

بهینه سازی و طراحی کنترلر و مشاهده گر برای یک بازوی متحرک مکانیکی تغییر شکل پذیر به کمک الگوریتم ژنتیک و شبکه عصبی

داود نادری^۱، سهیل گنجه فر^۲ و محمد مصدق زاد^۳
S_ganjefar@basu.ac.ir

چکیده

توسعه و بهبود ربات های تغییر شکل پذیر برای افزایش قابلیت های حرکتی و افزایش پایداری و مانورپذیری هر چه بیشتر لازم است. این گونه ربات ها قادر به عبور از زمین های ناهموار و بیشه زارها با حفظ پایداری و انجام عملیات از پیش در نظر گرفته شده می باشند. علت این توانایی، حفظ پایداری به صورت دینامیکی بدون کاهش ارتفاع مرکز جرم ربات می باشد. در این مقاله ربات SRR با افزودن یک درجه آزادی به ارابه بهبود داده شده است. در حالی که مجری نهایی بر روی یک مسیر فضایی در حرکت است، این درجه آزادی اضافی توانایی حفظ پایداری دینامیکی را به ربات می دهد. همچنین استراتژی تغییر شکل بهینه دینامیکی بر اساس معیار پایداری نیرو - زاویه و به کمک الگوریتم ژنتیک طراحی شده است. برای این منظور دینامیک ربات به کمک سه روش نیوتن-اولر، لاگرانژ و کین به صورت پارامتری در نرم افزار MATLAB حل شده است و نتایج بهینه سازی بر روی کنترلر غیر خطی طراحی شده ربات اعمال شده است و بر روی تاثیر ثابت های کنترلر بر حاشیه پایداری و عکس العمل زیر تایرها بحث شده است. همچنین ساختارهای متفاوت ارابه و مورد تحلیل قرار گرفته است. برای اجتناب به نزدیک شدن به حاشیه ناپایدار، باید در هر لحظه میزان پایداری را محاسبه کرد. از آنجا که محاسبه این معیار زمان بر است، برای کنترل بلادرنگ ربات مشاهده گر پایداری نیرو-زاویه به کمک شبکه عصبی طراحی شده است. در نهایت جهت اعتبار سنجی نتایج بهینه سازی، ربات در نرم افزار ADAMS شبیه سازی شده است.

کلیدواژه:

ربات متحرک تغییر شکل پذیر- مدل سازی دینامیکی- الگوریتم ژنتیک- کنترلر غیر خطی- دینامیک کین- شبیه سازی- ساختارهای ارابه- شبکه عصبی- مشاهده گر پایداری

۱- استادیار، دانشکده مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا d-naderi@basu.ac.ir

۲- استادیار، دانشکده مهندسی، گروه برق، دانشگاه بوعلی سینا s_ganjefar@basu.ac.ir

۳- کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا m_mzad83@yahoo.com

۱- مقدمه

حفظ پایداری و مقاومت در برابر واژگونی در زمین های ناهموار باید یکی از ویژگی های اساسی ربات های کاوشگر باشد. واژگونی و عدم کنترل پذیری ناشی از کم شدن اصطکاک میان چرخ ها و زمین منجر به مختوم ماندن کل ماموریت می شود. ربات هایی با قابلیت تغییر شکل سینماتیکی ما را در انجام این ماموریت ها یاری می کند. [۱]. جهت کنترل این ربات ها دینامیک ربات تا حد مقدور نزدیک به حالت واقعی که نیروها و ممان های مبادله شده مابین ارابه و بازو را نیز در نظر بگیرد، لازم است. در [۱] دیوسکی و همکاران در JPL یک SRR را طراحی و ساخته اند و بر روی قابلیت تغییر شکل پذیری سینماتیکی ربات ها در عبور از زمین های ناهموار بحث می کنند. همچنین فقط از تغییر مکان مرکز جرم به شکلی که ارابه در حالت افقی باقی بماند در بهینه سازی پایداری با معیار نیرو-زاویه در حالت شبه استاتیکی استفاده کرده اند.

ربات متحرک بدون قابلیت تغییر شکل پذیری با تعداد نامحدود چرخ و لینک در بازو به همراه قیود غیر هولونومیک در [۲] بررسی شده است. اما استفاده از متغیرهای نامحدود میانی راه حل ارائه شده را به یک حل دستی محدود کرده است. در [۳] حل تحلیلی یک بازوی مکانیکی ثابت سه درجه آزادی فضایی توسط دینامیک کین به کمک تعریف متغیرهای میانی مورد بررسی قرار گرفته است. اما انتخاب دستگاه مختصات های ابتکاری راه حل را از حالت عمومی خارج کرده است. برای گریز از مرز ناپایداری لازم است تا مشاهده گری عصبی طراحی شود تا بتواند بدون وقفه حاشیه پایداری را محاسبه کند. مرجع [۴] از مشاهده گر شبکه عصبی جهت به دست آوردن بلادرنگ نیروی عمودی زیر چرخ ها استفاده می کند.

همچنین زوایای بهینه جهت بهینه سازی پایداری ربات متحرک با ارابه چهار چرخ ساده و بازوی سه درجه آزادی در صفحه و ارابه سه چرخ ساده و بازوی چهار درجه آزادی در فضا بر اساس معیار نیروی عمودی زیر چرخ ها به ترتیب در مراجع [۵] و [۶] توسط الگوریتم ژنتیک به دست آمده و در این مراجع با شبکه عصبی جهت تخمین بلادرنگ این زوایا و در نتیجه ایجاد یک جبرانساز ترکیب شده است. استفاده از معیار نیروی زیر چرخ ها در ربات SRR بهبود یافته امکان پذیر نیست و حتما باید از معیار نیرو-زاویه بهره گرفت. استفاده از دینامیک کین و مشاهده گر پایداری نیرو-زاویه که به صورت دینامیکی و نه استاتیکی طراحی شده است و ساختار متفاوت ربات که دارای دینامیک پیچیده تر برای عبور از موانع و زمین های ناهموار است تفاوت اثر موجود با مراجع [۵] و [۶] است.

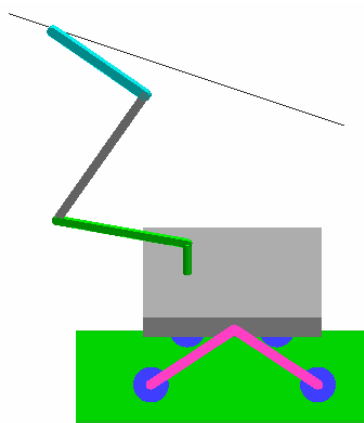
مرجع [۷] به کمک یک مشاهده گر - کنترلر مدار بسته یک ربات دو چرخ را با خطای کمی ردیابی مسیر کرده است و نتایج را به کمک شبیه سازی بررسی نموده است. مرجع [۸] برای جلوگیری از واژگونی ربات متحرک با ارابه شنی دار که یک بازوی سنگین را

حمل می کند از اثرات متقابل دینامیکی بازو و ارابه صرف نظر کرده است و در مقابل تنها به تخمین محل مرکز جرم و بهبود محل آن به کمک تغییر مکان بازو اکتفا کرده است. به عبارت دیگر فقط پایداری استاتیکی را بهبود داده است. در [۹] مرور نسبتا کاملی بر روی انواع روش های تخمین پایداری انجام شده است و در نهایت معیار پایداری نیرو-زاویه برای تخمین پایداری یک لیفتراک انتخاب شده است. برای بالا بردن کارایی یک ربات چرخ دار باید ربات قادر به بلند کردن بیشترین بار با کمترین وزن و اندازه ارابه باشد [۱۰]. مقاله روش ZPM را برای بالا بردن ظرفیت بار و کار بین موانع انتخاب کرده است. عمل تکراری عددی برای یافتن بالاترین پایداری و بیشترین بار با توجه به محدودیت موتورها از جمله گشتاور و جرک انجام شده است. ربات SRR در یک زمین افقی همیشه ارابه خود را موازی سطح زمین حفظ می کند و فقط امکان تغییر ارتفاع را به ارابه خود می دهد. در این مقاله پایداری دینامیکی ربات SRR بهبود یافته به همراه یک درجه آزادی اضافی حاصل از چرخش ارابه به کمک سینماتیک معکوس کامل و الگوریتم ژنتیک بهینه شده و در نرم افزار ADAMS چک شده است. همچنین ساختارهای مختلف ارابه مورد تحلیل و ساختار بهینه تر انتخاب شده است. توانایی افزایش پایداری بدون تغییر ارتفاع ارابه این ربات را قادر به عبور از زمین های ناهموار صخره ای و بوته زارها می کند. حل پارامتری امکان جمع آوری داده لازم جهت طراحی مشاهده گر عصبی، جهت تخمین بلادرنگ پایداری را فراهم می آورد. چنین مشاهده گری امکان یافتن مسیر پایدار جهت انجام ماموریت خاص را با سرعتی بالا فراهم می آورد. همچنین در این مقاله کنترلر غیر خطی برای ربات طراحی شده و بر روی تاثیر ثابت های کنترلر بر معیار پایداری و حد توان موتورها بحث شده است.

در این مقاله هدف اثبات کارا بودن ساختار جدید ربات بهبود یافته است. این ساختار و پایدارتر بودن آن نسبت به ربات SRR و دیگر ربات ها تغییر شکل پذیر تا به حال به علت پیچیدگی مورد تحلیل قرار نگرفته است. استفاده از یک معیار پایداری کارا چون معیار نیرو-زاویه لازم است. امکان بهینه سازی دینامیکی این ربات به کمک الگوریتم ژنتیک باید به اثبات برسد. در صورتی که مرجع [۱] تنها به صورت استاتیکی ربات SRR را پایدار کرده است. همچنین طراحی مشاهده گر پایداری برای کنترلر بلادرنگ ربات های مریخ پیما لازم و امکان طراحی مشاهده گر و کنترلر باید برای یک ربات جدید به اثبات برسد. در نهایت می توان گفت که ربات پیشنهاد شده در این مقاله نسبت به ربات نسل قبل خود دارای قابلیت های بیشتر و امکان ساخت آن به صورت تئوری به اثبات رسیده است.

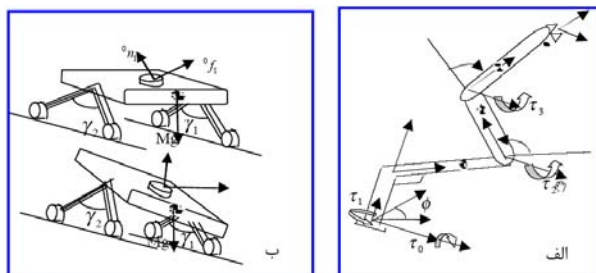
۲- مدل دینامیکی بازوی متحرک

شکل (۱) و شکل (۲) ربات SRR بهبود یافته مجهز به بازوی سه



شکل (۳): ربات SRR بهبود یافته شبیه سازی شده در نرم افزار ADAMS

برای وضوح بیشتر، ارابه در موقعیت‌های مختلف و بازوی سه درجه آزادی به طور مجزا در شکل (۴) آورده شده اند.



