

## تعیین ماکزیمم ظرفیت حمل بار دینامیکی بین دو نقطه از فضای کاری برای روبات کابلی

محرم حبیب نژاد کورایم<sup>۱</sup>، خالد نجفی<sup>۲</sup> و مهدی بامداد<sup>۳</sup>  
Najafi.khaled@yahoo.com

### چکیده

در این مقاله، با توجه به خصوصیات ظرفیت حمل بار بالا و فضای کاری نسبتاً بزرگ روبات های کابلی، ماکزیمم ظرفیت حمل بار دینامیکی برای روبات کابلی بین دو نقطه داده شده از فضای کاری همراه با مسیر بهینه محاسبه شده است. برای این کار، ابتدا دینامیک روبات های کابلی به روش لاگرانژ بدست آمده است و سپس برای یافتن ظرفیت حمل بار دینامیکی روبات های کابلی علاوه بر در نظر گرفتن قید ظرفیت گشتاور موتورها، قید فضای کاری نیز جهت بدست آوردن نیروی کشش مثبت در کابل ها در نظر گرفته شده است. مسئله به صورت یک مسئله بهینه سازی مسیر فرمول بندی شده است که اساساً یک مسئله بهینه سازی مقید غیر خطی است و سپس روش برنامه ریزی خطی تکرار پذیر برای حل مسئله بهینه سازی به کار رفته است. در پایان یک مثال عددی از روبات کابلی ۶ درجه آزادی ارائه شده و نتایج حاصله بحث شده است.

### کلیدواژه:

روبات کابلی - ماکزیمم ظرفیت حمل بار - مسیر بهینه

۱- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی مکانیک ساخت و تولید، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم تحقیقات

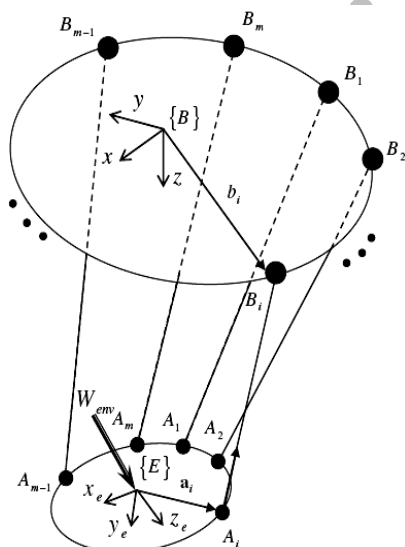
۳- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، bamdad@iust.ac.ir

## ۱- مقدمه

سیستم روباتیک یک مقدار یکتا ندارد و این موضوع مستقیماً به مسیر انتخاب شده بین دو نقطه وابسته است. بنابراین، هدف اصلی این مقاله یافتن مسیر بهینه با ماکزیمم بار مجاز بین دو نقطه از فضای کاری در یک زمان مشخص است و برای این کار از دو قید گشتاور موتورها و فضای کاری روبات به عنوان قیود اصلی استفاده شده است، که هر دو قید ذکر شده روی مقدار کشش کابل ها تاثیر مستقیم دارند. برای اینکار یک تابع هدف مناسب تعریف شده است و معادلات دینامیک در شکل فضای حالت خطی شده و سپس روش برنامه ریزی خطی تکرارپذیر<sup>۲</sup> بصورت عددی برای حل مساله بهینه سازی بکار رفته است.

## ۲- مدل سازی سینماتیک و دینامیک روبات های کابلی

معادلات سینماتیک و دینامیک یک روبات اغلب برای توضیح روابط بین عملگر نهایی یک روبات و محرک های آن به کار می روند. به خاطر تحریک کابل ها در روبات کابلی، مدل سازی دینامیکی این گونه روبات ها خیلی شبیه مدل سازی دینامیکی روبات های موازی نیست. یک مدل کلی از یک روبات کابلی که عملگر نهایی بوسیله  $m$  کابل به پایه متصل شده است، در نظر گرفته می شود و همچنین سیستم مختصات و پارامترهایی که سیستم را تعریف می کنند در شکل (۱) ارائه شده است.



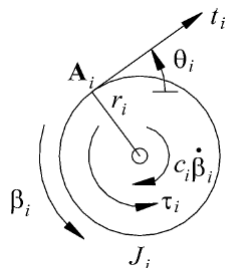
شکل (۱): شکل کلی یک روبات کابلی [۷]

فرض کنید  $W_{env} = [F_{env}, M_{env}]$  نیرو- ممان اعمالی از طرف محیط به مرکز عملگر نهایی باشد و  $T = [T_1, T_2, \dots, T_m]$  بردار

روبات های کابلی یک فرم خاصی از روبات های موازی هستند که در آنها کابل ها جایگزین لینک های صلب شده اند. روبات های کابلی در مقایسه با روبات های مرسوم سری و موازی دارای چندین مزیت هستند دارند برای مثال: چنین مکانیزم هایی یک فضای کاری نسبتاً بزرگی دارند و بطور کلی به خاطر عدم استفاده از سیستم های هیدرولیکی و یا پنوماتیکی سبک تر هستند، علاوه بر آن نسبت بار به وزن (یعنی مقدار باری که در مقایسه با وزن روبات جابجا می کند) در آنها بالاست و از لحاظ اقتصادی ساختار آنها مقرون به صرفه است. از طرف دیگر، اصلی ترین عیب روبات های کابلی این است که کابل ها فقط قادر به اعمال نیروی کششی هستند و نمی توانند نیروهای فشاری را تحمل کنند. بعضی از کارهای انجام شده بر روی روبات های کابلی عبارتند از: Robocrane که توسط NIST<sup>۱</sup> برای کار در بنادر کشتیرانی توسعه پیدا کرده است [۱]. از بحث های مهم دیگر در زمینه روبات های کابلی، که بر روی پایداری روبات از نظر مثبت بودن کشش کابل ها تاثیر دارد فضای کاری روبات است که توسط محققان زیادی مطالعه شده است [۲]، [۳]. با توجه به ظرفیت حمل بار بالای این گونه روبات ها و داشتن فضای کاری نسبتاً بزرگ، سوالی که پیش می آید این است که: "ماکزیمم ظرفیت حمل بار دینامیکی همراه با مسیر بهینه چیست؟"

ماکزیمم بار مجاز یک روبات اغلب به این صورت تعریف می شود: ماکزیمم باری که روبات می تواند مکرراً در یک مسیر جابجا کند. بنابراین، برای تعیین ماکزیمم بار مجاز یک روبات، تاثیر اینرسی بار در امتداد یک مسیر مشخص به خوبی باید در محاسبات مربوط به دینامیک روبات وارد شده باشد. وانگ و روانی، ایده ای برای روبات های پایه ثابت ارائه داده اند، در ایده آنها تعیین ظرفیت حمل بار به صورت یک مساله بهینه سازی فرمول بندی شده است و در تحلیل های آنها ظرفیت گشتاور موتورها به عنوان قید اصلی مورد تاکید قرار گرفته است [۴]، [۵]. کورایم و غریلو، ماکزیمم بار مجاز را برای بازوهای متحرک بین دو نقطه داده شده برای یک زمان مشخص با در نظر گرفتن قید گشتاور و افزونگی سینماتیکی و قید های غیر همگن به روش برنامه ریزی خطی بدست آورده اند [۶]. کورایم و بامداد، ظرفیت حمل بار دینامیکی را برای روبات های کابلی با در نظر گرفتن قید گشتاور موتورها و ظرفیت نیروی کششی کابل ها برای یک مسیر از قبل تعیین شده، در زمان مشخصی بدست آورده اند [۷].

