس - شرکت نفت مناطق مرکزی، شرکت بهره برداری نفت و گاز شرق، خانگیران، سرخس

۲- استادیار - عضو هیات علمی گروه مکانیک دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۳- کارشناس - دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۱- مقدمه

$$X = \frac{x}{H}; Y = \frac{y}{H}; U = \frac{u}{(\alpha/H)} \quad (1)$$

$$V = \frac{v}{(\alpha/H)}; P = \frac{(p - p_0)H^2}{\rho\alpha^2}$$

$$\theta = \frac{T - T_c}{T_H - T_c}$$

لذا معادلات بدون بعد حاکم به گونه زیر نوشته می شوند:

$$\frac{\partial(U)}{\partial X} + \frac{\partial(V)}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(UV)}{\partial Y} = \frac{-\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \nabla^2 U \quad (3)$$

$$\frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(UV)}{\partial Y} = \frac{-\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \nabla^2 U + \text{Ra} \text{Pr} (\theta - \theta_0) \quad (4)$$

$$\frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \nabla^2 \theta \quad (5)$$

که در این روابط اعداد بدون بعد رایلی و پرانتل، همچنین قانون لزجت ساترلند عبارتند از:

$$\text{Pr} = \frac{\mu}{\rho\alpha} \quad (6)$$

$$\text{Ra} = \frac{g\beta(T_H - T_C)H^3 \text{Pr}}{\nu^2}$$

$$\mu(T) = \mu^* \left(\frac{T}{T^*} \right)^{2/3} \frac{T^* + S}{T + S}$$

نمای طرحواره به کار رفته در این مطالعه، در شکل (۱) نشان داده شده است. همچنین شرایط مرزی بر روی این شکل نشان داده شده اند که، این شرایط مرزی عبارتند از:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq L & \quad y = 0 \\ u = v = 0 & \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq L & \quad y = H \\ u = v = 0 & \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} x = 0 & \quad 0 \leq y \leq H \\ u = v = 0 & \quad T = T_H \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} x = L & \quad 0 \leq y \leq H \\ u = v = 0 & \quad T = T_C \end{aligned} \quad (10)$$

برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر این جریان از روش حجم محدود که با جزئیات در مراجع [۱۰] و [۱۲، ۱۳، ۱۴] شرح داده شده است، استفاده شده است. در این روش، محدوده حل به حجم کنترل های محدود کوچک تقسیم شده و معادلات دیفرانسیل حاکم بر این حجم کنترل ها، انتگرال گیری شده اند. از حل این انتگرال ها، نتایجی به دست می آید که میزان و جهت فشار و سرعت اجزاء را نشان می دهد. برای کوپل کردن سرعت- فشار از الگوریتم SIMPLE استفاده شده است. شبکه بندی مورد استفاده برای

ماهیت هوا در یک محیط محدود، کاربردهای تجاری وسیعی دارد. از جمله این موارد می توان از کاربرد هوا در آزمایشگاههای علوم زیست محیطی، عملکرد راکتورهای هسته ای، واحدهای تولید دارو (داروسازی)، تولید تجهیزات الکترونیکی، تهویه و بررسی میزان تولید آلودگی ساختمانها، عایق سازی ساختمانها و جمع کننده های انرژی خورشیدی نام برد. همچنین رفتار دینامیک سیالات هوا در محیط های محدود با حضور منابع تولید گرما به منظور استفاده در صنایع سرمایش اجزای الکترونیکی، بسیار با اهمیت است.

جابجایی آزاد در محیط های بسته به صورت عددی و آزمایشگاهی به صورت گسترده توسط دانشمندان دیگری مطالعه شده است. [۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶] و [۸] جریان درون حفره های مستطیلی بسته را با دو دیواره عایق، دو دیواره با دماهای متفاوت و اعداد رایلی مختلف مورد بررسی قرار دادند. نویسندگان مرجع [۹] حفره مربعی با تولید حرارت در داخل آن (با قرار دادن منبع حرارتی در داخل حفره) را مطالعه کردند. مطالعه اخیر، جابجایی طبیعی را درون یک حفره مربعی به اضلاع واحد و با جریان دائمی آرام بررسی می کند. این حفره دارای دیواره های افقی عایق و دیواره هایی عمودی است که با دماهای متفاوت گرم می شوند. این مطالعه در دو وضعیت انجام شده است: در حالت اول، اختلاف دمای دیواره های چپ و راست ۷۲۰ درجه کلون و اعداد رایلی ۱۰^۶ و ۱۰^۷ استفاده شده و لزجت یک بار با استفاده از قانون لزجت ساترلند و بار دیگر به صورت ثابت در نظر گرفته شده است. در حالت دوم، اختلاف دمای دیواره های چپ و راست ۲ درجه کلون و اعداد رایلی مورد استفاده عبارتند از: ۱۰^۴، ۱۰^۵ و ۱۰^۶. تقریب بوزینسک و نیز عدد پرانتل ثابت مورد استفاده واقع شده است.

