تحلیل عددی جریان پایدار سیال غیرنیوتنی بر روی صفحه تخت در اعداد رینولدز متوسط به روش حجم محدود

یاشار مغمومی[۱]، سید محمود ابوالحسن علوی[۲]، محمد رضا صفایی[۳] و ایمان نوراللهی[۴]
Y.maghmoumi@gmail.com

چکیده

در این مطالعه با در نظر گرفتن یک شبکه متعامد منطبق بر مرز، فرم گسسته معادلات حاکم با روش حجم کنترل به دست آمده و با استفاده از الگوریتم سیمپل حل شده‌اند. برای این منظور خطوط موازی با محورهای x و y به شبکه‌های کوچکتر تقسیم و سپس فرم گسسته معادلات برای هر یک از نقاط شبکه نوشته شده و بدین ترتیب یک سیستم معادلات جبری حاصل شده است. به علت تغییرات شدید در نزدیکی دیواره ورودی، شبکه در نزدیکی دیواره و قسمت‌های ابتدایی فشرده‌تر در نظر گرفته شده است. جهت انجام محاسبات در این پژوهش، برنامه‌ای کامپیوتری با زبان Visual Basic 6.0 نوشته شده و برای اطمینان از صحت برنامه، نتایج به دست آمده با نتایج سیال نیوتنی و نرم افزار فلوئنت مقایسه شده است. علاوه بر این، صحت تقریب‌های لایه مرزی نیز بررسی شده است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که تقریب‌های لایه مرزی در اعداد رینولدز زیر ۱۰۰۰ دارای دقت قابل قبولی نمی‌باشند. همچنین مشخص می‌کند که با افزایش ضرایب توانی در سیال توانی اندازه لایه مرزی افزایش و با کاهش آن، کاهش می‌یابد.

کلیدواژه:

سیال غیر نیوتنی - جریان پایا - صفحه تخت - اعداد رینولدز متوسط- روش حجم محدود

۱- کارشناس ارشد، مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۳- دانشجوی کارشناس ارشد مهندسی مکانیک و عضو باشگاه پژوهشگران جوان، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۴- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مشهد

۱- مقدمه

از دیر باز رفتار سیالات و خصوصیات آن ها همواره مورد توجه بوده است. رفتار جریان بسیاری از سیالات تک فازی که صرفاً شامل ترکیباتی با وزن مولکولی پایین هستند با در نظر گرفتن رابطه خطی بین تغییرات تنش برشی و آهنگ کرنش برشی شبیه‌سازی می‌شود. این سیالات به سیالات نیوتنی موسوم هستند. پیشرفت صنعت شیمی در اوایل قرن بیستم منجر به ظهور طیف گسترده‌ای از مواد مصنوعی مانند پلیمرها گردید. علاوه بر این با استفاده روز افزون از موادی مانند سوسپانسیون‌ها، امولوسیون‌ها، چسب‌ها، کلوئیدها و نیز آغاز استخراج نفت نیاز به بررسی گونه‌ای از مواد بوجود آمد که رفتار عجیبی از خود نشان می‌دادند، زیرا روابط مربوط به سیالات نیوتنی قادر به پیش بینی رفتار برشی آنها نبود. چون نمی‌توان رفتار جریانی این سیالات را با مدل نیوتنی توصیف کرد، از این رو مدل‌های رفتار جریانی دیگری برای سیالات غیرنیوتنی ارائه شده است که کاربرد فراوانی در شبیه‌سازی های کامپیوتری دارند.

اولین بررسی‌ها روی انتقال حرارت جابه‌جایی سیالات غیرنیوتنی، توسط شنوی و مشلکار [۱] و اروین و کرنی [۲] انجام شده است. همچنین آکریوس و همکاران [۳] اولین کسی بود که انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری روی یک صفحه تخت را برای سیالات غیرنیوتنی توانی مطالعه کرد. او حل عددی برای ضریب اصطکاک پوسته‌ای را به دست آورد و با استفاده از تقریب سرعت خطی لایت هیل[1] معادله انرژی را با فرض لایه مرزی حرارتی بسیار کوچکتر از لایه مرزی سیالاتی حل کرده و عدد ناسلت را به دست آورد. به علت اینکه معادله مومنتم به شدت غیر خطی است، حل تشابهی حتی برای حالت انتقال حرارت بر روی صفحه تخت دما ثابت نیز به دست نیامده است. روش بسط سری مرک منجر به ارائه توابع جهانی مستقل از هندسه در سیالات غیر نیوتنی توانی توسط چن و رادولوویچ [۴] برای جریان‌های گوه و کیم و همکاران [۵] برای حالت دو بعدی با تقارن محوری شده است.

ناکایاما و همکاران [۶] معادلات انتگرالی مومنتم و انرژی را به یک جفت معادله مشخصه کاهش دادند و فاکتور شکل سرعت و نسبت ضخامت لایه مرزی را به دست آوردند. آنها یک مجانب را برای تقریب نرخ انتقال حرارت سیالات غیرنیوتنی توانی ارائه کردند. نتایج عددی که شامل اثر جملات اینرسی بر نرخ انتقال حرارت بر روی صفحه تخت می باشد توسط هوآنگ و چن [۷] ارائه شده است.

1 - Light Hill

اخیراً یائو و ملا [۸] جریان سیال غیرنیوتنی توانی با حدود بالا و پایین ویسکوزیته را بررسی کرده‌اند. آنان نتایج خود را برای m=0.891, n=0.95 و حدود بالا و پایین ۰.۵/۱ به دست آوردند.

با وجود اینکه ویسکوزیته زیاد و متعاقب آن اعداد رینولدز پایین موضوع اغلب جریان سیالات غیرنیوتنی است خطای ناشی از اعمال تئوری لایه مرزی موضوعی مهم است که اغلب نادیده گرفته می‌شود.

در این مطالعه، حرکت سیال غیرنیوتنی بر روی صفحه تخت با استفاده از مدل Modified Power law بررسی می‌شود که دارای دو حد ویسکوزیته صفر و بی‌نهایت می‌باشد. همچنین ابتدا نتایج کد نوشته شده برای سیال نیوتنی در رینولدزهای مختلف با نتایج ارائه شده توسط دیگران مقایسه می شود، سپس برای یک توان مشخص (n=1.2) نتایج کد با نتایج حاصل از نرم افزار فلوئنت ۶ مقایسه می‌شود.