در کاربردهایی که مقادیر بزرگی از بار باید بین دو نقطه نسبتاً دور از هم در یک بازه زمانی مشخص جابجا شود ظرفیت حمل بار یک



شکل (۲): دیاگرام آزاد-آمین محرک [۹]

معادلات دینامیک ترکیب شده موتور و پولی می تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\tau - \tau_{vel} = rT \quad (3)$$

$$\tau_{vel} = J_a \cdot \dot{\beta} - C_a \cdot \beta \quad (4)$$

$r$  شعاع پولی هر یک از محرک ها ست،  $J_{a_i}$  اینرسی دورانی هر یک از سیستم شفت/ پولی موتور است و  $C_{a_i}$  ضریب دمپینگ ویسکوزیته در هر محور موتور برای ایجاد یک مدل خطی اصطکاک سیستم، تعریف شده است.

$$J_a = \text{diag}(J_1, J_2, \dots, J_m) \quad (5)$$

$$C_a = \text{diag}(C_1, C_2, \dots, C_m)$$

با جایگذاری  $T$  از معادله (۳) و قرار دادن آن در معادله (۱) معادله دینامیک نهایی روبات کابلی شامل دینامیک عملگر نهایی و محرک به فرم حلقه بسته به صورت زیر است:

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = -\frac{1}{r} J^T (\tau_{vel} - \tau) \quad (6)$$

### ۳- معادلات دینامیک خطی شده در فضای حالت:

برای بدست آوردن حل عددی مسئله بهینه سازی مقید غیر خطی مسیر حرکت، برای افزایش ظرفیت حمل بار، معادله دینامیک (۶) می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\ddot{q} = D(q)^{-1} \left( -\frac{1}{r} J^T (\tau_{vel} - \tau) - C(q, \dot{q}) - G(q) \right) \quad (7)$$

با بیان بردار حالت به صورت  $X = [x_1, x_2]^T$  و با در نظر گرفتن  $x_2 = (\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)^T$  و  $x_1 = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$  به صورت زیر نوشته می شود:

$$\dot{\bar{X}} = \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{\bar{x}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_2 \\ f(\bar{X}(j), \bar{\tau}(j), m_L) \end{bmatrix} = \bar{F}(\bar{X}(j), \bar{\tau}(j), m_L) \quad (8)$$

کشش کابلها باشد. موقعیت و جهت گیری مرکز عملگر نهایی نسبت به سیستم مختصات مرجع ( $F_N$ ) توسط شش متغیر  $q = [x, y, z, \psi, \theta, \phi]$  و بردار طول کابلها به صورت  $L = [L_1, L_2, \dots, L_m]^T$  تعریف شده هستند. معادلات حرکت روبات کابلی با استفاده از مدلسازی لاگرانژ و با در نظر گرفتن جرم توزیع یافته برای عملگر نهایی و با اعمال فرضیات زیر به شکل رابطه (۱) بدست آمده است. [۸]

- از جرم کابلها صرف نظر شده است.
- ضخامت عملگر نهایی در مقایسه با ابعاد آن کم است.
- فرض شده است که کابلها در اثر وزن خود تغییر شکل نداده و همواره به شکل کشیده شده هستند.

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = -J^T \cdot T \quad (1)$$

که  $D(q)$  ماتریس اینرسی و  $C(q, \dot{q})$  بردار کریولیس و  $G(q)$  بردار ثقل هستند. ماتریس ژاکوبین برای روبات های کابلی به صورت زیر تعریف شده است:

$$J = \begin{bmatrix} \bar{\lambda}_1^T & \dots & ({}^B R_E a_1 \times \bar{\lambda}_1)^T \\ \bar{\lambda}_m^T & \dots & ({}^B R_E a_m \times \bar{\lambda}_m)^T \end{bmatrix} \quad (2)$$

که  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$  بردارهای واحدی در امتداد طول کابل های  $L_1, L_2, \dots, L_m$  هستند و  ${}^B R_E$  ماتریس دوران حول دستگاه مختصات پایه  $F_N$  است و  $a_i$  و  $b_i$  بردارهای موقعیت نقاط اتصال کابل  $i$  ام بر روی عملگر نهایی و پلت فرم پایه، نسبت به دستگاه محرک  $\{E\}$  و دستگاه مرجع  $\{B\}$  هستند. دینامیک یک روبات کابلی به حرکت نسبی عملگر نهایی و گشتاورهای مورد نیاز موتورها  $\tau_i$  مربوط می شود و عملگر نهایی بواسطه جمع شدن و باز شدن کابلها از موتورهایی که در دورترین نقطه فضای کاری و بر روی پلت فرم پایه قرار گرفته اند تحریک می شود لذا نیروی کابلها با استفاده از معادله دینامیکی عملگر نهایی و محرکها (شامل سیستم پولی و موتور) بدست می آید که در این مقاله رفتار دینامیکی محرکها نیز در نظر گرفته شده است. دیاگرام آزاد برای  $i$ -آمین محرک در شکل (۲) نشان داده شده است [۹].

برای سهولت در حل مسئله LP، معادله (۱۸) می تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_m m_L + [E] \bar{\tau}_m - \bar{e} &\leq \bar{X}(t_f) - \bar{X}_h(m+1) \\ \bar{\beta}_m m_L + [E] \bar{\tau}_m + \bar{e} &\geq \bar{X}(t_f) - \bar{X}_h(m+1) \end{aligned} \quad (19)$$

لازم به ذکر است که  $[E]$  و  $X_h(m+1)$  و  $\beta_m$  در معادله (۱۹) براساس مقادیر متغیرهای حالت و کنترل در تکرار مرحله قبل محاسبه می شوند و  $X(t_f)$  نیز جزء داده های مسئله است، تنها مقادیر مجهول  $m_L$  و بردار  $\bar{\tau}$  هستند. که  $\bar{e} = [e_{pos1}, e_{pos2}, \dots, e_{vel1}, e_{vel2}, \dots] \in R^{2n}$  نشان دهنده تفرانس خطا در موقعیت و سرعت انتهای مسیر است. این اصلاح در روابط، دو متغیر جدید  $e_{pos}$  و  $e_{vel}$  و  $2n$  قید به صورت نامعادله به مسئله اضافه می کند. اگر موتورهای محرک از نوع DC با مغناطیس دائمی در نظر گرفته شوند، آنگاه با توجه به تابع مشخصه سرعت/گشتاور آنها  $[\Delta]$ :

$$\bar{Y} \leq \bar{b}_u - \bar{b}_l \quad (20)$$

که  $b_u$  و  $b_l$  به ترتیب حدود پایین و بالای مربوط به گشتاور خروجی موتورها هستند و چون تمام کابلها باید در کشش مثبت باشند و کشش در کابلها نباید منفی شود لذا رابطه (۲۰) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\bar{b}_l = 0 \Rightarrow \bar{Y} \leq \bar{b}_u \quad (21)$$