شکل (۴): (الف) بازوی مجزا به همراه گشتاورهای فعال (ب) ارابه در حال حرکت در زمین ناهموار در موقعیت‌های مختلف

به جهت رهایی از سینماتیک و دینامیک پیچیده ارابه، آثار سینماتیکی ارابه را به بازو منتقل کرده و سپس اثر دینامیکی متقابل ارابه- بازو را محاسبه می‌کنیم. مختصات $X_0Y_0Z_0$ دارای خصوصیات سینماتیکی زیر است:

$${}^0v_0 = \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^0\omega_0 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, {}^0\dot{\omega}_0 = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

۲-۱- الگوریتم دینامیکی تکراری نیوتن- اویلر

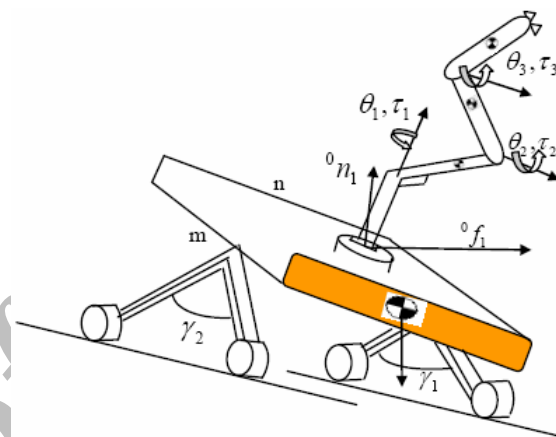
اولین و رایج‌ترین روش دینامیکی مورد استفاده در ربات‌ها روش تکراری نیوتن- اویلر است. مطابق مرجع [۱۱] این روش از دو مرحله تکراری بیرونی و درونی تشکیل شده است. تکرار بیرونی نیوتن- اویلر:

$$i \rightarrow 0 \rightarrow 2$$

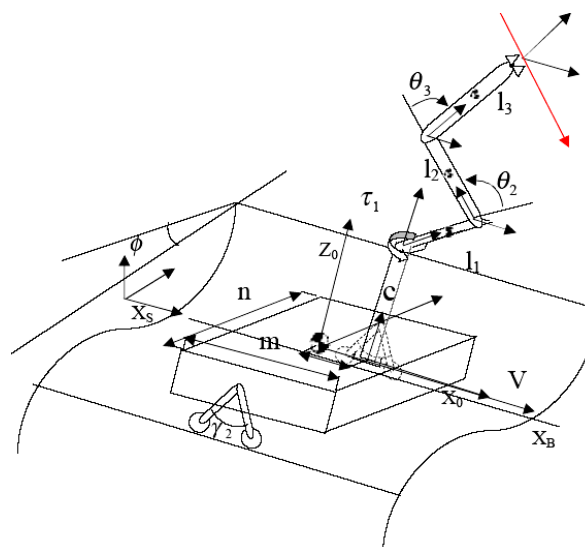
$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{v}_{c_{i+1}} \quad (2)$$

$${}^{i+1}N_{i+1} = {}^{c_{i+1}}I_{i+1} {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} {}^{c_{i+1}}I_{i+1} {}^{i+1}\omega_{i+1}$$

درجه آزادی با یک درجه آزادی اضافی حاصل از چرخش ارابه (ϕ) را نمایش می‌دهد و شکل (۳) شبیه سازی شده ربات SRR بهبود یافته در نرم افزار ADAMS را نشان می‌دهد. در حالی که مجری نهایی سعی در تعقیب یک خط در فضای کاری خود دارد، ارابه با تغییر γ_1 و γ_2 به صورت متقارن پایداری دینامیکی در حین حرکت را حفظ می‌کند. سرعت ارابه (V) ثابت و در راستای X_S است. منحنی زمین نامسطح زیر ارابه از قبل مشخص است.



شکل (۱): ربات SRR بهبود یافته به همراه نیرو و گشتاور متقابل بازو - ارابه و گشتاورهای مفصلی



شکل (۲): ربات SRR بهبود یافته با قابلیت چرخش ارابه حول محور X_S با نمایش اندازه ها و زوایا، ممان های اینرسی، پروفیل زمین و مسیر مجری نهایی

همانطور که در شکل (۱) و شکل (۲) مشاهده می‌شود بازوی مکانیکی به کمک تغییر ساختار ارابه سعی در حفظ تعادل خود به صورت دینامیکی دارد. شکل (۳) مدل شبیه سازی شده این ربات در نرم افزار ADAMS را نشان می‌دهد.

تکرار درونی نیوتن- اوپلر:

$$\tau_i = \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial k}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial k}{\partial \theta_i} + \frac{\partial u}{\partial \theta_i} \right)^i \hat{Z}_i, i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

$$\tau_0 = \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial k}{\partial \dot{\phi}} - \frac{\partial k}{\partial \phi} + \frac{\partial u}{\partial \phi} \right)^0 \hat{X}_0 \quad (7)$$

همانطور که از (۶) برمی آید می توان گشتاورهای موتوری لینک های ۱، ۲ و ۳ را یافت و به کمک (۷) گشتاور بیرونی فعال منتقل شده از ارباب که همان τ_0 است را می توان محاسبه کرد. که u و k به ترتیب کل انرژی جنبشی و کل انرژی پتانسیل بازو می باشند و به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$k = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} m_i v_{ci}^i v_{ci}^i + \frac{1}{2} I_i \omega_i^i \omega_i^i \quad (8)$$

$$u = \sum_{i=1}^3 m_i g h_{ci}$$

۲-۳- الگوریتم دینامیکی کین

استفاده از سرعت های تعمیم یافته در مقابل مختصات تعمیم یافته و نگاه کردن به نیروها و گشتاورهای اینرسی از دیدگاه دالامبری به عنوان نیروها و گشتاورهای خارجی این روش را از دیگر روش ها متمایز کرده است. به کمک دینامیک کین معادلات شتاب گیری مسائلی با قیود هولونومیک و غیرهولونومیک بدون تمایز به معادلاتی برابر تعداد درجات آزادی تبدیل می شوند که از مجموع نیروهای تعمیم یافته فعال و اینرسی بدست می آیند [۱۳]. مشخصات سینماتیکی مرجع صفر مطابق (۱) است. در (۹) حلقه محاسبات سینماتیکی و محاسبه نیروها و گشتاورها اینرسی آورده شده است.

$$i = 0 \rightarrow 2$$

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\omega_{i+1} &= {}^i R^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\ {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} &= {}^{i+1}R^i \dot{\omega}_i + {}^{i+1}R^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} \\ {}^{i+1}v_{i+1} &= {}^{i+1}R ({}^i v_i + \omega_i \times {}^i P_{i+1}) \\ {}^{i+1}v_{ci+1} &= {}^{i+1}v_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1} \\ {}^{i+1}\dot{v}_{i+1} &= {}^{i+1}R ({}^i \dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + \omega_i \times ({}^i \omega_i \times {}^i P_{i+1}) + {}^i \dot{v}_i) \\ {}^{i+1}\dot{v}_{ci+1} &= {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times ({}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1}) + {}^{i+1}\dot{v}_i \\ {}^i \tilde{R}_i &= -m_i {}^i v_{ci} \\ {}^i \tilde{M}_i &= -({}^i I_i {}^i \dot{\omega}_i + {}^i \omega_i \times {}^i I_i {}^i \omega_i) \end{aligned} \quad (9)$$

حال باید سرعت های خطی و زاویه ای جزئی را محاسبه کرد. جهت انجام این عمل از دو حلقه تو در تو استفاده می کنیم.

$$i = 0 \rightarrow 3$$

$$r = 1 \rightarrow 4$$

$${}^i v_r^{ci} = \frac{\partial {}^i v_{ci}}{\partial u_r} \quad (10)$$

$${}^i \omega_r^i = \frac{\partial {}^i \omega_i}{\partial u_r}$$

$$i = 3 \rightarrow 1$$

$${}^i f_i = {}^{i+1}R^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (3)$$

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^{i+1}R^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{ci} \times {}^i F_i + {}^i P_{i+1} \times {}^{i+1}R^{i+1} f_{i+1}$$

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i \hat{Z}_i$$

به خوبی واضح است که تکرار بیرونی از دو قسمت تشکیل شده است. قسمت اول تکرار بیرونی، محاسبه سینماتیک لازم به کمک تبدیلات دناویت - هارتنبرگ است که برای این ربات در جدول (۱) آورده شده است. قسمت دوم تکرار بیرونی محاسبه نیروها و ممان های اینرسی است. پس قسمت دوم تکرار بیرونی و تمامی تکرار درونی به محاسبه دینامیک ربات مربوط می شود.

جدول (۱): پارامترهای دناویت - هارتنبرگ بازو و ارباب

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	C	θ_1
2	90	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3
4	0	L_3	0	0

در این روش جهت در نظر گرفتن نیروی جاذبه می توان به سادگی فرض کرد که مختصات $X_0 Y_0 Z_0$ دارای شتابی به مقدار نشان داده شده در (۴) است، و در عوض نیروی جاذبه را صفر در نظر گرفت.

$${}^0 v_0^* = \begin{bmatrix} 0 \\ g \sin(\phi) \\ g \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (4)$$

۲-۲- الگوریتم دینامیکی لاگرانژ

اساس این روش را اصل بقای مجموع انرژی جنبشی و پتانسیل تشکیل می دهد.

حلقه محاسبات لازم سینماتیکی این روش به قرار زیر است:

$$i = 0 \rightarrow 2$$

$$\begin{aligned} {}_{i+1}^S T &= {}_i^S T {}_{i+1}^i T \\ {}^S h_{ci+1} &= [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] {}_{i+1}^S T \begin{bmatrix} {}^{i+1}P_{ci+1} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}R^i \omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}R ({}^i v_i + \omega_i \times {}^i P_{i+1})$$

$${}^{i+1}v_{ci+1} = {}^{i+1}v_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{ci+1}$$

از آنجایی که بازوی مکانیکی مورد تحلیل ما یک سیستم مکانیکی چهار درجه آزادی هولونومیک (پس از جدا سازی از ارباب) است، مطابق [۱۲] معادلات دینامیکی لاگرانژ به شکل زیر ساده می گردد:

حال باید در ابتدا مقادیر $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ را بر حسب دیگر پارامترها حساب کرد. در حالت کلی داریم:

$${}^S T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \quad (14)$$

$${}^S T \begin{pmatrix} \phi \\ \theta_1 \end{pmatrix} {}^B T \begin{pmatrix} 0 \\ T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_1 \end{pmatrix} {}^2 T \begin{pmatrix} \theta_2 \end{pmatrix} {}^3 T \begin{pmatrix} \theta_3 \end{pmatrix} T$$

پس اگر با توجه به (۱۴)، ماتریس ${}^S T_S$ را به صورت ${}^S T_S(\phi, \theta_1) = [{}^S T \begin{pmatrix} \phi \\ \theta_1 \end{pmatrix}]^{-1} {}^S T$ تعریف کرده و معادله ${}^T T \begin{pmatrix} \theta_2, \theta_3 \end{pmatrix} = {}^2 T \begin{pmatrix} \theta_2 \end{pmatrix} {}^3 T \begin{pmatrix} \theta_3 \end{pmatrix} T$ را مدنظر بگیریم می‌توانیم معادلات زیر را استخراج کنیم.

$$\begin{aligned} {}^T T_S(1,4) &= c_\phi s_1 P_y + s_\phi s_1 P_z - s_\phi s_1 z - c_1 v t - c_1 e + c_1 P_x \\ {}^T T_S(2,4) &= s_1(vt + e - P_x) + c_1(c_\phi P_y + s_\phi P_z - s_\phi z) \\ {}^T T_S(3,4) &= -s_\phi P_y + c_\phi P_z - c_\phi z - c \\ {}^T T(1,4) &= l_1 + l_2 c_2 + l_3 c_{23} \\ {}^T T(2,4) &= 0 \\ {}^T T(3,4) &= l_2 s_2 + l_3 s_{23} \end{aligned} \quad (15)$$

با توجه به معادله ${}^T T_S(2,4) = {}^T T(2,4)$ می‌توان θ_1 را از فرمول زیر به دست آورد

$$\theta_1 = \text{atan2}(c_\phi P_y + s_\phi P_z - s_\phi z, -vt - e + P_x) \quad (16)$$

حال با انجام عملیات‌های ریاضی زیر θ_3 را می‌یابیم.

$$\theta_3 = \text{atan2}(\pm \sqrt{1 - c_3^2}, c) \quad (17)$$

حال به کمک معادله ${}^T T_S(3,4) = {}^T T(3,4)$ می‌توان θ_2 را از فرمول زیر به دست آورد.

$$\theta_2 = \text{atan2}(l_3 s_3, -l_3 c_3 - l_2) - a \tan 2({}^T T_S(3,4), \sqrt{l_2^2 + l_3^2 + 2l_2 l_3 c_3 + l_3^2 s_3^2 - \{{}^T T_S(3,4)\}^2}) \quad (18)$$

به منظور محاسبه $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ از اصل دیفرانسیل کامل و مشتق زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم و در این میان برای ساده سازی، ماتریس ژاکوبین فضای دکارتی به فضای مفصلی بازو را تعریف می‌کنیم. برای محاسبه $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ از فرمول محاسبه $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ به صورت مستقیم مشتق می‌گیریم.