۲- مدل ریاضی

با در نظر گرفتن مدل سیال بدون تنش تسلیم یا توانی برای سیال غیرنیوتنی می‌توان نوشت:

$$\tau_{ij} = m\left({\partial v_i}/{\partial x_j} \right) \tag{۱}$$

معادلاتی که بر جریان پایدار سیال غیرنیوتنی بر روی صفحه تخت حاکم است، در دستگاه مختصات دکارتی عبارتند از:

معادله پیوستگی

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{۲}$$

معادله مومنتم در جهت x

$$\rho\left(\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\eta_{xx}\frac{\partial u}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\eta_{yx}\frac{\partial u}{\partial y}\right] \tag{۳}$$

معادله مومنتم در جهت y

$$\rho\left(\frac{\partial uv}{\partial x} + v\frac{\partial v^2}{\partial y}\right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left[\eta_{xy}\frac{\partial v}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\eta_{yy}\frac{\partial v}{\partial y}\right] \tag{۴}$$

که در آن

$$\eta_{xx} = \left| m\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^{n-1} \right| \tag{۵}$$

$$\eta_{yx} = \left| m\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^{n-1} \right| \tag{۶}$$

$$\eta_{xy} = \left| m \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^{n-1} \right| \tag{۷}$$

$$\eta_{yy} = \left| m \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^{n-1} \right| \tag{۸}$$

۳- مدل فیزیکی و شرایط مرزی

نمای طرحواره این مطالعه، در شکل(۱) نشان داده شده است. همچنین شرایط مرزی بر روی این شکل مشخص شده‌اند که، این شرایط مرزی عبارتند از:

مرز CD (فاصله دور):

$$\begin{cases} u = u_\infty \\ v = 0 \\ p = p_\infty \end{cases} \tag{۹}$$

مرز AD (ورودی):

$$\begin{cases} u = u_\infty , \\ v = 0 \quad or \quad \dfrac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ p = p_\infty \quad or \quad \dfrac{\partial p}{\partial x} = \dfrac{1}{\mathrm{Re}} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} \end{cases} \tag{۱۰}$$

مرز AB (سطح جامد):

$$\begin{cases} u = 0, \\ v = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = \dfrac{1}{\mathrm{Re}} \dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2} \end{cases} \tag{۱۱}$$

مرز BC (خروجی):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \dfrac{\partial p}{\partial x} = 0 \end{cases} \tag{۱۲}$$

۴- انفصال معادلات حاکم

در مسائلی که قوانین حاکم بـه ترتیـب حـل مـی‌شـود، بهتـر اسـت گسسته سازی به صورتی نوشته شود که برای شبکه بنـدی موسـوم به شبکه جا به جا شده مناسب باشد.

این روش امکان به هم جفـت کـردن متغیرهـا را فـراهم مـی‌کنـد و پایداری را بهبود می‌بخشد. در شبکه جابه‌جا شده، مولفه‌های سرعت برای نقاطی که روی وجوه حجم های کنترلـی قـرار دارنـد محاسـبه می‌شوند و از آنجا که از دو شبکه منطبق بر هـم اسـتفاده مـی‌شـود، آنها را شبکه‌های اولیه و ثانویه نامیده می‌شود.

مکان‌های مربوط به u در شـکل(۲) بـا بردارهـای کوتـاه نـشان داده شده، در حالی که گره‌هـا بـه وسـیله دایـره هـای کوچـک مـشخص شده‌اند. خطوطی که به صورت خط چین ترسیم شـده‌انـد مـشخص کننده وجوه حجم کنترلی می‌باشند. توجه شود نسبت بـه گـره‌هـای اصلی، مکان‌های u فقط در امتداد x جابه جـا شـده‌انـد. بـه همـین صورت شکل(۳) مکان‌های v را نشان می‌دهد.

حال با درنظر گرفتن قاعده بالادست[2]، روابط انفصال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

معادله سرعت در جهت x :

$$\mathrm{u_e.A_e = A_{ne}.u_{ne} + A_{se}.u_{se} + A_{ee}.u_{ee}} \\ \mathrm{+A_w.u_w + \left(P_p - P_E\right)} \ .\Delta y \tag{۱۳}$$

که در آن ضرایب به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{aligned} \mathrm{A_{ne}} &= \mathrm{D_{ne} + Max\left(-F_{ne}, 0\right)} \\ \mathrm{A_{se}} &= \mathrm{D_{se} + Max\left(0, F_{se}\right)} \\ \mathrm{A_{ee}} &= \mathrm{D_{ee} + Max\left(-F_{ee}, 0\right)} \\ \mathrm{A_{w}} &= \mathrm{D_{w} + Max\left(0, F_{w}\right)} \\ \mathrm{A_{e}} &= \mathrm{A_e + A_{se} + A_{ee} + A_w} \end{aligned} \tag{۱۴}$$

که F و D به این صورت تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} D_{ne} &= G_{ne} \cdot \frac{\Delta x}{\delta y} \\ D_{se} &= G_{se} \cdot \frac{\Delta x}{\delta y} \\ D_{w} &= G_{w} \cdot \frac{\Delta y}{\delta x} \\ D_{ee} &= G_{ee} \cdot \frac{\Delta y}{\delta x} \end{aligned} \tag{۱۹}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{F_{ne}} &= \rho \mathrm{V_{ne}.\Delta y} \\ \mathrm{F_{se}} &= \rho \mathrm{V_{se}.\Delta y} \\ \mathrm{F_{w}} &= \rho \mathrm{V_{w}.\Delta x} \\ \mathrm{F_{ee}} &= \rho \mathrm{V_{ee}.\Delta x} \end{aligned} \tag{۲۰}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{G_{ne}} &= \mathrm{m} \left| \frac{\mathrm{u_{ne} - u_e}}{\Delta \mathrm{y}} \right|^{\mathrm{n}-1} \\ \mathrm{G_{se}} &= \mathrm{m} \left| \frac{\mathrm{u_{e} - u_{se}}}{\Delta \mathrm{y}} \right|^{\mathrm{n}-1} \\ \mathrm{G_{w}} &= \mathrm{m} \left| \frac{\mathrm{u_{e} - u_{w}}}{\Delta \mathrm{x}} \right|^{\mathrm{n}-1} \\ \mathrm{G_{ee}} &= \mathrm{m} \left| \frac{\mathrm{u_{ee} - u_{e}}}{\Delta \mathrm{x}} \right|^{\mathrm{n}-1} \end{aligned} \tag{۲۱}$$

2 - Upwind

$$du_n = \frac{\Delta y}{A_e} \qquad (۲۲)$$

معادله سرعت در جهت y :

$$v_n.A_n = A_{nn}.v_{nn} + A_{ne}.v_{ne} + A_{nw}.v_{nw} + A_s.v_s + \left(P_p - P_N\right)\ .\Delta x \qquad (۲۳)$$

$$\begin{aligned} A_{nn} &= D_{nn} + \mathrm{Max}(-F_{nn},0) \\ A_{ne} &= D_{ne} + \mathrm{Max}(-F_{ne},0) \\ A_{nw} &= D_{nw} + \mathrm{Max}(0,F_{nw}) \\ A_s &= D_s + \mathrm{Max}(0,F_s) \\ A_n &= A_s + A_{nw} + A_{ne} + A_{nn} \end{aligned} \qquad (۲۴)$$

$$\begin{aligned} D_{nn} &= G_{nn}.\frac{\Delta x}{\delta y} \\ D_{ne} &= G_{ne}.\frac{\Delta y}{\delta x} \\ D_{nw} &= G_{nw}.\frac{\Delta y}{\delta x} \\ D_s &= G_s.\frac{\Delta x}{\delta y} \end{aligned} \qquad (۲۵)$$

$$\begin{aligned} F_{nn} &= \rho V_{nn}.\Delta y \\ F_{ne} &= \rho V_{ne}.\Delta x \\ F_{nw} &= \rho V_{nw}.\Delta x \\ F_s &= \rho V_s.\Delta y \end{aligned} \qquad (۲۶)$$

$$\begin{aligned} G_{nn} &= m\left|\frac{v_{nn} - v_n}{\Delta y}\right|^{n-1} \\ G_{ne} &= m\left|\frac{v_{ne} - v_n}{\Delta x}\right|^{n-1} \\ G_{nw} &= m\left|\frac{v_n - v_{nw}}{\Delta x}\right|^{n-1} \\ G_s &= m\left|\frac{v_n - v_s}{\Delta y}\right|^{n-1} \end{aligned} \qquad (۲۷)$$

