

بررسی تحلیلی و عددی طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی لوله‌ی گرد

مهدی سلمانی تهرانی^۱، مسلم بهرامی^۲
Tehrani-m@eng.sku.ac.ir

چکیده

طول تغییر شکل یکی از پارامترهای مهم فرایند شکل‌دهی غلتکی سرد است که در تعیین فاصله‌ی بین ایستگاه‌ها و نیز آهنگ تغییر شکل، نقش اساسی دارد. باتاچاریا برای نخستین بار ضمن معرفی طول تغییر شکل، رابطه‌ی بسته‌ای برای این طول، در شکل‌دهی کانال متقارن به‌دست آورد. این مقاله به بررسی و تعیین طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی مقطع لوله‌ی گرد می‌پردازد. برای این کار از دو روش تحلیلی و شبیه‌سازی عددی اجزای محدود استفاده شده است. روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله، بر اساس الگوی پیشنهادی در روش باتاچاریا استوار است. البته به‌دلیل پیچیده‌تر شدن هندسه‌ی تغییر شکل‌یافته‌ی نوار ورق، روابط مربوط به کرنش و انرژی تغییر شکل پیچیده‌تر و حل تحلیلی مسأله دشوارتر می‌شود. همچنین با استفاده از روش تحلیلی ارائه شده، طول تغییر شکل برای یک مثال عددی خاص محاسبه و با نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود نرم‌افزار ABAQUS مقایسه می‌شود. سازگاری بین نتایج روش تحلیلی و شبیه‌سازی اجزای محدود، اعتبار روش ارائه شده را نشان می‌دهد. در پایان نیز اثر پارامترهای شکل‌دهی بر طول تغییر شکل، بررسی شده است.

کلیدواژه:

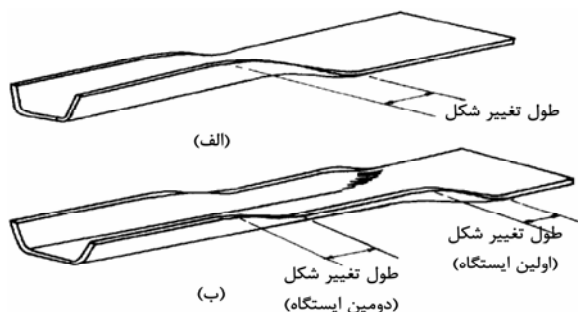
شکل‌دهی غلتکی سرد- طول تغییر شکل- کمینه‌سازی انرژی تغییر شکل- شبیه‌سازی اجزای محدود

۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شهرکرد، Bahrami.moslem@gmail.com

۱- مقدمه

کارهای تحلیلی و شبیه‌سازی‌های عددی. از میان کارهای تجربی و آزمایشگاهی می‌توان به مراجع [۸-۲] اشاره نمود. کارهای تحلیلی و شبیه‌سازی‌های عددی نیز برخی مانند [۱] و [۹-۱۵] بر اساس رهیافت محاسبه و کمینه‌سازی انرژی تغییر شکل استوار هستند که به روش انرژی مشهور هستند. اما با توجه به محدودیت‌های روش‌های انرژی، بیشتر شبیه‌سازی‌های اخیر با استفاده از روش اجزای محدود انجام شده‌اند که از میان آن‌ها می‌توان به مراجع [۳۰-۱۶] را نام برد.



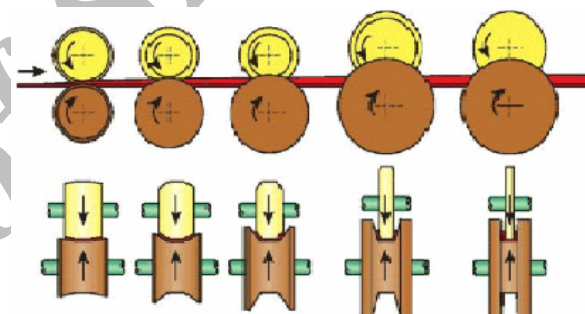
شکل (۲): نمایش شماتیک مفهوم طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی سرد تولید کانال متقارن،

(الف) برای یک ایستگاه و (ب) برای دو ایستگاه [۱]

