

## تحلیل الاستوپلاستیک مخازن جدار ضخیم FG تحت فشار داخلی

عباس حیدری<sup>۱</sup>، محمد تقی کاظمی<sup>۲</sup>  
Heidary@mehr.sharif.edu

### چکیده

در این مقاله به تحلیل الاستوپلاستیک مخازن جدار ضخیم FG تحت فشار داخلی می‌پردازیم. امروزه مخازن جدار ضخیم حاوی مایعات با فشار زیاد، در صنایع شیمیایی استفاده می‌شوند. با توجه به فشار داخلی زیاد، مخزن در بخشی از ضخامت خود وارد محدوده پلاستیک می‌شود؛ به همین دلیل برای تحلیل مخزن به بررسی رفتار الاستوپلاستیک نیاز داریم. در این تحقیق رفتار الاستوپلاستیک مخازن کرووی و استوانه‌ای FG تحت فشار داخلی بررسی می‌شود. برای مقایسه با مخازن FG، به بررسی رفتار الاستوپلاستیک مخازن همگن نیز می‌پردازیم. به این منظور با فرض وجود رفتار پلاستیک ایده‌آل تحت شرایط تقارن محوری و اعمال معیار تسلیم ترسکا برای مخازن کرووی و استوانه‌ای همگن و FG از جنس Al A359/SiCp نتایج تحلیلی حاصل از تحلیل این مخازن بررسی می‌شوند. از مدل توانی برای توصیف تدریجی خواص مکانیکی مواد FG در راستای شعاعی استفاده می‌شود. نتایج به صورت تحلیلی بیان می‌شوند. نتایج حاصل از تحلیل مخازن FG پس از ساده سازی با نتایج مربوط به تحلیل مخازن همگن یکسان هستند. همچنین مشاهده خواهد شد که بکارگیری مخازن FG به جای مخازن همگن ظرفیت تحمل فشار داخلی را بیشتر می‌کند.

### کلیدواژه:

تحلیل الاستوپلاستیک- رفتار پلاستیک ایده‌آل- فشار داخلی- مخازن کرووی و استوانه‌ای FG

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد سازه، دانشگاه صنعتی شریف

۲- استادیار، دانشکده عمران، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران kazemi@sharif.edu

## ۱- مقدمه

مخزن‌های تحت فشار داخلی در کارخانه‌های صنایع شیمیایی، صنایع هسته‌ای و تجهیزات نظامی بکار می‌روند. با توجه به افزایش کاربرد مخازن تحت فشار داخلی در صنایع، نیاز به استفاده از مخازن از جنس موادی که امکان تحمل فشار بیشتری را ایجاد می‌کنند، وجود دارد. یکی از این مواد ماده FG است. FGM به مصالحی گفته می‌شود که کسر حجمی مواد تشکیل دهنده و خواص مکانیکی آن بصورت تدریجی در راستایی معین تغییر کند. مخازن FG با توجه به تحمل فشار داخلی زیاد، در جدار داخلی تسلیم می‌شوند. هزینه زیاد ساخت چنین مخازنی مانع از طراحی الاستیک می‌شود، بنابراین تمایل طراحان برای تحلیل الاستوپلاستیک بیشتر است. با بیشتر شدن فشار داخلی، ناحیه پلاستیک از جدار داخلی به سمت جدار خارجی گسترش می‌یابد. مطالعات محدودی در مورد مخازن تحت فشار انجام گرفته است. بررسی ظرفیت نهایی مخازن استوانه‌ای تحت فشار با شرایط تقارن محوری توسط گوون انجام شده است [۱]. تحلیل‌هایی نیز در مورد مخازن تحت فشار داخلی با روش Sequential limit analysis انجام شده است [۲-۴]. اسپنس و توس مفاهیم و اصول کلی برای طراحی مخازن تحت فشار بیان کرده‌اند [۵]. روی و تسای طراحی مخزن‌های استوانه‌ای کامپوزیت جدار ضخیم را انجام داده‌اند [۶]. هابر به بررسی استوانه جدار ضخیم چند لایه ای تحت فشار هیدروستاتیکی موثر بر جدار داخلی مخزن، پرداخته است [۷]. تعدادی از محققین مخزن‌های ساخته شده به روش Autofrettage را بررسی کرده‌اند. این مخازن تحت فشار داخلی، رفتار بهتری را نسبت به مخازن همگن معمولی دارند. مجذوبی و همکارانش استفاده از روش المان محدود و نمونه های آزمایشگاهی استوانه جدار ضخیم ساخته شده به روش اتوفرتاژ را مطالعه کرده‌اند [۸]. بی‌همتا تیوب های جدار ضخیم اتوفرتاژ تحت فشار داخلی را به صورت عددی تحلیل نموده است [۹]. کارگر نوین و همکارانش مخازن کروی جدار ضخیم تحت فشار داخلی را بررسی کرده‌اند [۱۰].