معادله تصحیح فشار

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \qquad (۲۸)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s \qquad (۲۹)$$

$$\begin{aligned} a_E &= \rho.\Delta y.d_e \\ a_W &= \rho.\Delta y.d_W \\ a_N &= \rho.\Delta x.d_n \\ a_S &= \rho.\Delta x.d_s \end{aligned} \qquad (۳۰)$$

$$b = \rho.\Delta x\left(v_s - v_n\right) + \rho.\Delta y\left(u_w - u_e\right) \qquad (۳۱)$$

$$p = p^* + \alpha_p.p' \qquad (۳۲)$$

که α_p ضریب زیرتخفیف محاسبه فشار بوده و معمولاً این عدد کمتر از ۰/۶ انتخاب می‌شود. همچنین دیگر ضرایب برای مجزاسازی نقطه مورد نظر، به کمک روابط مربوطه به دست می آیند.

۵- روش حل عددی

در این مطالعه، برای حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی، از روش حجم محدود که به طور کامل در پاتانکار [۹] بیان شده، استفاده شده است. در اینجا توضیح مختصری در مورد این روش ارائه می‌شود:

در روش حجم محدود، کار با تقسیم حوزه محاسباتی به تعداد محدودی حجم کنترل شروع می‌شود. گره‌های شبکه در مراکز حجم های کنترل قرار گرفته است.

در مرحله بعد، باید از معادلات حاکم روی حجم‌های کنترل انتگرال گیری شود که در این صورت معادلات دیفرانسیل حاکم با یک دستگاه معادلات جبری جایگزین خواهد شد. مقادیر هر گره در متغیرهای موجود در معادلات جبری موجود است. همچنین برای تفکیک متغیرهای سرعت و فشار، از الگوریتم سیمپل استفاده شده است. سپس برای حل دستگاه معادلات جبری روش حل خط به خط ماتریسهای قطری (TDMA) بکار گرفته شده است و معادله بدست آمده با روش حجم کنترل حل شده است.

۶- روش تولید شبکه

روش تولید شبکه در این مطالعه، روش جبری است.

به جای استفاده از شبکه‌ای با توزیع یکنواخت در قلمرو فیزیکی، نقاط شبکه را می‌توان در نواحی با گرادیان بالا به صورت متراکم درآورد که در نتیجه آن، تعداد کل نقاط شبکه کاهش می‌یابد و راندمان حل مسئله بالا می‌رود. این نوع شبکه برای محاسبات لایه مرزی مناسب است. عبارتی جبری با امکان ایجاد تراکم، در زیر آورده شده است:

$$x = \xi \qquad (۳۳)$$

$$y = H\frac{(\beta+1)-(\beta-1)\left\{\left[(\beta+1)/(\beta-1)\right]^{1-\eta}\right\}}{\left[(\beta+1)/(\beta-1)\right]^{1-\eta}+1} \qquad (۳۴)$$

در این معادله β ضریب تراکم در محدوده ۱ تا ∞ است. هرگاه β به سوی ۱ رود، نقاط زیادی نزدیک به سطح، یعنی در y=0، جمع می‌شوند. همچنین متریک های تبدیل را میتوان از روش تحلیلی محاسبه نمود.

$$\eta_x = 0 \qquad (۳۵)$$

$$\eta y = \frac{2\beta}{\mathrm{H}\left\{\beta^2-\left[1-\left(y/\mathrm{H}\right)\right]^2\right\}\left\{\ln\left[\left(\beta+1\right)/\left(\beta-1\right)\right]\right\}} \qquad (۳۶)$$

شکل(۴) شبکه‌بندی مسئله را نشان می دهد. در این مطالعه، از یک شبکه متعامد منطبق بر مرزهای فیزیکی ۱۰۰×۱۰۰ استفاده شده است. برای این منظور حوزه جریان با در نظر گرفتن خطوط موازی محورهای x و y به شبکه‌های کوچکتری تقسیم می‌شود به علت تغییرات شدید در نزدیکی دیواره ورودی، تعداد شبکه در نزدیکی دیواره بیشتر در نظر گرفته شده است ($\beta = 1.04$).

۷- الگوریتم حل معادلات

۱- شبکه بندی در فضای فیزیکی با استفاده از اطلاعات هندسی داده شده، تولید می‌شود.

۲- ژاکوبین ها و متریک ها با استفاده از اطلاعات بدست آمده از تولید شبکه، محاسبه می‌شوند.

۳- شرایط مرزی دیواره، ورودی، فواصل دور و خروجی اعمال می‌شود.

۴- میدان فشار حدس زده می‌شود.

۵- معادلات مقدار حرکت حل می شود تا مقادیر u^*, v^* محاسبه شوند.

۶- معادله p' حل می‌شود.

۷- p از اضافه کردن p' به p^* محاسبه می‌شود.

۸- با استفاده از فرمول‌های تصحیح، سرعت مقادیر u,v از مقادیر ستاره دار آنها به دست می‌آید.

۹- فشار تصحیح شده p، به عنوان p^* استفاده شده و به گام ۵ باز می‌گردد و تا همگرایی کامل میدان فشار و سرعت مراحل انجام می‌شود.

۱۰- حال که میدان جریان و فشار به دست آمد، شرایط مرزی معادله انرژی در دیواره، ورودی، فواصل دور و خروجی اعمال می‌شود.

۱۱- زیر برنامه Print فرا خوانده می‌شود.

۸- بحث بر روی نتایج

در این قسمت، حرکت سیال غیرنیوتنی بر روی صفحه تخت بررسی می‌گردد. همچنین ابتدا نتایج کد نوشته شده برای سیال نیوتنی در رینولدزهای مختلف با نتایج ارائه شده توسط دیگران مقایسه می‌شود، سپس برای یک توان مشخص (n=1.2) نتایج کد با نتایج حاصل از نرم افزار فلوئنت ۶ مقایسه می‌شود.

۹- مقایسه نتایج با سیال نیوتنی

مقایسه نتایج حاصل از کد با سیال نیوتنی در اعداد رینولدز ۱۰۰۰۰، ۱۰۰۰ و ۲۰۰ انجام شده است. نیز خواص سیال طبق جدول(۱) انتخاب شده است.

