

## استفاده از شبکه هوشمند جهت حل جریان ترانسونیک حول ایرفویلها

سید امیر عباس علومی<sup>۱</sup>، مهران عامری<sup>۲</sup>

AmirOloomi@me.iut.ac.ir

### چکیده

تجزیه و تحلیل‌های عددی نشان داده است که شبیه‌سازی‌های موفقیت آمیز جریان و دقت حل، قویاً به تعداد گره‌های به کار رفته در شبکه محاسباتی بستگی دارد. یک شبکه خوب بایستی قابلیت تطبیق با خصوصیات مهم جریان را داشته باشد. ایجاد چنین شبکه‌ای برای جریان‌های پیچیده اگر غیر ممکن نباشد، تا حدودی مشکل است. زیرا تعداد کل گره‌هایی که می‌توانند در شبیه‌سازی عددی مورد استفاده قرار گیرند، اغلب محدود می‌باشد. همچنین موقعیت نواحی با گرادیان بالا در ابتدا معلوم نیست. بنابراین استفاده از شبکه‌های هوشمند در روش‌های حل عددی بسیار مطلوب می‌باشد. از میان روش‌های شبکه هوشمند، روش‌های شبکه هوشمند توزیع مجدد و جا داده شده بیشتر مورد توجه محققین قرار گرفته است. ترکیب این روش‌ها به طور طبیعی پیچیده‌تر از هر کدام از این دو روش به تنهایی می‌باشد. به منظور بررسی دقت و بازده حل، چنین ترکیبی برای حل معادلات اویلر دو بعدی در دو مسأله مدل به کار گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که ترکیب روش‌های شبکه هوشمند توزیع مجدد و جا داده شده با حفظ دقت بالا موجب صرفه جویی بیشتر در تعداد گره‌های لازم و در نتیجه حافظه و زمان محاسبه نسبت به هر کدام از این دو روش به تنهایی شده و بنابراین ترکیب این دو روش را مجاز می‌نماید.

### کلیدواژه:

توزیع مجدد- جاداده شده- شبکه هوشمند- معادلات اویلر

۱- استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد یزد

۲- استادیار دانشگاه شهید باهنر کرمان Ameri\_mm@uk.ac.ir

## ۱- مقدمه

حل معادلات حاکم بر مکانیک سیالات، یکی از مطرح ترین مسائل در علوم و مهندسی می باشد. امروزه دینامیک سیالات محاسباتی به عنوان ابزار مکمل تونل باد و روش های تجربی به کار می رود. روش های کامپیوتری جایگزین مناسبی برای آزمایش های سخت و خطرناک می باشند. با صرف نظر کردن از نیروی مقاوم اصطکاکی، جریان های تراکم پذیر را می توان با استفاده از حل معادلات اویلر شبیه سازی نمود. به علت سادگی در بیان فیزیکی و سهولت پایه گذاری الگوریتم حل عددی، همچنین راحتی در اعمال شرایط مرزی، روش های پیمایش زمانی صریح کاربرد زیادی در حل معادلات اویلر دارند، ولی زمان مورد نیاز برای رسیدن به یک دقت مرتبه بالا در اینگونه روش ها، هزینه زیادی را در بر دارد. همچنین اکثر مسائل ترانسونیک شامل مسائلی مانند امواج ضربه ای، لایه های مرزی و برشی، پدیده جدایی و . . . می باشند که این پدیده ها موجب تغییرات شدید خواص جریان سیال می شوند. به علت گستردگی این مسائل، نمی توان محل دقیق تغییرات شدید خواص جریان را قبل از حل، تعیین نمود. بنابراین مشکل عمده در حل اینگونه مسائل انتخاب یک شبکه مناسب برای حل می باشد. بدیهی است انتخاب یک شبکه مناسب مقدم بر حل مسأله می باشد و نتایج بدست آمده از حل عددی یک مسأله به ساختمان مناسب شبکه محاسباتی وابسته است، به طوری که انتخاب غیر مناسب مکان نقاط شبکه می تواند منجر به ناپایداری و یا واگرایی شود. یکی از شیوه های ویژه به منظور استفاده هوشمندانه از منابع محاسباتی، آن است که اجازه دهیم شبکه با حل به طریقی تطبیق یابد، به نحوی که مناطق با خطا و یا گرادیان های مختلف به طور یکسان تحلیل شوند. برای دستیابی به چنین منظوری باید الگوریتم تولید شبکه و الگوریتم حل به طور پیچیده ای به یکدیگر مرتبط شوند. به همین دلیل به کارگیری روش های هوشمند ذاتاً بسیار پیچیده تر از روش های شبکه ثابت می باشند. اما صرفه جویی در حافظه و زمان محاسبه برای خیلی از جریان ها آنقدر زیاد است که چنین پیچیدگی را مجاز می نماید. در حال حاضر استفاده از هوشمند شبکه از مسائل پیشرو در تولید شبکه های عددی بوده و یکی از مهمترین بخش های آن نیز می باشد.

در میان روش های هوشمند شبکه، روش های توزیع مجدد [۷،۱] و جا داده شده [۱۲،۸] مورد توجه بیشتر محققین قرار گرفته و عمده ترین کارها در این دو زمینه صورت پذیرفته است. در روش توزیع مجدد تعداد گره ها ثابت است اما گره ها از مناطق با خطا یا گرادیان های کوچک به سمت مناطق با خطا یا گرادیان های زیاد حرکت می کنند. ایده اصلی روش آن است که نقاط شبکه، در

هنگامی که حل فیزیکی گسترش می یابد، به سمت مناطق با تغییرات بزرگ حرکت کنند و بدین ترتیب نقاط شبکه در این مناطق متمرکز شوند. بنابراین نقاط شبکه در هنگام حل فیزیکی با درک چنین مناطقی توزیع مجدد می شوند. این روش دارای چند مزیت اصلی است: اول آنکه شبکه محاسباتی در مسیر شکل های مورد نظر در میدان جریان (به طور مثال موج ضربه ای) قرار می گیرد. دوم آنکه برای کدهای موجود نسبتاً ساده به کار گرفته می شوند. در نهایت آنکه حافظه رایانه در طی حل افزایش نیافته و با توجه به اینکه این نوع هوشمند برای شبکه های سازمان یافته طبیعی است، سازمان اطلاعاتی آن بسیار راحت است. از معایب اصلی این روش آن است که سلول ها بد شکل، کج و کشیده شده و در نتیجه از دقت نتایج کاسته شده و امکان ناپایداری به وجود می آید. برای پرهیز از کجی زیاد و دندان های شدن سلول ها، توزیع گره های شبکه باید به نحوی توسط همسایگان نزدیکش تحت تاثیر قرار گیرد. برای حل این مشکل دو روش اصلی مستقیم [۵،۱] و غیر مستقیم [۶] وجود دارد. روش مستقیم بر اساس شباهت فنرهای کششی و پیچشی است. در این روش فرض می شود که گره های شبکه به وسیله فنرهای کششی و پیچشی به هم متصل هستند. شبکه در بهترین حالت به وسیله کمینه کردن انرژی این سیستم از فنر، توزیع مجدد می شود که توسط ناکاهاشی (Nakahashi) و دیورت (Diewert) ابداع شده و برای حل مسائل دو بعدی غیر لزج تراکم پذیر تا حل مسائل سه بعدی لزج تراکم پذیر به کار گرفته شده است [۴،۲]. روش غیر مستقیم از تولید شبکه بیضوی استفاده می شود. در این حالت توابع کنترل  $P$  و  $Q$  به منظور توزیع مجدد ثابت نمی باشند (تولید شبکه پواسون تطبیقی). کیم (Kim) و تامسون (Thompson) این روش را برای حل جریان های تراکم پذیر سه بعدی بر روی یک بال مورد استفاده قرار داده اند، که از کارهای شاخص در این زمینه است [۶]. در این مقاله از روش مستقیم بر اساس شباهت با فنرها استفاده گردیده و ایده های گنفو (Gonffo) [۱] و ناکاهشی و دیورت به کار گرفته شده است.