سپس باید نیروهای تعمیم یافته فعال و اینرسی را یافت که به روش زیر محاسبه می‌شوند.

$$\begin{aligned} r &= 1 \rightarrow 4 \\ F_r &= \sum_{i=1}^3 ({}^i \omega_i)^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{r}_i \end{pmatrix} + ({}^0 \omega_0)^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{r}_{i+1} \end{pmatrix} + ({}^0 \omega_0)^T \begin{pmatrix} \mathbf{r}_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + ({}^{i+1} \omega_i)^T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\mathbf{r}_{i+1} \end{pmatrix} \\ F_r^* &= \sum_{i=0}^3 ({}^i v_r^{ci})^T {}^i \tilde{R}_i + ({}^i \omega_i)^T {}^i \tilde{M}_i \end{aligned} \quad (11)$$

با در نظر گرفتن ${}^0 v_0$ مطابق (۴) اثر نیروی فعال خارجی وزن را در قالب ${}^i \tilde{R}_i$ می‌توان مشاهده کرد و دیگر لازم به محاسبه آن‌ها به طور مجزا نیست. در آخر معادلات شتاب‌گیری به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$F_r + F_r^* = 0, r = 1, 2, 3, 4 \quad (12)$$

می‌توان از (۱۲) به ازاء $r = 1, 2, 3$ ، گشتاورهای موتور لینک‌های ۱، ۲ و ۳ را یافت و به ازاء $r = 4$ ، گشتاور بیرونی فعال منتقل شده از ارباب (τ_0) را محاسبه کرد.

۳- سینماتیک معکوس

از آنجاییکه تنها موقعیت مجری نهایی و نه جهت گیری آن برای یک ربات تعقیب مسیر اهمیت دارد لذا تنها سه متغیر از چهار متغیر $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \phi$ به همراه مشتقاتشان را می‌توان به کمک سینماتیک معکوس حساب کرد. لذا زاویه چرخش ارباب را درجه آزادی اضافی در نظر می‌گیریم و از آن، جهت بهینه سازی بهره می‌بریم. پس با مفروض بودن ϕ و مشتقات آن می‌توانیم $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ و همچنین مشتقات آن‌ها را محاسبه کنیم.

حال فرض کنید مجری نهایی روی خطی با کسینوس‌های هادی $c_\gamma, c_\beta, c_\alpha$ به ترتیب نسبت به محورهای X_S, Y_S و Z_S با سرعت ثابت v در حال حرکت است. پس اگر موقعیت مجری نهایی در دستگاه مختصات اینرسی را با بردار $\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$ نمایش دهیم می‌توان بردار موقعیت و سرعت مجری نهایی را به شکل زیر نمایش داد.

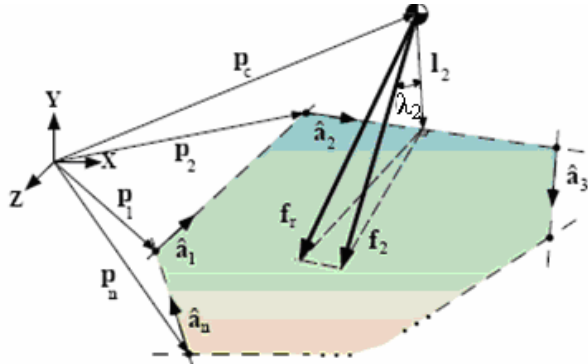
$$\vec{P} = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} vtc_\alpha + P_{x0} \\ vtc_\beta + P_{y0} \\ vtc_\gamma + P_{z0} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

$$\vec{v} = v(c_\alpha, c_\beta, c_\gamma)$$

که بردار $\vec{P}_0 = (P_{x0}, P_{y0}, P_{z0})$ موقعیت اولیه مجری نهایی در زمان صفر است.

۴- معیار پایداری نیرو- زاویه [۱۴]

حالت سه بعدی این معیار در شکل (۶) نمایش داده شده است.



شکل (۶): حالت سه بعدی معیار نیرو- زاویه [۱۰]

این معیار از هندسه کامل ربات و محورهای واژگونی حاصل از نقاط اتکای ربات بر روی زمین بهره کامل می برد. این معیار کلیه نیروها و گشتاورهای وارده به ربات از جمله اینرسی، ثقلی، مبادله شده مابین بازو و اربابه و اغتشاشات خارجی را به صورت یک بردار نیروی f_r روی مرکز ثقل اربابه مدل می کند. مولفه های این نیرو در صفحات عمود بر محور واژگونی (f_i^*) با بردارهایی که بر محور واژگونی عمودند و از مرکز ثقل می گذرند (I_i) زوایای λ_i را تشکیل می دهند. حال این معیار را برای هر لبه واژگونی می توان به شکل زیر تعریف کرد.

$$a_i = \lambda_i \|f_r\| \quad (21)$$

p_i ها بردار موقعیت نقاط تماس و p_c بردار موقعیت مرکز جرم سیستم می باشد. از (۲۲)، بردار محورهای واژگونی (a_i) بدست می آید.

$$\begin{aligned} a_i &= p_{i+1} - p_i \\ a_n &= p_1 - p_n \end{aligned} \quad (22)$$

و بردار گذرنده از مرکز جرم و عمود بر محور واژگونی (a_i) بصورت زیر تعریف می شود:

$$I_i = (1 - \hat{a}_i \hat{a}_i^T)(p_{i+1} - p_c) \quad (23)$$

که در آن \hat{a}_i بردار یکه محورهای واژگونی می باشد. نیروها و ممان های عمل کننده روی اربابه بصورت زیر می باشند:

$$\begin{aligned} f_r &= \sum (f_{grav} + f_{manip} + f_{dist} - f_{inertial}) = -f_{support} \\ n_r &= \sum (n_{grav} + n_{manip} + n_{dist} - n_{inertial}) = -n_{support} \end{aligned} \quad (24)$$

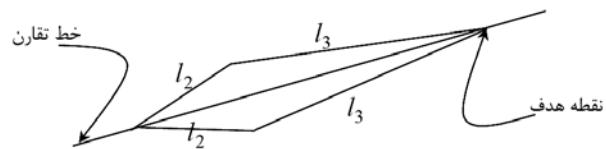
$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{Bmatrix} &= J^{-1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \begin{bmatrix} \bar{v} - \frac{\partial \bar{P}}{\partial \phi} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{Bmatrix} &= J^{-1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \begin{bmatrix} \bar{v} - \frac{\partial \bar{P}}{\partial \phi} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \\ & J^{-1}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \left[\bar{v} - \frac{\partial \bar{P}}{\partial \phi} \ddot{\phi} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \dot{\phi}} \right) \dot{\phi} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

در این معادلات $J = \frac{\partial \bar{P}}{\partial (\theta_1, \theta_2, \theta_3)}$ ژاکوبین فضای دکارتی به فضای مفصلی بازو است.

یافتن فضای کاری و اینکه آیا مجری نهایی می تواند در مسیر از قبل تعیین شده با توجه به سرعت اربابه حرکت کند یا نه به کمک سینماتیک معکوس امکانپذیر می شود. در انجام محاسبات تنها یک θ_1 حاصل می شود اما در یافتن θ_3 دو زاویه محاسبه می شود و هر کدام از این زوایا بعلاوه θ_1 ، دو زاویه در محاسبه θ_2 حاصل می کنند. پس چهار زاویه برای θ_2 حاصل می شود. اما از میان دو زاویه محاسبه شده θ_2 برای هر یک از دو مقدار θ_3 تنها یکی می تواند اعتبار داشته باشد. علت آن به ماهیت روش محاسباتی بر می گردد. می توان به دو مجموعه از زوایای قابل قبول به صورت زیر دست یافت.

$$\begin{cases} \theta_1, \theta_2(1), \theta_3(1) \\ \theta_1, \theta_2(2), \theta_3(2) \end{cases} \quad (20)$$

حالاتی در محاسبه θ_3 وجود دارد که به $\cos(\theta_3)$ خارج از محدوده $[-1, 1]$ می رسیم که در این صورت اصلاً نمی توان مجموعه ای از زوایای مفصلی را محاسبه کرد که نتیجه آن است که مجری نهایی از فضای کاری ربات خارج شده است. اما اگر θ_3 قابل محاسبه باشد حتماً θ_2 نیز قابل محاسبه است. که علت آن در این است که در یک زاویه مشخص θ_1 دو لینک آخر برای رسیدن به یک نقطه دو مثلث متشابه و متقارن را مانند شکل (۵) می توانند تشکیل دهند.



شکل (۵): دو موقعیت دسترسی به یک نقطه از فضا توسط لینک های ۲ و ۳ در حالت ثابت بودن لینک اول و اربابه

پس می توان با توجه به توالی نقاط ردیابی، زوایای مناسب مفصلی را از میان این دو مجموعه انتخاب کرد. همچنین خروج مجری نهایی از فضای کاری را نیز می توان تعیین کرد.

$$\sigma_i = \begin{bmatrix} +1 & (\hat{I}_i \times \hat{f}_i^*) \cdot a_i < 0 \\ -1 & \text{در غیر اینصورت} \end{bmatrix} \quad (27)$$

حال معیار نیرو- زاویه بصورت کلی طبق فرمول زیر بدست می‌آید:

$$\alpha = \min(\lambda_i) \|f_r\| \quad i = \{1, \dots, n\} \quad (28)$$

حداقل مقدار α_i ها (α) حاشیه پایداری است. مقدار مثبت α پایداری و مقدار منفی آن عدم پایداری و در نتیجه واژگونی را نشان می‌دهد. واژگونی زمانی رخ می‌دهد که α برابر صفر شود.

۵- ساختار ارابه و تاثیر آن بر پایداری

در این بخش به بررسی تاثیر ساختار ارابه بر پایداری می‌پردازیم. در تمامی ساختارهای مورد بحث فرض بر آن است که تایرها همیشه با زمین در تماسند و از زمین بلند نمی‌شوند. همچنین ارتفاع مرکز جرم ارابه ثابت و دو زاویه γ_1 و γ_2 به صورت متقارن کم و زیاد می‌شوند. همچنین زمین زیر ارابه یک پروفیل کامل توسعه یافته در جهت حرکت ارابه است.