با جستجو در مورد کارهای انجام شده برای مخازن جدار ضخیم تحت فشار داخلی، مشخص می‌شود که نیاز به بررسی الاستوپلاستیک مخازن جدار ضخیم FG تحت فشار داخلی وجود دارد. در این مقاله حل‌های تحلیلی مربوط به رفتار الاستوپلاستیک مخازن کروی و استوانه‌ای FG تحت فشار داخلی، با ارضای شرایط تقارن محوری به دست می‌آیند. از مدل توانی برای بیان تغییرات تدریجی و پیوسته خواص مکانیکی در راستای شعاعی استفاده شده است. معیار تسلیم ترسکا برای آغاز سیلان در ناحیه پلاستیک با فرض وجود رفتار پلاستیک ایده‌ال استفاده می‌شود. همچنین افزایش ظرفیت و بهبود رفتار الاستوپلاستیک مخازن FG تحت فشار

داخلی نسبت به مخازن همگن بررسی می‌شوند.

## ۲- مدل توانی

مدل توانی برای بیان تغییرات تدریجی و پیوسته خواص مکانیکی مصالح FG در مخازن کروی و استوانه‌ای استفاده می‌شود. مدول الاستیسیته و تنش تسلیم مطابق (۱) و (۲) تعریف می‌شوند.

$$E = E_0 r^{n_1} \quad (1)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y0} r^{n_2} \quad (2)$$

در روابط فوق  $E_0$ ،  $\sigma_{y0}$ ،  $n_1$  و  $n_2$  اعداد ثابتی هستند که به نوع ماده FG بستگی دارند.

## ۳- معادلات حاکم

معادلات حاکم شامل معادلات مربوط به بیان رابطه بین تنش‌ها، کرنش‌ها و روابط ادغام کننده تنش و کرنش‌ها هستند.

## ۳-۱- معادلات تعادل در مختصات قطبی

معادلات تعادل تحت شرایط تقارن محوری به صورت (۳) و (۴) به ترتیب برای کره و استوانه همگن و FG جدار ضخیم می‌باشند.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (4)$$

در روابط (۳) و (۴)،  $\sigma_r$  تنش شعاعی و  $\sigma_\theta$  تنش مماسی هستند. همچنین  $r$  شعاع در مختصات قطبی است.

## ۳-۲- معادله سازگاری

معادله سازگاری تحت شرایط تقارن محوری مطابق (۵) است.

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0 \quad (5)$$

در رابطه فوق  $\varepsilon_r$  و  $\varepsilon_\theta$  به ترتیب کرنش شعاعی و مماسی هستند.

## ۳-۳- روابط بین تنش و کرنش در محدوده الاستیک

روابط ساختاری هوک برای کره جدار ضخیم FG تحت شرایط تقارن محوری مطابق (۶) و (۷) است.

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma_r - 2\nu\sigma_\theta}{E_0 r^{n_1}} \quad (6)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{-\nu\sigma_r + (1-\nu)\sigma_\theta}{E_0 r^{n_1}} \quad (7)$$

فرض می‌شود که طول مخزن استوانه‌ای زیاد است. رابطه بین تنش و کرنش الاستیک برای استوانه FG تحت شرایط کرنش مسطح به صورت (۸) و (۹) است.

$$\varepsilon_r = \frac{(1-\nu^2)\sigma_r - \nu(1+\nu)\sigma_\theta}{E_0 r^{n_1}} \quad (8)$$

معادلات دیفرانسیلی (۱۱) و (۱۲)، معادلات دیفرانسیلی خطی همگن مرتبه دوم از نوع اویلری هستند. پاسخ عمومی این نوع از معادلات دیفرانسیلی یعنی (۱۱) و (۱۲) به فرم رابطه (۱۵) است و تنها مقادیر  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  برای (۱۱) و (۱۲) متفاوت است.

$$\sigma_r(r) = C_1 r^{\lambda_1} + C_2 r^{\lambda_2} \quad (15)$$

در رابطه بالا  $C_1$  و  $C_2$  با اعمال دو شرط مرزی به دست می‌آیند. با قرار دادن عبارت  $C r^{\lambda}$  در (۱۱) و (۱۲)، توان‌های (۱۵) یعنی  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  برای کره جدار ضخیم FG به صورت (۱۶) و (۱۷) و برای استوانه جدار ضخیم FG به صورت (۱۸) و (۱۹) به دست می‌آیند.

$$\lambda_1 = \frac{(1-\nu)(n_1-3) + \sqrt{(1-\nu)((1-\nu)(n_1-3)^2 + 8n_1(1-2\nu))}}{2(1-\nu)} \quad (16)$$

$$\lambda_2 = \frac{(1-\nu)(n_1-3) - \sqrt{(1-\nu)((1-\nu)(n_1-3)^2 + 8n_1(1-2\nu))}}{2(1-\nu)} \quad (17)$$

$$\lambda_1 = \frac{n_1 + \sqrt{n_1^2 + \frac{4((n_1+1)\nu-1)}{\nu-1}}}{2} - 1 \quad (18)$$

$$\lambda_2 = \frac{n_1 - \sqrt{n_1^2 + \frac{4((n_1+1)\nu-1)}{\nu-1}}}{2} - 1 \quad (19)$$

برای مخزن‌های کره‌ای و استوانه‌ای کاملاً الاستیک FG، ثابت‌های (۱۵) با ارضای (۱۳) و (۱۴) به صورت (۲۰) و (۲۱) هستند.