در حین حرکت، جا به جایی عملگر نهایی باید در محدوده فضای کاری روبات باشد در غیر این صورت کابلها کشش مثبت خود را از دست خواهند داد.  $x_1^+, x_1^-$  به ترتیب حدود پایین و بالای محدوده فضای کاری هستند [۲]. با استفاده از معادله (۱۱) قیدهای مرتبط با فضای کاری به صورت زیر نوشته می شود:

$$\bar{x}_1^- - \bar{X}_{ih}(j+1) \leq \bar{\beta}_j m_L + \sum_{i=1}^j [a_{ji}] \bar{\tau}(i) \leq \bar{x}_1^+ - \bar{X}_{ih}(j+1) \quad (27)$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

$X_{ih}(j+1)$  و  $\beta_{1j}$  بردارهای فوقانی  $n \times 1$  مربوط به  $X_h(j+1)$  و  $\beta_j$  هستند و  $[a_{ji}]$  بخش فوقانی ماتریس  $[\alpha_{ji}]$  و از مرتبه  $n \times n$  است و معادله (۲۷) با فرض:

$[A_j] = [\alpha_{1j1}, \alpha_{1j2}, \dots, \alpha_{1jn}, 0, 0, \dots, 0] \in R^{n \times nm}$  می تواند به شکل

زیر نوشته شود:

$$\bar{\beta}_j m_L - [A_j] \bar{Y} \leq [\bar{x}_1^+ - \bar{X}_{ih}(j+1)] - [A_j] \bar{b}_u \quad (28)$$

$$j = 1, 2, \dots, m$$

معادله (۸) ارائه معادلات دینامیک در فضای حالت است که  $X \in R^{2n}$  و  $f$  شامل  $n$  تابع غیر خطی است. شکل تجزیه شده معادلات دینامیکی (۸) به صورت زیر بیان می شود:

$$\frac{\bar{X}(j+1) - \bar{X}(j)}{h} = \bar{F}(\bar{X}(j), \bar{\tau}(j), m_L) \quad (9)$$

که  $h = \frac{\Delta T}{m}$  و  $\Delta T$  زمان کل حرکت و  $m$  تعداد نقاط استفاده شده برای تجزیه مسیر هستند. با استفاده از سری تیلور تابع غیر خطی  $f$  در مسیر  $k+1$  -م حول مسیر  $k$ -م بسط داده می شود و با صرف نظر کردن از ترم های مرتبه بالاتر (ترم های غیر خطی) و ساده سازی عبارات، معادله زیر بدست می آید:

$$\bar{X}(j+1) = [G_j] \bar{X}(j) + [H_j] \bar{\tau}(j) + \bar{B}_j m_L + D_j \quad (10)$$

که ماتریس های  $[G_j]$ ،  $[H_j]$  و بردارهای  $D_j$ ،  $\beta_j$  در  $[\Delta]$  ارائه شده است.  $X(j+1)$  را می توان به صورت ترکیب خطی از جرم بار و گشتاور کنترلی  $\bar{\tau}(i)$ ،  $i=1, 2, \dots, j$  نوشت، به عبارت دیگر معادله (۱۰) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \bar{X}(j+1) &= \bar{X}_h(j+1) + \bar{\beta}_j m_L + \sum_{i=1}^j [\alpha_{ji}] \bar{\tau}(i) \\ j &= 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (11)$$

این معادله (۱۱) معادله پایه دینامیک خطی شده است که در آن:

$$\bar{X}_h(1) = \bar{X}(t_1) \quad (12)$$

$$\bar{X}_h(j+1) = [G_j] \bar{X}_h(j) + \bar{D}_j \quad (13)$$

$$\bar{\beta}_1 = \bar{B}_1 \quad (14)$$

$$\bar{\beta}_i = [G_j] \bar{\beta}_{j-1} + \bar{\beta}_i \quad (15)$$

$$[a_{ji}] = [G_j] [a_{j-1,i}] \quad (\text{for } i < j) \quad (16)$$

$$[a_{ji}] = [H_j] \quad i = j \quad (17)$$

#### ۴- فرمولاسیون برنامه ریزی تکرارپذیر

روش ILP با استفاده از برنامه ریزی خطی، معادلات خطی شده را در هر تکرار حل می کند. مسئله برنامه ریزی خطی می تواند به شرح زیر فرمول بندی شده باشد:

ابتدا حالت نهایی  $X(m+1)$  را می توان از معادله (۱۱) بدست آورد:

$$\bar{X}(m+1) = \bar{X}_h(m+1) + \bar{\beta}_m m_L + \sum_{i=1}^m [a_{mi}] \bar{\tau}(i) = X(t_f) \quad (18)$$

یک چند جمله ای است که دو نقطه ابتدایی و انتهایی مسیر را در فضای حرکت به هم وصل کند.

مرحله ۲: ماتریس های  $[G_j]$  و  $[H_j]$  و بردارهای  $B_j$  و  $D_j$  محاسبه شده و  $[\alpha_{ji}]$  و  $\beta_j$  و  $X_h(j+1)$  برای  $j=1, \dots, m$  و  $i=1, \dots, m$  بصورت بازگشت پذیر محاسبه شود.

مرحله ۳: محاسبه ماتریس قیدها (رابطه (۳۰)) و فراخوانی دستور کامپیوتری حل برنامه ریزی خطی. اگر برنامه ریزی خطی جواب نداشت آنگاه با تغییر پارامترهای خاص به مرحله ۲ بازگشت شود. در غیر این صورت ظرفیت حمل بار دینامیکی  $m_L^{k+1}$  محاسبه شود و کنترل بهینه  $\bar{x}_1^{k+1}$  از معادله (۲۱) محاسبه شود.

مرحله ۴: مسیر بهینه  $\bar{X}^{k+1}$  با استفاده از معادله بازگشت پذیر (۱۰) محاسبه شود.

مرحله ۵: معیارهای ختم برنامه کنترل شود یعنی اینکه اگر روابط

$$\max\{e_{pos}, e_{vel}\} \leq \varepsilon_e \quad (33)$$

$$\max\{|\bar{X}^{k+1}(j) - \bar{X}^k(j)|, j=2, \dots, m\} \leq \varepsilon_x \quad (34)$$

$$|m_L^{k+1} - m_L^k| \leq \varepsilon_m \quad (35)$$

که شرایط اتمام برنامه هستند ارضاء شدند پس مسیر بدست آمده، مسیر بهینه است و  $m_L$  متناظر با آن نیز به عنوان ماکزیمم بار مجاز است که می تواند توسط روبات کابلی حمل شود در غیر اینصورت، برنامه به مرحله ۲ باز خواهد گشت. با ارضاء معادلات (۳۳) و (۳۴) و (۳۵) عملا خطاهای خطی سازی کاهش یافته و یا حذف خواهند شد ( $\varepsilon_e, \varepsilon_x, \varepsilon_m$  مقادیر ثابت واز پیش تعیین شده ای هستند).