اگر تغییرات شیب زیر تایرها برای حالتی که تابع زمین زیر ارابه یک پروفیل کامل توسعه یافته است بر اثر باز و بسته شدن تایرها در جهت عمود به راستای حرکت ارابه کم باشد (یعنی بر اثر چرخش ارابه تایرها به سمت داخل و خارج کشیده شوند) آنگاه می‌توان زمین زیر ارابه را یک سطح شیب دار فرض کرد و از همان محاسبات انجام گرفته برای سطوح شیب دار در ساختارهای مختلف بهره گرفت. در غیر این صورت باید کمی تغییرات در معادلات ایجاد کرد. در این حالت ساختاری که همیشه بازوی تایرها بر سطح زمین عمود باشند کمی غیر منطقی است زیرا اگر شیب سطوح قرار گرفته زیر جفت تایر سمت چپ با جفت تایر سمت راست فرق داشته باشد آنگاه بازوهای آن‌ها نمی‌توانند حالت موازی خود را حفظ کنند. پس جزء این حالت دو حالت دیگر را به حالت عمومی بسط می‌دهیم.

همانطور که در شکل (۸) مشاهده می‌شود ساختار اول حالتی است که بازوهای تایرها همیشه بر شاسی ارابه عمود است. در این حالت تنها در حالتی که γ_1 و γ_2 با هم برابرند بازوی تایرها هم بر زمین (به شرطی که زمین یک سطح شیب دار باشد) و هم بر شاسی عمودند و در غیر این صورت بر زمین زیر ارابه و یا سطح افق عمود نیستند. با چرخش ارابه بر اثر باز و بسته شدن اکسل‌ها، تایرها در جهت جانبی بر روی زمین کشیده می‌شوند. کشیده شدن جانبی تایرها بر روی زمین باعث پیچیده شدن تحیل ارابه به کمک دینامیک نیوتن می‌شود. برای یافتن رابطه زوایای γ_1 و γ_2 با ϕ و همچنین یافتن مختصات نقاط اتکای چرخ‌ها با زمین که لازمه یافتن محورهای واژگونی برای محاسبه معیار نیرو - زاویه است از

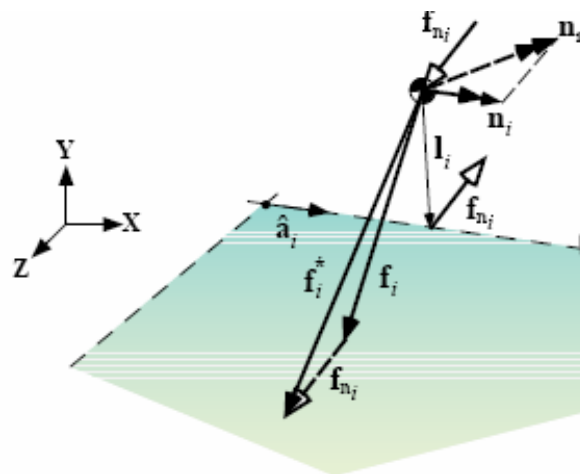
$f_{inertial}$ و $n_{inertial}$ نیروها و ممان‌های اینرسی، f_{grav} و n_{grav} نیرو و ممان‌های ثقلی، f_{manip} و n_{manip} نیروها و ممان‌های منتقل شده از طرف بازو و f_{dist} و n_{dist} نیروها و ممان‌های اغتشاشات خارجی عمل کننده روی سیستم می‌باشند. از مقادیر f_r و n_r ، نیرو و ممان‌های عمل کننده بر روی هر محور واژگونی بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} f_i &= (1 - \hat{a}_i \hat{a}_i^T) f_r \\ n_i &= \hat{a}_i \hat{a}_i^T n_r \end{aligned} \quad (24)$$

از آنجا که معیار نیرو - زاویه فقط شامل نیرو است، به جای n_i وارد به مرکز جرم یک جفت کوپل نیرو قرار می‌دهیم. مطابق شکل (۷) یکی از نیروها از مرکز ثقل سیستم و دیگری از محور واژگونی a_i می‌گذرد و اثر نیروی کوپل بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} f_{n_i} &= \frac{\hat{I}_i \times n_i}{\|\hat{I}_i\|} \\ f_i^* &= f_i + f_{n_i} \end{aligned} \quad (25)$$

\hat{I}_i بردار بیکه بردار I_i می‌باشد.

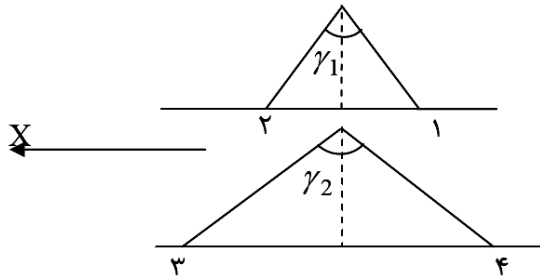


شکل (۷): نیروی معادل کوپلی، جایگزین ممان n_i [۱۰]

حال اگر \hat{f}_i^* بردار بیکه نیروی کلی وارده باشد. ما می‌توانیم زاویه بین \hat{f}_i^* و \hat{I}_i را مطابق رابطه زیر بدست می‌آوریم:

$$\lambda_i = \sigma_i \cos^{-1}(\hat{f}_i^* \cdot \hat{I}_i) \quad i = \{1, \dots, n\} \quad (26)$$

$\pi \leq \lambda_i \leq -\pi$ بوده و علامت آن توسط ضریب σ_i بدست می‌آید.

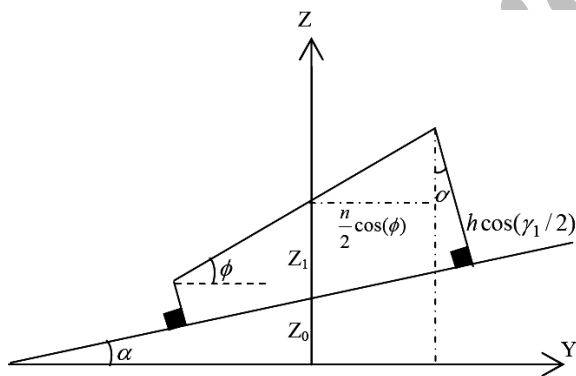


شکل (۹): دید از جانب اربابه

از هر یک از دو رابطه (۳۱) می‌توان رابطه دو زاویه γ_1 و γ_2 با چرخش اربابه در حالتی که مرکز جرم اربابه ثابت است را بدست آورد:

$$\gamma_1 = 2 \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\alpha) \times (\pm 0.5n \sin(\phi) \mp 0.5n \cos(\phi) \tan(\alpha) + z - z_0)}{h \cos(\phi - \alpha)} \right) \quad (31)$$

حالت دوم حالتی است که بازوی تایرها همیشه بر زمین زیر اربابه عمود است. مزیت این حالت آن است که همیشه تایرها به طور کامل با زمین تماس دارند و امکان لغزش و خارج شدن ربات از کنترل کم می‌شود. این حالت در شکل (۱۰) دیده می‌شود.



شکل (۱۰): اربابه‌ای که تایرها همیشه بر سطح زمین عمود است.

در این حالت مختصات x و z نقاط تماس مطابق ساختار قبلی است و از (۳۰) و (۲۹) حاصل می‌شوند. اما y نقاط تماس از فرمول زیر حاصل می‌شوند.

$$P_{y1,2} = \frac{n}{2} \cos(\phi) + h \cos\left(\frac{\gamma_1}{2}\right) \sin(\alpha) \quad (32)$$

$$P_{y3,4} = -\frac{n}{2} \cos(\phi) + h \cos\left(\frac{\gamma_2}{2}\right) \sin(\alpha)$$

رابطه مابین دو زاویه γ_1 و γ_2 با چرخش اربابه در حالتی که مرکز جرم اربابه ثابت است را می‌توان به کمک روابط هندسی زیر یافت.

هندسه ربات مطابق شکل (۸) و شکل (۹) بهره می‌گیریم. با استفاده از هندسه ربات مختصات نقاط تماس تایرها با زمین به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} P_{x1} &= Vt - xmc - h \sin\left(\frac{\gamma_1}{2}\right) \\ P_{x2} &= Vt - xmc + h \sin\left(\frac{\gamma_1}{2}\right) \\ P_{x3} &= Vt - xmc + h \sin\left(\frac{\gamma_2}{2}\right) \\ P_{x4} &= Vt - xmc - h \sin\left(\frac{\gamma_2}{2}\right) \end{aligned} \quad (30)$$

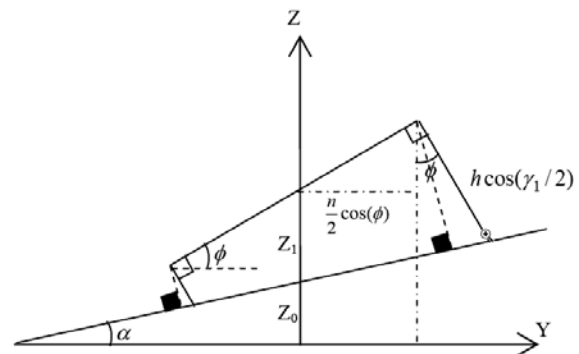
$$\begin{aligned} P_{y1,2} &= \frac{n}{2} \cos(\phi) + h \cos\left(\frac{\gamma_1}{2}\right) \sin(\phi) \\ P_{y3,4} &= -\frac{n}{2} \cos(\phi) + h \cos\left(\frac{\gamma_2}{2}\right) \sin(\phi) \end{aligned} \quad (31)$$

$$P_{z1,2,3,4} = |P_{y1,2,3,4}| \tan(\alpha) \quad (29)$$

حال به کمک دو رابطه هندسی زیر می‌توان رابطه زوایای باز و بسته شدن بازوی تایرها با چرخش اربابه را یافت.

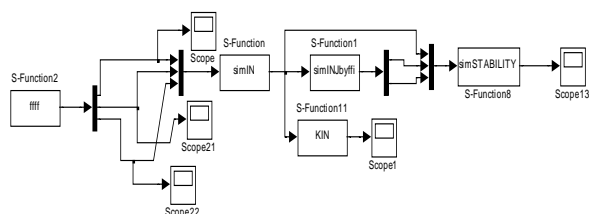
$$\begin{aligned} z_1 = z - z_0 &= \frac{h \cos\left(\frac{\gamma_1}{2}\right) \cos(\phi - \alpha)}{\cos(\alpha)} + \\ &\frac{n}{2} \cos(\phi) \tan(\alpha) - \frac{n}{2} \sin(\phi) \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} z_1 = z - z_0 &= \frac{h \cos\left(\frac{\gamma_2}{2}\right) \cos(\phi - \alpha)}{\cos(\alpha)} - \\ &\frac{n}{2} \cos(\phi) \tan(\alpha) + \frac{n}{2} \sin(\phi) \end{aligned}$$



شکل (۸): اربابه‌ای که رابط تایرها همیشه بر شاسی عمود

محاسبه معیار پایداری نیرو- زاویه حول چهار محور واژگونی را در تمامی حالات بدست آورده ایم. پس در شیب‌های مختلف زمین و حالات اولیه متفاوت می‌توان میزان پایداری هر یک را محاسبه کرد. برای این منظور در نرم افزار MATLAB نمودار بلوک دیاگرام زیر را تدارک می‌بینیم.



شکل (۱۲): نمودار بلوک دیاگرام تدارک دیده شده در MATLAB جهت محاسبه معیار پایداری نیرو-زاویه

S- function های آن عبارتند از:

ffff: محاسبه کننده $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}$

imIN: محاسبه کننده $\theta_3, \theta_2, \theta_1$ به کمک سینماتیک معکوس

simINbyffi: محاسبه کننده $\dot{\theta}_3, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_1$ و $\ddot{\theta}_3, \ddot{\theta}_2, \ddot{\theta}_1$

KIN: محاسبه کننده موقعیت مجری نهایی که فقط جهت چک کردن سینماتیک معکوس آمده است.

imSTABILITY: محاسبه کننده معیار پایداری نیرو- زاویه حول چهار محور واژگونی که در هر یک از ساختارهای ارابه، m-file حاوی آن تغییراتی می‌کند.