۲- مدل ریاضی

برای مدل کردن جریان مطالعه شده، معادلات ناویر- استوکس و انرژی مورد بررسی واقع شده اند. ساده سازی های مورد استفاده در این مطالعه عبارت است از جریان آرام، سیال نیوتونی تراکم ناپذیر، رژیم دائمی و خواص K ، ρ و C_p ثابت فرض شده اند. فقط μ در یک حالت ثابت و در حالت دیگر با استفاده از قانون لزجت ساترلند محاسبه شده و نیز چگالی در جهت عمودی با استفاده از تقریب بوزینسک بیان شده است. در معادله انرژی، تأثیرات تراکم پذیری و پراکندگی ویسکوزیته ناچیز و قابل چشم پوشی هستند. مقادیر خواص اشاره شده در جدولهای ۱، ۲ و ۳ بیان شده است. متغیرهای بدون بعد استفاده شده عبارتند از:

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + \quad (19)$$

$$a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b$$

که a_p, a_E, a_W, a_N, a_S ضرایبی برای مجزاسازی نقطه مورد نظر هستند.

پس از همگرا شدن جوابها، عدد ناسلت متوسط بر روی دیواره گرم

عمودی به صورت زیر تعریف می شود:

$$\overline{Nu} = \frac{D_h}{(T_C - T_H)} \int_0^1 Nu_x dy \quad (20)$$

که:

$$Nu_x = \left(\frac{-\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} \quad (21)$$

عدد ناسلت موضعی بر روی دیواره گرم است.

۳- نتایج

رفتار جریان در محدوده محاسبات معمولاً با استفاده از خطوط جریان بررسی می شود. خطوط جریان، خطوطی ناشی از تابع سرعت هستند که به گونه زیر تعریف می شود:

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}; \quad -V = \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (22)$$

شکلهای (۳ تا ۱۸) خطوط جریان، همدمها و سرعت در راستاهای x و y برای جریان تولید شده به وسیله فرآیند جابجایی طبیعی آرام بر روی حفره مربعی را نشان میدهد. همچنین در جدولهای (۴ تا ۱۰)، نتایج این مطالعه برای پژوهش های بیشتر در آینده آورده شده است. محاسبات برای چهار عدد رایلی مختلف $10^4, 10^5, 10^6, 10^7$ انجام شده است. مشاهده می شود با افزایش عدد رایلی، باز گردش^۳ در نزدیکی وسط حفره تشکیل شده و در هر مرحله میزان چرخش آن بیشتر می شود. نیز در هر مرحله خطوط همدمها در نزدیکی مرزهای حفره دارای فشردگی محسوس تری می باشند. با توجه به تصاویر موجود، مشاهده می شود که عدد ناسلت متوسط برای عدد رایلی 10^7 بیشینه است. زیرا در این عدد رایلی، گرادیان دما زیاد می باشد و همچنین سرعت بالا، ناحیه بازگردش را افزایش می دهد.

همچنین پروفیل سرعت U و سرعت V به ترتیب در شکلهای (۵ و ۶) نشان داده شده است. از این دو تصویر مشخص است که پروفیل سرعت U دارای تقارن در نیمه پایینی و بالایی حفره است ولی پروفیل V دارای تقارن کمتری در نیمه چپ و راست حفره می باشد.

۴- بحث و نتیجه گیری

با افزایش عدد رایلی، باز گردش در نزدیکی وسط حفره تشکیل

پوشش دادن حجم کنترل ها از نوع مربعی 50×50 و 100×100 بوده است که در تمام شبیه سازیهای عددی به کار گرفته شده است. شکل (۲)، این شبکه بندی را نشان می دهد.

همگرایی حل هنگامی مورد تأیید است که مقدار حداکثر مطلق پایستگی جرم کمتر از 10^{-8} باشد. این میزان باقی مانده صحت این مطالعه را تضمین می کند.