در روش جا دادن به طور محلی گره هایی در مناطق با خطا یا گرادیان زیاد ایجاد می شوند. بنابراین در این روش حل معادلات در یک شبکه ترکیبی، مرکب از یک شبکه کلی ثابت که در مناطق مهم به طور هوشمند تکه هایی در آن جا داده شده اند، صورت می پذیرد. کالیندریس (Kallinderis) و ویجایان (Vijayan) [۸] یک الگوریتم شبکه هوشمند برای شبکه های سه بعدی هرمی ارائه کرده اند. آنها روش های مناسبی برای کاهش سلول هایی که در تداخل نواحی تطبیق شده و تطبیق نشده به وجود می آیند به کار گرفتند. کالیندریس و همکاران [۹] روشی برای تطبیق در هندسه های

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho uu + p \\ \rho uv \\ \rho u h_0 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho vv + p \\ \rho v h_0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

و

$$h_0 = \frac{e+p}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \quad (3)$$

در معادلات بالا  $\rho$  چگالی،  $u$  و  $v$  مولفه‌های سرعت در راستای  $x$  و  $y$ ،  $e$  انرژی درونی کل بر واحد حجم،  $p$  فشار و  $h_0$  آنتالپی کل می‌باشند. در این تحقیق از روش حجم محدود صریح بر اساس روش لاکس-وندوروف (Finite-Volume, Lax Wendroff Type) Scheme) که توسط نی (Ni) ابداع شده [۱۳]، برای انتگرال‌گیری از معادلات غیر دایم اویلر به حالت دایم استفاده شده است و شرط مرزی غیر انعکاسی جیلز (Giles) به کار گرفته شده است [۱۴]. همچنین برای شتاب دادن به همگرایی و انتشار امواج از میان مناطق جا داده شده، تکنیک چند شبکه‌ای به کار گرفته شده است. از پله‌های زمانی محلی نیز برای افزایش شتاب همگرایی استفاده شده است.

### ۳- روش شبکه هوشمند توزیع مجدد

#### ۳-۱- توزیع مساوی

همانطور که بیان شد، هدف از تطبیق شبکه کاهش خطای حل عددی به علت استفاده از فواصل محدود شبکه (خطای برشی) است. ایده‌آل آن است که بطور صریح خطای حل بیان گردد و فواصل شبکه به منظور کمینه کردن مقادیر بیشینه خطا تنظیم گردد. متأسفانه خطای حل را بندرت ممکن است بطور صریح بدست آورد. بنابراین برای کاهش غیر مستقیم خطای حل از کمینه کردن مقادیر بیشینه ضرب فواصل شبکه در یک کمیت استفاده می‌شود. این کمیت را تابع وزنی  $W$  می‌نامیم و فرض می‌کنیم که در یک شبکه یکنواخت خطای حذف هنگامی که  $W$  زیاد باشد، زیاد است و هنگامی که  $W$  کم باشد، کم است. به علت آنکه کاهش فواصل شبکه در یک مکان منجر به افزایش در مکان‌های دیگر می‌گردد (با فرض نقاط انتهایی ثابت)، کمینه کردن با ثابت قراردادن این ضرب بدست می‌آید. به این روش توزیع مساوی می‌گویند.

اگر  $W_i$  تابع وزنی در فواصل  $i$  و  $i+1$  باشد، معادله توزیع مساوی برابر است با:

$$W_i(S_{i+1} - S_i) = C \quad (4)$$

پیچیده به منظور حل جریان‌های لزج به کار برده‌اند. آنها از المان‌های منشوری و هرمی استفاده کرده‌اند. کنل (Connell) و همکاران [۱۰] نیز از الگوریتم مشابهی برای حل معادلات اویلر استفاده کرده‌اند. مزیت شبکه‌های غیر سازمان یافته سهولت شبکه‌بندی حول اجسام پیچیده بوده و به علاوه سازمان اطلاعاتی با تطبیق تغییر نمی‌کند. اما شبکه‌های غیر سازمان یافته مثلثی و شش‌وجهی دارای معایبی نیز هستند. از جمله آنکه حل معادلات حاکم در این نوع شبکه‌ها بسیار گرانتز از شبکه‌های مستطیلی و هشت‌وجهی است. همچنین به منظور افزایش سرعت همگرایی، استفاده از روش چند شبکه‌ای (Multiple-Grid)، اگر چه برای شبکه‌های غیر سازمان یافته مثلثی و شش‌وجهی غیر ممکن نیست، اما بسیار مشکل بوده و جداً به یک سازمان اطلاعاتی اضافی نیاز دارد. روش شبکه هوشمند شبکه جاداده شده با استفاده از شبکه اولیه سازمان یافته نیز برای حل معادلات اویلر و ناویر-استوکز در کارهای زیادی انجام پذیرفته که به عنوان نمونه می‌توان به مرجع [۱۱] مراجعه نمود. با آنکه تقسیم یک چهار ضلعی به چهار ضلعی دیگر طبیعی‌ترین نوع تقسیم به نظر می‌رسد، اما براساس سلول و جهت گرادین‌های بزرگ در میدان جریان، وضعیت‌هایی وجود دارد که لازم است تقسیم فقط در یک جهت و در همسایگی شکل جریان مورد نظر صورت گیرد. بدین ترتیب با حفظ دقت، از ایجاد سلول‌ها و گره‌های اضافی پرهیز شده و انتظار می‌رود زمان محاسبات کاهش یابد [۱۲]. دیویس (Davis) و داننهوفر (Dannenhofner) برای حل معادلات اویلر در سه بعد با استفاده از دسته سلول‌ها (Chunk) تقسیم جهتی را بکار گرفته‌اند [۱۱]. در این حالت اگر هر کدام از سلول‌ها تقسیم شوند، تمامی سلول‌های آن دسته تقسیم می‌شوند. بنابراین اغلب تقسیمات غیر جهتی بوده و سلول‌های اضافی زیادی تشکیل می‌شوند. عامری و شیرانی [۱۲] از تقسیم جهتی از اولین مرحله تطبیق برای حل معادلات اویلر استفاده نموده‌اند. در این مقاله نیز از تقسیم جهتی از اولین مرحله تطبیق و در تمامی میدان حل بدون هیچ محدودیتی استفاده شده است.