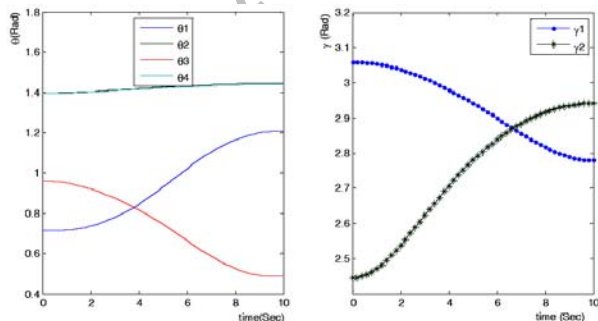
برای تحلیل عددی فرض می‌کنیم خط هدف با محورهای X، Y و Z زوایای $\pi/6, \pi/3, \pi/2$ را می‌سازد.

همچنین موقعیت هندسی ارابه و ارتفاع آن مطابق جدول زیر است.

جدول (۲): مشخصات هندسی سطح شیب دار و ابعاد و موقعیت هندسی ارابه

$z=0.44$	$z_0=0.3$	$xm_c=0$	$m=0.5$	$n=0.3$	$h=1$	$\alpha = \pi/12$
----------	-----------	----------	---------	---------	-------	-------------------

که زاویه شیب سطح شیب دار است. بقیه ابعاد هندسی ربات در جدول (۳) آمده است.



نمودار (۱): راست- تغییرات زوایای γ_1, γ_2 بر حسب زمان. چپ- معیار پایداری حول چهار محور واژگونی در حالت عمود بودن رابطها بر ارابه

$$z_1 = z - z_0 = \frac{h \cos(\frac{\gamma_1}{2})}{\cos(\alpha)} + \frac{n}{2} \cos(\varphi) \tan(\alpha) - \frac{n}{2} \sin(\varphi) \quad (33)$$

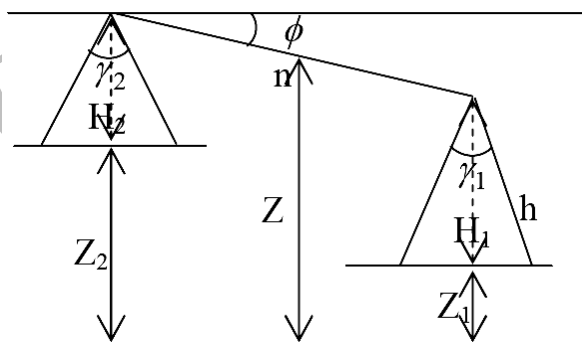
$$z_1 = z - z_0 = \frac{h \cos(\frac{\gamma_2}{2})}{\cos(\alpha)} - \frac{n}{2} \cos(\varphi) \tan(\alpha) + \frac{n}{2} \sin(\varphi)$$

که با ساده سازی می‌توان رابطه دو زاویه γ_1 و γ_2 با چرخش ارابه را به صورت زیر یافت:

$$\gamma_1 = 2 \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\alpha) \times (0.5n \sin(\varphi) - 0.5n \cos(\varphi) \tan(\alpha) + z - z_0)}{h} \right)$$

$$\gamma_2 = 2 \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\alpha) \times (0.5n \sin(\varphi) + 0.5n \cos(\varphi) \tan(\alpha) + z - z_0)}{h} \right) \quad (34)$$

اما حالت نهایی حالتی است که بازوی تایرها همیشه به سطح افق عمود باشند. شکل شماتیک این حالت در شکل (۱۱) نمایش داده شده است.



شکل (۱۱): ارابه‌ای که تایرها همیشه بر سطح افق عمود

$$\gamma_1 = 2 \cos^{-1} \left(\frac{z_0 - \frac{n}{2} \sin(\varphi)}{h} \right) \quad (35)$$

$$\gamma_2 = 2 \cos^{-1} \left(\frac{z_0 + \frac{n}{2} \sin(\varphi)}{h} \right)$$

مختصات نقاط تماس به صورت زیر خواهد بود.

$$P_1 = [Vt - xmc - h \sin(0.5\gamma_1), 0.5n \cos(\varphi), 0.5n \cos(\varphi) \tan(\alpha)]$$

$$P_2 = [Vt - xmc + h \sin(0.5\gamma_1), 0.5n \cos(\varphi), 0.5n \cos(\varphi) \tan(\alpha)]$$

$$P_3 = [Vt - xmc + h \sin(0.5\gamma_1), -0.5n \cos(\varphi), -0.5n \cos(\varphi) \tan(\alpha)] \quad (36)$$

$$P_4 = [Vt - xmc - h \sin(0.5\gamma_1), -0.5n \cos(\varphi), -0.5n \cos(\varphi) \tan(\alpha)]$$

حال که هندسه نقاط تماس و رابطه بین زوایای γ_1 و γ_2 با چرخش ارابه را در همه حالات بدست آوردیم زمینه لازم برای

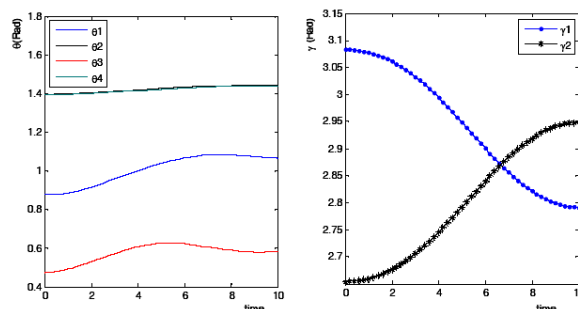
۳ بسیار زیاد است که البته قابل پیش بینی هم بود. ولی اختلاف زیادی با ساختار اول در مینیمم پایداری مشاهده نمی شود. همانطور که گفته شد حالت عمود بودن رابطها بر پایه که وزن به صورت لنگری سعی در واژگونی کل سیستم دارد باز از حالت عمود بودن پایه ها بر زمین وضعیت واژگونی بهتری دارد که البته در حالت عمود بودن تایرها بر زمین نیز وزن نقش خود را به عنوان یک لنگر واژگونی حول محور ۳ بازی می کند.

ولی حالت نهایی را با مشاهده نمودار (۳) تحلیل می کنیم. مطابق این نمودار مینیمم پایداری در زمان انتهایی حرکت و برابر $0/27$ است باز تغییر محور واژگونی در این حالت مشاهده می شود یکی از علل آن شیب کم سطح شیب دار است که در نتیجه آن اثرات نیروها و ممان های اینرسی بر وزن غالب شده است. با این حال با اینکه در این حالت وزن در موقعیت درونی تر نسبت به مثلث مرکز جرم- محوره های عمود بر محوره های واژگونی ۱ و ۳ است ولی پایداری نسبت به بقیه حالات کمتر است. همانطور که گفته شد. شاید بتوان یک پیش بینی کلی از وضعیت پایداری ساختارهای مختلف انجام داد ولی ماهیت دینامیکی این ربات بر حالت استاتیکی آن برتری دارد و پیش بینی حالات دینامیکی کمی مشکل است. اما همانطور که گفته شد خیلی منطقی و عملی نیست که بتوان ارابه را به شکلی ساخت که تایرها همیشه بر زمین عمود باشند. زیرا با چرخش ارابه و کشیده شدن تایرها به داخل اگر شیب سطح زیر جفت تایرهای سمت چپ با راست یکی نباشد لینک تایرهای سمت چپ و راست از حالت موازی خارج می شوند.

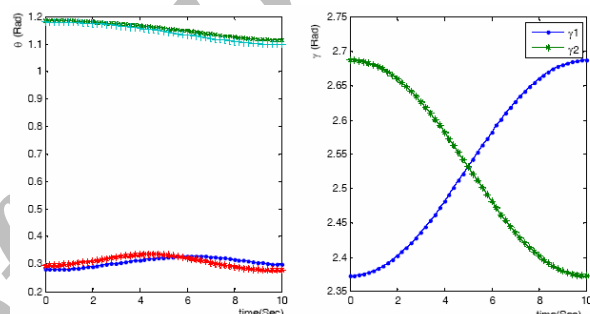
۶- استراتژی تغییر ساختار بهینه

بهینه تغییر ساختار ربات به شکلی که ربات ماکزیمم پایداری را از نظر معیار نیرو-زاویه دارا باشد در قالب تعیین مسیر جهت چرخش ارابه نمایان می شود. بهینه سازی پایداری به کمک درجه آزادی اضافی ϕ حاصل از چرخش ارابه صورت می گیرد. منحنی تغییرات ϕ نسبت به زمان به پنج قسمت تقسیم می شود و با توجه به قیود سرعت و شتاب صفر ارابه در لحظه حرکت یک منحنی درجه هفت جهت برازش منحنی تغییرات ϕ نسبت به زمان به کار گرفته می شود.

سرعت و شتاب ϕ در این پنج نقطه از زمان به وسیله این منحنی محاسبه می شود. سپس با توجه به معلوم بودن ϕ و مشتقاتش و همچنین موقعیت مجری نهایی در مسیر از قبل معلوم شده فضایی، به کمک سینماتیک معکوس $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ و همچنین مشتقات آنها را محاسبه می کنیم. حال همه چیز برای محاسبه معیار نیرو-زاویه در کل مسیر آماده است. به کمک الگوریتم ژنتیک نقاط بهینه محاسبه می شوند که اولاً محدود به $-\pi/3 \leq \phi \leq \pi/3$ باشد ثانیاً در هیچ نقطه از مسیر معیار منفی نشود و انگرال زیر منحنی معیار



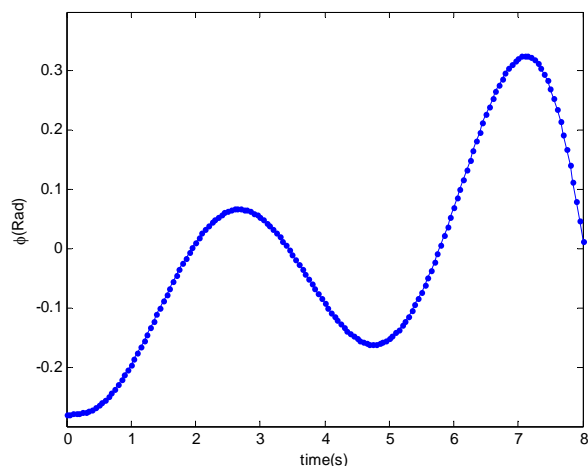
نمودار (۲): راست- تغییرات زوایای γ_1, γ_2 بر حسب زمان. چپ- معیار پایداری حول چهار محور واژگونی در حالت عمود بودن رابطها بر زمین



نمودار (۳): راست- تغییرات زوایای γ_1, γ_2 بر حسب زمان. چپ- معیار پایداری حول چهار محور واژگونی در حالت عمود بودن رابطها بر سطح افق

اگرچه تحلیل های ارائه شده در بالا بر اساس مشاهدات تئوری و عددی صورت گرفته ولی هندسه ربات پیچیده تر از آن است که بتوان با تحلیل های ساده پایداری ربات را پیش بینی کرد. حرکت چرخشی ارابه تحلیل این ربات را پیچیده کرده است. اثرات دینامیکی این چرخش بر کل سیستم بازوها تاثیر می گذارد. کلیه بازوها با چرخش ارابه می چرخند و این یعنی تشدید اثرات دینامیکی. با این حال همانطور که در نمودار (۱) مشاهده می شود کمترین میزان پایداری در زمان ده ثانیه و برابر $0/47$ است. با نگاهی به هندسه و موقعیت ارابه می توان دریافت که واژگونی در حالت عمومی باید حول محور ۳ انجام گیرد. اما باز می بینیم که در ابتدا این محور ۱ است که در معرض تهدید واژگونی است! البته این خود می تواند نشان دهنده خصوصیت این هندسه باشد یعنی با گذشت زمان می توان محور واژگونی را تغییر داد.