شکل‌های(۵، ۶ و۷) مکان لبه لایه مرزی را در ۱m ابتدای صفحه در مقایسه با دو تئوری بلازیوس و ون کارمن نشان می‌دهد. همان طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود خطا برای $\mathrm{Re}_L = 200$ درحدود ۲۸٪ در $\mathrm{Re}_L = 1000$ ۱۵٪ و برای $\mathrm{Re}_L = 10000$ نزدیک به ۳٪ می‌باشد. شکل(۸) اندازه لبه لایه مرزی در فاصله ۱m از ابتدای صفحه را در رینولدزهای مختلف را در مقایسه با تئوری‌های بلازیوس و ون کارمن به صورت لگاریتمی نشان می‌دهد. ملاحضه می‌گردد اندازه لبه لایه مرزی در اعداد رینولدز بالاتر از ۲۰۰۰ از موافقت خوبی با تئوری‌های بلازیوس و ون کارمن دارد ولی، با کاهش عدد رینولدز میزان خطا افزایش می‌یابد. همین طور شکل‌های(۱۱ و ۱۰) تغییرات ضریب اصطکاک موضعی را در ۱m ابتدای صفحه نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود، در $\mathrm{Re}_L = 10000$ نتایج تحقیق حاضر دارای موافقت خوبی با تئوری‌های بلازیوس و ایمای می‌باشد که از این موافقت با کاهش عدد رینولدز کاسته می‌گردد. همچنین در شکل(۱۲) ضریب اصطکاک موضعی با تئوری اوسین در $\mathrm{Re}_L = 1$ مقایسه شده است که موافقت بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

با مقایسه نتایج تحقیق حاضر و تئوری‌های موجود مشخص می‌گردد که نتایج تئوری بلازیوس در اعداد رینولدز بالاتر از ۲۰۰۰ دقت مناسبی دارد ولی نتایج آن برای رینولدزهای پایین‌تر از ۱۰۰۰ دارای خطای زیادی می‌باشد و با کوچکتر شدن عدد رینولدز، خطای ناشی از اعمال تئوری بلازیوس بیشتر می‌شود. این امر به خوبی در شکل(۸) مشاهده می‌شود. همچنین مشخص می‌گردد که نتایج تئوری اوسین در بازه اعداد رینولدز خزشی دارای دقت بسیار مناسبی است. در شکل(۹) مقادیر ضریب درگ در سیال نیوتنی با نتایج تجربی وایت [۲۱] در بازه رینولدزهای متوسط مقایسه شده است که همخوانی نتایج با نتایج تجربی بسیار خوب می‌باشد و می‌توان به صحت نتایج کد نوشته شده پی برد.

۱۰- مقایسه نتایج با نرم افزار فلوئنت در حالت غیرنیوتنی

در مقایسه نتایج تحقیق حاضر با نرم افزار فلوئنت توجه به چند نکته دارای اهمیت است:

۱- چون نرم افزار فلوئنت قادر به تعریف شرایط مرزی بی‌نهایت نیست، لذا باید شبکه هندسی را بسیار بزرگ انتخاب کرد تا نتایج

قابل قبول حاصل شود. در مطالعه حاضر از شبکه هندسی ۱۰×۴ متر استفاده شده است.

۲- حتی با انتخاب شبکه هندسی بزرگ نیز، نتایج دارای خطایی آشکار می‌باشد. به نحوی که در شکل(۱۳) نیز مشاهده می‌شود سرعت جریان آزاد در حدود ۶٪ بیش از u_∞ می‌باشد.

۳- در شکل‌های(۱۴، ۱۵و ۱۶) نتایج حاصل از کد نوشته شده با نرم افزار فلوئنت در رینولدزهای ۱۰۰، ۲۰۰ و ۱۰۰۰۰ مقایسه شده است که با توجه به حدس میدان سرعت بالاتر توسط نرم افزار فلوئنت، به دست آوردن ضرایب اصطکاک پوسته‌ای کمتر قابل توجیه می‌باشد.

۱۱- بحث بر روی نتایج در حالت غیرنیوتنی

شکل‌های (۱۷و ۱۸) اندازه لبه لایه مرزی را به ترتیب در توان‌های n=0.1 و n=2.0 در ۱m ابتدای صفحه نشان می‌دهد. مشاهده می‌گردد. با کاهش عدد رینولدز، اندازه لبه لایه مرزی افزایش می‌یابد. همچنین نکته قابل توجه دیگر، تغییر شکل پروفیل لایه مرزی در توان‌های مختلف و تغییر شیب آن می‌باشد. در شکل(۱۹) ضریب اصطکاک موضعی در $\mathrm{Re}_L = 1000$ با نتایج ناکامایا و همکاران [۶] و هوآنگ و چن [۷] مقایسه گردیده است. همان گونه که دیده می‌شود نتایج تحقیق حاضر موافقت خوبی با این نتایج دارد. در شکل(۲۰) نیز نتایج تحقیق حاضر در توان‌های مختلف ارائه شده است.

با مشاهده شکل(۲۰) مشخص می‌گردد که همانند سیالات نیوتنی، در سیالات غیرنیوتنی نیز نتایج مقالات که اکثراً به کمک روش شبه تشابهی به دست آمده‌اند در اعداد رینولدز زیر ۱۰۰۰ دارای خطایی قابل توجه می‌باشند. همچنین شکل‌های(۲۱ و ۲۲) پروفیل‌های سرعت بی‌بعد را برحسب $\eta_0 = \left(\dfrac{y\,\mathrm{Re}_x^{1/(1+n)}}{x}\right)$ در توان‌های (n=0.1, 2.0) نشان می‌دهد همانگونه که از مشاهده این دو شکل مشخص می‌گردد با افزایش توان، پروفیل‌های سرعت زودتر به ۱ میل می‌کنند همچنین با افزایش عدد رینولدز، پروفیل‌ها دیرتر به سمت ۱ میل می‌کنند.

۱۲- نتیجه‌گیری

۱- فرمول های ارائه شده برای سیالات نیوتنی در بازه اعداد رینولدز زیر۱۰۰۰ معتبر نیستند.

۲- نتایج شبه تشابهی ارائه شده برای سیالات غیر نیوتنی در بازه اعداد رینولدز زیر ۱۰۰۰ معتبر نیستند.

۳- در سیالات برش– نازک شونده[3]، لایه مرزی و ضریب اصطکاک موضعی با کوچکتر شدن توان کوچکتر می‌شود.

۴- در سیالات برش– ضخیم شونده[4]، لایه مرزی و ضریب اصطکاک موضعی با بزرگتر شدن توان بزرگتر می‌شود.

۵- در سیالات برش– نازک شونده در توان های کوچک، حل شبه تشابهی از دقت خوبی برخوردار است.

۶- نتایج تئوری بلازیوس در اعداد رینولدز بالاتر از ۲۰۰۰ دقت مناسبی دارد ولی نتایج آن برای رینولدزهای پایین‌تر از ۱۰۰۰ دارای خطای زیادی می‌باشد.

۷- نتایج تئوری اوسین در بازه رینولدزهای زیر ۱ دارای دقت بسیار مناسبی است.