### ۲- معادلات حاکم و روش حل عددی

معادلات غیر دائم اویلر در حالت دو بعدی و به صورت بقایی به شکل زیر هستند:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \left[ \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} \right] \quad (1)$$

که در آن

قبلی توسط یک فنر پیچشی (CB در شکل (۱)) که موقعیت ثابت آن CA است، متصل است. موقعیت A تنها از طریق خطوط شبکه تطبیق یافته قبلی (نامیده شده توسط 1-z و 2-z در شکل (۲)) به عنوان راهی برای افزایش همواری شبکه تعیین می‌شود. فنر پیچشی یک نیرو بر B به سمت A اعمال می‌کند که اگر ثابت فنر کششی را  $c_T$  بنامیم، یک رابطه ریاضی این نیرو را مشخص می‌کند.

$$F_T = c_T(\theta - \phi) \quad (7)$$

که  $\theta$  شیب خط CB و  $\phi$  شیب خط CA است. بنابراین معادله توزیع مساوی (۶) به معادله زیر تبدیل می‌شود.

$$W_i(S_{i+1} - S_i) - W_{i-1}(S_i - S_{i-1}) + c_T(\theta - \phi) = 0 \quad (8)$$

به منظور سادگی در بکارگیری معادله (۸)، جمله سوم را بدین گونه می‌نویسیم

$$c_T(\theta - \phi) = T(S_A - S_B) \quad (9)$$

توجه کنید که  $S_B$  همان  $S_i$  بوده و T برابر با  $c_T$  تقسیم بر طول CA است. بنابراین معادله (۸) به معادله نهایی زیر تبدیل می‌گردد.

$$W_{i-1}S_{i-1} - (W_i + W_{i-1} + T)S_i + W_iS_{i+1} = -TS_A \quad (10)$$

بنابراین یک سیستم از معادلات سه قطری برای  $S_i$  باید حل شود. آزمایش‌های انجام گرفته در این تحقیق نشان داد که  $c_w$  بین ۰/۰۵ تا ۱/۵ نسبتاً مناسب است. رابطه بین فنرهای کششی و پیچشی را مقدار  $c_T$  معلوم می‌کند. اگر این مقدار بزرگ باشد، گره‌ها بشدت در جهت خطوط تطبیق یافته قبلی (CA در شکل (۱)) قرار می‌گیرد. اگر این مقدار کوچک باشد، خطوط شبکه نوسانی شده و تعداد مراحل تکرار نیز افزایش می‌یابد. آزمایش‌های انجام گرفته در این پژوهش مقدار  $c_T$  را بین ۱۰۰٪ تا ۴۰۰٪ پیشنهاد می‌دهد.

### ۳-۴- روش شبکه هوشمند جاداده شده

همانطور که در مقدمه بیان شد، در این روش در داخل یک شبکه درشت و در مناطق با گرادیان یا خطای زیاد، یک شبکه ریز جاداده می‌شود. برای اجرای این عمل، باید مناطق با گرادیان یا خطای زیاد توسط روش تشخیص داده شده و بطور خودکار سلول‌های شبکه تقسیم شوند. روند می‌تواند چندین مرتبه تکرار شده و در نتیجه شبکه‌های جاداده شده ریزتر و ریزتر گردد تا منطقه مورد نظر با دقت کافی تحلیل شود.

$S_i$  فواصل گره i تا یک نقطه مشخص (در این مقاله تا ابتدا) در طول خط شبکه است. معادله (۴) به علت آنکه W تابعی از S است، غیرخطی بوده و معادله باید بصورت تکراری حل گردد.

برای انتخاب تابع وزنی روش‌های گوناگونی وجود دارد. به عنوان مثال مک ری و بنسن (McRae and Benson) برای تعیین تابع وزنی از ترکیب خطی گرادیان چند متغیر جریان استفاده نمودند [۷]. در این مقاله از گرادیان یک متغیر جریان به عنوان تابع وزنی استفاده می‌شود. اگر q نشان دهنده یک متغیر جریان باشد، مانند چگالی یا عدد ماخ، معادله زیر مناسب به نظر می‌رسد.

$$W = 1 + c_w \left| \frac{dq}{dS} \right| \quad (5)$$

به منظور اجتناب از فواصل بزرگ شبکه W باید توسط یک کمینه مناسب محدود گردد. همچنین W باید به یک حد بالا محدود شده تا از ایجاد فواصل شبکه بسیار کوچک اجتناب شود. به عنوان یک چاره برای اعمال حد پایین، جمله اول سمت راست معادله (۵) از ایجاد فواصل شبکه بزرگ جلوگیری می‌کند.  $c_w$  توسط کاربر (بزرگتر از صفر) انتخاب شده تا فواصل شبکه کنترل گردد.

### ۳-۲- مسأله تطبیق دو بعدی

مسأله تطبیق در یک بعد یا معادل آن در طول یک خط شبکه واضح است. معادله توزیع مساوی به صورت یک دسته معادله

$$W_i(S_{i+1} - S_i) = W_{i-1}(S_i - S_{i-1}) \quad (6)$$

با مقادیر ثابت  $S_{imin}$  و  $S_{imax}$  به طور تکراری برای  $S_i$  حل می‌شود. در هر مرحله تکرار لازم است  $W_i$  از شبکه قبلی به شبکه فعلی میانجی‌بندی گردد. در دوبعد نیز این روند را برای تمامی خطوط شبکه تکرار می‌کنیم.