اما به‌طور ویژه، درباره‌ی طول تغییر شکل، اهمیت و روش تعیین آن در فرایند شکل‌دهی غلتکی، تا کنون پژوهش‌های اندکی منتشر شده است. همان‌گونه که اشاره شد، برای نخستین بار باتاچاریا در مقاله‌ی خود [۱] طول تغییر شکل را معرفی نمود و رابطه‌ی بسته‌ای برای این طول در شکل‌دهی کانال متقارن به‌دست آورد. اساس کار باتاچاریا بر مبنای محاسبه و کمینه‌سازی انرژی تغییر شکل استوار است. در کار او، ابتدا با تخمین هندسه‌ی تغییرشکل‌یافته‌ی ورق، میدان کرنش کششی طولی تعیین شده است. سپس با استفاده از فرض رفتار صلب-پلاستیک کامل برای نوار ورق و نیز چشم‌پوشی از خمش طولی در بال، انرژی پلاستیک تلف شده ناشی از کشیدگی در بال و خمش در امتداد خط تاخوردگی را محاسبه شده است. آن‌گاه با کمینه نمودن انرژی پلاستیک تلف شده و اعمال شرایط مرزی، رابطه‌ی بسته‌ای برای طول تغییر شکل کانال متقارن به‌دست آمده است. در نهایت با مقایسه‌ی نتایج مدل تحلیلی و نتایج تجربی، اعتبار مدل تحلیلی نشان داده شده است. سلمانی تهرانی [۳۰] ضمن بررسی‌های خود، اهمیت پارامتر طول تغییر شکل را نشان داده است.

بر اساس نتایج او، هرچه طول تغییر شکل کمتر باشد، آهنگ شکل‌دهی بیشتر و در نتیجه کرنش طولی بیشینه نیز بزرگتر خواهد شد. افزایش کرنش طولی بیشینه می‌تواند سبب بروز کماتش محلی

در فرایند "شکل‌دهی غلتکی سرد" نوار ورق در حالت سرد، با عبور پیوسته از بین مجموعه غلتک‌های دوار و بدون تغییر محسوس در ضخامت، به یک پروفیل با مقطع دلخواه شکل داده می‌شود. شکل‌دهی در چند مرحله و با ایجاد خم‌های طولی در نوار ورق انجام می‌شود. هر مجموعه غلتک که بخشی از عمل شکل‌دهی را انجام می‌دهد شامل یک غلتک بالایی، یک غلتک پایینی، و در صورت نیاز، غلتک‌های جانبی می‌شود. به هر مجموعه از این غلتک‌ها یک "ایستگاه غلتکی" یا ایستگاه گفته می‌شود. هر چه شکل مقطع نهایی پیچیده‌تر باشد، برای انجام موفقیت‌آمیز فرایند به تعداد ایستگاه بیشتری نیاز است. شکل (۱) به‌صورت شماتیک شکل‌دهی غلتکی کانال متقارن U شکل را در پنج ایستگاه نشان می‌دهد.



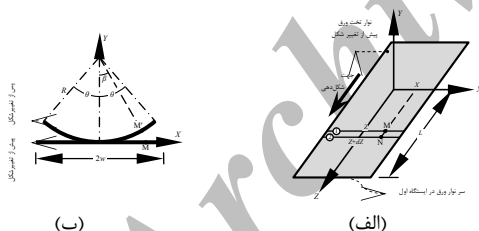
شکل (۱): نمایش شماتیک شکل‌دهی غلتکی سرد تولید کانال متقارن U شکل در پنج ایستگاه