در این روش، معادله دیفرانسیل عمومی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) + \text{div}(\rho \bar{v} \phi) = \text{div}(\Gamma_{\phi} \text{grad} \phi) + S_{\phi} \quad (11)$$

با انتگرال گیری از معادله دیفرانسیل روی حجم کنترل ها، توازن بین جمله های منبع و شار به دست می آید:

$$\int_{V_p} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \phi) dV + \int_{S_p} (\rho v \phi - \Gamma_{\phi} \text{grad} \phi) \cdot \bar{n} dS = \int_{V_p} S_{\phi} dV \quad (12)$$

جابجایی، پخش و شار کل در یک بعد، به صورت زیر بیان میشود:

$$J_x = \rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (13)$$

اگر شار کل دارای مقدار ثابت بین دو حجم کنترل همسایه باشد، آنگاه:

$$J_e = \int J_x dy = \left(\rho u \phi - \Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \Delta y \quad (14)$$

برای دیگر سطوح حجم کنترل:

$$(J_e - J_w) + (J_n - J_s) = \int S_{\phi} dV \quad (15)$$

جمله منبع برای سمت راست معادله به صورت زیر خطی سازی می شود:

$$\int S_{\phi} dV = (S_c + S_p \phi_p) \Delta x \Delta y \quad (16)$$

که S_c و S_p مقادیری ثابت و وابسته به ϕ_p می باشند.

از ترکیب عبارتهای بالا داریم:

$$\left(\rho u - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \approx \begin{cases} (\rho u)_e & Pe_e \leq -2 \\ (\rho u)_e \frac{\phi_p + \phi_E}{2} - \Gamma_e \frac{\phi_E - \phi_p}{\Delta x_e} & -2 < Pe_e < 2 \\ (\rho u)_e \phi_p & Pe_e \geq 2 \end{cases} \quad (17)$$

پس:

$$\begin{aligned} Pe_e \leq -2 & J_e = F_e \phi_E \\ -2 < Pe_e < 2 & \\ 0.5 F_e (\phi_p + \phi_E) - D_e \frac{\phi_E - \phi_p}{\Delta x_e} & \\ Pe_e \geq 2 & J_e = F_e \phi_p \end{aligned} \quad (18)$$

که در آن F، شار^۱ و Γ_e ضریب پخش^۲ می باشد.

از تمامی معادلات بالا، رابطه زیر نتیجه می شود:

۷- زیر نویس ها:

H	دیواره گرم
C	دیواره سرد
max	مقدار بیشینه
f	میانگین

شده و در هر مرحله میزان چرخش آن بیشتر می شود. عدد ناسلت متوسط برای عدد رایلی 10^7 بیشینه است. در هر مرحله خطوط همدمما در نزدیکی مرزهای حفره دارای فشردگی محسوس تری می باشند. پروفیل سرعت U دارای تقارن در نیمه پایینی و بالایی حفره است ولی پروفیل V دارای تقارن کمتری در نیمه چپ و راست حفره می باشد.

۸- جدولها، منحنیها و شکلها

جدول (۱): خواص هوا در $T_f = 600^\circ K$

T_H	900
T_C	240
ρ	0.5804
C_p	1.051×10^{-3}
μ	3.058×10^{-5}
ν	5.269×10^{-4}
K	4.69×10^{-2}
α	7.69×10^{-5}
Pr	0.685
β	1.666×10^{-3}

جدول (۲): خواص هوا در $T_f = 300^\circ K$

T_H	315
T_C	285
ρ	1.1614
C_p	1.007
μ	1.846×10^{-5}
ν	1.1589×10^{-5}
K	2.63×10^{-2}
α	2.25×10^{-6}
Pr	0.707
β	3.3233×10^{-3}

جدول (۳): پارامترهای لزجت ساترلند

T_0	600K
μ^*	$1.68 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
T^*	273K
P_0	101325Pa
S	110.5K