$$C_1 = \frac{pb^{\lambda_2}}{a^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - a^{\lambda_1} b^{\lambda_2}} \quad (20)$$

$$C_2 = \frac{pb^{\lambda_1}}{a^{\lambda_1} b^{\lambda_2} - a^{\lambda_2} b^{\lambda_1}} \quad (21)$$

با قرار دادن رابطه‌های بالا در (۱۵) و اعمال (۱۰) در شعاع  $a$ ، با در نظر گرفتن رابطه‌های تعادل (۳) و (۴)، به (۲۲) برای مخزن جدار ضخیم کره‌ای FG و (۲۳) برای مخزن جدار ضخیم استوانه‌ای FG می‌رسیم. رابطه‌های (۲۲) و (۲۳) به ترتیب مقدار فشار بحرانی یعنی  $P_y$ ، برای آغاز سیلان در جدار داخلی مخزن‌های کره‌ای و استوانه‌ای FG هستند.

$$P_y^{sp} = \frac{2\sigma_{y0} a^{n_2} (a^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - a^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{a^{\lambda_1} b^{\lambda_2} \lambda_1 - a^{\lambda_2} b^{\lambda_1} \lambda_2} \quad (22)$$

$$P_y^{cy} = \frac{\sigma_{y0} a^{n_2} (a^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - a^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{a^{\lambda_1} b^{\lambda_2} \lambda_1 - a^{\lambda_2} b^{\lambda_1} \lambda_2} \quad (23)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{-\nu(1+\nu)\sigma_r + (1-\nu^2)\sigma_{\theta}}{E_0 r^{n_1}} \quad (9)$$

در روابط فوق  $\nu$  ضریب پواسون مخزن FG است.

#### ۴- معیار تسلیم

معیار ترسکا به عنوان معیاری برای آغاز تسلیم انتخاب شده است. تنش موثر در بخش الاستیک مخازن FG از جنس Al A359/SiCp تحت فشار داخلی بدون تغییر علامت است. معیار سیلان برای مخازن کره‌ای و استوانه‌ای FG تحت فشار به صورت (۱۰) اعمال می‌شود.

$$\sigma_{eff} = \sigma_{\theta} - \sigma_r = \sigma_{y0} r^{n_2} \quad (10)$$

$\sigma_{eff}$  تنش موثر است. برای مخزن همگن و FG از جنس Al A359/SiCp با کسر حجمی ۳۰٪ و ۲۰٪ SiC به ترتیب در سطح داخلی و خارجی تحت فشار داخلی، بیشترین مقدار تنش موثر در جداره داخلی است.

#### ۵- معادلات دیفرانسیلی ناحیه الاستیک

با ادغام روابط (۳)، (۴)، (۵)، (۶) و (۷) به معادله دیفرانسیلی، مطابق (۱۱) می‌رسیم. رابطه (۱۱) معادله دیفرانسیلی برای تعیین تنش شعاعی ناحیه الاستیک کره جدار ضخیم FG است.

$$r^2(1-\nu) \frac{d^2\sigma_r}{(dr)^2} + r(4-n_1)(1-\nu) \frac{d\sigma_r}{dr} - 2n_1(1-2\nu)\sigma_r = 0 \quad (11)$$

با ادغام روابط (۴)، (۵)، (۸) و (۹) به معادله دیفرانسیلی، مطابق (۱۲) می‌رسیم. رابطه (۱۲) معادله دیفرانسیلی برای تعیین تنش شعاعی ناحیه الاستیک استوانه جدار ضخیم FG تحت شرایط کرنش مسطح است.

$$r^2(1-\nu^2) \frac{d^2\sigma_r}{(dr)^2} + r(3-n_1)(1-\nu^2) \frac{d\sigma_r}{dr} + n_1(2\nu^2 + \nu - 1)\sigma_r = 0 \quad (12)$$

#### ۶- میدان تنش الاستوپلاستیک مخزن‌های کره‌ای و استوانه‌ای FG

فرض می‌کنیم شعاع داخلی و شعاع خارجی مخازن به ترتیب  $a$  و  $b$  است. شرایط مرزی برای مخازن کاملاً الاستیک FG به صورت (۱۳) و (۱۴) هستند.

$$\sigma_r(a) = -P \quad (13)$$

$$\sigma_r(b) = 0 \quad (14)$$

است به (۳۰) می‌رسیم. رابطه (۳۰) تنش شعاعی الاستیک برای قطاع استوانه‌ای FG با شعاع داخلی  $c$  و شعاع خارجی  $b$  است.

$$\sigma_r(r) = \frac{\sigma_{y_0} c^{n_2} (r^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - r^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} \lambda_2 - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2} \lambda_1} \quad (30)$$

مقدار فشارهای داخلی  $P_c^{sp}$  و  $P_c^{cy}$  که به ترتیب مخزن کروی و استوانه‌ای FG را تا شعاع  $c$  تسلیم می‌کنند برای کره و استوانه FG جدار ضخیم با برابر قرار دادن تنش الاستیک و پلاستیک شعاعی در شعاع  $c$  به ترتیب به صورت (۳۱) و (۳۲) هستند.