این خود می تواند محرکی برای بحث پیرامون جبران سازی این ساختار باشد یعنی می توان به کمک چرخش ارابه محور واژگونی را تغییر داد این به ما کمک می کند که با تغییر این محور رباتی را که از زمین بر روی یک محور بلند شده سریع تر به حالت اولیه بازگرداند. با این حال با گذشت زمان باز محور حساس به واژگونی همان محور ۳ می شود. مطابق نمودار (۲) کمترین مقدار پایداری در زمان صفر رخ می دهد جایی که معیار نیرو-زاویه برابر است با $0/49$. باز محور ۳ محور اصلی واژگونی است. فاصله محوره های ۲ و ۴ از محور



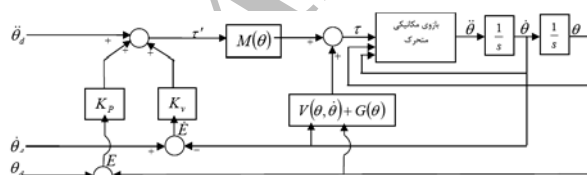
نمودار (۴): تغییرات بهینه چرخش اربابه نسبت به زمان

همانطور که در نمودار (۴) مشاهده می‌شود یک منحنی درجه ۷ از میان نقاط عبور کرده است که در ابتدای حرکت در زمان صفر خط مماس بر منحنی، خطی افقی است یعنی شرایط مرزی را کاملاً ارضا کرده است.

۷- شبیه سازی کنترلر غیر خطی در MATLAB

کنترلر غیر خطی طراحی شده، کنترلر خطی ساز بر اساس مدل وارون ربات است و در MATLAB شبیه سازی شده است. مدل وارون ربات بر اساس مدل کامل دینامیکی ربات، مدل شده است. نمودار بلوک دیاگرام کنترلر در شکل (۱۳) نشان داده شده است. ربات به فرم کامل دینامیکی $\ddot{\theta} = M^{-1}(\theta)[\tau - V(\theta, \dot{\theta}) - G(\theta)]$ در این نمودار مدل شده است.

نمودارهای نمودار (۵)، نمودار (۶)، نمودار (۷) و نمودار (۸)، به ترتیب \vec{P} ، \vec{V} و $\vec{\tau}$ و معیار نیرو-زاویه حول هر محور واژگونی را نشان می‌دهند.



شکل (۱۳): نمودار بلوک دیاگرام کنترلر غیر خطی ربات

زاویای اولیه مفصلی در زمان صفر در بلوک‌های انتگرال گیر بر اساس (۴۰) تنظیم شده است.

$$\theta(0) = \theta_0, \dot{\theta}(0) = \dot{\theta}_0 \quad (40)$$

نیرو- زاویه ماکزیمم باشد.

الگوریتم ژنتیک از اصل طبیعی بقا بر اساس شایستگی الگو برداری شده است. با در نظر گرفتن متغیرهای مستقل به عنوان یک فرد در یک نسل و مولفه‌های آن به عنوان کروموزوم و همچنین مقدار تابع شایستگی (تابع هدف) وابسته به هر فرد به عنوان شایستگی، مدلی مجازی از نسل، افراد، کروموزوم و شایستگی افراد ایجاد می‌کند. ازدواج افراد با یکدیگر، تولید بچه و جهش در کروموزوم افراد و در نهایت بقای افراد شایسته اساس کار این روش بهینه سازی است. خصوصیات الگوریتم به کار گرفته شده جهت بهینه سازی به شکل زیر است:

$$-\pi/3 \leq \phi \leq \pi/3$$

تعداد افراد هر نسل = ۲۰،

تعداد کروموزوم افراد = ۶،

کل نسل‌ها = ۳۰۰،

ضریب تقاطع = متغیر از ۰/۵ تا ۰/۸ جهت یافتن بهینه سراسری

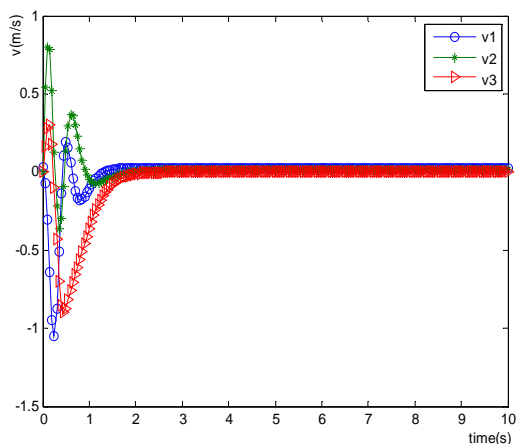
تغییرات ضریب تقاطع ما بین ۰/۵ تا ۰/۸ با توجه به روند تغییرات بهینه سازی جهت یافتن بهینه سراسری به الگوریتم اعمال شده است.

تغییرات بهینه چرخش اربابه نسبت به زمان برای ربات SRR بهبود یافته ای که مشخصات سینماتیکی و هندسی آن مطابق جدول (۳) و مشخصات هندسی سطح شیب دار و ابعاد و موقعیت هندسی اربابه مطابق جدول (۲) است، به کمک الگوریتم ژنتیک بدست آمد.

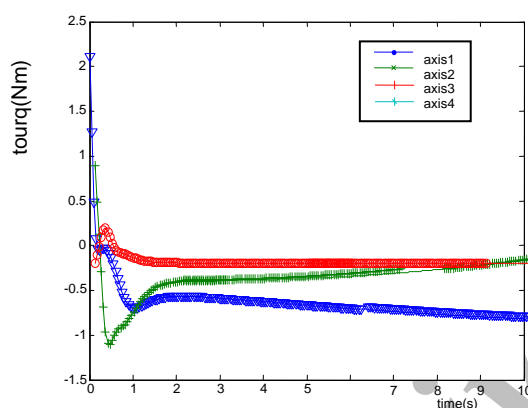
جدول (۳): پارامترهای معلوم و مفروض هندسی و سینماتیکی ربات

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
Px_0	0 m	M	5 Kg	*	*
Py_0	0 m	m_1	0.1 Kg	c	0.1 m
Pz_0	0.1 m	m_2	0.3 Kg	z	0.44 m
α	$\pi/6$ Rad	m_3	0.2 Kg	L_1	0.31 m
β	$\pi/3$ Rad	V	0.03 m/s	L_2	0.42 m
γ	$\pi/2$ Rad	v	0.03 m/s	L_3	0.25 m

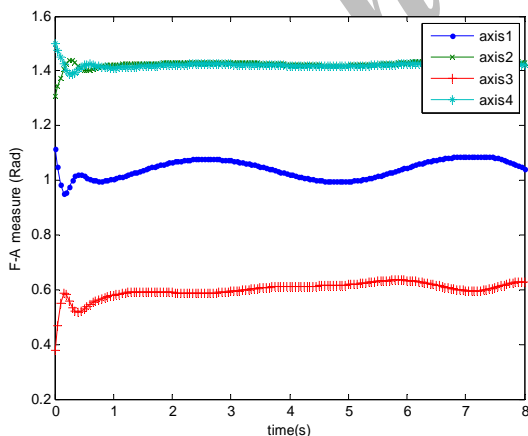
روند تغییرات زاویه بهینه چرخش اربابه مطابق نمودار (۴) است. که α زاویه شیب سطح شیب دار است.



نمودار (۴): سرعت مجری نهایی در طول زمان شبیه سازی



نمودار (۵): گشتاور راه اندازها در طول زمان شبیه سازی



نمودار (۸): معیار نیرو- زاویه بهینه حول هر محور واژگونی در طول زمان شبیه سازی

با توجه به شکل (۱۳)، $\tau' = \ddot{\theta}_d + K_v \dot{E} + K_p E$ است و گشتاور اعمالی از طرف کنترلر به ربات برابر است با:

$$\tau = M(\theta)\tau' + V(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) \quad (41)$$

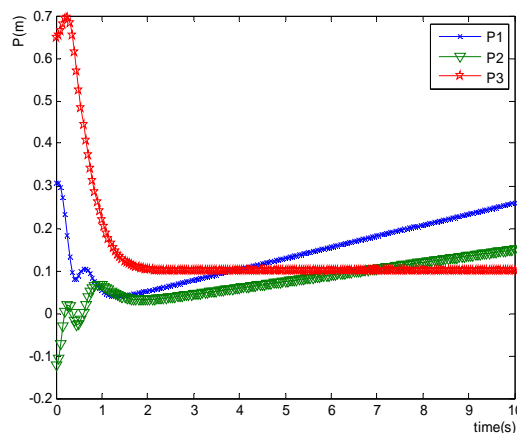
که خطای کنترلر با توجه به معادله دیفرانسیل مرتبه دوم زیر محاسبه می شود.

$$\ddot{E} + K_v \dot{E} + K_p E = 0 \quad (42)$$

که در آن $E = \theta_d - \theta$ خطای کنترلر و اختلاف حالت مطلوب (θ_d) از حالت واقعی (θ) است. که با در نظر گرفتن ماتریس ضرایب K_p و K_v به فرم قطری معادله دیفرانسیل خطای هر مفصل به یک معادله دیفرانسیل مستقل برای آن مفصل تبدیل می شود.

$$\ddot{e} + k_{vi} \dot{e} + k_{pi} e = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (37)$$

پس با در نظر گرفتن $k_{vi} = 2\sqrt{k_{pi}}$ می توان معادله خطای کنترلر را به حالت میرای بحرانی تبدیل کرد. برای شبیه سازی این کنترلر در MATLAB مجموعه ای از S-function های تولید کننده تابع ϕ ، سینماتیک، سینماتیک معکوس، بلوک محاسبه پایداری و بقیه بلوک هایی که در نمودار بلوک دیگرام کنترلر شکل (۱۳) نمایش داده شده است را گرد هم می آوریم تا از این طریق با دادن دو ورودی ϕ و خط هدف گشتاورهای کنترلی مناسب را از کنترلر دریافت کنیم.



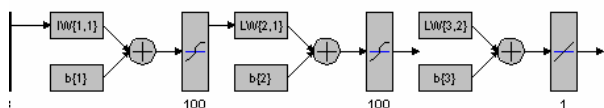
نمودار (۵): موقعیت مجری نهایی در طول زمان شبیه سازی

$$\text{variable} = a + (b - a)\text{rand} \quad (38)$$

$$a \leq \text{variable} \leq b$$

در نهایت مجموعه داده شامل ۶۰۰۰۰ مولفه جهت ورود به شبکه عصبی تدارک داده شد. روش محاسباتی شبکه عصبی الگو گرفته از روش محاسباتی نرون‌های مغزی است. نرون‌های شبکه عصبی به کمک وزن‌ها و بایاس‌ها و تابع انتقال، ورودی را به خروجی مرتبط می‌کند.