### ۳-۳- روش بر اساس شباهت با فنر

اصول این روش بر این اساس است که کشش در یک فنر کشیده شده با ثابت فنر (شبهه به تابع وزنی W) ضربدر کشیدگی فنر (فاصله دو گره) برابر است. پس ارضای معادله توزیع مساوی (۶) شبیه به اخذ یک سیستم تعادل از فنرها می‌باشد (همان کشش در هر فنر). فرض کنید که گره‌ها مانند مهره‌ها قادر به لغزیدن در طول یک سیم ثابت هستند و به وسیله فنرهایی با ثابت فنر متفاوت به یکدیگر متصل شده‌اند. در دو بعد به علاوه فرض می‌شود که هر مهره به گره مطابق خود (حالا ثابت) در خط شبکه تطبیق یافته

## ۴- تقسیم محلی شبکه

با ریز کردن شبکه فقط در مناطق با گرادیان یا خطای زیاد در جریان می‌توان با حفظ دقت کافی، حافظه و زمان محاسبه را به حداقل رساند. این عمل می‌تواند به شکل ساده با تقسیم شبکه در هر دو جهت سلول صورت گیرد. بدین ترتیب شبکه اولیه و جاداده شده از نظر هندسی کاملاً مشابه اند. اما وضعیت‌هایی وجود دارد که تقسیم در یک جهت در همسایگی شکل مورد نظر کافی است [۱۲، ۱۱]. شکل (۳)، سه نوع تقسیم که هنگام بکارگیری تقسیم جهتی ایجاد می‌شوند را نشان می‌دهد. استفاده از تقسیم جهتی روش تطبیق را نسبتاً پیچیده می‌کند، اما فایده استفاده از آن کاملاً آشکار است. تنها یک سلول به جای سه سلول اضافه شده و در نتیجه در حافظه و زمان محاسبه صرفه جویی می‌گردد.

هنگامی که فرآیند جادادن انجام می‌گیرد، شبکه با تغییر ناگهانی ابعاد سلول‌ها مواجه می‌شود. یک چنین تغییرات ناگهانی باعث خطایی قابل مقایسه با خطای شبکه خشن در همسایگی سلول‌های درشت می‌شود. بنابراین اختلاف زیاد بین اندازه سلول‌های مجاور بدون توجه به روش حل معادلات اثر معکوس می‌گذارد. در نتیجه حداکثر نسبت یک به دو برای ابعاد سلول‌های مجاور پیشنهاد می‌شود. پس به منظور حداقل کردن تغییرات ناگهانی، شبکه جاداده شده باید هموار شود.

اختلاف چگالی به عنوان معیار تطابق و تعیین آستانه استفاده شده است. روش انجام شده بدین گونه است:

۱- در هر سلول مقدار مطلق اختلاف چگالی متوسط سطوح

متضاد به عنوان معیار تطابق محاسبه می‌گردد.

$$R_1 = |\rho_{NW} + \rho_{NE} - \rho_{SW} - \rho_{SE}| \quad (11)$$

$$R_2 = |\rho_{NE} + \rho_{SE} - \rho_{NW} - \rho_{NE}|$$

۲- مقدار متوسط و انحراف استاندارد معیار محاسبه می‌شود.

$$R_{ave} = \frac{1}{N_{cell}} \sum_{e=1}^{N_{cell}} R_e \quad (12)$$

$$R_{sd} = \sqrt{\frac{1}{N_{cell}} \sum_{e=1}^{N_{cell}} (R_e - R_{ave})^2} \quad (13)$$

۳- آستانه تقسیم بدینگونه تعریف می‌شود.

$$R_{th} = R_{ave} + \alpha R_{sd} \quad (14)$$

سلول‌هایی که دارای  $R$  بزرگتر از  $R_{th}$  هستند، برای تقسیم علامت زده می‌شوند. مقدار  $\alpha$  را می‌توان بین ۰/۲۵ تا ۰/۸ بسته به نوع مسأله انتخاب نمود. مقدار بزرگ  $\alpha$  ممکن است منجر به عدم توانایی کافی در آشکار کردن شکل میدان جریان شده و مقدار کوچک آن منجر به تولید گره‌های اضافی خواهد شد. کارهای انجام شده در این تحقیق نشان می‌دهد که  $\alpha$  برابر ۰/۲۸ نسبتاً مناسب است.

## ۶- سازمان اطلاعاتی

در سال‌های اخیر روش‌های سلسله مراتب چهار شاخه‌ای (یا هشت شاخه‌ای) (Octree) or (Hierarchical Quadtree) معرفی شده‌اند که به علت سازمان اطلاعاتی بسیار مناسب مورد توجه زیاد محققین قرار گرفته است. این روش‌ها می‌توانند هرگونه فضای محاسباتی غیرمنظم دو یا سه بعدی را به نحو بسیار موثری برای انجام محاسبات عددی شبکه‌بندی کنند. در این روش‌ها، زیر دامنه‌های فضای محاسباتی به طریق جبری و به صورت متوالی به مجموعه‌ای از چهار ضلعی (یا هشت ضلعی) تجزیه می‌شود و اطلاعات شبکه ایجاد شده به شیوه سلسله مراتبی حفظ می‌شوند. استفاده از یک چنین سازمان اطلاعاتی کاربرد آن را در حل مسایل فیزیکی آسان می‌کند [۱۷]. به علاوه لازم به ذکر است که شبکه‌های سلسله مراتبی محیط ایده آلی برای بکارگیری روش‌های چند شبکه‌ای هستند. با کمی تغییرات، این روش برای فرآیند جادادن بسیار مناسب است. روش چهار شاخه‌ای بر مبنای شاخه فامیلی و همچنین همسایه‌های هر سلول بنا می‌گردد. بنابراین برای هر سلول تولیدات بعدی (فرزندان) و تولیدکننده (والد) ذخیره می‌گردد. اگر تقسیم جهتی مدنظر نباشد، سلول‌هایی که به عنوان همسایه یک

## ۵- معیار تطابق

یکی از اساسی‌ترین قسمت‌های روش شبکه هوشمند جاداده شده، ایجاد الگوریتمی برای احساس وجود مناطق مهم و خاص است. برنامه تطبیق باید قادر به احساس وجود و دنبال کردن تکامل یک چنین مناطقی باشد. دو روش اساسی برای آشکار سازی یک چنین مناطقی وجود دارد. اولی براساس تخمین خطای برشی است [۱۵]. چون موضوع اولیه تطبیق کمینه کردن این خطا است، پس آشکارسازی مستقیم مناطق با خطای زیاد راهنمای بسیار مناسبی است. متأسفانه، خطای برشی بطور مستقیم معلوم نیست. اصول روش دوم آشکارسازی مناطقی است که تغییرات مهم در جریان وجود دارد [۱۶، ۱۱]. البته خطای برشی به تغییرات میدان جریان وابسته است. معمولاً خطای برشی در مناطق با تغییرات کوچک، ناچیز بوده و در مناطق با تغییرات بزرگ، بیشینه است. پس معقول آن است که مناطق با گرادیان زیاد در جریان جستجو شود. آشکارسازی این مناطق اساساً به آشکارسازی شکل میدان جریان منجر می‌شود. فرآیند آشکارسازی میدان جریان به آستانه مخصوصی برای هر معیار تطابقی احتیاج دارد. در این تحقیق از

یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده می‌توان رسید. هدف اصلی این تحقیق، ارزیابی بیشتر کارایی ترکیب روش‌های تطبیق شبکه توزیع مجدد و جاداده شده می‌باشد. اگرچه روش‌های تطبیق شبکه توزیع مجدد و جاداده شده قبلاً هم ترکیب شده‌اند [۱۸] ولیکن تاکنون ترکیب این دو روش برای حل جریان حول ایرفویل‌ها مد نظر قرار نگرفته است. از اینرو در این پژوهش، ترکیب روش‌های تطبیق شبکه توزیع مجدد و جاداده شده برای جریان خارجی در اطراف ایرفویل مورد استفاده قرار گرفت.