۵- فهرست علائم

k	ضریب انتقال حرارت هدایتی هوا ($W/m.k$)
C_p	ظرفیت گرمایی ویژه هوا ($KJ/Kg.^{\circ}C$)
T	دما (K)
D_h	قطر هیدرولیکی (m)
g	شتاب ثقل (m^2/s)
L	طول حفره (m)
Nu_x	عدد ناسلت موضعی
\overline{Nu}	عدد ناسلت متوسط
Pr	عدد پرانتل
Ra	عدد رایلی
U, V	اجزاء سرعت بدون بعد
u, v	اجزاء سرعت هوا (m/s)
X, Y, Z	مختصات بدون بعد کارترین
x, y, z	مختصات کارترین (m)
p	فشار بی بعد
P	فشار (N/m^2)
۶- نمادهای یونانی:	
α	ضریب پخش گرمایی (m^2/s)
β	ضریب انبساط گرمائی
θ	دمای بی بعد
μ	لزجت دینامیکی ($kg/m.s$)
ν	لزجت سینماتیک (m^2/s)
ρ	چگالی هوا (kg/m^3)
ψ	تابع جریان

جدول (۸) : نتایج عددی برای $Ra=10^6$ و شبکه بندی 50×50

$ \psi _{\max}$	U_{\max}	V_{\max}	\overline{Nu}	References
17.5359	67.6837	223.1483	9.4874	Present work by constant viscosity
18.7810	63.9505	209.7110	8.7817	Present work by Sutherland's law
-	63.3710	223.4120	9.4217	Bravo et al.
17.6130	67.4900	206.3200	8.9700	Ding et al.

جدول (۴) : نتایج عددی برای $Ra=10^4$ و شبکه بندی 50×50

$ \psi _{\max}$	U_{\max}	V_{\max}	\overline{Nu}	References
5.0855	16.1354	19.6691	2.2469	Present work by constant viscosity
5.0917	16.0637	19.5146	2.2492	Present work by Sutherland's law
-	16.0955	19.5303	2.2436	Bravo et al.
-	16.182	19.5090	2.2340	Ding et al.

جدول (۹) : نتایج عددی برای $Ra=10^6$ و شبکه بندی 100×100

$ \psi _{\max}$	U_{\max}	V_{\max}	\overline{Nu}	References
17.0268	65.6252	218.9173	8.9752	Present work by constant viscosity
16.6521	64.0822	214.1256	8.8410	Present work by Sutherland's law
-	64.9944	218.3112	8.9772	Bravo et al.
16.9610	65.3300	216.7500	8.7980	Ding et al.

جدول (۵) : نتایج عددی برای $Ra=10^4$ و شبکه بندی 100×100

$ \psi _{\max}$	U_{\max}	V_{\max}	\overline{Nu}	References
5.0764	16.1899	19.6655	2.2419	Present work by constant viscosity
5.0077	16.1615	19.6141	2.2470	Present work by Sutherland's law
-	-	-	-	Bravo et al.
-	16.1630	19.6082	2.2446	Ding et al.

جدول (۱۰) : مقایسه نتایج عددی مطالعه با نتایج تحقیقات Becker et al.

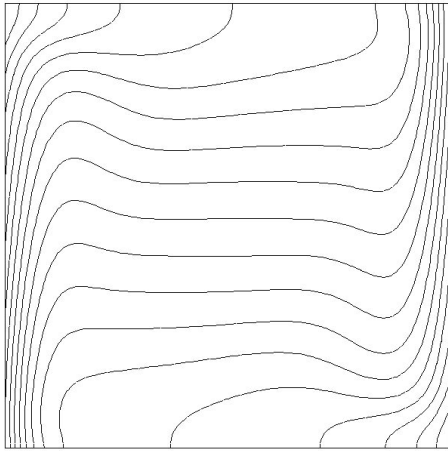
Case	Ra	μ	$(Nu)_x$	
			Present study	Becker et al.
1	10^6	Constant	8.85978	8.8256
2	10^6	Sutherland's law	8.6866	8.6214
3	10^7	Sutherland's law	16.241	16.2014

جدول (۶) : نتایج عددی برای $Ra=10^5$ و شبکه بندی 50×50

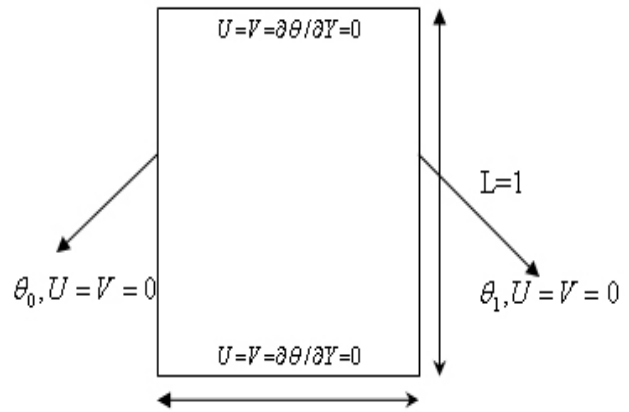
$ \psi _{\max}$	U_{\max}	V_{\max}	\overline{Nu}	References
9.7362	36.2210	68.7922	4.6043	Present work by constant viscosity
9.7271	33.9648	67.5619	4.5473	Present work by Sutherland's law
-	34.7396	68.8438	4.6165	Bravo et al.
9.7390	35.0700	66.7300	4.4870	Ding et al.