در شکل‌دهی غلتکی سرد بر خلاف بسیاری از فرایندهای شکل‌دهی فلزات، شکل‌دهی به‌صورت شدید و ناگهانی نیست. زیرا تغییر شکل شدید می‌تواند سبب آسیب رساندن به غلتک‌ها و حتی بروز برخی عیوب اساسی در محصول نهایی شود. به‌همین دلیل کنترل آهنگ تغییر شکل در انجام موفقیت‌آمیز فرایند مهم است. "طول تغییر شکل" (Deformation length) یکی از پارامترهای مهم این فرایند است که در تعیین فاصله‌ی بین ایستگاه‌ها و نیز آهنگ تغییر شکل، نقش اساسی دارد. طول تغییر شکل به فاصله‌ی بین نقطه‌ی شروع تغییر شکل، پیش از ایستگاه، تا ایستگاه گفته می‌شود. طول تغییر شکل در شکل‌دهی کانال متقارن به‌صورت شماتیک در شکل (۲) نشان داده شده است. باتاچاریا [۱] برای نخستین بار ضمن معرفی طول تغییر شکل، رابطه‌ی بسته‌ای برای این طول، در شکل‌دهی کانال متقارن به‌دست آورد. اساس کار باتاچاریا بر مبنای محاسبه و کمینه‌سازی انرژی تغییر شکل استوار است.

از یک دیدگاه کارهای قبلی را می‌توان در دو دسته‌ی کلی تقسیم‌بندی کرد؛ (الف) کارهای تجربی و آزمایشگاهی و (ب)

۲-۱- تخمین هندسه‌ی تغییرشکل یافته‌ی نوار ورق و محاسبه‌ی میدان کرنش

برای بیان الگوی تغییر شکل، مانند آن چه در شکل (۳-الف) نشان داده شده، هندسه‌ی نوار ورق پیش از ایستگاه اول در نظر گرفته می‌شود. همچنان که پیشتر اشاره شد، تغییر شکل در فاصله‌ای معین که در شکل (۳) با L نشان داده شده، پیش از ایستگاه اول شروع می‌شود. مبدأ دستگاه مختصات در شکل (۳) نشان‌دهنده‌ی محل شروع تغییر شکل است. ناحیه‌ی پس از این نقطه را می‌توان ناحیه‌ی تغییر شکل نامید. پروفیل غلتک در ایستگاه اول به صورت کمان دایره‌ای در نظر گرفته می‌شود [۲۷]. بر اساس الگوی مدل باتاچاریا [۱]، فرض می‌شود باریکه‌های عرضی در ناحیه‌ی تغییر شکل، که ابتدا به صورت پاره‌خط‌های مستقیم و موازی محور X در شکل (۳) هستند، پس از تغییر شکل به صورت یک کمان دایره‌ای با زاویه‌ی 2θ تبدیل شوند. بدون آن که طول باریکه تغییر کند. شکل (۳-ب) به صورت شماتیک تغییر شکل یک باریکه‌ی دلخواه را نشان می‌دهد. بر اساس آن چه در شکل (۳) نشان داده شده، زاویه‌ی θ که می‌تواند معیاری از میزان تغییر شکل باشد، بر حسب مختصه‌ی Z در امتداد جهت شکل‌دهی متغیر است. به گونه‌ای که از مقدار $\theta(Z=0)=0$ در نقطه‌ی شروع تغییر شکل به مقدار $\theta(Z=L)=\theta_p$ در محل ایستگاه اول، افزایش می‌یابد. زاویه‌ی θ_p ، زاویه‌ی پروفیل در ایستگاه اول نامیده می‌شود.



شکل (۳): نمایش شماتیک چگونگی تغییر شکل نوار ورق در شکل‌دهی غلتکی لوله‌ی گرد، (الف) نوار ورق پیش از تغییر شکل در ایستگاه اول و نمایش دو باریکه‌ی عرضی دلخواه ۱ و ۲ در ناحیه‌ی تغییر شکل و (ب) نمایش تغییر شکل یک باریکه‌ی عرضی دلخواه به یک کمان دایره‌ای

به این ترتیب افزایش تدریجی زاویه‌ی $\theta(Z)$ ، سبب اعمال کشیدگی ورق در راستای طولی و در ناحیه‌ی تغییر شکل می‌شود. بر اساس تغییر شکل توصیف شده در بالا، می‌توان میدان کرنش کششی ایجاد شده در ورق را محاسبه نمود. برای این کار، دو نقطه مانند M و N واقع بر دو باریکه‌ی عرضی به فاصله‌ی dZ از یکدیگر، مانند باریکه‌های ۱ و ۲ در شکل (۳-الف)، در نظر می‌گیریم. به گونه‌ای پیش از تغییر شکل، M و N دارای مختصه‌ی X یکسان هستند. اگر موقعیت این دو نقطه پس از تغییر شکل را با M' و N' نشان دهیم،