$$P_c^{sp} = \frac{2\sigma_{y_0} c^{n_2} (c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{n_2} - \frac{2\sigma_{y_0} c^{n_2} (c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} \lambda_2 - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2} \lambda_1} \quad (31)$$

$$P_c^{cy} = \frac{\sigma_{y_0} c^{n_2} (c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{n_2} - \frac{\sigma_{y_0} c^{n_2} (c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} \lambda_2 - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2} \lambda_1} \quad (32)$$

در روابط (۳۱) و (۳۲) با جایگزین کردن  $b$  به جای  $c$ ، به ظرفیت نهایی مخازن کروی و استوانه‌ای FG به ترتیب مطابق (۳۳) و (۳۴) می‌رسیم.

$$P_{max}^{sp} = \frac{2\sigma_{y_0} (b^{n_4} - a^{n_4})}{n_4} \quad (33)$$

$$P_{max}^{cy} = \frac{\sigma_{y_0} (b^{n_4} - a^{n_4})}{n_4} \quad (34)$$

در روابط (۳۳) و (۳۴)  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  وجود ندارند؛ بنابراین با اعمال معیار تسلیم ترسکا و فرض رفتار پلاستیک ایده‌آل ظرفیت نهایی مخازن کروی FG با هندسه و جنس مشابه مخازن استوانه‌ای FG، دو برابر ظرفیت نهایی مخازن استوانه‌ای FG است.

با صفر فرض کردن  $n_1$  و  $n_2$  در (۳۳) و همچنین در (۳۴)، و پس از رفع ابهام به  $P_{max}^{sp-h}$  و  $P_{max}^{cy-h}$  مطابق (۳۵) و (۳۶) که به ترتیب مربوط به ظرفیت نهایی کره و استوانه جدار ضخیم همگن تحت فشار داخلی است، می‌رسیم.

$$P_{max}^{sp-h} = 2\sigma_{y_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (35)$$

$$P_{max}^{cy-h} = \sigma_{y_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \quad (36)$$

#### ۷- بررسی عددی نتایج تحلیلی

مقادیر عددی لازم جهت تحلیل نتایج برای مخازن FG از جنس Al A359/SiCp با کسر حجمی ۳۰٪ و SiC ۲۰٪ به ترتیب در سطح داخلی و خارجی به صورت جدول (۱) می‌باشند [۱۰]. شکل (۱)،

با بیشتر شدن میزان فشار داخلی یعنی  $P$  از فشار بحرانی یعنی  $P_y$ ، مخزن به صورت یکنواخت از سمت جدار داخلی به سمت جدار خارجی تسلیم می‌شود. با گسترش ناحیه پلاستیک تا شعاع  $c$  دو ناحیه متمایز در مخزن کروی و استوانه‌ای FG ایجاد می‌شوند. ناحیه الاستیک، قطاعی با شعاع‌های داخلی و خارجی به ترتیب  $c$  و  $b$  است. ناحیه پلاستیک ناحیه‌ای داخل ناحیه الاستیک است. ناحیه پلاستیک قطاعی با شعاع‌های داخلی و خارجی به ترتیب  $a$  و  $c$  است. شرط‌های مرزی برای ناحیه پلاستیک کره و استوانه FG به صورت رابطه‌های (۲۴) است.

$$\sigma_r^{pl-sp}(a) = \sigma_r^{pl-cy}(a) = -P \quad (24)$$

در رابطه‌های بالا  $\sigma_r^{pl-sp}$  تنش پلاستیک شعاعی کره FG و  $\sigma_r^{pl-cy}$  تنش پلاستیک شعاعی استوانه FG است. با ادغام (۱۰)، (۳) و (۴) به ترتیب برای کره و استوانه FG به معادله‌های دیفرانسیلی مرتبه اول جدایی پذیر مطابق (۲۵) و (۲۶) می‌رسیم.

$$(\sigma_r^{pl-sp})' - 2\sigma_{y_0} r^{n_4-1} = 0 \quad (25)$$

$$(\sigma_r^{pl-cy})' - \sigma_{y_0} r^{n_4-1} = 0 \quad (26)$$

با انتگرال گیری از (۲۵) و (۲۶) و ارضای شرط مرزی مطابق (۲۴)، تنش شعاعی ناحیه پلاستیک برای کره و استوانه FG به ترتیب مطابق (۲۷) و (۲۸) به دست می‌آیند.

$$\sigma_r^{pl-sp}(r) = \frac{2\sigma_{y_0}}{n_2} (r^{n_2} - a^{n_2}) - P \quad (27)$$

$$\sigma_r^{pl-cy}(r) = \frac{\sigma_{y_0}}{n_2} (r^{n_2} - a^{n_2}) - P \quad (28)$$

برای به دست آوردن تنش شعاعی الاستیک مخزن کروی الاستوپلاستیک FG، ابتدا در (۱۵) یکی از ثابت‌ها را با ارضای (۱۴) برحسب ثابت دیگر می‌یابیم. سپس با توجه به (۱۰) و تسلیم شدن مخزن در شعاع  $c$  که مرز مشترک بین ناحیه الاستیک و پلاستیک است به (۲۹) می‌رسیم. رابطه (۲۹) تنش شعاعی الاستیک برای قطاع کروی FG با شعاع داخلی و شعاع خارجی به ترتیب  $c$  و  $b$  است.