۱۳- فهرست علائم

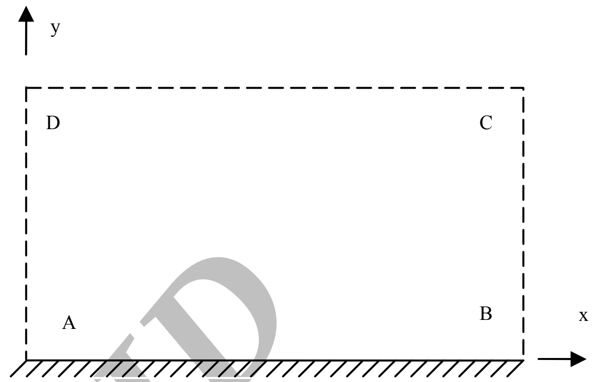
u, v	اجزاء سرعت
x, y, z	مختصات کارتزین
P	فشار
n	شاخص رفتار جریان
m	شاخص پایداری
Re	عدد رینولدز

۱۴- علائم یونانی

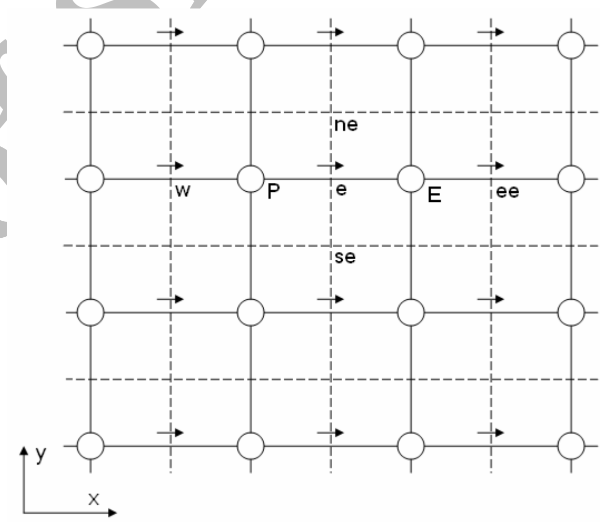
ρ	چگالی هوا
μ	لزجت دینامیکی
β	ضریب تراکم
η	ویسکوزیته ظاهری
τ	تنش برشی

3- Shear-thinning or Pseudoplastic
4- Shear-thickening or Dilatant

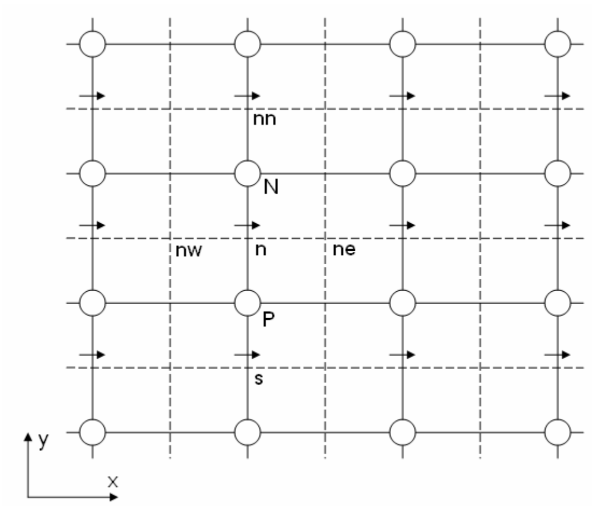
۱۵- جدول‌ها، منحنی‌ها و شکل‌ها



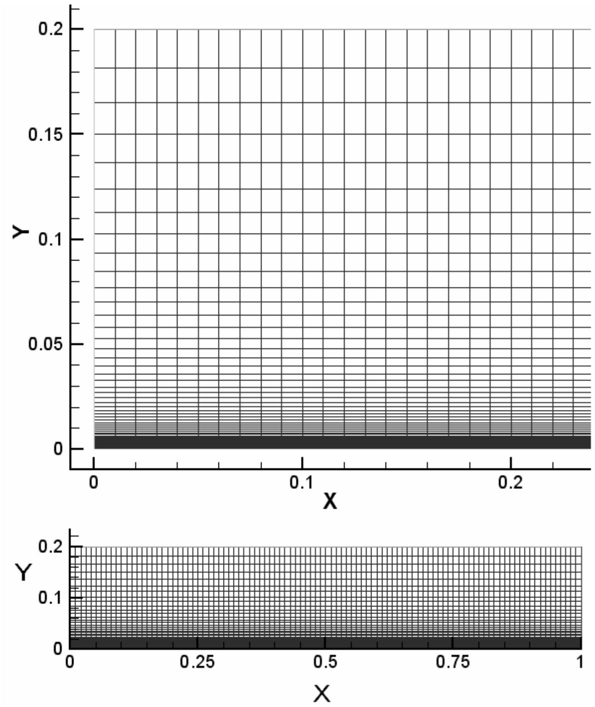
شکل(۱): طرحواره مسئله



شکل(۲): مکان های جابه جا شده برای u



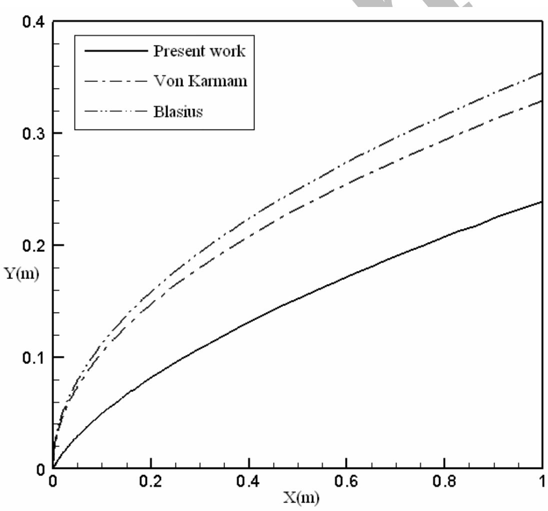
شکل(۳): مکان های جابه جا شده برای v



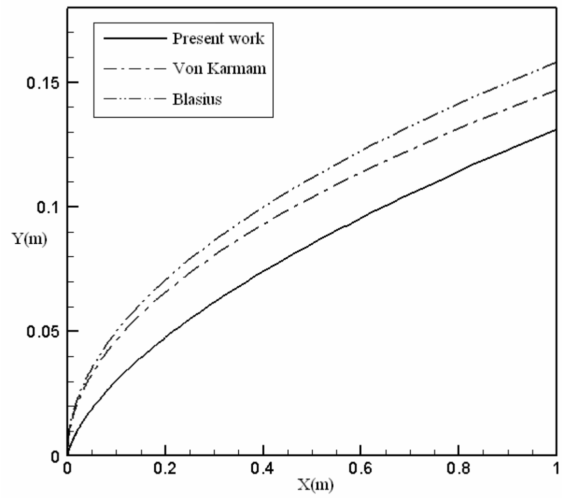
شکل(۴): شبکه هندسی استفاده شده در مطالعه