لبه و معیوب شدن محصول شود. همچنین برای جلوگیری از بروز تغییرشکل‌های ناخواسته در حین فرایند، باید فاصله‌ی بین ایستگاه‌ها از طول تغییر شکل فرایند بزرگتر باشد. مسلمی نایینی و سلمانی تهرانی همچنین در کار دیگری [۱۵] به بررسی اهمیت انرژی خمش طولی در ناحیه‌ی بال، در شکل‌دهی غلتکی سرد کانال متقارن، که در مدل باتاچاریا [۱] از آن چشم‌پوشی شده است، پرداخته‌اند. آن‌ها ضمن ارائه‌ی روش محاسبه‌ی انرژی خمش طولی، نشان داده‌اند که با افزایش ضخامت اثر این انرژی افزایش می‌یابد. آن‌گاه نتیجه گرفته‌اند که برای فرایندهایی که در آن‌ها ضخامت ورق زیاد است، خطای رابطه‌ی پیشنهادی باتاچاریا [۱] می‌تواند زیاد شود. یادآوری می‌شود که باتاچاریا در کارهای تجربی خود از ورق با ضخامت 6 (mm) استفاده کرده است که ورق نازکی به‌شمار می‌رود. این مقاله به بررسی و تعیین طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی مقطع لوله‌ی گرد می‌پردازد. برای این کار از دو روش تحلیلی و شبیه‌سازی عددی اجزای محدود استفاده شده است. روش تحلیلی ارائه شده در این مقاله، بر اساس الگوی روش باتاچاریا استوار است. در مقایسه با کار باتاچاریا، هندسه‌ی تغییرشکل یافته‌ی نوار ورق به مراتب پیچیده‌تر است. این امر سبب پیچیده‌تر شدن روابط مربوط به کرنش و انرژی تغییر شکل می‌شود. در نهایت با استفاده از روش تحلیلی ارائه شده، طول تغییر شکل برای یک مثال عددی خاص محاسبه و با نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود نرم‌افزار ABAQUS مقایسه می‌شود. سازگاری خوب بین نتایج روش تحلیلی و شبیه‌سازی اجزای محدود، اعتبار روش ارائه شده را نشان می‌دهد.

۲-۲- مدل تحلیلی ارائه شده برای محاسبه‌ی طول تغییر شکل

مدل تحلیلی که برای محاسبه‌ی طول تغییر شکل مقطع لوله‌ی گرد ارائه می‌شود، بر اساس الگوی روش باتاچاریا استوار است. با این تفاوت مهم که در اینجا هندسه‌ی تغییر شکل یافته‌ی نوار ورق و در نتیجه روابط مربوط به میدان کرنش و انرژی تغییر شکل، به‌طور قابل توجهی پیچیده‌تر می‌شوند. به گونه‌ای که حل آن‌ها دیگر با روش پیشنهادی باتاچاریا [۱] امکان‌پذیر نیست. مراحل مدل تحلیلی ارائه شده در این مقاله را می‌توان به‌طور خلاصه به‌صورت زیر برشمرد.

۱- تخمین هندسه‌ی تغییرشکل یافته‌ی نوار ورق.

۲- محاسبه‌ی میدان کرنش.

۳- محاسبه‌ی انرژی اتلافی کار پلاستیک در اثر تغییر شکل.

۴- کمینه‌سازی انرژی اتلافی پلاستیک، و ارضای شرایط مرزی.

$$\frac{\|\mathbf{r}_{N'} - \mathbf{r}_{M'}\|^2}{w^2} = \left[\frac{\sin\left(\frac{X\theta_2}{w}\right)}{\theta_2} - \frac{\sin\left(\frac{X\theta_1}{w}\right)}{\theta_1} \right]^2 + \left[\frac{\cos\left(\frac{X\theta_1}{w}\right)}{\theta_1} - \frac{\cos\left(\frac{X\theta_2}{w}\right)}{\theta_2} \right]^2 + \left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} \right)^2 + \frac{dZ^2}{w^2} \quad (5)$$