در ابتدا سعی کردیم تا یک شبکه کوچک ولی کارآمد برای این منظور آموزش دهیم ولی امکان آن فراهم نشد. اگر شبکه را کوچک می‌گرفتیم امکان حل به کمک روش لوون برگ - مارکواردت فراهم می‌شد ولی از طرفی خطای شبکه از مقدار خاصی اولاً پایین‌تر نمی‌آمد ثانیاً به ازای یک ورودی جدید، شبکه رفتار مناسبی از خود نشان نمی‌داد. یعنی شبکه قادر به یافتن الگوی مناسب میان ورودی و خروجی مسئله نمی‌شد. همچنین اگر شبکه دو لایه‌ای انتخاب می‌شد نیز همین مشکل بروز می‌کرد. پس ما رو به یک شبکه سه لایه‌ای با تعداد نرون زیاد آوردیم. اگرچه شبکه فوق العاده حجیم شد ولی چاره‌ای جز این دیده نمی‌شد. مطابق شکل (۱۴) شبکه‌ی آموزش پذیر back-propagation با سه لایه مورد استفاده قرار گرفته و به کمک تابع TRAINSCG در Epoch ۳۰۰۰ آموزش داده شده است.



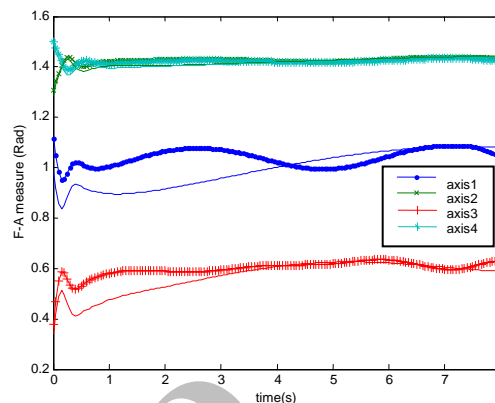
شکل (۱۴): شبکه back-propagation با سه لایه (لایه اول: ۱۰۰ نرون، تابع انتقال tansig، لایه دوم: ۱۰۰ نرون، تابع انتقال tansig، لایه سوم: یک نرون، تابع انتقال خطی)

و برای آموزش آن از دستوره‌های زیر بهره می‌گیریم:

```
net.trainParam.show = 500;
net.trainParam.epochs = 3000;
net.trainParam.goal = 1e-5;
[net,tr]=train(net,p,t);
```

نمودار (۱۱) مقدار دقیق و تخمینی محاسبه شده توسط مشاهده‌گر پایداری را به ازای یک بردار ۱۳ مولفه‌ای ورودی رندم در بازه زمانی صفر تا یک ثانیه نشان می‌دهد.

برای دو حالت چرخش غیر بهینه و فرضی ارباه (۱۱) و حالت بهینه محاسبه شده در بخش بهینه سازی با توجه به فرضیات انجام گرفته، مقدار پایداری را به کمک فرمول و مشاهده‌گر محاسبه و مقایسه می‌کنیم.



نمودار (۹): مقایسه پایداری بهینه با حالتی که تغییرات چرخش ارباه $\phi = -\pi / 6 \cos(\pi / 10)$

در فاصله زمانی ۶ تا ۸ ثانیه تغییرات شدیدی در ϕ مشاهده می‌شود که خود عاملی ناپایدار کننده است هر چه ϕ با شتاب کمتری تغییر کند پایداری کمتر به خطر می‌افتد. علت آن است که تغییرات سریع ϕ نسبت به زمان در طول بازو پخش می‌شود و در کل باعث ایجاد نیروها و ممان‌های بزرگ مابین ارباه و بازو می‌شود. پس بهتر آن بود که بجای تعریف یک منحنی درجه ۷ از منحنی‌های spline استفاده می‌شد تا ϕ با شتاب کمتری تغییر کند.

۸- مشاهده‌گر عصبی پایداری

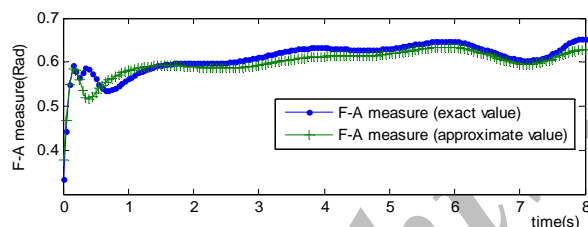
استفاده از یک مشاهده‌گر عصبی امکان محاسبه سریع پایداری در طول مسیر را ممکن می‌کند که ابزار توانمندی جهت ایجاد یک الگوریتم جبران ساز و تعیین مسیر پایدار در اختیار کاربر می‌گذارد. همچنین امکان تلفیق آن با الگوریتم ژنتیک امکان ایجاد یک پایگاه داده پایداری بهینه را فراهم می‌کند. برای جمع آوری داده‌های ورودی به شبکه ابتدا باید دید چه متغیرهایی در معیار پایداری نیرو-زاویه موثر است. این متغیرها و بازه تغییرات آنها در جدول (۴) آمده است.

جدول (۴): متغیرهای موثر در پایداری و بازه تغییرات آنها

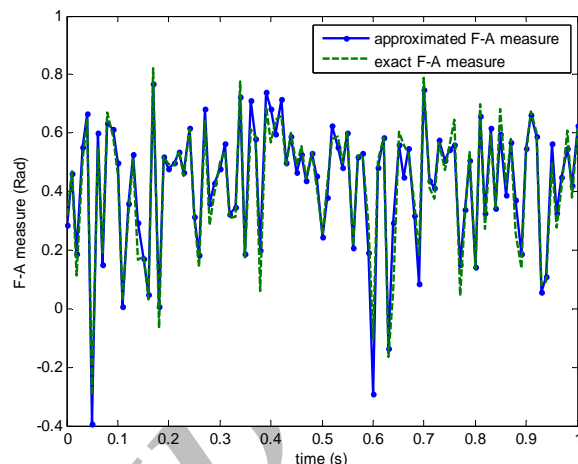
متغیر	بازه متغیر	متغیر	بازه متغیر
t (Sec)	[0, 8]	θ_i	[0, 6]
ϕ	$[-\pi/3, \pi/3]$	$\dot{\theta}_i$	[-2, 4]
$\dot{\phi}$	[-2, 6]	$\ddot{\theta}_i$	[-10, 40]
$\ddot{\phi}$	[-2, 12]	---	---

بازه‌ی تغییرات این متغیرها بر حسب تجربه و واقعیت مسئله تعیین شده است. جمع آوری داده به صورت تصادفی و به کمک تابع تصادفی rand در MATLAB انجام شده است.

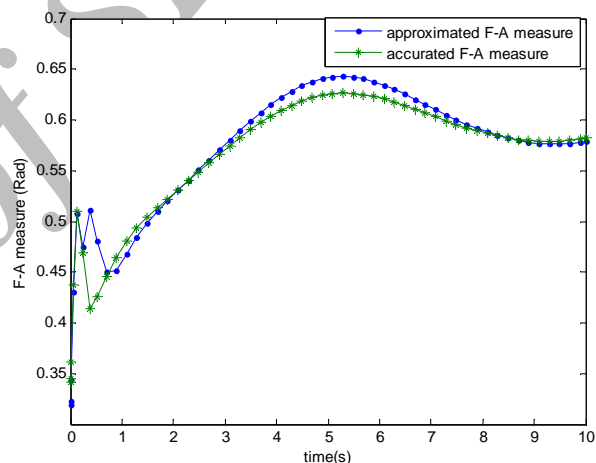
نمودار (۱۰) و نمودار (۱۲) نزدیک بودن مقادیر تخمینی و دقیق را به هم به خوبی نشان می دهند. همانطور که از نمودار (۱۰) بر می آید حداکثر خطا نزدیک به ۰/۱ است که مقدار خیلی زیادی نسبت به بازه $-\pi$ تا π نیست. با این حال این خطا فقط در چند ثانیه دوام داشته است. در مثال دوم که حالت بهینه است همانطور که در نمودار (۱۲) مشاهده می شود، حداکثر خطا به ۰/۰۷ تقلیل پیدا کرده است. به هر حال زمانی که تغییرات ناگهانی و سریع در پایداری ایجاد می شود، مشاهده گر با تاخیر پی به تغییرات برده و کمی عقب می افتد. این مطلب در نمودار (۱۰) و نمودار (۱۲) در حالت گذرای پایداری و البته بحرانی آن به وضوح دیده می شود. این نسبتاً یک عیب محسوب می شود زیرا همانطور که در بخش بهینه سازی توضیح داده شد به احتمال زیاد پایداری در حالت گذرای کنترلر به خطر می افتد اما اگر خطای نسبی کم را در نظر بگیریم این عیب چندان هم بزرگ نیست. بعد از این زمان گذرا مشاهده گر خود را به مقدار واقعی نزدیک و همان روندی را طی می کند که مقدار واقعی طی می کند. نمودار (۱۳) پایداری تخمین زده شده مشاهده گر شبکه عصبی با مقدار عددی محاسبه شده آن را مقایسه می کند.



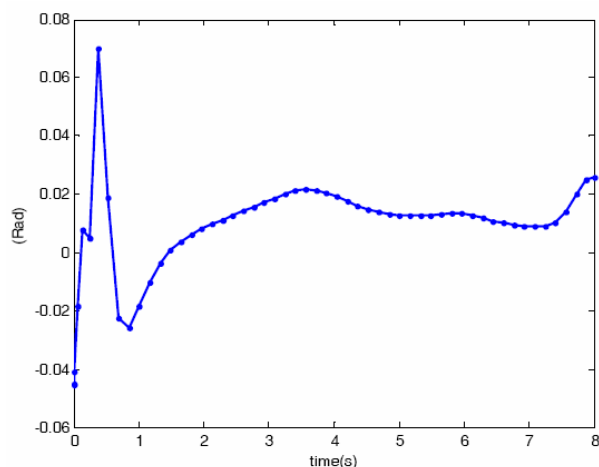
نمودار (۱۳): مقدار دقیق و تخمینی پایداری بهینه نیرو-زاویه



نمودار (۱۰): مقایسه مقدار تخمینی محاسبه شده توسط شبکه عصبی و دقیق پایداری در بازه صفر تا یک ثانیه



نمودار (۱۱): مقدار تخمینی و دقیق پایداری واقعی با توجه به کنترلر شکل (۱۳) در حالتی که چرخش ارباب غیربهینه $(\phi = -\pi/6 \cos(\pi/10))$ است



نمودار (۱۲): اختلاف مقدار تخمینی و دقیق پایداری واقعی با توجه به کنترلر شکل (۱۳) در حالتی که چرخش ارباب بهینه (ϕ) بهینه می باشد

۹- بحث و بررسی

در روش های کین و لاگرانژ توانستیم گشتاور فعال τ_0 منتقل شده از ارباب را به راحتی محاسبه کنیم در صورتی که این کار در دینامیک نیوتن بدون تحلیل دینامیکی ارباب غیر ممکن است. این گشتاور در جهت مدل کردن بازو به طور مجزا در نرم افزارهای شبیه سازی دینامیکی مانند ADAMS و طراحی کنترلر بازو به طور مجزا لازم می باشد. اما روش نیوتن توانست به راحتی گشتاور داخلی (n_1) و نیروی داخلی (f_1) مبادله شده بین بازو و ارباب را محاسبه کند در صورتی که در دینامیک کین محاسبه آن ها با تغییرات کلی در برنامه ی رایانه ای قابل انجام است. صحت تمامی معادلات در شبیه سازی به کمک ADAMS چک شده است. اگر چه استفاده از هر روش مزایا و معایب خاص خود را دارد اما دینامیک کین ما را با انجام محاسبات کمتر به حل بسته در سیستم های هولوномیک و غیر هولوномیک با تعداد معادلات برابر درجات آزادی سیستم هدایت می کند.