#### ۶- نتایج شبیه سازی

در این بخش یک نوع روبات کابلی جرتقیلی ۶ درجه آزادی که در شکل (۳) نشان داده شده است مورد مطالعه و شبیه سازی قرار گرفته است. در این مورد از رفتار الاستیک در کابل ها و مفاصل صرف نظر شده است. مشخصات هندسی و مکانیکی و پارامترهای مربوط به سیستم محرکه روبات شامل موتورها و پولی های بکار رفته در شبیه سازی برای روبات کابلی به ترتیب درجداول شماره (۱) و (۲) لیست شده است [۸]. در این شبیه سازی فرض شده است که روبات کابلی باری را از نقطه ابتدایی به مختصات  $X_0 = [-0.2, -0.4, 2, 0, 0, 0]$  متر به نقطه دیگری در داخل فضای کاری روبات به مختصات  $XF = [0.1, 0.2, 1.3, 0, 0, 0]$  متر در مدت زمان  $t_f = 1$  ثانیه حمل کند البته توجه کنید که سرعت روبات هم در نقطه ابتدایی و انتهایی صفر است. برنامه در محیط نرم افزار MATLAB نوشته شده است. ماتریس های اینرسی و ژاکوبین و

$$-\bar{\beta}_j m_L + [A_j] \bar{Y} \leq [\bar{X}_{in}(j+1) - \bar{x}_1^-] + [A_j] \bar{b}_u \quad (29)$$

$j = 1, 2, \dots, m$

با ترکیب تمام قید ها و نوشتن آن ها به شکل ماتریسی:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ [0] & [1]_{(nm \times nm)} & [0] \\ \pm \beta_j_{(nm \times 1)} & \mp [A_j]_{(nm \times nm)} & [0] \\ \beta_m_{(2n \times 1)} & -[E]_{(2n \times nm)} & -[I]_{(2n \times 2n)} \\ -\beta_m_{(2n \times 1)} & [E]_{(2n \times nm)} & [I]_{(2n \times 2n)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} m_L \\ \bar{Y}_{(nm \times 1)} \\ \bar{e}_{(2n \times 1)} \end{Bmatrix} \leq \begin{Bmatrix} m_L^+ \\ \bar{Y}_{limit}^{(nm \times 1)} \\ \bar{X}_{limit}^{(nm \times 1)} \\ \bar{X}_f^+ \\ \bar{X}_f^- \end{Bmatrix} \quad (30)$$

تابع هدف در مسئله برنامه ریزی خطی بیشینه کردن ظرفیت حمل بار دینامیکی یعنی  $m_L$  است در مسئله بالا تابع هدف ( $m_L$ ) یک متغیر مستقل است که تابعی از زمان نیست و این متغیر در طول مسیر یک مقدار ثابت است. این نکته باید مورد توجه قرار گیرد که  $m_L$  بطور ضمنی در معادلات غیرخطی فضای حالت وجود دارد. این مسئله از این نظر که قیدهای مسئله دارای ماهیت غیر خطی هستند، تبدیل به یک مسئله بهینه سازی مقید و غیرخطی می گردد. پس تعریف ریاضی تابع هدف به این صورت است:

$$Z = \max\{C^T V\}, C = [1, 0, 0, \dots, -W_{pos}, -W_{vel}] \quad (31)$$

$W_{pos}, W_{vel} > 0$

که  $W_{pos}, W_{vel}$  ضرایب وزنی متناظر با  $\bar{e}_{pos}, \bar{e}_{vel}$  هستند:

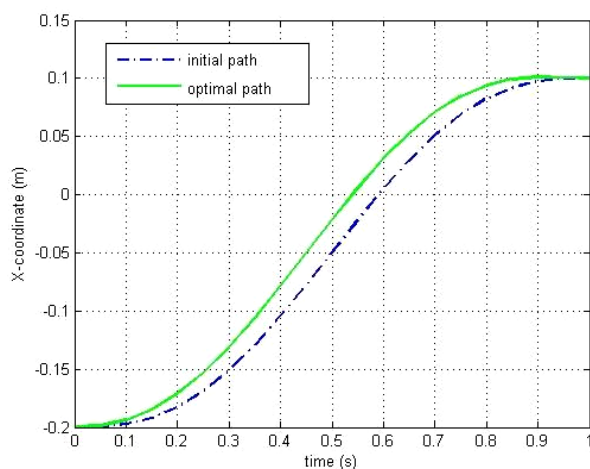
$$V = [m_L, \bar{Y}, \bar{e}_{pos}, \bar{e}_{vel}], \bar{Y} \geq 0 \quad (32)$$

با تابع هدف ذکر شده در بالا می توان ظرفیت حمل بار دینامیکی را ماکزیمم کرد و بطور همزمان خطاهای موقعیت و سرعت را مینیمم کرد چون تابع هدف (۳۱) و قیود (۳۰) همه خطی هستند، ما یک مسئله برنامه ریزی خطی استاندارد داریم.

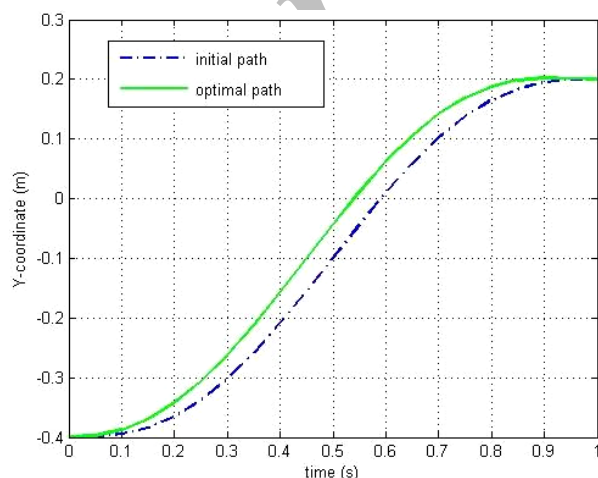
#### ۵- فرایند محاسباتی

مرحله ۱: یک مسیر اولیه، حدس زده می شود. این مرحله شامل بدست آوردن متغیرهای حالت  $\bar{X}^1(j)$  و گشتاورهای اولیه  $\bar{t}_1^k$  به ازای یک جرم اولیه  $m_L^1$  است. یک حدس اولیه خوب، انتخاب