اگر از یک شبکه با سازمان اولیه استفاده شود امکان ترکیب این دو روش تطبیق وجود دارد. بدین ترتیب که (۱) میدان جریان در یک شبکه نسبتاً درشت اولیه حل می‌شود. شبکه مذکور باید به گونه‌ای باشد که در عین همگرایی سریع، جزئیات اولیه جریان را نمایان کند. (۲) روش هوشمند توزیع مجدد چند بار در این شبکه بکار گرفته شده و (۳) چند بار روش هوشمند شبکه جاداده شده در شبکه بدست آمده مورد استفاده قرار می‌گیرد.

#### ۹- نتایج

برای بررسی دقت و راندمان روش دو مسأله مدل مدنظر قرار گرفت. مسایل شامل جریان بر روی ایرفویل NACA0012 در دو ماخ ورودی متفاوت می‌باشند. برای کلیه مسایل معیار همگرایی نهایی برابر با  $\delta(\rho V)_{\max}$  کوچکتر از  $10^{-5}$  انتخاب شده است. در هنگام به کارگیری روش هوشمند توزیع مجدد، اعمال تطبیق شبکه زمانی است که معیار همگرایی به  $5 \times 10^{-5}$  برسد و این عمل سه بار تکرار شده است. اما در هنگام به کارگیری روش هوشمند شبکه جاداده شده، اعمال تطبیق زمانی است که معیار همگرایی به  $10^{-5}$  برسد و فرآیند جادادن در نهایت دو بار بکار گرفته شده است.

شکل‌ها شبکه‌های ایجاد شده و خطوط هم‌ماخ را به ترتیب برای ۱- شبکه نسبتاً خشن اولیه ۲- شبکه‌ای که تنها روش هوشمند توزیع مجدد در آن بکار گرفته شده است. ۳- شبکه‌ای که از ترکیب روش‌های هوشمند توزیع مجدد و جاداده شده استفاده کرده است اما فرآیند جادادن فقط یک بار بکار گرفته شده است. ۴- شبکه‌ای که از ترکیب روش‌های هوشمند توزیع مجدد و جاداده شده استفاده کرده است اما فرآیند جادادن دو بار به کار گرفته شده است. ۵- شبکه‌ای که تنها روش هوشمند جا دادن در آن به کار گرفته شده است و فرآیند جادادن دو بار به کار گرفته شده است. ۶- شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده با دو بار فرآیند جادادن (۳۲۰×۶۵ گره) نشان می‌دهد.

شبکه اولیه و شبکه ریز یک شبکه O شکل بیضوی است و مرزهای دوردست در ۱۲ برابری طول کورد از ایرفویل قرار گرفته‌اند. حالت

سلول مشخص می‌گردند، دارای همان سطح تقسیم هستند. اگر از تقسیم جهتی استفاده شود، حالت‌های گوناگونی پیش می‌آید. در این صورت ممکن است سلول‌ها در یک سطح تقسیم شوند، اما سلول‌های تولید شده در سمتی دارای همسایه نباشند و یا همسایه در سطح دیگری باشد. علاوه بر این واضح است که باید گره‌های متصل به هر سلول و نوع تقسیم برای سلول‌های والد معلوم گردد.

#### ۷- گره‌های سطوح داخلی

در نتیجه استفاده از روش شبکه هوشمند جاداده شده، گره‌هایی ایجاد می‌گردند که به چهار گره همسایه متصل نبوده و فقط به سه گره متصل می‌شوند. یک سطح داخلی به دو علت مسایلی را برای حل عددی اصلی مطرح می‌کنند. اول آنکه در این سطوح سلول‌هایی وجود دارند که دارای پنج یا شش گره‌اند (یک سلول حداکثر می‌تواند دو گره سطح داخلی داشته باشد و امکانات دیگر در مرحله هموار کردن برداشته می‌شود)، در حالی که روش حل برای سلول‌های با چهار گره طراحی شده‌اند. دوم آنکه در این سطوح تغییر ناگهانی در اندازه سلول‌ها ایجاد شده که مسأله دقت را مطرح می‌کنند. پایداری و دقت دو مسأله مهم در رفتار با چنین گره‌هایی است. بکارگیری یک رفتار عددی مناسب با یک چنین نقاطی یکی از مسایل مهم در این روش هوشمند می‌باشد. ترجیحاً رفتار باید ساده و قابل گسترش به سه بعد باشد. در این تحقیق با اتصال گره‌های سطوح داخلی به گره‌های همسایه و ایجاد سلول‌های مثلثی و چهار ضلعی، چنین گره‌هایی حذف گردید (شکل ۴). در این روش اصراری بر اینکه تمامی سلول‌های ایجاد شده مثلثی باشند، وجود ندارد و در نتیجه در تعداد سلول‌های ایجاد شده صرفه‌جویی می‌شود. روش حجم محدود بکار گرفته شده برای سلول‌های مثلثی همان است که برای سلول‌های چهار ضلعی استفاده می‌شود، با این تفاوت که در سلول‌های مثلثی یکی از نقاط نماینده دو گره است. مزیت چنین روشی ساده و بقایایی بودن آن است.

#### ۸- ترکیب روش‌های تطبیق شبکه توزیع مجدد و جاداده شده

اگرچه استفاده از روش هوشمند توزیع مجدد باعث افزایش دقت در مناطق ویژه می‌شود اما تعداد گره‌های شبکه دقت محدودی را به این روش تحمیل می‌کند. در عین حال به طور طبیعی زمان محاسبه این روش بیشتر از زمان محاسبه در یک شبکه معمولی است. از سوی دیگر اگرچه روش هوشمند شبکه جاداده شده باعث کاهش قابل توجه در تعداد گره‌های لازم و در نتیجه حافظه و همچنین زمان محاسبه می‌شود اما حداکثر به دقتی برابر با شبکه

آنتروپی، درشت بودن شبکه در جلوی ایرفویل می باشد. به منظور آشکارسازی بیشتر کارایی تطبیق توزیع مجدد، به طور عمدی شبکه اولیه در جلوی ایرفویل خشن در نظر گرفته شد که این امر موجب ایجاد خطا و تولید آنتروپی می گردد. همان طور که از مقایسه خطوط هم ماخ مشخص می باشد، فرآیند هوشمند توزیع مجدد با تراکم گره ها در محل های خطا از جمله در جلوی ایرفویل، موجب کاهش خطای حل عددی و در نتیجه موجب کاهش آنتروپی می گردد. همچنین جدول (۲) ضرایب آیرودینامیکی  $C_L$  و  $C_D$  برای جریان با ماخ ورودی ۰/۸۵ و زاویه حمله ۱/۰ درجه را برای حالات مختلف تطبیق شبکه نشان می دهد که نتایج حاصل با نتایج مراجع [۲۱، ۲۰] مقایسه شده اند. مقایسه نتایج، نشان دهنده ارزیابی مناسب این ضرایب توسط روش ترکیبی تطبیق توزیع مجدد و جاداده شده می باشد. نمودار تغییرات ضریب فشار برای ماخ ۰/۸ در شکل (۷) و ماخ ۰/۸۵ در شکل (۸) آورده شده است. برای وضوح بیشتر چگونگی نوسانات در اطراف محل شوک، نوسانات با درشت نمایی در هر شکل مشخص می باشد. با توجه در نمودار تغییرات ضریب فشار افزایش دقت و کاهش نوسانات در حوالی امواج ضربه ای در حالت ترکیبی تطبیق توزیع مجدد و جاداده شده، مشخص می باشد.