جدول (۷) : نتایج عددی برای $Ra=10^5$ و شبکه بندی 100×100

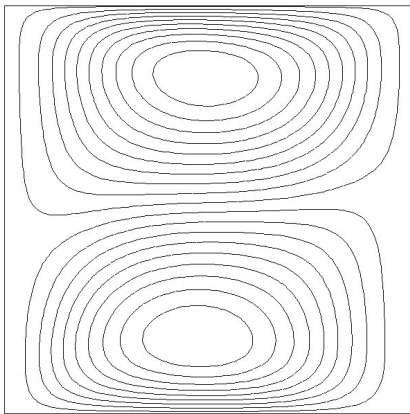
$ \psi _{\max}$	U_{\max}	V_{\max}	\overline{Nu}	References
9.6480	35.4161	68.6208	4.5350	Present work by constant viscosity
9.6313	34.7716	68.3291	4.5395	Present work by Sutherland's law
-	34.7132	68.5383	4.5256	Bravo et al.
9.6440	34.8100	68.2200	4.5100	Ding et al.



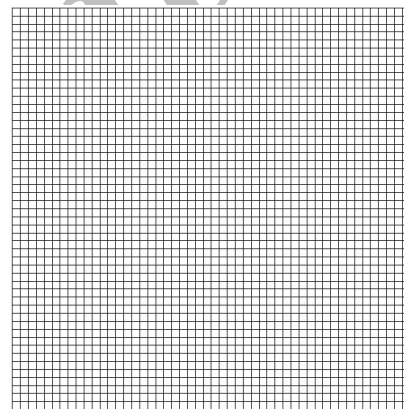
شکل (۴): کانتور خطوط همدم برای عدد رایلی 10^4



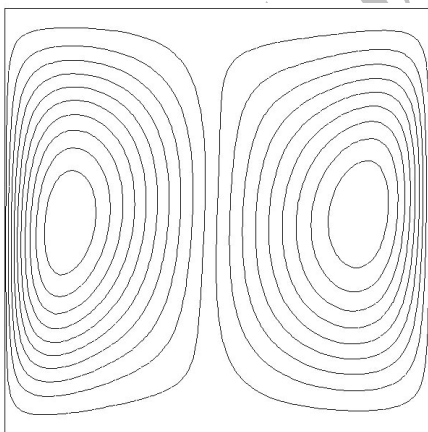
شکل (۱): نمای شماتیک مسئله $L=1$



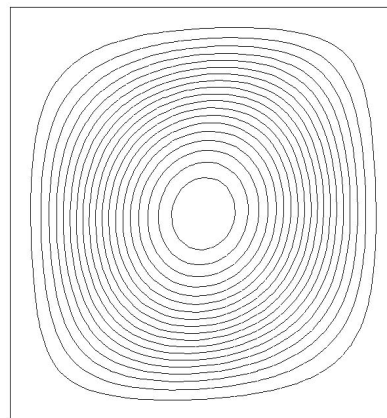
شکل (۵): کانتور خطوط سرعت U برای عدد رایلی 10^4