کردن دو قید به کار رفته در حل مسئله،  $m_{Load} = 33/37$  بدست می‌آید. شکل‌های (۴) و (۵) و (۶) موقعیت  $x, y, z$  مرکز جرم عملگر نهایی را به صورت مجزا برای مسیر بهینه و حدس اولیه نشان می‌دهند. شکل (۷) جواب برنامه ریزی خطی را برای  $m_{Load}$  در هر تکرار نشان می‌دهد. شکل‌های (۸)، (۹)، (۱۰)، (۱۱)، (۱۲) و (۱۳) گشتاور ۶ تا موتور طی حرکت در مسیر بهینه هستند که حدود بالا و پایین ظرفیت گشتاور موتورها نیز نشان داده شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌کنید روبات کابلی وقتی در مسیر بهینه حرکت می‌کند موتورها به حد اشباع رسیده یا نزدیک آن حرکت می‌کنند. شکل (۱۴) کشش هر کابل را به ازای جرم‌های مختلف که در نمودار (۷) نشان داده شده است را نمایش می‌دهد. با مشاهده این نمودارها می‌توان فهمید که روبات در مدت زمان حرکت بر روی مسیر بهینه و مسیرهای قبل از آن (در تکرارهای قبلی) پایدار بوده و هیچ کدام از کابل‌ها کشش مثبت خود را از دست نداده‌اند.

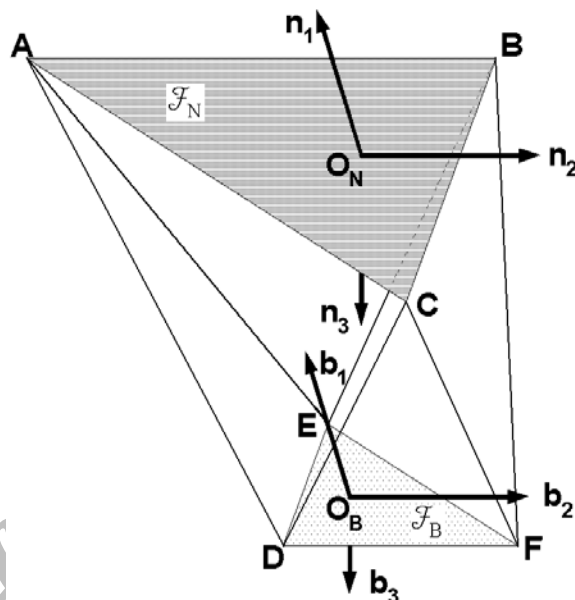


شکل (۴): مختصات X مرکز عملگر نهایی



شکل (۵): مختصات Y مرکز عملگر نهایی

بردارهای کریولیس و ثقل برای روبات کابلی شبیه سازی شده در بخش ضمیمه ارائه شده است.



شکل (۳): دیاگرام آزاد روبات کابلی ۶ درجه آزادی [۱]

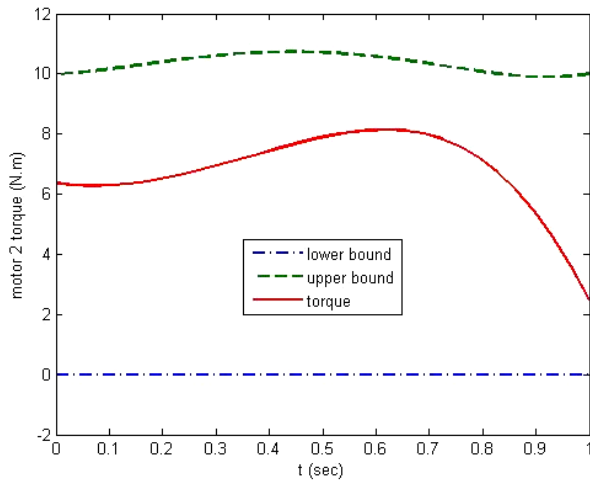
جدول شماره (۱): پارامترهای شبیه سازی برای سیستم محرک

پارامترها	اندازه	واحد
شعاع پولی	$r = 5 \times 10^{-2}$	m
ضریب دمپینگ ویسکوزیته موتور	$c = 0.01$	N.m.s
اینرسی دورانی موتور	$J = 8 \times 10^{-4}$	kg.m <sup>2</sup>
گشتاور ماکزیمم	$\tau_{stall} = 10$	N.m
ماکزیمم سرعت بدون بار	$\omega_0 = 1910$	RPM

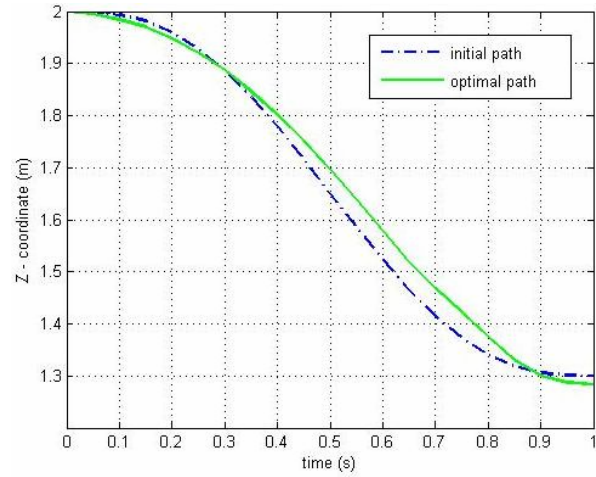
جدول شماره (۲): پارامترهای شبیه سازی برای هندسه روبات کابلی

پارامترها	اندازه	واحد
جرم عملگر نهایی	$m = 11.68$	kg
اندازه فاصله شعاعی از نقطه اتصال کابل‌ها (مثلث بالایی)	$b = 6$	m
اندازه فاصله شعاعی از نقطه اتصال کابل‌ها (عملگر نهایی)	$a = \frac{1}{2}b$	m
ممان اینرسی عملگر نهایی	$I_{xx} = I_{yy} = m \frac{a^2}{6}$ $I_{zz} = 2I_{xx}$ $I_{xy} = I_{zx} = I_{yz} = 0$	kg.m <sup>2</sup>
بار اولیه	$m_l = 1$	kg

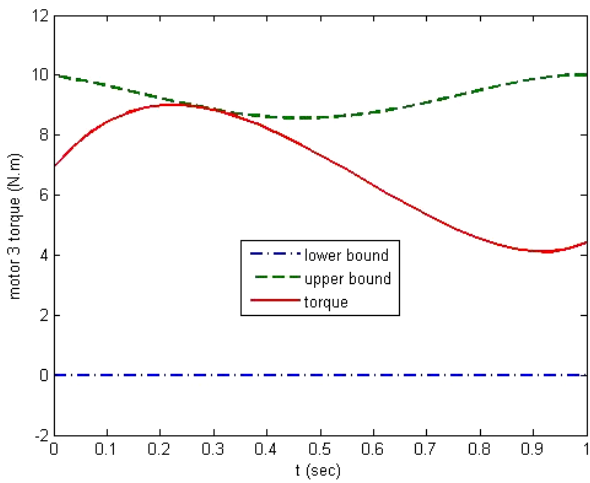
با تجزیه کردن مسیر به ۲۰ نقطه برنامه نوشته شده در ششمین تکرار به جواب همگرا می‌شود و ماکزیمم بار قابل حمل بدون نقص