رابطه‌ی (۵) پس از بسط و ساده‌سازی به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\frac{\|\mathbf{r}_{N'} - \mathbf{r}_{M'}\|^2}{w^2} = \left[\left(\frac{1}{\theta_1} \right)^2 + \left(\frac{1}{\theta_2} \right)^2 - \frac{2}{\theta_1\theta_2} \cos\left(\frac{X d\theta}{w}\right) \right] + \left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} \right) \left(\frac{\cos\left(\frac{X\theta_1}{w}\right)}{\theta_1} - \frac{\cos\left(\frac{X\theta_2}{w}\right)}{\theta_2} \right) + \frac{dZ^2}{w^2} \quad (6)$$

اما با توجه به کوچک بودن اختلاف زاویه‌ی $d\theta$ و نیز اینکه نسبت (X/w) کوچکتر از یک است، می‌توان از تقریب

$$\cos\left(\frac{X d\theta}{w}\right) \cong 1 \quad (7)$$

استفاده کرد و در نتیجه، رابطه‌ی (۶) به صورت زیر ساده‌تر خواهد شد.

$$\frac{\|\mathbf{r}_{N'} - \mathbf{r}_{M'}\|^2}{w^2} = 2 \left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{\theta_1} - \frac{1}{\theta_2} \right) \left(\frac{\cos\left(\frac{X\theta_1}{w}\right)}{\theta_1} - \frac{\cos\left(\frac{X\theta_2}{w}\right)}{\theta_2} \right) + \frac{dZ^2}{w^2} \quad (8)$$

یادآوری می‌شود که در روابط بالا، θ_1 و θ_2 به ترتیب اشاره به زاویه‌ی کمان دایره‌ای نشان داده شده در شکل (۲-ب) برای دو باریکه‌ی عرضی مجاور است که در شکل (۲-الف) با ۱ و ۲ نام‌گذاری شده‌اند. به عبارت دیگر

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta(Z) \\ \theta_2 &= \theta(Z + dZ) \end{aligned} \quad (9)$$

بر اساس هندسه‌ی تغییر شکل بیان شده در بالا، بردارهای مکان M ، N ، M' و N' با روابط زیر مشخص می‌شوند.

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_M &= \begin{bmatrix} X \\ 0 \\ Z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{M'} = \begin{bmatrix} R_1 \sin \beta_1 \\ R_1 (1 - \cos \beta_1) \\ Z \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{w}{\theta_1} \sin\left(\frac{X\theta_1}{w}\right) \\ \frac{w}{\theta_1} \left(1 - \cos\left(\frac{X\theta_1}{w}\right)\right) \\ Z \end{bmatrix} \\ \mathbf{r}_N &= \begin{bmatrix} X \\ 0 \\ Z + dZ \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{N'} = \begin{bmatrix} R_2 \sin \beta_2 \\ R_2 (1 - \cos \beta_2) \\ Z \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{w}{\theta_2} \sin\left(\frac{X\theta_2}{w}\right) \\ \frac{w}{\theta_2} \left(1 - \cos\left(\frac{X\theta_2}{w}\right)\right) \\ Z + dZ \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1)$$

که \mathbf{r} نشان‌گر بردار مکان، R_1 و $2\theta_1$ بیان‌گر زاویه و شعاع کمان دایره‌ای باریکه‌ی ۱ پس از تغییر شکل، R_2 و $2\theta_2$ کمیت‌های مشابه برای باریکه‌ی ۲ و $2w$ عرض ورق است. با توجه به فاصله‌ی بسیار کوچک dZ بین باریکه‌های ۱ و ۲، اختلاف زاویه‌های θ_1 و θ_2 ، مقدار بسیار کوچک $d\theta$ فرض می‌شود.

$$\theta_1 - \theta_2 = d\theta \quad (2)$$

میدان کرنش کششی را می‌توان با استفاده از تغییر طول نسبی جزء خطی MN به دست آورد.

$$e = \frac{M'N' - MN}{MN} = \frac{\|\mathbf{r}_{N'} - \mathbf{r}_{M'}\| - \|\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_M\|}{\|\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_M\|} \quad (3)$$