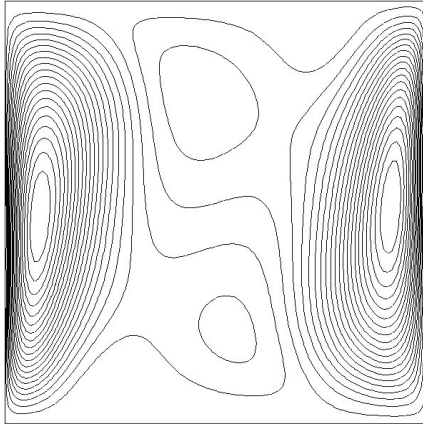
شکل (۲): شبکه بندی مسئله



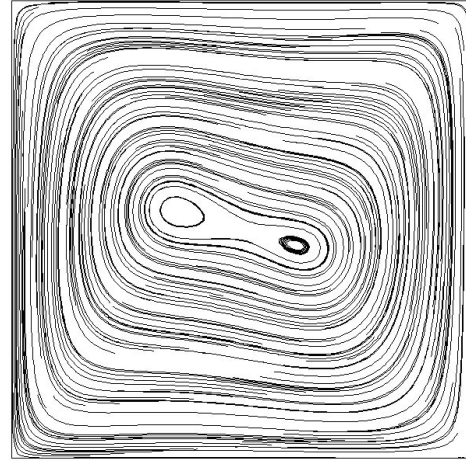
شکل (۶): کانتور خطوط سرعت V برای عدد رایلی 10^4



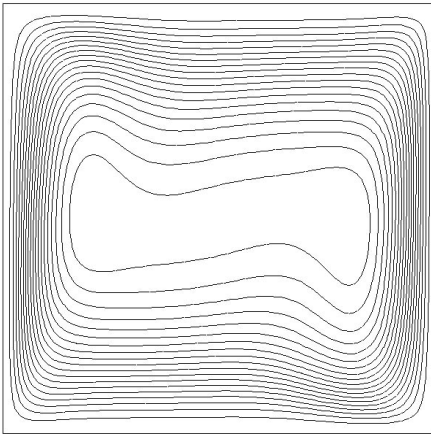
شکل (۳): تابع جریان برای عدد رایلی 10^4



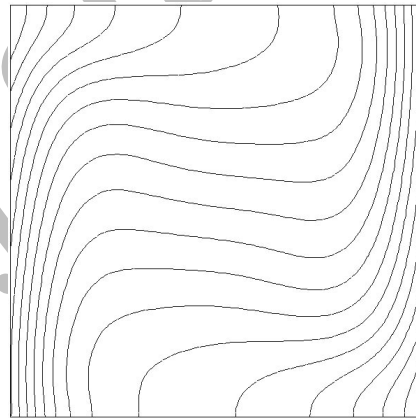
شکل (۱۰): کانتور خطوط سرعت V برای عدد رایلی 10^5



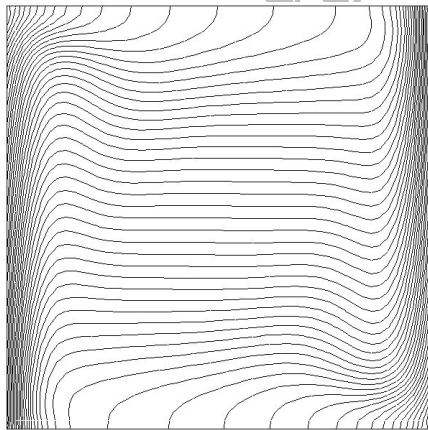
شکل (۷): تابع جریان برای عدد رایلی 10^5



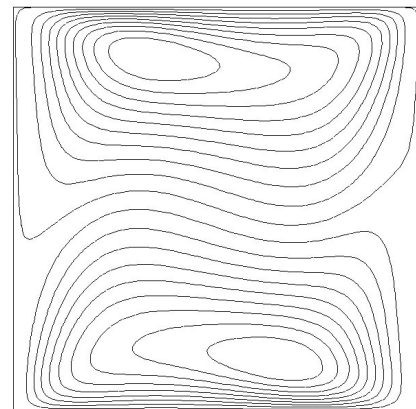
شکل (۱۱): تابع جریان برای عدد رایلی 10^6 با قانون لزجت ساترلند



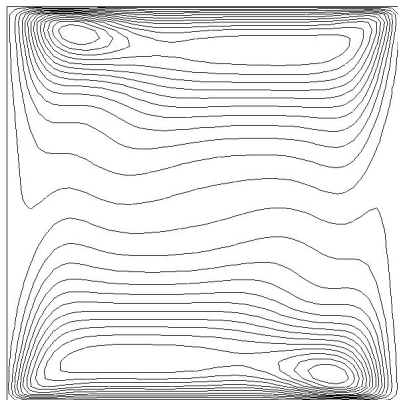
شکل (۸): کانتور خطوط همدمما برای عدد رایلی 10^5