$$\sigma_r(r) = \frac{2\sigma_{y_0} c^{n_2} (r^{\lambda_2} b^{\lambda_1} - r^{\lambda_1} b^{\lambda_2})}{c^{\lambda_2} b^{\lambda_1} \lambda_2 - c^{\lambda_1} b^{\lambda_2} \lambda_1} \quad (29)$$

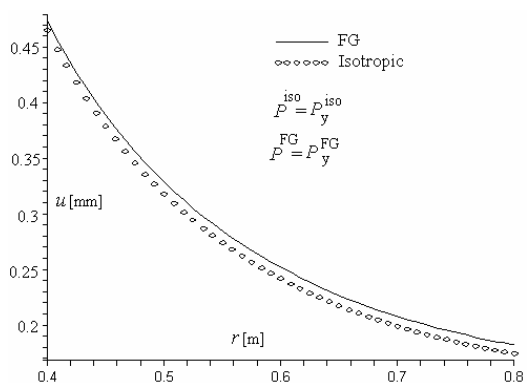
برای به دست آوردن تنش شعاعی الاستیک مخزن استوانه‌ای الاستوپلاستیک FG، ابتدا در (۱۵) یکی از ثابت‌ها را با ارضای (۱۴) برحسب ثابت دیگر می‌یابیم. سپس با توجه به (۱۰) و تسلیم شدن مخزن در شعاع  $c$  که مرز مشترک بین ناحیه الاستیک و پلاستیک

مربوط به توزیع تنش الاستیک شعاعی و مماسی کره همگن و FG در آستانه تسلیم شدن در جداره داخلی است.

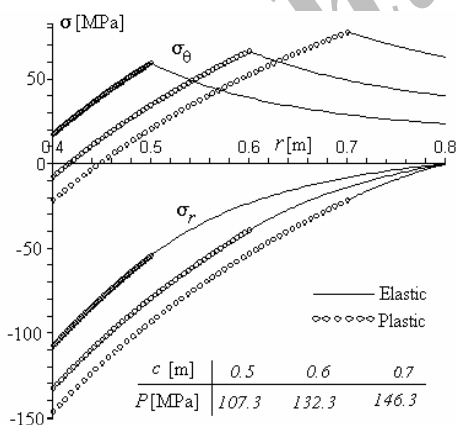
جدول (۱): مقادیر عددی پارامترهای مربوط به مخزن FG

$a(m)$	$b(m)$	$\nu$	$n_1$	$n_2$	$E_0(GPa)$	$\sigma_{y0}(MPa)$
0.4	0.8	0.3	-0.43	-0.41	34.4	85.8

مگاپاسکال می‌باشد. با ازدیاد  $c$  تنش شعاعی پلاستیک در جداره داخلی مقدار منفی بزرگی خواهد بود. از آن جایی که در جداره داخلی اختلاف تنش شعاعی و مماسی پلاستیک همواره مقدار ثابتی است، لذا مطابق شکل (۴) در  $c$  نزدیک به  $b$  علامت تنش مماسی پلاستیک در نزدیک جداره داخلی منفی می‌شود.

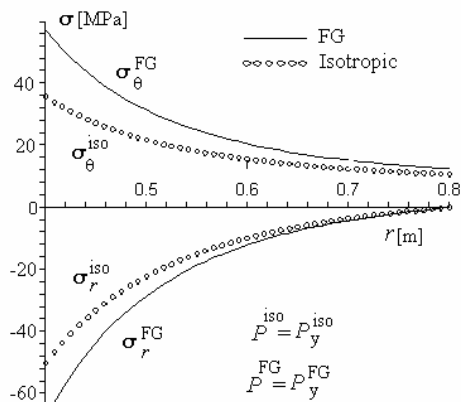


شکل (۳): جابجایی شعاعی کره الاستیک FG و همگن در آستانه تسلیم



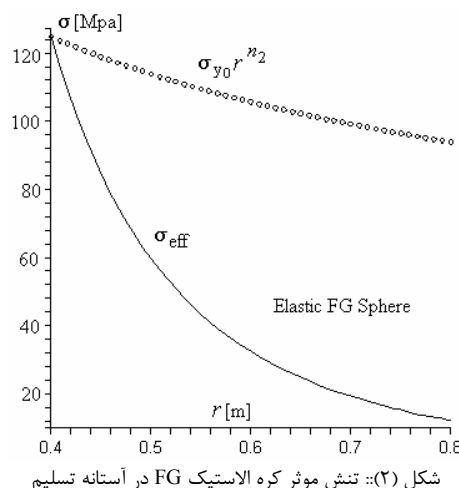
شکل (۴): تنش شعاعی و مماسی کره الاستوپلاستیک FG

شکل (۵) تنش موثر کره الاستوپلاستیک FG را برای  $c$  برابر با ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ نشان می‌دهد.