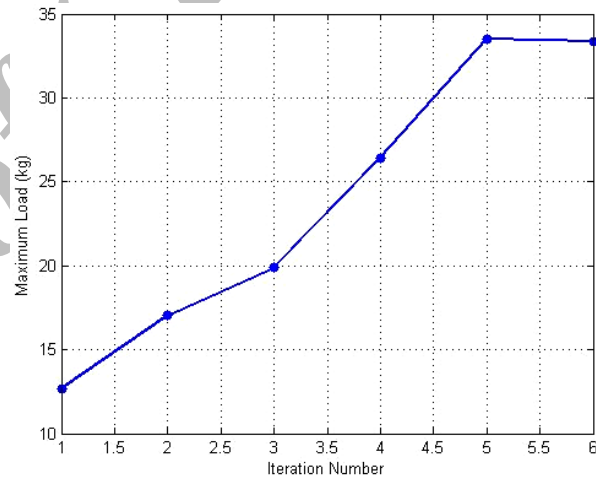
شکل (۹): گشتاور موتور شماره (۲) طی حرکت بر روی مسیر بهینه



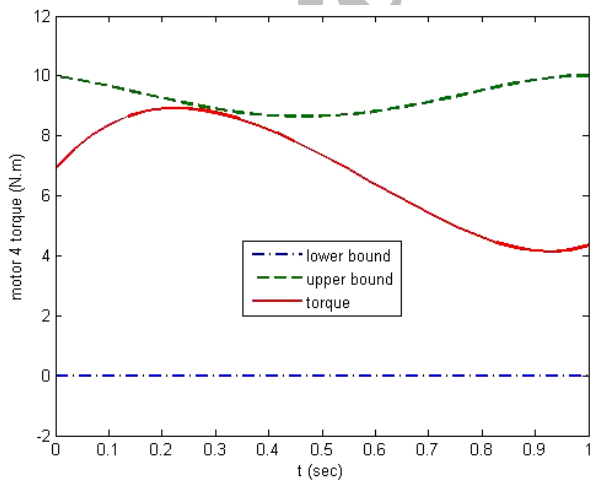
شکل (۶): مختصات Z مرکز عملگر نهایی



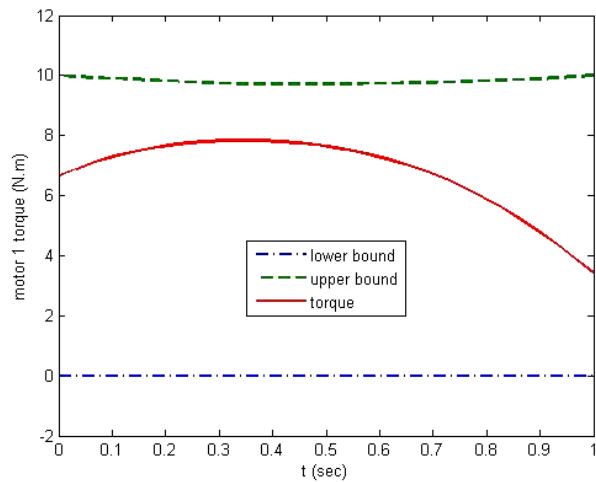
شکل (۱۰): گشتاور موتور شماره (۳) طی حرکت بر روی مسیر بهینه



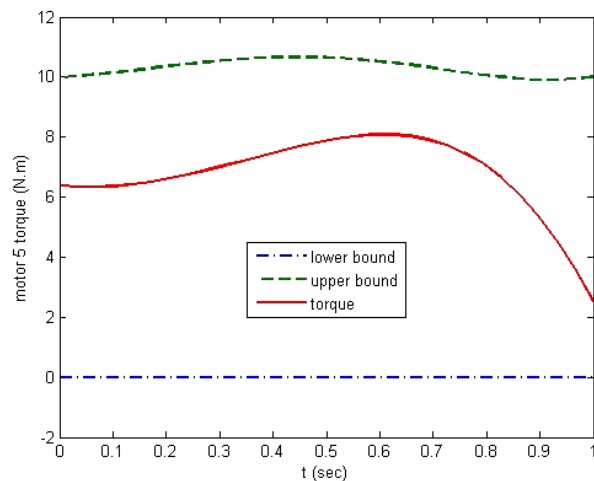
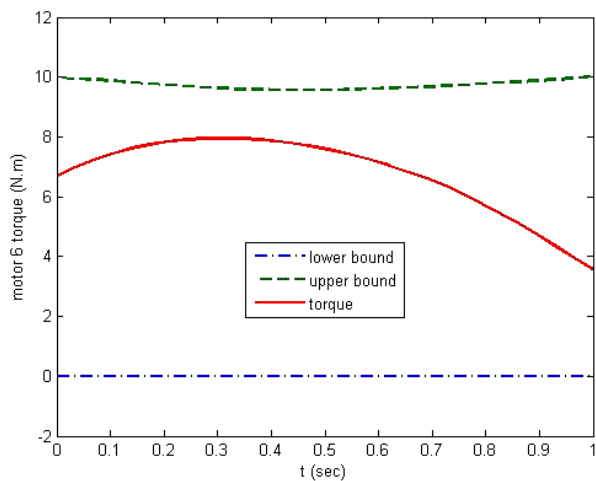
شکل (۷): ماکزیمم بار قابل حمل در هر تکرار