زمین دنبال کند. اگر ربات به طور فرضی از همان ابتدا بر روی خط هدف و با سرعت مطلوب باشد یعنی از همان ابتدا ربات زوایای مفصلی هدف را دارا باشد، دیگر اثری از نواسانات اولیه در معیار پایداری دیده نمی‌شود. این همان مطلبی است که باید در انتخاب بهره‌های کنترلر رعایت کرد اگر این ضرایب کنترلر بزرگ انتخاب شود در ابتدای حرکت حتماً قسمتی از زمان را در حاشیه ناپایدار خواهیم بود. حتی اگر معیار منفی نشود حتماً فوق العاده کاهش می‌یابد. کاهش معیار یعنی حساس شدن ربات برای چرخیدن حول محور حساس. همانطور که گفتیم معیار نیرو - زاویه بلند شدن تیر از زمین را پیش بینی نمی‌کند بلکه واژگون شدن کامل را حول آن محور نشان می‌دهد پس اگر معیار کاهش یابد ممکن است تیرها از زمین بلند شوند و این یعنی عدم کنترل پذیری زیرا با بلند شدن تیرها از زمین اولاً ربات از کنترل خاج شده و ثانیاً مدل دینامیکی ربات تغییر می‌کند و بعضاً غیر قابل پیش بینی شده است.

در این مقاله در ابتدا روش های دینامیکی مختلف و مزایا و معایب هر یک در ابتدا بحث شد. بعد از آن به معرفی معیار پایداری نیرو-زاویه پرداخته و ساختارهای مختلف ارائه از حیث این معیار مورد ارزیابی قرار گرفت و یکی به عنوان ساختار بهتر انتخاب شد. سپس به کنترلر غیر خطی مناسب طراحی شد و استراژی تغییر ساختار بهینه توسط الگوریتم ژنتیک استخراج و نتایج بهینه سازی به ربات اعمال گردید و تاثیر تغییر ثابت های کنترلر بر پایداری بررسی و در آخر مشاهده گر پایداری توسط الگوریتم ژنتیک طراحی شد.

۱۱- پیوست

نکات برنامه نویسی در MATLAB

از آنجا که برای حل این مسائل لازم به استفاده از امکانات برنامه نویسی سمبولیک MATLAB است لذا توجه به نکات زیر می‌تواند به کاربر در این راستا کمک شایانی بکند [۱۵].

- جهت ذخیره‌سازی بردارها و ماتریس‌هایی با عبارات سمبولیک می‌توان از آرایه‌های ساختاری استفاده کرد. استفاده از این آرایه‌ها ما را در نوشتن حلقه های تکراری با دو اندیس یاری می‌کند.
- از آن جهت که معادلات دینامیکی به شکل پارامتری استخراج می‌شوند، لذا جهت گرفتن مشتق های کامل مانند $\frac{d}{dt}$ لازم است از (۳۹) که همان فرمول زنجیره‌ای مشتق است استفاده کرد، زیرا MATLAB تنها قادر به گرفتن مشتق‌های پاره‌ای است.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{\partial}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1 + \frac{\partial}{\partial \theta_2} \dot{\theta}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta_3} \dot{\theta}_3 + \frac{\partial}{\partial \phi} \dot{\phi} + \frac{\partial}{\partial \theta_1} \ddot{\theta}_1 \\ &+ \frac{\partial}{\partial \theta_2} \ddot{\theta}_2 + \frac{\partial}{\partial \theta_3} \ddot{\theta}_3 + \frac{\partial}{\partial \phi} \ddot{\phi} \end{aligned} \quad (39)$$

نمودار (۵) صفر شدن خطا و خطی شدن موقعیت مجری نهایی و نمودار (۶) ثابت شدن سرعت مجری نهایی بعد از ۲ ثانیه را نشان می‌دهد. به وسیله نمودار (۷) می‌توان K_p را به شکلی که گشتاورهای موتوری در حد توان راه‌اندازها باشد انتخاب کرد. مطابق نمودار (۸) بعد از گذشت ۱/۲ ثانیه از حرکت معیار نیرو-زاویه حول هر محور واژگونی روند ثابتی را در پیش گرفته است. این نمودار به خوبی نشان می‌دهد که پایداری حول محور ۳ تهدید می‌شود. محور ۱ در مقام بعدی از نظر حساسیت قرار دارد. محورهای ۲ و ۴ تقریباً در یک رنج حساسیت قرار دارند.

نمودار (۹) پایداری بهینه را با یک حالت غیر بهینه مقایسه می‌کند. اگر چه ϕ در حالت غیر بهینه فرضی در ابتدای حرکت دارای سرعت صفر و شتاب غیر صفر است ولی باز حالت اولیه محدودیت چندانی ایجاد نمی‌کند و می‌توان حالت بهینه شده را با حالت غیر بهینه‌ای که شرایط اولیه یکسانی ندارند مقایسه کرد. حالت اولیه تنها مقدار اولیه حاشیه پایداری را تعیین می‌کند. به هر حال به خوبی واضح است که تمامی نقاط حاشیه بهینه پایداری به غیر از نقطه شروع بالاتر از حاشیه پایداری در این حالت مفروض غیر بهینه است. حتی این مطلب تا حدودی برای معیار پایداری حول محور ۱ نیز صادق است که البته تا حدودی تاثیر بهینه شدن پایداری حول محور ۳ است. البته در این مورد خاص حاشیه پایداری همان معیار پایداری حول محور ۳ شده است. در بعضی مواقع ممکن است حاشیه پایداری در بخشی از زمان حول محور ۱ و در بخشی از زمان حول محور ۳ باشد که البته در مثال توضیح داده شده این اتفاق رخ نداده است.

مطابق نمودار (۹) ربات در همه زمان‌ها در حاشیه ی پایداری بهینه است. اختلاف $0.4 / (23^0)$ از لبه ناپایداری دلیلی بر کم بودن احتمال بلند شدن تیرها از زمین می‌باشد. صحت نتایج با شبیه‌سازی ربات در ADAMS بررسی شده است. نواسانات اولیه در پایداری حول چهار محور واژگونی به علت همان گشتاورهای شدید اعمالی به موتورها در حالت گذرای کنترلر است. مطابق نمودار (۷) کنترلر در حالت گذرا گشتاورهای بزرگی را به موتورها تحمیل می‌کند که این گشتاورها برای رسیدن هر چه سریعتر مجری نهایی به خط هدف است. این گشتاورها به بدنه منتقل می‌شوند و خود را در قالب نیروها و گشتاورهای مبادله شده میان پایه و ارايه نشان می‌دهند. ولی بعد از این مدت زمان به حالت پایدار در می‌آید. هر چه مقدار ضریب k_p بزرگتر باشد این گشتاورهای اولیه بزرگتر است.

۱۰- نتیجه گیری

با توجه به پایداری بهینه، فرمان‌پذیری و حد توان موتورها می‌تواند کنترلی ارائه کرد تا وظایف محوله به بازو را در شرایط مختلف

- [4] Meghdari A., Naderi, D. and Alam, M. R., "Neural-Network Base Observer for Real-Time Tipover Estimation", *Mechatronics*, Vol. 15, Issue 8, October 2005, pp. 989-1004.
- [5] Meghdari A., Naderi, D. and Alam, M. R., "Real-Time Compensatory Manipulator Motion Planning for Stabilizing a Mobile Manipulator", *Proceedings of the 2003 ASME Int. Design Engineering Technical Conferences*, September 2003, pp. 2-6.
- [6] Ghafari, A., Meghdari, A., Naderi, D. and Eslami, S., "Stability Enhancement of Mobile Manipulator via Soft Computing", *Int. J. Advanced Robotics Systems*, Vol. 3, No. 3, 2006, pp. 191-198.
- [7] Jakubiak, J., Lefeber, E., Tchou, K. and Nijmeijer, H., "Two Observer-based Tracking Algorithms for a Unicycle Mobile Robot", *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, Vol. 12, No. 4, 2002, pp. 513-522.
- [8] Morales, J. Martinez, J. L. Mandow, A. Seron, J. Garcia-Cerezo, A., and Pequeo-Boyer, A. "Center of Gravity Estimation and Control for a Field Mobile Robot with a Heavy Manipulator", *IEEE Int. Conf. on Mechatronics*, Málaga, Spain, 2009, pp. 1-6.
- [9] Diaz-Calderon, A. and Kelly, A., "On-Line Stability Margin and Attitude Estimation for Dynamic Articulating Mobile Robots", *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 24, No. 10, October 2005, pp. 845-866.
- [10] Korayem, M. H., Azimirad, V., Nikoobin A., and Boroujeni, Z., "Maximum load-carrying capacity of autonomous mobile manipulator in an environment with obstacle considering tip over stability", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer London, Vol. 46, No. 5-8 / January, 2010, pp. 811-829.
- [11] Craig, J. J., "Introduction to Robotics: Mechanics and Control", Second Edition, Addison-Wesley, 1989.
- [12] Suza, D. and Frank, A., "Advanced Dynamics Modeling and Analysis", 1st Edition, New Jersey, Prentice-Hall, 1984.
- [13] Kane, R. T., Levinson, S. and Maneewarn, A. D., "Dynamics Theory and Applications", McGraw-Hill, 1985.
- [14] Papadopoulos, E. G. and Rey, D. A., "A new measure of tipover stability margin for mobile manipulators", *IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Vol. 4, Minneapolis, MN (April, 1996), pp. 3111 - 3116.
- [15] The MathWorks, Inc. "Symbolic Math Toolbox User's Guide", Version 3, Copyright 1993 - 2002.

۳- در دینامیک کین گشتاورهای موثر به طور صریح بر حسب بقیه متغیرها و ثابتها محاسبه نشده اند، لذا جهت مقایسه نتایج با دو روش لاگرانژ و نیوتن لازم است آنها را به کمک دستور solve به طور صریح نسبت به بقیه متغیرها و ثابتها محاسبه کرد.

۴- استفاده از دستور simplify جهت مقایسه مقادیر به دست آمده از روش های مختلف ضروری است زیرا در غیر این صورت MATLAB مقادیری به ظاهر غیر صفر را در عبارت حاصل از تفاضل آنها ایجاد می کند.

۵- استفاده از بلوک های S-function ما را در شبیه سازی کنترلر در نرم افزار MATLAB یاری می دهد.

۱۲- علائم

θ_i, ϕ	زوایای مفصلی و چرخش ارابه
γ_1, γ_2	زوایای مابین دو محور چرخها
m, n, z, e, c	فواصل و ابعاد هندسی ربات
L_i, m_i, I_i	طول و جرم و ممان اینرسی اصلی لینک i
V, v	سرعت ارابه و مجری نهایی
\dot{v}_i	سرعت و شتابهای زاویه ای و خطی لینکها
$\omega_i, \dot{\omega}_i, v_i$	گشتاور و نیروهای اینرسی
n_i, f_i	گشتاور و نیروهای فعال
τ_i	
λ_i	معیار نیرو-زاویه حول محور واژگونی i

۱۳- مراجع

- [1] Iagnemma, K., Rzepniewski, A., Dubowsky, S., Huntsberger, T. and Schenker, P., "Mobile Robot Kinematic Reconfigurability for Rough-Terrain", *Symposium on Sensor Fusion and Decentralized Control, SPIE*, Vol. 4196, Boston, September 2000, pp. 413-420.
- [2] Tanner, H. G. and Kyriakopoulos, K. J., "Mobile Manipulator Modeling with Kane's Approach", *Robotica*, Vol. 19, No. 6, 2001, pp. 675-690.
- [3] Sharifi, M., Mahalingam, S. and Dwivedi, S., "Derivation of Kane's Dynamical Equations for a Three Link (3R) Manipulator", *Proceedings of the Twentieth Southeastern Symposium on System Theory*, Charlotte, NC, Mar 1988, pp. 573 - 580.