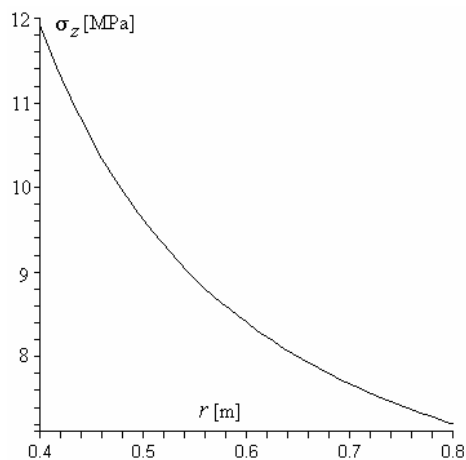
شکل (۱): میدان تنش الاستیک کره همگن و FG در آستانه تسلیم

با توجه به شکل (۲)، گسترش ناحیه پلاستیک به صورت یکنواخت و از جداره داخلی به سمت جداره خارجی انجام می‌پذیرد.

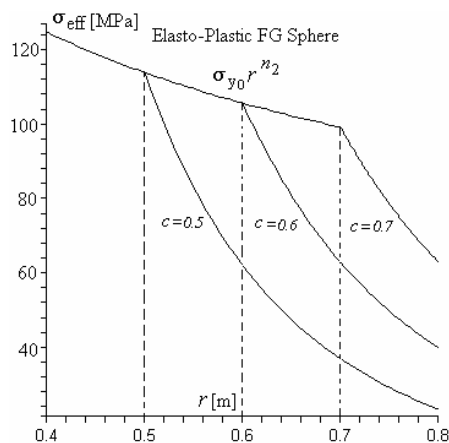


شکل (۲): تنش موثر کره الاستیک FG در آستانه تسلیم

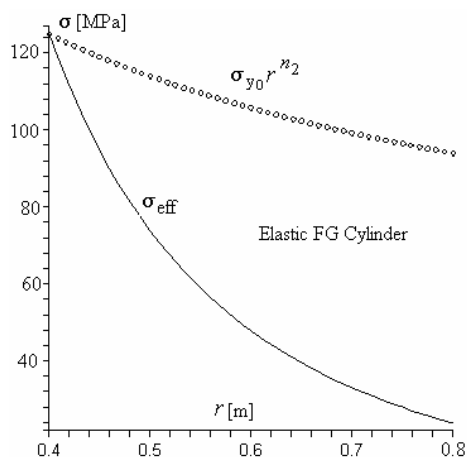
جابجایی شعاعی به صورت تابعی از شعاع برای کره الاستیک FG و همگن در آستانه تسلیم، مطابق شکل (۳) ترسیم شده است. اشکال (۴) و (۵) مربوط به مخزن الاستوپلاستیک کره FG هستند. شکل (۴) نمودارهای مربوط به میدان تنش مخزن الاستوپلاستیک کره FG برای  $c$  برابر با ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ متر است. مقدار فشار داخلی برای  $c$  برابر با ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ به ترتیب ۱۳۲/۳، ۱۴۶/۳ و ۱۰۷/۳



شکل (۷): تنش طولی الاستیک استوانه FG در آستانه تسلیم

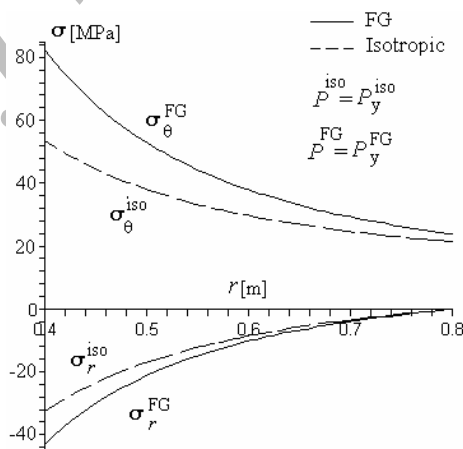


شکل (۵): تنش موثر کره الاستوپلاستیک FG



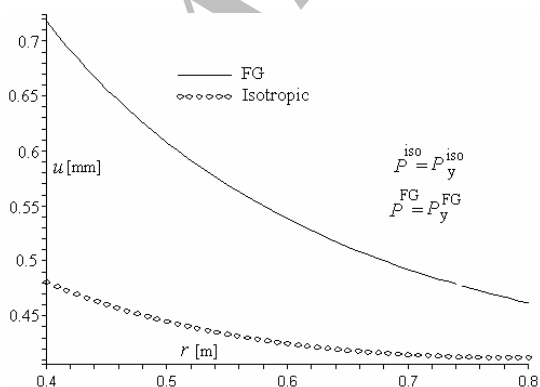
شکل (۸): تنش موثر استوانه الاستیک FG در آستانه تسلیم

شکل (۶)، مربوط به توزیع تنش الاستیک شعاعی و تنش الاستیک مماسی مخزن استوانه‌ای همگن و FG در آستانه تسلیم شدن در جدار داخلی است.



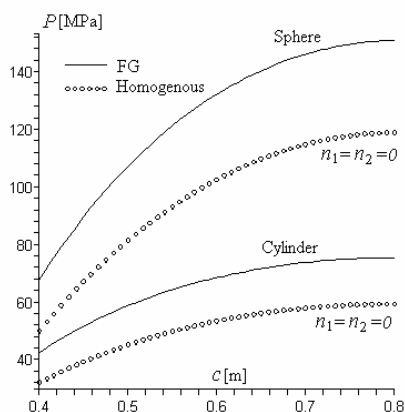
شکل (۶): میدان تنش الاستیک استوانه همگن و FG در آستانه تسلیم

با توجه به شکل (۸)، گسترش ناحیه پلاستیک در مخزن استوانه‌ای FG به صورت یکنواخت و از جداره داخلی به سمت جداره خارجی انجام می‌پذیرد.