جدول(۱): خواص سیال مطالعه شده

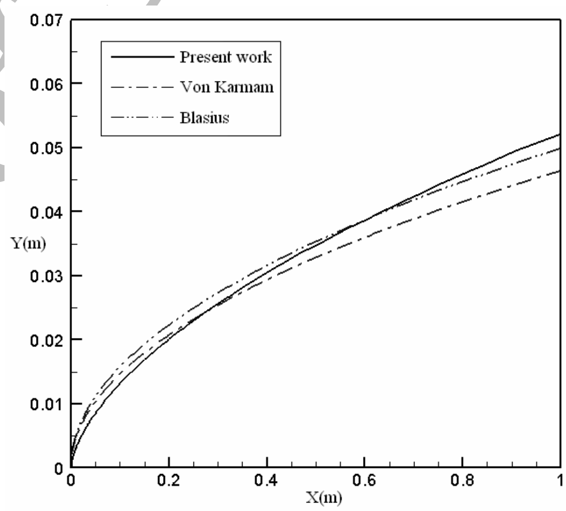
μ_∞	μ_0	ρ	u_∞
$1000 \ \frac{kg}{m.s}$	$0.001 \ \frac{kg}{m.s}$	$1000 \ \frac{kg}{m^3}$	$1 \ \frac{m}{s}$



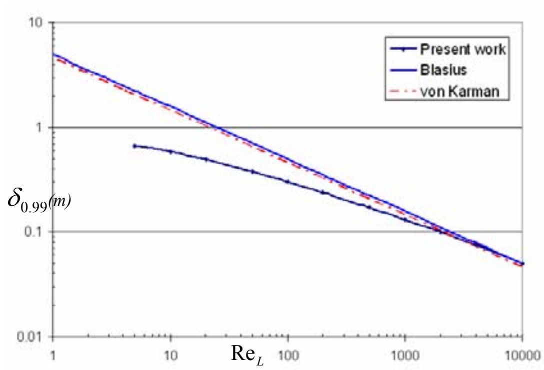
شکل(۵): مقایسه لایه مرزی های تئوری بلازیوس و مطالعه حاضر در Re_L =۲۰۰ برای سیال نیوتنی



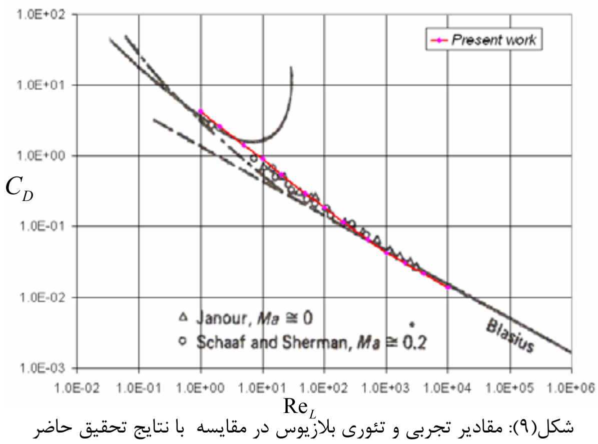
شکل(۶): مقایسه لایه مرزی های تئوری بلازیوس و مطالعه حاضر در Re_L =۱۰۰۰ برای سیال نیوتنی



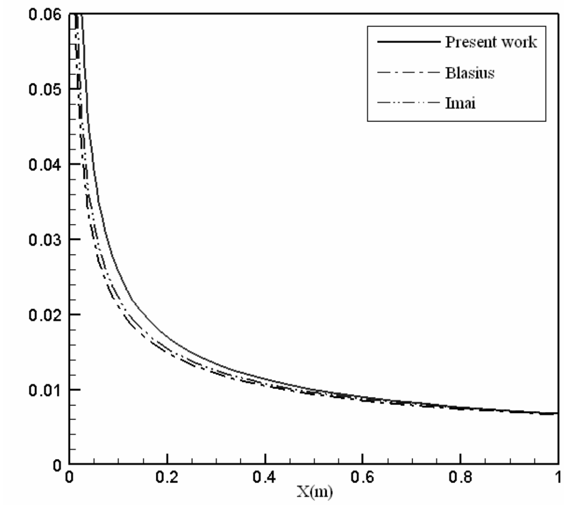
شکل(۷): مقایسه لایه مرزی های تئوری بلازیوس و مطالعه حاضر در Re_L =۱۰۰۰۰ برای سیال نیوتنی



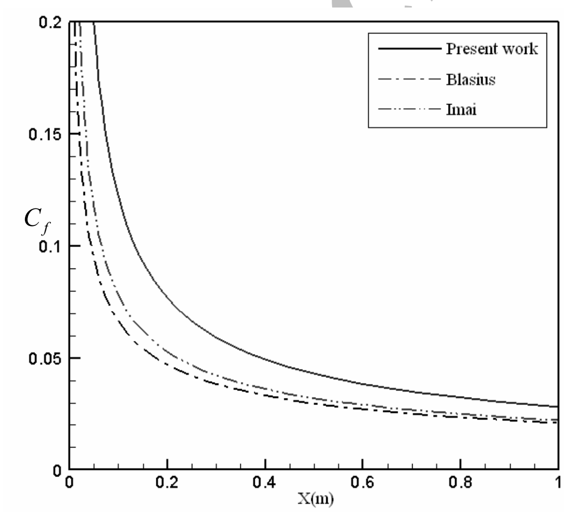
شکل(۸): مکان لبه لایه مرزی در مقایسه با تئوری‌های بلازیوس و ون کارمن در رینولدزهای مختلف برای سیال نیوتنی



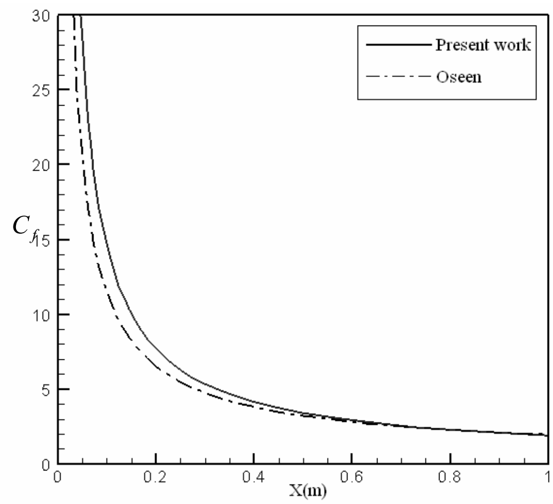
شکل(۹): مقادیر تجربی و تئوری بلازیوس در مقایسه با نتایج تحقیق حاضر



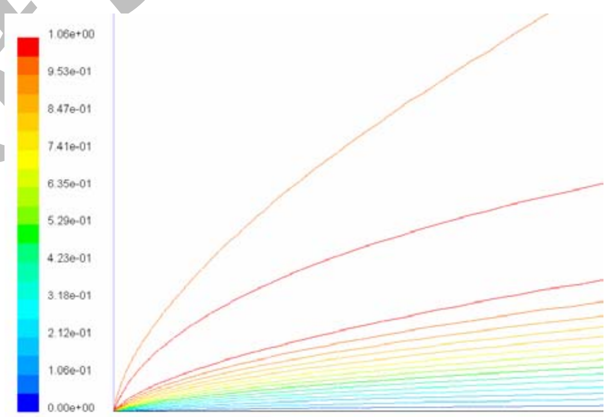
شکل(۱۰): مقایسه Cf تئوری بلازیوس، ایمای و تحقیق حاضر در Re_L =۱۰۰۰ برای سیال نیوتنی