#### ۱۰- نتیجه گیری

نتایج به دست آمده از حل این دو مسأله مدل نشان می دهد که نسبت به شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده، ترکیب روش های هوشمند توزیع مجدد و جاداده شده نه تنها موجب افزایش دقت می گردد، بلکه باعث صرفه جویی قابل ملاحظه ای در تعداد گره ها و در نتیجه در حافظه و همچنین زمان حل مسأله می گردد. همچنین اگر نسبت به شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده مقایسه شود، زمان محاسبه در روش هوشمند جاداده شده کمتر از زمان محاسبه با استفاده از ترکیب روش های هوشمند توزیع مجدد و جاداده شده می باشد. البته چنین نتیجه ای طبیعی است چرا که توزیع مجدد زمان اضافی به چنین ترکیبی تحمیل می کند. ولی اگر دقت یکسان را ملاک مقایسه قرار دهیم، آن گاه استفاده از ترکیب روش های هوشمند توزیع مجدد و جاداده شده کاهش قابل توجهی را در تعداد گره ها و در نتیجه حافظه و زمان محاسبه نسبت به استفاده از روش هوشمند شبکه جاداده شده به تنهایی نشان می دهد.

#### ۱۱- مراجع

- [1] P. A. Gonffo, "A Finite-Volume, Adaptive Grid Algorithm Applied to Planetary Entry Flowfields", AIAA Journal, Vol. 21, September 1983.

اول با عدد ماخ ورودی ۰/۸ و زاویه حمله ۱/۲۵ درجه - حالت دوم با عدد ماخ ورودی ۰/۸۵ و زاویه حمله ۱/۰ درجه مد نظر قرار گرفت. شبکه اولیه، یک شبکه یکنواخت شامل  $80 \times 17$  گره برای منفصل کردن ناحیه حل می باشد. نتایج بدست آمده برای ماخ ۰/۸ در شکل (۵) آمده است. نتایج نشان می دهد که دقت جواب های به دست آمده از ترکیب این دو روش از شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده، بیشتر است. حتی جواب های به دست آمده از چنین ترکیبی هنگامی که فرآیند جادادن تنها یک بار به کار گرفته شود، تقریباً برابر با شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده ای است که دو بار فرآیند جادادن را به کار گرفته است. در عین حال اگر یک بار فرآیند جادادن به کار گرفته شود، زمان محاسبه به ۹٪ شبکه یکنواخت شامل  $320 \times 65$  گره رسیده و تعداد گره ها از ۲۰۸۰۰ گره در شبکه یکنواخت به ۳۰۶۲ گره کاهش می یابد. اما اگر از دو بار فرآیند جادادن استفاده شود، زمان محاسبه به ۱۸٪ شبکه یکنواخت شامل  $320 \times 65$  گره رسیده و تعداد گره ها از ۲۰۸۰۰ گره در شبکه یکنواخت به ۷۵۶۲ گره کاهش می یابد. جدول ۱ ضرایب آیرودینامیکی  $C_L$  و  $C_D$  برای جریان با ماخ ورودی ۰/۸ و زاویه حمله ۱/۲۵ درجه را برای حالات مختلف تطبیق شبکه نشان می دهد. همچنین نتایج حاصل با نتایج مراجع [۲۰، ۱۹] مقایسه شده اند. مقایسه نتایج، نشان دهنده ارزیابی مناسب این ضرایب توسط روش ترکیبی تطبیق توزیع مجدد و جاداده شده می باشد. همچنین نتایج حاصل برای ماخ ۰/۸۵ در شکل (۶) آمده است. مجدداً نتایج نشان می دهد که دقت جواب های به دست آمده از ترکیب روش های هوشمند توزیع مجدد و جاداده شده از شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده، بیشتر است. با یک بار استفاده از فرآیند جادادن، زمان محاسبه  $0/17$  زمان محاسبه شبکه یکنواخت شامل  $320 \times 65$  گره می رسد و تعداد گره ها از ۲۰۸۰۰ گره در شبکه یکنواخت به ۳۰۷۱ گره کاهش می یابد. ولی با دو بار استفاده از فرآیند جادادن، زمان محاسبه به ۴۰٪ شبکه یکنواخت شامل  $320 \times 65$  گره رسیده و تعداد گره ها از ۲۰۸۰۰ گره در شبکه یکنواخت به ۷۵۷۹ گره کاهش می یابد که در این حالت دقت حل بیشتر است. با دقت بر روی نتایج به دست آمده می توان دید که جواب های بدست آمده از چنین ترکیبی هنگامی که فرآیند جادادن تنها یک بار به کار گرفته شود، تقریباً برابر با شبکه یکنواخت معادل با ریزی شبکه جاداده شده ای است که دو بار فرآیند جادادن را به کار گرفته است. نکته قابل توجه دیگری که با مقایسه خطوط هم ماخ برای حالات مختلف تطبیق از شکل های (۶ و ۵) برداشت می شود، این که تولید آنتروپی در هر روش هوشمند که از توزیع مجدد به نحوی استفاده کرده است، کاهش بسیار داشته است. علت تولید

- [17] A. Saalehi, G. L. Borthwick, "Quadtree and Octree Grid Generation", International Journal of Eng., I.R. Iran, Vol.9, Feb. 1996.
- [18] M. Ameri, Shirani, "Combination of Adaptive-grid Redistribution and Embedding Methods", Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 20, pp. 229-240 2004.
- [19] H. Viviani, "Test Cases for Inviscid Flow Field Methods", AGARD Fluid Dynamics Panel, AGARD Advisory Rept. AR-211, May 1985.
- [20] A. Jameson, L. Martinelli, "Mesh Refinement and Modeling Errors in Flow Simulation", AIAA Journal, Vol. 36, No. 5, May 1998.
- [21] A. Dervieux, B. V. Leer, J. Periaux, and A. Rizzi, editors, "Numerical Simulation of Compressible Euler Flows", Vol. 26 of Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vieweg, 1989.
- [2] K. Nakahashi, G. S. Diewert, "A Practical Adaptive-Grid Method for Complex Fluid- Flow Problems", NASA T.M. 85989, June 1984.
- [3] K. Nakahashi, G. S. Diewert, "A Self-Adaptive-Grid Method with Application to Airfoil Flows", AIAA pp. 85-1525, 1985.
- [4] K. Nakahashi, G. S. Diewert, "Three-Dimensional Adaptive Grid Method", AIAA Journal, Vol. 24, June 1986.