شکل (۹): جابجایی شعاعی استوانه الاستیک در آستانه تسلیم

تحت شرایط کرنش مسطح، تنش طولی استوانه الاستیک FG در آستانه سیلان به صورت (شکل ۷) می‌باشد. تنش طولی استوانه الاستیک همگن در آستانه تسلیم در سرتاسر ضخامت مقدار ثابت ۶/۴ مگاپاسکال می‌باشد. با توجه به شکل (۷) تنش طولی در سرتاسر استوانه تحت فشار داخلی، کششی است. تنش موثر برای مخزن استوانه‌ای FG در آستانه تسلیم شدن به صورت شکل (۸) می‌باشد. در این شکل منحنی خط چین مربوط به تنش تسلیم ماده FG است.



شکل (۱۲): فشار داخلی برای گسترش ناحیه پلاستیک

### ۸- نتیجه

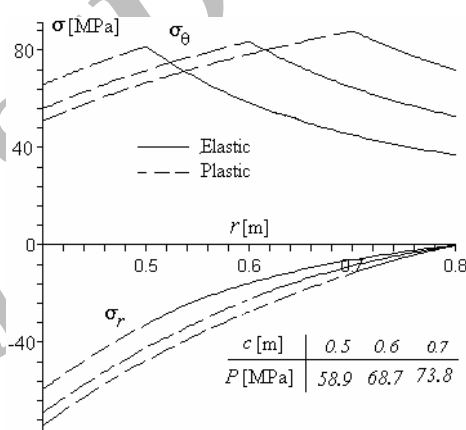
در این مقاله تحلیل الاستوپلاستیک مخازن کرووی و استوانه‌ای FG و همگن تحت فشار داخلی انجام شد؛ و نتایج به صورت تحلیلی بیان شدند. برای مقایسه تفاوت بین رفتار مخزن FG نسبت به رفتار مخزن همگن تحت فشار داخلی، نمودارهای مربوط به رفتار الاستوپلاستیک مخزن FG از جنس Al A359/SiCp با کسر حجمی ۳۰٪ و ۲۰٪ SiC به ترتیب در سطح داخلی و خارجی و مخزن همگن در یک دستگاه ترسیم شدند. با توجه به نمودارهای مزبور، نحوه گسترش منطقه پلاستیک در مخازن FG مشابه نحوه گسترش ناحیه پلاستیک در مخازن همگن، تحت فشار داخلی به دست آمد و مشخص شد که با گسترشی یکنواخت، از سمت جداره داخلی به سمت جداره خارجی انجام می‌شود. همچنین مقدار تنش مماسی و مقدار تنش شعاعی در هر شعاع دلخواهی در مخزن الاستیک FG به ترتیب بیشتر از مقدار تنش مماسی و قدر مطلق تنش شعاعی در همان شعاع در مخزن الاستیک همگن به دست آمد؛ بنابراین مخازن الاستیک FG تنش موثر بیشتری را نسبت به مخازن الاستیک همگن تحمل می‌کنند.

در مورد ظرفیت نهایی، بهبود عملکرد مخازن FG نسبت به مخازن همگن تحت فشار داخلی، مشخص است؛ به صورتی که طبق نتایج حاصل با توجه به مقادیر عددی بکار برده شده در جدول (۱) و مطابق شکل (۱۲)، ظرفیت نهایی مخازن استوانه‌ای و کرووی FG نسبت به ظرفیت نهایی مخازن استوانه‌ای و کرووی همگن ۲۶٪ درصد افزایش پیدا می‌کند.

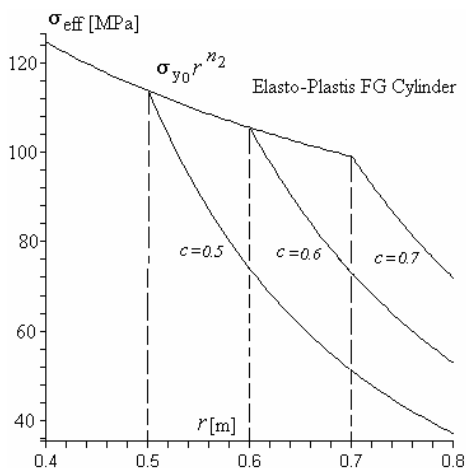
### ۹- فهرست علائم و نمادها

- a شعاع داخلی
- b شعاع خارجی
- c شعاع مرکز الاستوپلاستیک
- r شعاع در مختصات قطبی

جابجایی نسبی شعاعی به صورت تابعی از شعاع برای استوانه الاستیک FG و همگن در آستانه تسلیم، مطابق شکل (۹) ترسیم شده است. شکل (۱۰)، نمودارهای مربوط به میدان تنش مخزن الاستوپلاستیک استوانه‌ای FG برای  $c$  برابر با ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ متر است. مقدار فشار داخلی برای  $c$  برابر با ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ به ترتیب ۶۸/۷، ۷۳/۸ و ۷۸/۹ مگاپاسکال می‌باشند. شکل (۱۱) تنش موثر استوانه الاستوپلاستیک FG را برای  $c$  برابر با ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ نشان می‌دهد. مطابق شکل (۱۲)، ظرفیت نهایی مخزن استوانه‌ای و کرووی FG نسبت به ظرفیت نهایی مخازن استوانه‌ای و کرووی همگن ترسیم شده است.