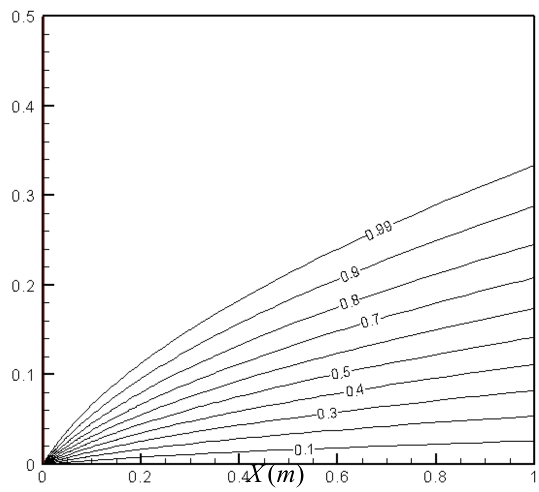
شکل(۱۱): مقایسه Cf تئوری بلازیوس و تحقیق حاضر در Re_L =۱۰۰۰ برای سیال نیوتنی



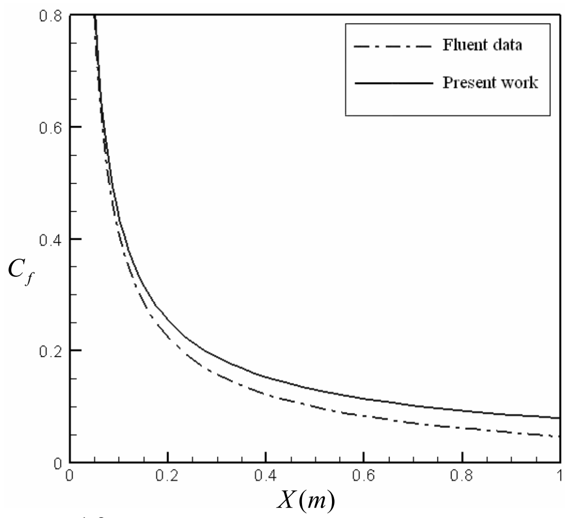
شکل(۱۲): مقایسه Cf تئوری اوسین و تحقیق حاضر در Re_L =۱
برای سیال نیوتنی



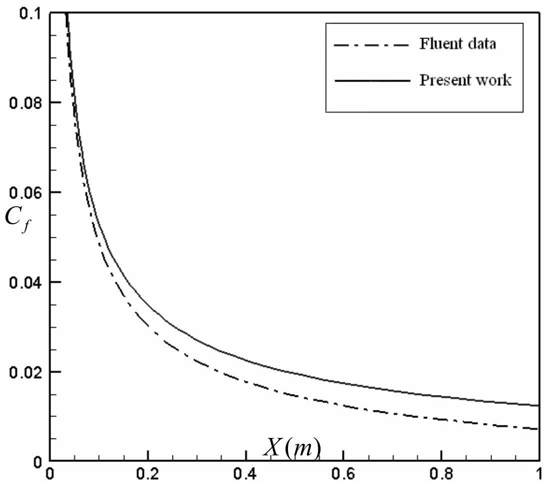
شکل(۱۳): کانتور سرعت نرم افزار فلوئنت در Re_L =۱۰۰ در n=1.2



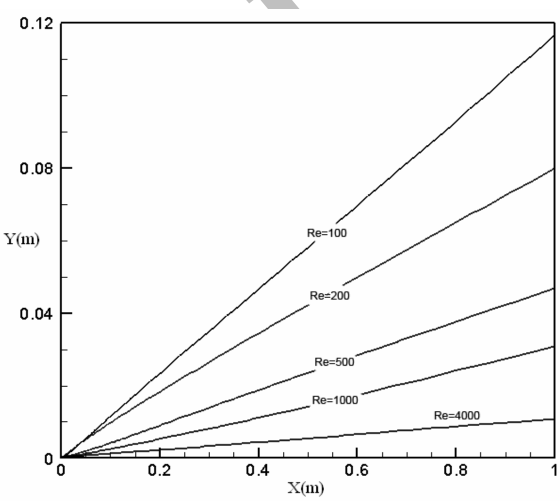
شکل(۱۴): کانتور سرعت حاصل از کد در Re_L =۱۰۰ در n=1.2



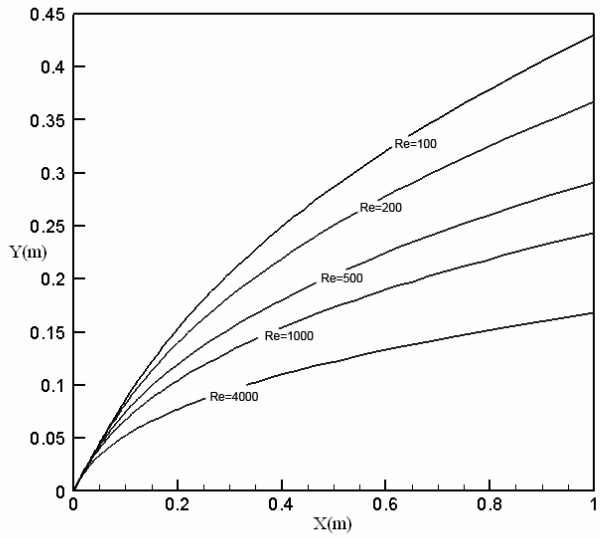
شکل(۱۵): مقایسه ضریب اصطکاک محلی در Re_L =۲۰۰ در n=1.2



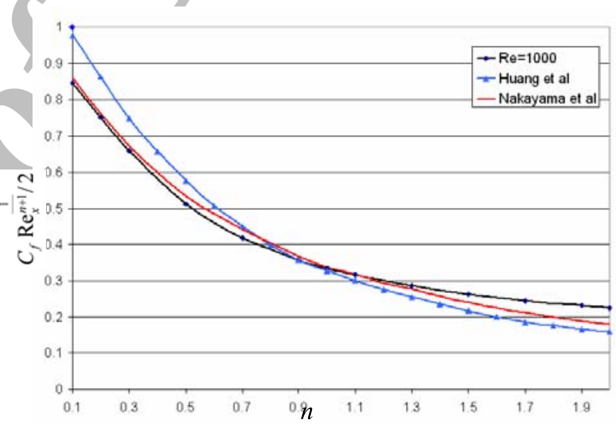
شکل(۱۶): مقایسه ضریب اصطکاک محلی در Re_L =۱۰۰۰۰ در n=1.2