شکل (۱۱): گشتاور موتور شماره (۴) طی حرکت بر روی مسیر بهینه

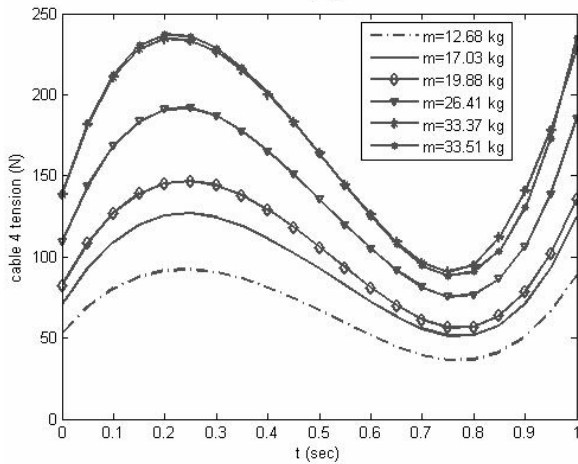
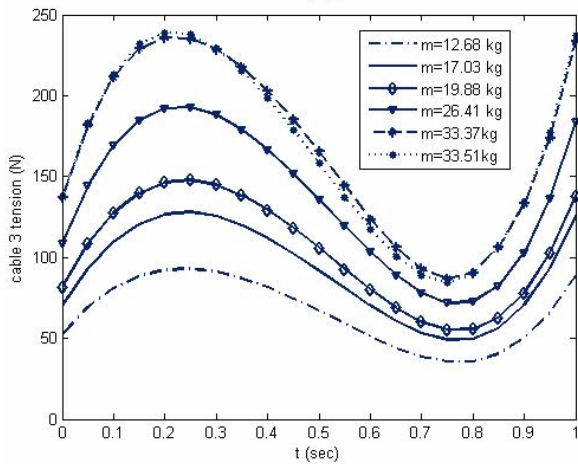
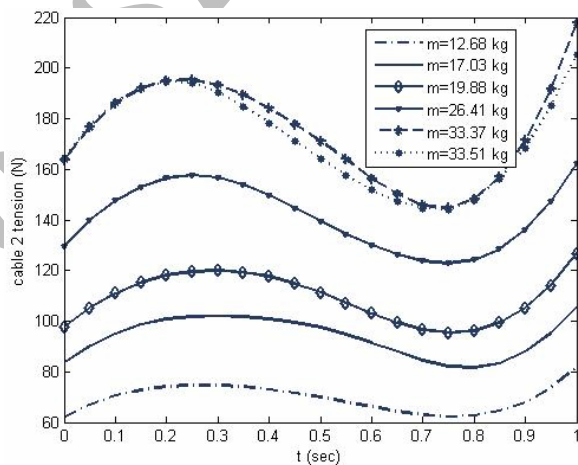
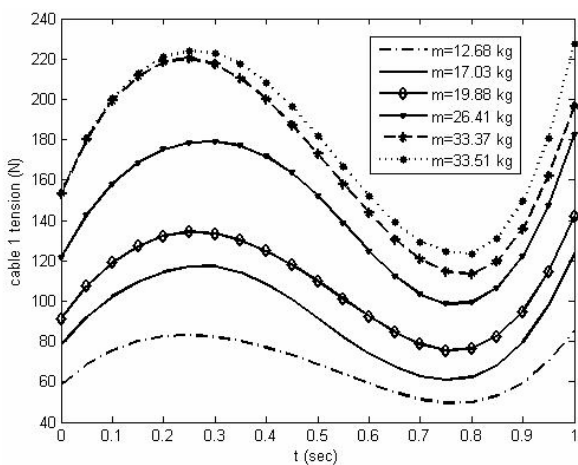


شکل (۸): گشتاور موتور شماره (۱) طی حرکت بر روی مسیر بهینه

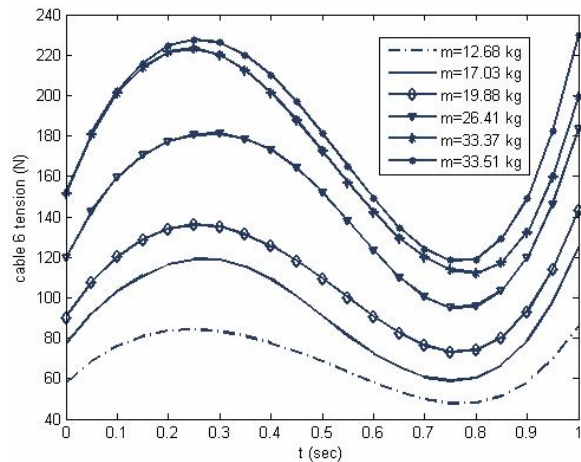
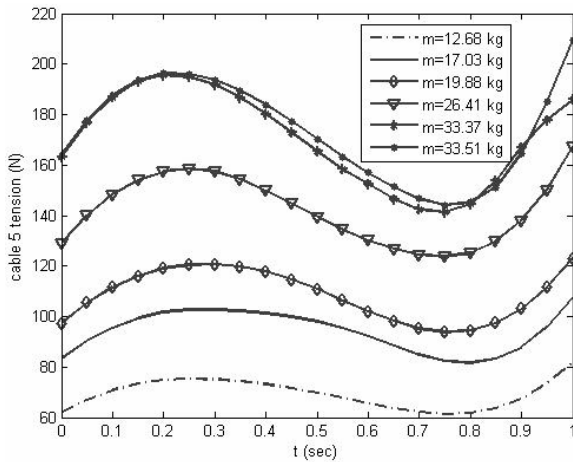


شکل (۱۳): گشتاور موتور شماره (۶) طی حرکت بر روی مسیر بهینه

شکل (۱۲): گشتاور موتور شماره (۵) طی حرکت بر روی مسیر بهینه







شکل (۱۴): نمودار کشش کابل ها به ازای جرم های مختلف

$$C(q, \dot{q})\dot{q} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \end{Bmatrix} \text{ و } G(q) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -m \cdot g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$D_{46} = \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) \cdot S\theta, \quad D_{44} = \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}$$

$$D_{55} = \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) \cdot C^2\psi + \frac{mb^2}{3} S^2\psi,$$

$$D_{56} = \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) S\psi \cdot C\theta \cdot C\psi - \frac{mb^2}{3} C\psi \cdot C\theta \cdot S\psi$$

$$D_{64} = - \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) \cdot S\theta,$$

$$D_{65} = \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) \cdot S\psi \cdot C\theta \cdot C\psi - \frac{mb^2}{3} C\psi \cdot C\theta \cdot S\psi$$

$$D_{66} = \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) \cdot S^2\theta + \left( \frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12} \right) \cdot S^2\psi \cdot C^2\theta$$

$$+ \frac{mb^2}{3} \cdot C^2\psi \cdot C^2\theta$$

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_1}{\partial x} & \frac{\partial L_1}{\partial y} & \frac{\partial L_1}{\partial z} & \frac{\partial L_1}{\partial \psi} & \frac{\partial L_1}{\partial \theta} & \frac{\partial L_1}{\partial \phi} \\ \frac{\partial L_2}{\partial x} & \frac{\partial L_2}{\partial y} & \frac{\partial L_2}{\partial z} & \frac{\partial L_2}{\partial \psi} & \frac{\partial L_2}{\partial \theta} & \frac{\partial L_2}{\partial \phi} \\ \frac{\partial L_3}{\partial x} & \frac{\partial L_3}{\partial y} & \frac{\partial L_3}{\partial z} & \frac{\partial L_3}{\partial \psi} & \frac{\partial L_3}{\partial \theta} & \frac{\partial L_3}{\partial \phi} \\ \frac{\partial L_4}{\partial x} & \frac{\partial L_4}{\partial y} & \frac{\partial L_4}{\partial z} & \frac{\partial L_4}{\partial \psi} & \frac{\partial L_4}{\partial \theta} & \frac{\partial L_4}{\partial \phi} \\ \frac{\partial L_5}{\partial x} & \frac{\partial L_5}{\partial y} & \frac{\partial L_5}{\partial z} & \frac{\partial L_5}{\partial \psi} & \frac{\partial L_5}{\partial \theta} & \frac{\partial L_5}{\partial \phi} \\ \frac{\partial L_6}{\partial x} & \frac{\partial L_6}{\partial y} & \frac{\partial L_6}{\partial z} & \frac{\partial L_6}{\partial \psi} & \frac{\partial L_6}{\partial \theta} & \frac{\partial L_6}{\partial \phi} \end{bmatrix}$$