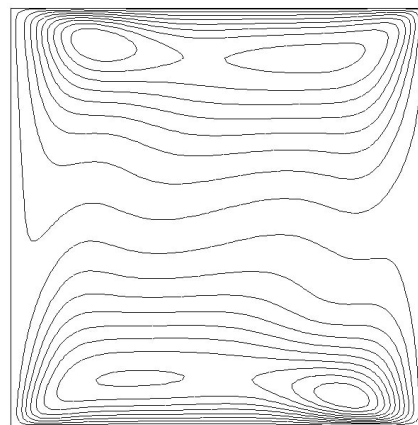
شکل (۱۲): کانتور خطوط همدمما برای عدد رایلی 10^6 با قانون لزجت ساترلند



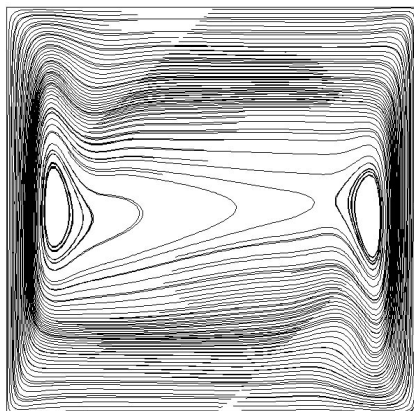
شکل (۹): کانتور خطوط سرعت U برای عدد رایلی 10^5



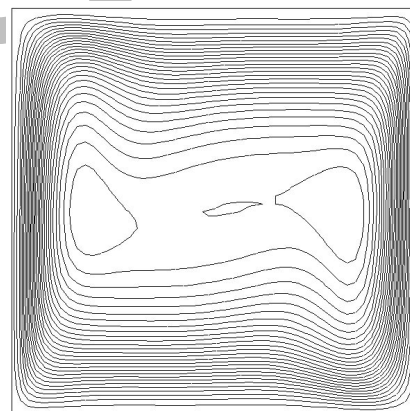
شکل (۱۶): کانتور خطوط سرعت U برای عدد رایلی 10^6 با قانون لزجت ثابت



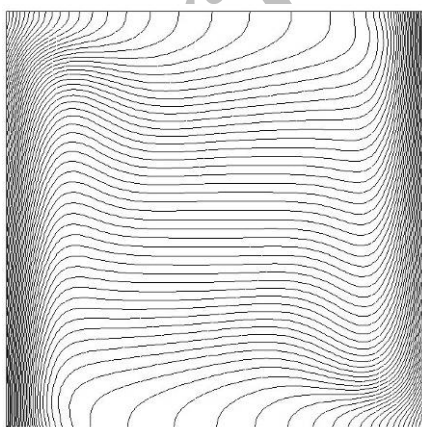
شکل (۱۳): کانتور خطوط سرعت U برای عدد رایلی 10^6 با قانون لزجت ساترلند



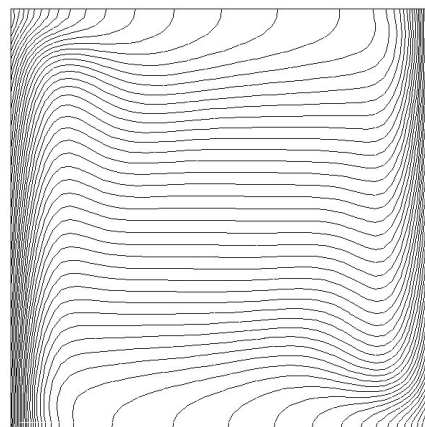
شکل (۱۷): تابع جریان برای عدد رایلی 10^7 با قانون لزجت ساترلند



شکل (۱۴): تابع جریان برای عدد رایلی 10^6 با قانون لزجت ثابت



شکل (۱۸): کانتور خطوط همدمما برای عدد رایلی 10^7 با قانون لزجت ساترلند



شکل (۱۵): کانتور خطوط همدمما برای عدد رایلی 10^6 با قانون لزجت ثابت

۹- تشکر و قدردانی

نویسندگان بر خود لازم می دانند از مساعدت‌های صمیمانه مدیر عامل محترم شرکت بهره برداری نفت و گاز شرق جناب آقای مهندس نقیعی، ریاست محترم تعمیرات جناب آقای مهندس زنجانی و ریاست محترم آموزش جناب آقای مهندس بهرامند تقدیر و تشکر نمایند.