با توجه به معادلات (۱)، اندازه‌ی جزءهای خطی MN و $M'N'$ را می‌توان چنین نوشت.

$$\|\mathbf{r}_N - \mathbf{r}_M\| = dZ \quad (4)$$

با استفاده از این چهار شرط مرزی، چهار ضریب ثابت تعیین و تابع $\theta(Z)$ به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{\theta(Z)}{\theta_p} = -2\left(\frac{Z}{L}\right)^3 + 3\left(\frac{Z}{L}\right)^2 \quad (14)$$

لازم است یادآوری شود که می توان چند جمله ای حدس تابع $\theta(Z)$ را از مرتبه ی بالاتر و با تعداد ضرایب مجهول بیشتر در نظر گرفت. در این صورت با اعمال شرایط مرزی، چهارتا از تعداد ضرایب مجهول کم خواهد شد. آنگاه ضرایب باقیمانده ی مجهول به همراه مجهول طول تغییر شکل، L ، باید با استفاده از کمینه سازی کار تلف شده ی پلاستیک تعیین شوند.

اکنون پس از جایگذاری تابع $\theta(Z)$ از رابطه ی (۱۴) در معادله ی (۱۱)، کار تلف شده ی پلاستیک برای یک مثال عددی مشخص، تنها شامل مجهول طول تغییر شکل، L ، می شود. با رسم نمودار کار تلف شده ی پلاستیک بر حسب L ، طول تغییر شکل فرایند متناظر با مقدار کمینه ی کار پلاستیک، تعیین خواهد شد. در این مقاله برای محاسبه ی طول تغییر شکل، از یک برنامه ی Matlab برای محاسبه ی انتگرال کار پلاستیک و تعیین طول تغییر شکل، L ، استفاده شده است.

۳- محاسبه ی طول تغییر شکل با استفاده از شبیه سازی اجزای محدود

در این بخش، جزئیات مدل سازی فرایند شکل دهی غلتکی لوله ی گرد و چگونگی تعیین طول تغییر شکل با استفاده از نتایج شبیه سازی اجزای محدود ارائه خواهد شد. شبیه سازی های اجزای محدود در این مقاله با استفاده از نسخه ی ۶/۷ نرم افزار ABAQUS انجام شده اند. سعی شده است جزئیات مدل سازی متناسب با ساختار نرم افزار ABAQUS ارائه شود.

۳-۱- هندسه ی مدل

با توجه به تقارن مسأله، مقطع، تنها نیمی از مقطع در هندسه ی مدل در نظر گرفته می شود. مدل شامل غلتک های بالایی و پایینی ایستگاه صفر، غلتک های بالایی و پایینی ایستگاه اول و نوار ورق می شود. غلتک های بالایی و پایینی ایستگاه صفر، استوانه ای شکل هستند. اما دو غلتک ایستگاه اول دارای پروفیل کمان دایره ای، با زاویه ی پروفیل مشخص θ_p هستند. غلتک ها به صورت صلب تحلیلی (Analytical Rigid) مدل شده اند. نوار ورق نیز به صورت یک رویه ی سطح مستطیلی تغییر شکل پذیر، با طولی به اندازه ی دو برابر

اکنون با فرض در اختیار داشتن تابع $\theta(Z)$ ، از جایگذاری روابط (۴) و (۸) در معادله ی (۳)، میدان کرنش به صورت تابع دو متغیره ای به شکل:

$$e = e(X, Z) \quad (10)$$

نتیجه خواهد شد. تعیین تابع $\theta(Z)$ خود یکی از هدف های حل این مسأله است که در بخش بعد مورد اشاره قرار خواهد گرفت.

۲-۲- انرژی پلاستیک تلف شده ناشی از کشش طولی ورق

بر اساس مدل باتاچاریا [۱]، پس از تعیین میدان کرنش، لازم است کار پلاستیک تلف شده ناشی از تغییر شکل اعمالی در ورق، محاسبه شود. در اینجا نیز مانند آن چه در مدل باتاچاریا [۱] پیشنهاد شده، از کار خمش طولی صرف نظر شده و تنها کار پلاستیک ناشی از کشش طولی ایجاد شده در ورق در نظر گرفته می شود. کار پلاستیک ناشی از کشش طولی، با فرض رفتار صلب-پلاستیک کامل، از رابطه ی زیر محاسبه می شود.

$$W_{\text{Tension}} = Y e = t Y \int_0^L \int_0^w e(X, Z) dZ dX \quad (11)$$

در رابطه ی بالا Y تنش تسلیم ماده، t ضخامت ورق، w ضخامت ورق و L طول تغییر شکل است.