شکل (۱۰): تنش شعاعی و مماسی استوانه الاستوپلاستیک FG



شکل (۱۱): تنش موثر استوانه الاستوپلاستیک FG

- Commun 2007, 34: pp. 466-471.
- [2] Huh H, Kim K. P. and Kim H. S., "Collapse Simulation of Tubular Structures Using a Finite Element Limit Analysis Approach and Shell Elements", Int J Mech Sci 2001,43(9):, pp. 2171-2187.
- [3] Leu S. Y., "Investigation of Rotating Hollow Cylinders of Strain-Hardening Viscoplastic Materials by Sequential Limit Analysis", Comput Methods Appl Mech. Eng., 2008, 197(51-52):, pp. 4858-4865.
- [4] Corradi L., Panzeri N. and Poggi C., "Post-Critical Behavior of Moderately Thick Axisymmetric Shells: a Sequential Limit Analysis Approach", Int J Struct Stab Dyn 2001, 1(3):, pp. 293-311.
- [5] Spence J., Tooth A. S., "Pressure Vessels Design Concepts and Principles", Second Seminar of Modern Design Methods of Pressure Vessels. Łódź University of Technology, 1995.
- [6] Roy A. K., Tsai S. W., "Design of Thick Composite Cylinders", J Pressure vessels Technol 1988, 110:, pp. 255-262.
- [7] Hyer M.W., "Hydrostatic Response of a Thick Laminated Composite Cylinders", J reinf plastic compos 1988,7:, pp. 321-340.
- [8] Bihanta R, Movahhedy M.R. and Mashreghi A. R., "A Numerical Study of Swage Autofrettage of Thick-Walled Tubes", Mater Design 2007,28:, pp. 804-156.
- [9] Bihanta R, Movahhedy M.R. and Mashreghi A. R., "A Numerical Study of Swage Autofrettage of Thick-Walled Tubes", Mater Design 2007, 28:, pp. 804-15.
- [10] Kargarnovin M. H, Darijani H. and Naghdabadi R., "Evaluation of the Optimum Value for the Pre-Stressing Pressure and Determination of Wall Thickness of Thick Walled Spherical Vessels Under Internal Pressure", J Franklin Inst 2007,344:, pp. 439-451.
- [11] Rodriguez-Castro R., Wetherhold R. C. and Kelestemur M. H., "Microstructure and Mechanical Behavior of Functionally Graded al A359/SiCp Composite", Materials Science & Engineering A, 2002, 323, pp. 445-445.
- $E_0$  ضریب یانگ
- $\sigma_{y0}$  تنش تسلیم
- $n_1$  قانون توانی توزیع ضریب یانگ
- $n_2$  قانون توانی توزیع تنش تسلیم
- $\sigma_r$  تنش شعاعی
- $\sigma_\theta$  تنش مماسی
- $\epsilon_r$  کرنش شعاعی
- $\epsilon_\theta$  کرنش مماسی
- $\nu$  ضریب پواسن
- $P$  فشار داخلی
- $C_1$  اولین ضریب ثابت برای تنش الاستیک
- $C_2$  دومین ضریب ثابت برای تنش الاستیک
- $\lambda_1$  اولین ثابت توانی برای تنش الاستیک
- $\lambda_2$  دومین ثابت توانی برای تنش الاستیک
- $P_y^{iso}$  فشار داخلی تسلیم برای مخزن همگن
- $P_y^{FG}$  فشار داخلی تسلیم برای مخزن FG
- $u$  جابجایی شعاعی
- $\sigma_{eff}$  تنش موثر
- $P_y^{Sp}$  تنش تسلیم مخزن کروی
- $P_y^{Cy}$  تنش تسلیم مخزن استوانه ای
- $P_c^{Sp}$  فشار الاستوپلاستیک مربوط به مخزن کروی
- $P_c^{Cy}$  فشار الاستوپلاستیک مربوط به مخزن استوانه
- $\sigma_r^{pl-sp}$  تنش شعاعی پلاستیک کره
- $\sigma_r^{pl-cy}$  تنش شعاعی پلاستیک استوانه
- $P_{max}^{Sp}$  ظرفیت نهایی کره FG
- $P_{max}^{Cy}$  ظرفیت نهایی استوانه FG
- $P_{max}^{Sp-h}$  ظرفیت نهایی مخزن همگن کروی
- $P_{max}^{Cy-h}$  ظرفیت نهایی مخزن همگن استوانه ای
- $\sigma_z$  تنش طولی مخزن استوانه ای

## ۱۰- مراجع

- [1] Guven U., "A Comparison on Failure Pressures of Cylindrical Pressure Vessels", Mech Res