۱۰- مراجع

- [10] S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Washington, 1980.
- [11] M. R. Safaiy, S. R. Saleh and M. Goodarzei, "Finite Volume Solution of 2-D Steady Incompressible Navier-Stokes Equation in Driven Skewed Cavity Flow with Non-Orthogonal Grid Mesh", *Majlesi Journal of Mechanical Engineering*, 1, pp.35-45, 2007.
- [12] M. R. Safaiy, M. Jabbarzadeh, B. Rahmanian and S. Behboudian, "Solution of equilateral Triangular Cavity Flow by Finite Volume Method", *Annual Physics Conference of Iran, Shahrood University, Shahrood*, pp. 919-923, 2006.
- [13] M. R. Safaiy, S. R. Saleh and B. Rahmanian, "Numerical Solution of Melted Sodium around the Tubes which Involves Uranium by Finite Volume Method", 6th Young Research Club Engineering Conference, Khorram Abad, pp. 120-129, 2007.
- [14] M. R. Safaiy, S. R. Saleh, M. Goodarzei and M. Goodarzei, "Fine Grid Benchmark Solutions of isosceles Triangular Cavity Flow By Finite Volume Method", *Mechanical Engineering Conference, Islamic Azad University-Central Tehran Branch, Tehran*, pp. 92-99, 2006.
- [15] F. P. Incropera and D. P. Dewitt, "Fundamentals of Heat and Mass Transfer", John Wiley & Sons, 1996.
- [16] A. Bejan, "Convection Heat Transfer", John Wiley & Sons, Inc, 1999.
- [17] F. M. White, "Heat and Mass Transfer", Addison-Wesley Publishing Company, 1998.
- [18] H. Schlichting, *Boundary Layer Theory*, Mc Graw-Hill, 1973.
- [19] R. Becker and M. Bracck, "Multi grid techniques for finite elements on locally refined meshes", *Num. Linear Algebra App.*, 7, pp. 363- 379, 2000, Special Issue.
- [20] H. Bijl and P. Wesseling; "A unified method for computing incompressible compressible flows in boundary-fitted coordinates", *J. Comput. Phys.*, 141, pp. 153-173, 1998.
- [21] M. Bracck, "An adaptive finite element method for reactive flow problems", *Dissertation, Universität Heidelberg*, 1998.
- [22] R. Becker, "Weighted error estimators for finite element approximations of the incompressible Navier-Stokes equations", *Rapport de Recherche RR-3458, INRIA Sophia-Antipolis*, 1998.
- [1] H. Ding, C. Shu, K. S. Yeo and D. Xu, "Development of Least-Square-Based Two-Dimensional Finite Difference Schemes and their Application to Simulate Natural Convection in a Cavity", *Computers and Fluids*, 33, pp. 137-154, 2004.
- [2] R. Becker and M. Bracck, "Solution of a Stationary Benchmark Problem for Natural Convection with Large Temperature Difference", *International Journal of Thermal Science*, 41, pp. 428-439, 2002.
- [3] P. Le Quere and H. Paillere, "Modeling Simulation of Natural Convection Flows with Large Temperature Differences: a Benchmark Problem for Low Mach number Solvers", *Computers and Fluids*, 20, pp. 29-41, 2001.
- [4] E. O. A. Bravo, J. C. Claeysen, and O. Rubio, "Numerical Simulation for the Natural Convection Flow", *Thermal Engineering*, 2, pp. 68-72, 2000.
- [5] J. Tian and T. G. Karayiannis, "Low turbulence natural convection in an air filled enclosure cavity, Part 1: the thermal and fluid flow fields", *J. Heat and Mass Transfer*, 43, pp. 849-866, 2001.
- [6] L. Jacoutot, P. Brun, A. Gagnoud and Y. Fautrelle, "Numerical modeling of natural convection in molten glass heated by induction", 18th International Congress on Glass, San Francisco, California, pp. 124-133, 1998.
- [7] T. R. Branchaud, "Two-dimensional finite element analysis of laminar and turbulent convective heat transfer over the exterior surface of a fenestration system", M.Sc. thesis, Department of Mechanical and Industrial Engineering, University of Massachusetts, 1997.
- [8] C. Y. Soong, P. Y. Tzeng, D. C. Chiang and T. S. Sheu, "Numerical Study on Mode-transition on Natural Convection in Differentially Heated Inclined Enclosures", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 39, No 14, pp. 2869-2882, 1996.
- [9] J. Y. Oh, M. Y. Ha and K. C. Kim; "Numerical Study of Heat Transfer and Flow of Natural Convection in an Enclosure with a Heat-Generation Conduction Body"; *Numerical Heat Transfer*, 31, Part A, pp. 289-303, 1997.