[۵] عامری، مهرا و شیرانی، ابراهیم " اثر استفاده از روش تطبیق شبکه توزیع مجدد در حل عددی جریان سیال قابل تراکم"، ششمین کنفرانس دینامیک شاره ها، دانشگاه علم و صنعت ایران، اسفند ۱۳۷۸.

جدول (۱): ضرایب آیرودینامیکی  $C_L$  و  $C_D$  برای جریان حول ایرفویل

NACA0012 با  $M=0.8$  و  $\alpha=12.5^\circ$

$C_L$	$C_D$	زمان	تعداد گره	نوع تطبیق
۰/۳۵۸۹	۰/۰۲۳۵	٪۱۵	۷۲۸۹	دو بار جا داده شده
۰/۳۸۰۰	۰/۰۲۱۹	٪۹	۳۰۶۲	ترکیبی با یک بار جا دادن
۰/۳۶۲۳	۰/۰۲۳۳	٪۱۸	۷۵۶۲	ترکیبی با دو بار جا دادن
۰/۳۵۱۴	۰/۰۲۱	٪۱۰۰	۲۰۸۰۰	شبکه یکنواخت ریز
-۰/۳۷۳۶	-۰/۰۲۳۷			مرجع [۱۹]
۰/۳۴۶۳	۰/۰۲۲۱			
۰/۳۶۵۴	۰/۰۲۳۲			مرجع [۲۰]

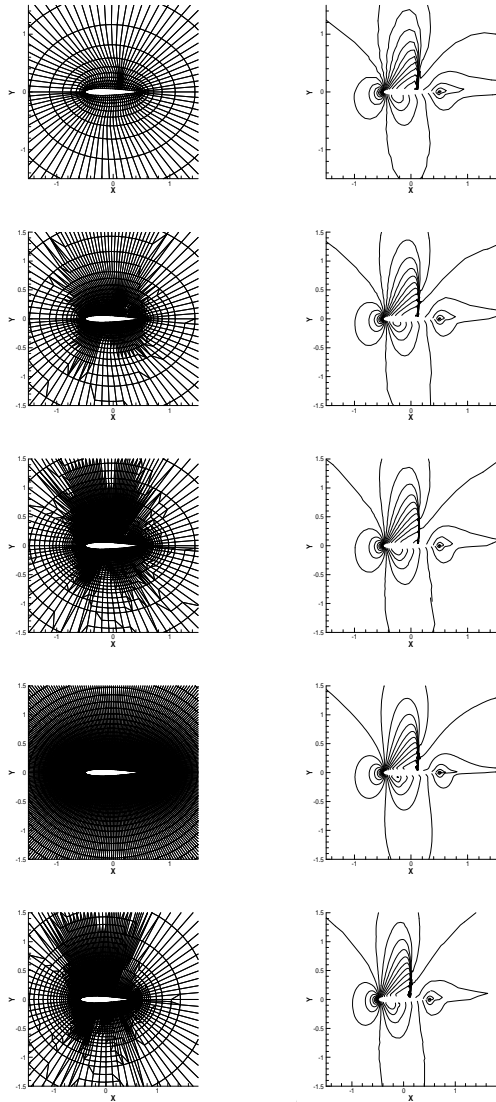
جدول (۲): ضرایب آیرودینامیکی  $C_L$  و  $C_D$  برای ایرفویل NACA0012 با

$M=0.85$  و  $\alpha=1^\circ$

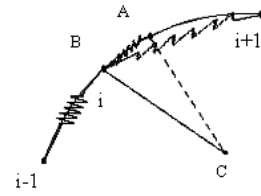
$C_L$	$C_D$	زمان	تعداد گره	نوع تطبیق
۰/۳۷۵	۰/۰۵۹۳	٪۳۲	۷۶۵۵	دو بار جا داده شده
۰/۴۰۸	۰/۰۵۶۰	٪۱۷	۳۰۷۱	ترکیبی با یک بار جا دادن
۰/۳۸۳	۰/۰۵۸۶	٪۴۰	۷۵۷۹	ترکیبی با دو بار جا دادن
۰/۳۷۱۳	۰/۰۶۰	٪۱۰۰	۲۰۸۰۰	شبکه یکنواخت ریز
۰/۳۶-۰/۳۹	-۰/۰۵۹			مرجع [۲۱]
۰/۳۸۶۱	۰/۰۵۸۲			مرجع [۲۰]

- [6] H. J. Kim, J. F. Thompson, "Three-Dimensional Adaptive Grid Generation on a Composite-Block Grid", AIAA Journal, Vol. 28, March 1990.
- [7] R. A. Benson, D. S. McRae, "A Three Dimensional Dynamic Solution-adaptive Mesh Algorithm", AIAA pp. 90-1566, in : AIAA 21<sup>st</sup> Fluid Dynamics, Plasma Dynamics, and Laser Conf. , Seattle, WA (1990).
- [8] Y. Kallinderis, P. Vijayan, "Adaptive Refinement Coarsening Scheme for Three Dimensional Unstructured Meshes", AIAA Journal, Vol. 31, No. 8, August 1993, pp. 1440-1447.
- [9] Y. Kallinderis, A. Khawaja, and H. McHarris, "Hybrid Prismatic/Tetrahedral Grid Generation for Viscous Flows around Complex Geometries", AIAA Journal, Vol. 34, No. 2, February 1996, pp. 291-298.
- [10] S. D. Connell, G. Holmes, "Three-Dimensional Unstructured Adaptive Multigrid Scheme for the Euler Equations", AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1626-1632.
- [11] L. D. Davis, J. F. Dannenhofer, "Three- Dimensional Adaptive Grid- Embedding Euler Technique", AIAA Journal, Vol.32, June 1994.
- [12] M. Ameri, E. Shirani, "Effects of Directional Subdividing on Adaptive Grid-Embedding", International Journal of Engineering, Islamic Republic of Iran, Vol. 16, pp. 71-78, 2003.
- [13] Ni, Ron-Ho, "A Multiple Grid scheme for solving the euler equations", AIAA Journal, Vol. 20, No. 11, 1982, pp.1565-1571.
- [14] M. B. Giles, "Nonreflecting Boundary Conditions for Euler Equation Calculations", AIAA Journal, Vol. 28, December 1990.
- [15] Zienkiewicz, O. C., and Zhu, J. Z., "Adaptivity and Mesh Generation," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 32, 783-810 (1991).
- [16] Kallinderis, Y., and Nakajima, k., "Finite Element Method for Incompressible Viscous Flows with Adaptive Hybrid Grids," *AIAA Journal*, Vol. 32, August 1994.