### ۷- نتیجه گیری

هدف اصلی این مقاله یافتن حداکثر ظرفیت حمل بار دینامیکی برای روبات های کابلی در حالت صلب بین دو نقطه داده شده از فضای کاری روبات بود. برای این کار الگوریتم برنامه ریزی خطی تکرار پذیر با اعمال دو قید گشتاور موتورها و قید فضای کاری برای تضمین کشش مثبت در کابل ها ارائه شد. یک مورد شبیه سازی نیز برای نشان دادن صحت الگوریتم ذکر شده انجام گرفت و مشاهده شد که وقتی روبات کابلی در امتداد مسیر بهینه حرکت می کند اثرات اینرسی بار حداقل شده و موتورها در اکثر مسیر حرکت با حداکثر گشتاور ممکن کار می کنند و موتورهای شماره ۳ و ۴ در زمان ۰٫۳ ثانیه به باند بالایی گشتاور موتورها برخورد کرده اند و برای لحظه ای به اشباع رسیده اند. برای نشان دادن پایداری روبات، طی فرآیند تعیین حداکثر بار مجاز، کشش تک تک کابل ها به ازای جرم های مختلف بدست آمده اند. برای روبات کابلی شبیه سازی شده ظرفیت حمل بار از مقدار اولیه ۱۲/۶۸ Kg به مقدار ۳۳/۳۷ m<sub>Load</sub> رسیده است.

### ۸- ضمیمه

اجزاء ماتریس های اینرسی و ژاکوبین و بردار کریولیس به صورت زیر تعریف می شوند:

$$D(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{44} & 0 & D_{46} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D_{55} & D_{56} \\ 0 & 0 & 0 & D_{64} & D_{65} & D_{66} \end{bmatrix}$$

۹- مراجع

[1] Albus, J., Bostelman, R. and Dagalakis, N., "The NIST Robocrane", Journal of Robotic Systems 10,1992, pp. 709-724.

[2] Barrette, G. and Gosselin, C., "Determination of the Dynamic Workspace of Cable - Driven Planar Parallel Mechanisms", Transactions of the ASME., 127, 2005, pp. 242 - 248.

[3] Pusey, J. Fattah, A. and Agrawal, S. "Design and Workspace Analysis of a 6-6 Cable - Suspended Parallel Robot", Mechanism and Machine Theory., 39, 2004, pp. 761-778.

[4] Wang, L. T. and Ravani, B., "Dynamic Load Carrying Capacity of Mechanical Manipulators: I. Problem Formulation", J Dyn Syst Meas Control., 110, 1988, pp. 46-52.

[5] Wang, L. T. and Ravani, B., "Dynamic Load Carrying Capacity of Mechanical Manipulators: II. Computational Procedure and Applications", J Dyn Syst Meas Control., 110, 1988, pp. 53-61.

[6] Korayem, M. H. and Ghariblu, H., "Maximum Allowable Load of Mobile Manipulator for Two Given end Points of End-Effector", Int JAdv Manuf Technol., 24, 2004, pp. 743-751.

[7] Korayem, M. H. and Bamdad, M., "Dynamic Load-Carrying Capacity of Cable-Suspended Parallel Manipulators", Int J Adv Manuf Technol., 44, 2008, pp. 829-840.

[8] Najafi, Kh., "Dynamic Analysis of Cable Driven Robots in the Presence of the Flexibility and Finding Dynamic Load Carry Capacity on Optimal Trajectory", MSc. thesis, College of Mechanical Engineering, Islamic Azad University, Science and Research Campus, Tehran, 2009.

[9] Gallina, P. Rossi, A. and Williams, R. L., "Planar Cable-Direct Driven Robots: Dynamic and Control", Proceedings of the DETC2001/ASME Design Engineering Technical Conferences, Pittsburgh, PA 200.

$$\{\dot{L}\}_{6 \times 1} = [J]_{6 \times 6} \{\dot{q}\}_{6 \times 1}$$

$$C_4 = -\left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right)C\theta\dot{\phi}\dot{\theta} - \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (C\psi\dot{\theta} + S\psi C\theta\dot{\phi}) \cdot (-S\psi\dot{\theta} + C\psi \cdot C\theta \cdot \dot{\phi}) \dots$$

$$- \frac{mb^2}{3} \cdot (-S\psi\dot{\theta} + C\psi \cdot C\theta \cdot \dot{\phi}) \cdot (-C\psi \cdot \dot{\theta} - S\psi \cdot C\theta \cdot \dot{\phi})$$

$$C_5 = \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (-S\psi\dot{\theta} + C\psi C\theta\dot{\phi}) C\psi - \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (C\psi\dot{\theta} + S\psi C\theta\dot{\phi}) S\psi \dots$$

$$- \frac{mb^2}{3} (-C\psi \cdot \dot{\theta} - S\psi C\theta\dot{\phi}) S\psi - \frac{mb^2}{3} (-S\psi\dot{\theta} + C\psi C\theta\dot{\phi}) C\psi \dots$$

$$+ \left(-\left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) S\psi S\theta\dot{\phi} C\psi + \frac{mb^2}{3} C\psi S\theta\dot{\phi} S\psi\right) \dot{\theta} \dots$$

$$\left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) (\dot{\psi} - S\theta\dot{\phi}) C\theta\dot{\phi}$$

$$+ \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) (C\psi\dot{\theta} + S\psi C\theta\dot{\phi}) S\psi S\theta\dot{\phi} \dots$$

$$+ \frac{mb^2}{3} (-S\psi\dot{\theta} + C\psi C\theta\dot{\phi}) C\psi S\theta\dot{\phi}$$

$$C_6 = \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (-S\psi\dot{\theta} + C\psi C\theta\dot{\phi}) S\psi C\theta + \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (C\psi\dot{\theta} + S\psi C\theta\dot{\phi}) C\psi C\theta \dots + \frac{mb^2}{3} (-C\psi \cdot \dot{\theta} - S\psi C\theta\dot{\phi}) \cdot C\psi C\theta - \frac{mb^2}{3} (-S\psi\dot{\theta} + C\psi C\theta\dot{\phi}) S\psi C\theta \dot{\psi} \dots$$

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) C\theta\dot{\phi} S\theta - \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (\dot{\psi} - S\theta\dot{\phi}) C\theta - \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) S^2\psi S\theta\dot{\phi} C\theta \dots \\ & - \left(\frac{mb^2}{6} + \frac{mth^2}{12}\right) \cdot (C\psi\dot{\theta} + S\psi C\theta\dot{\phi}) S\psi S\theta - \frac{mb^2}{3} C^2\psi S\theta\dot{\phi} C\theta - \frac{mb^2}{3} \cdot (S\psi\dot{\theta} + C\psi C\theta\dot{\phi}) C\psi S\theta \end{aligned} \right\} \dot{\theta}$$