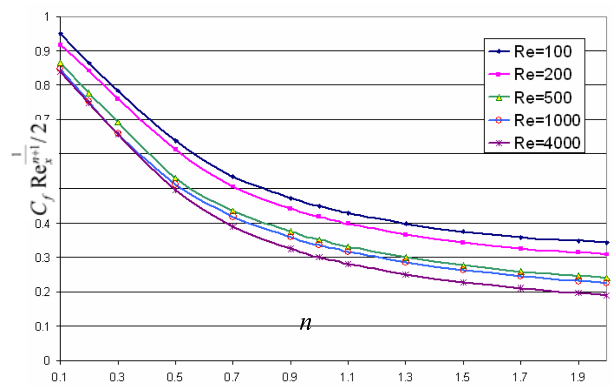
شکل(۱۷): لایه مرزی سیال برش- نازک شونده در n=0.1



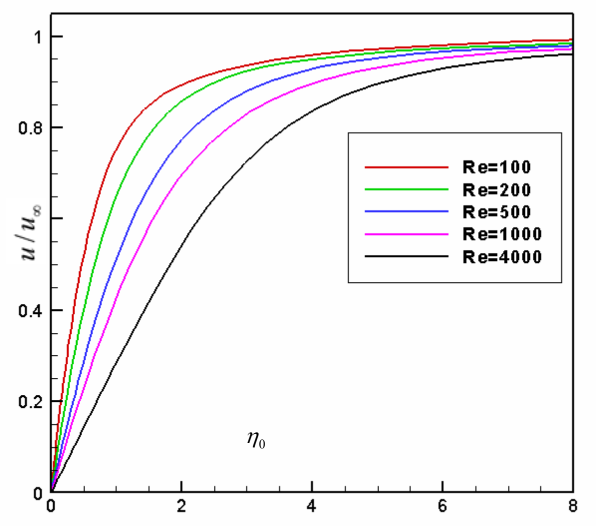
شکل(۱۸): لایه مرزی سیال برش- ضخیم شونده در n=2.0



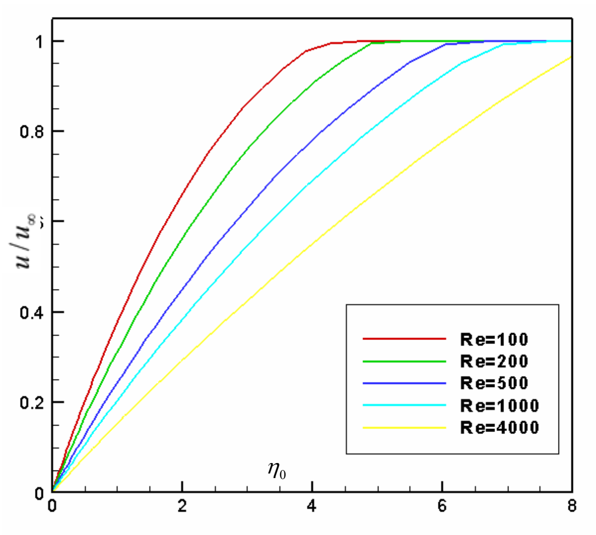
شکل(۱۹): مقایسه ضرایب اصطکاک موضعی در Re_L =۱۰۰۰



شکل(۲۰): مقایسه ضرایب اصطکاک موضعی در رینولدزهای ۱۰۰، ۲۰۰ ، ۵۰۰، ۱۰۰۰ و۴۰۰۰



شکل(۲۱): پروفیل های سرعت بی‌بعد در n=0.1



شکل(۲۲): پروفیل های سرعت بی‌بعد در n=2.0

۱۶- مراجع

[1] A. V. Shenoy and R. A. Mashelkar, "Thermal Convection in Non-Newtonian Fluids", Adv. Heat Transfer, No. 15, pp. 143-225, 1989.

[2] T. F. Irvine and J Karni, "Non-Newtonian Fluid Flow and Heat Transfer. Handbook of Single-phase Convection Heat Transfer", Wiley, New York, 1993.

[3] A. M. Acrivos, J. J. Shah and E. E. Petersen., "Momentum and Heat Transfer in Laminar Boundary-layer Flow of Non-Newtonian Fluids Past External Surfaces", A.I.Ch. E. J., pp. 312-317, 1960.

[4] L. S. Chen and P. T. Radulovic, "Heat Transfer in Non-Newtonian Flow Past a Wedge with Non-Isothermal

Surface", ASME J. Heat Transfer, No. 95, pp. 498-504, 1976.

[5] H. W. Kim, D. R. Jeng and K. J. Dewitt, "Momentum and Heat Transfer in Power-law Fluid Flow Over Tow-Dimensional or Axe symmetrical Bodies", Int. J. Heat Mass Transfer, No. 26 , pp. 245-259, 1986.

[6] A. Nakayama, A. V. Shenoy and H. Koyama, "An Analysis for Forced Convection Heat Transfer from External Surfaces to Non-Newtonian Fluids", Warme-Stoffubertag, No. 20, pp. 219-227, 1993.

[7] M. J. Huang and C. K. Chen, "Numerical Analysis for Forced Convection Over a Flat Plate in Power-law Fluids", Comm. Heat Mass Transfer, No. 11, pp. 361-368, 1992.

[8] L. S. Yao and M. M. Molla, "The Boundary Layer of a Non-Newtonian Fluid on a Flat Plate", ASME J. Heat Transfer, 2007.

[9] S. V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Washington, 1980.

[10] H. Schlichting, "Boundary Layer Theory", Mc Graw-Hill, 1973.

[11] J. F. Thompson, F. C. Thames and C. W. Mastin; "Boundary-Fitted Curvilinear Coordinate Systems For the Solution of Partial Differential Equations on Fields Containing Any Number of Arbitrary Tow-Dimensional Bodies", NACA CR-2729, 1982.

[12] D. A. Anderson, J. C. Tannehill, R. H Pletcher; "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer", second edition, Hemisphere Washington, 1998.

[13] R. I. Tanner, K. Walters, "Rheology: An Historical Perspective", Elsevier, Amsterdam, 2000.

[14] H. O. Bae, H. j. Choe, "Theory of Non- Newtonian flow. Mathematics Subject Classification", 76A05, 1996.

[15] R. G. Larson, "The Structure and Rheology of Complex Fluid", Oxford University Press, New York, 1999.

[16] C. Tu, M. Deville, "Pulsatile Flow of Non-Newtonian Fluids through Artcrical Stenosses", J. Biomechanics, No. 29, pp. 899-908, 2002.

[17] H. Zhu, Y. D. Kim and D. Dekee, "Non-Newtonian fluids with a yield stress", J. Non-Newtonian Fluid Mech., No. 129, pp. 177–181, 2005.

[18] J. Mewis, K. Dullaert, "Thixotropy: build-up and breakdown curves during flow", J. Rheol., **No.** 49, pp. 1213–1230, 2005.

[19] J. Mewis, K. Dullaert, "A structural kinetics model for thixotropy", J. Non-Newtonian Fluid Mech., No. 139, pp. 21–30, 2006.

[20] F. S. Sherman, "Viscous Flow", McGraw Hill., New York, 1990.

[21] F. M. White, "Viscous Fluid Flow", McGraw Hill, 3rd edition, New York, 2005.