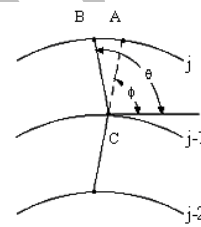




شکل (۵): مقایسه شبکه‌ها و خطوط هم‌ماخ برای جریان حول ایرفویل NACA0012 با  $M=0.8$  و  $\alpha=12.5^\circ$  (فواصل خطوط هم‌ماخ ۰/۰۵)



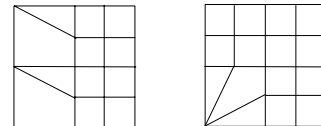
شکل (۱): شباهت سازی با فنرهای کششی و پیچشی



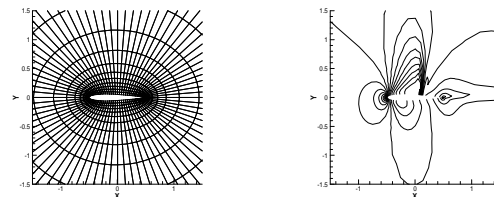
شکل (۲): علایم به کار رفته به منظور شبیه سازی با فنرهای پیچشی

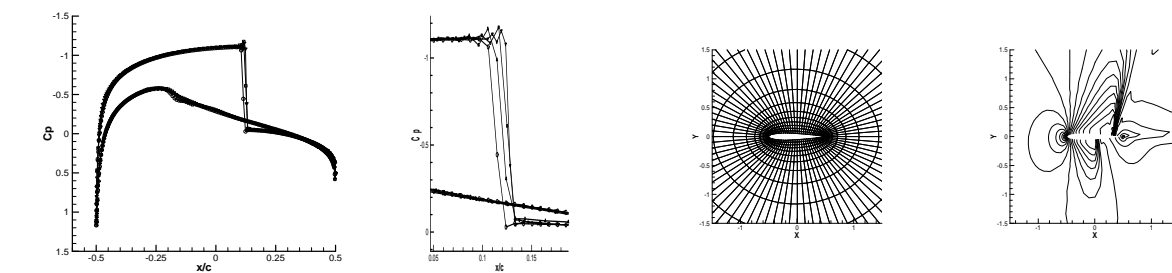


شکل (۳): سه نوع تقسیم

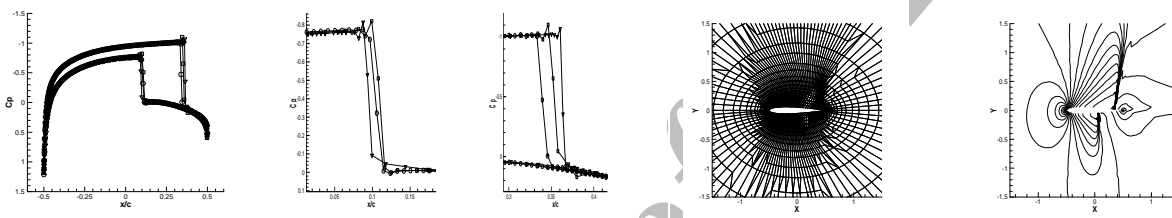


شکل (۴): ایجاد سلول‌های مثلثی و چهار ضلعی برای سلول‌هایی که دارای گره‌های سطح داخلی هستند.

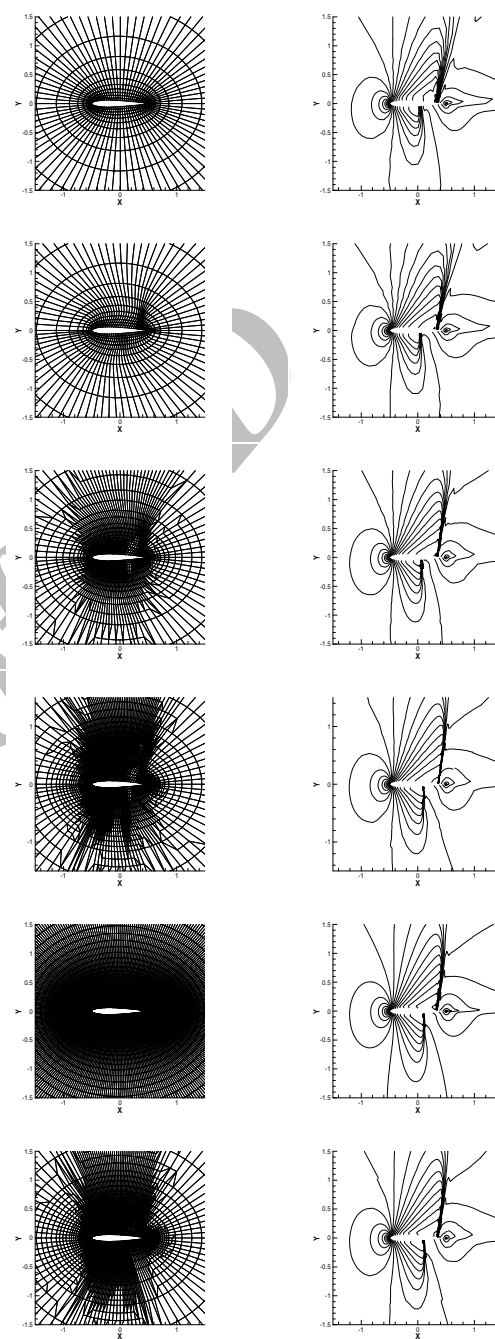




شکل (۷): مقایسه بین منحنی تغییرات ضریب فشار روی سطح ایرفویل در شبکه های دو بار جاده شده  $\square$  ترکیبی با یک بار جادادن  $\triangle$  ترکیبی با دوبار جادادن  $\circ$  و شبکه یکنواخت ریز  $\nabla$  برای جریان حول ایرفویل NACA0012 با ماخ ورودی ۰/۸۰ و زاویه حمله ۱۲/۲۵ درجه



شکل (۸): مقایسه بین منحنی تغییرات ضریب فشار روی سطح ایرفویل در شبکه های دو بار جاده شده  $\square$ ، ترکیبی با دو بار جادادن  $\nabla$  و شبکه یکنواخت ریز  $\circ$  برای جریان حول ایرفویل NACA0012 با ماخ ورودی ۰/۸۵ و زاویه حمله ۱۰ درجه



شکل (۶): مقایسه شبکه ها و خطوط هم ماخ برای جریان حول ایرفویل NACA0012 با  $M=0.85$  و  $\alpha=1.0^{\circ}$  (فواصل خطوط هم ماخ ۰/۰۵)

Archive