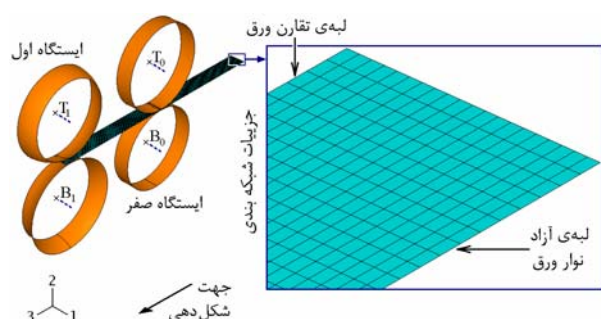
در مدل پیشنهادی باتاچاریا [۱]، تابع مجهول $\theta(Z)$ با کمینه سازی کار تلف شده ی پلاستیک تعیین می شود. اما به دلیل پیچیدگی میدان کرنش، به دست آوردن رابطه ی بسته ای برای تابع $\theta(Z)$ در اینجا امکان پذیر نیست. برای حل این مسأله، یک تابع حدس چند جمله ای برای تابع $\theta(Z)$ فرض می شود. با توجه به وجود چهار شرط مرزی، تابع $\theta(Z)$ به صورت درجه ی سوم و شامل چهار ضریب مجهول در نظر گرفته می شود.

$$\theta(Z) = A Z^3 + B Z^2 + C Z + D \quad (12)$$

چهار شرط مرزی که به وسیله ی تابع $\theta(Z)$ باید ارضا شوند عبارتند از پیوستگی تابع و شیب آن، در ابتدا و انتهای بازه ی تغییر شکل، که به صورت زیر بیان می شوند.

$$\begin{aligned} \theta(Z=0) &= \theta_0 = 0 \\ \theta(Z=L) &= \theta_p \\ \frac{d\theta}{dZ}(Z=0) &= 0 \\ \frac{d\theta}{dZ}(Z=L) &= 0 \end{aligned} \quad (13)$$

می‌شود. غلتک بالایی ایستگاه دوم، همتراز افقی غلتک بالایی ایستگاه اول مستقر می‌شوند. غلتک‌های پایینی ایستگاه اول باید در ارتفاع مناسب زیر نوار ورق مستقر شوند. ارتفاع مناسب برای غلتک پایینی ایستگاه اول به آسانی قابل محاسبه است. به گونه‌ای که در آرایش ابتدایی، غلتک پایینی بر سطح زیرین نوار ورق مماس باشد. شکل (۵) آرایش اولیه مدل سوار شده‌ی اجزای محدود را در یکی از شبیه‌سازی‌های انجام شده نشان می‌دهد.



شکل (۵): نمایش آرایش اولیه مدل سوار شده و شبکه‌بندی مدل اجزای محدود در یکی از شبیه‌سازی‌های انجام شده

۳-۴- تماس‌های تعریف شده

با توجه به استفاده از مدل صلب تحلیلی در شبیه‌سازی‌ها غلتک‌ها و بر اساس راهنمای نرم‌افزار ABAQUS [۳۲]، برای تعریف تماس بین غلتک‌ها با ورق از الگوریتم زوج تماسی (Contact pair) استفاده شده است. برای اعمال قیدهای تماسی روش سینماتیکی و نیز فرمولبندی لغزشی محدود (Finite slip) انتخاب شده است. در شبیه‌سازی‌های این مقاله دو رفتار در جهت مماسی در نظر گرفته شده است. برای نحوه‌ی کنش سطوح بر هم در جهت عمودی تماس سخت (Hard contact) به کار گرفته شده است. برای جهت مماسی نیز تماس ورق با غلتک‌های ایستگاه صفر، رفتار بدون اصطکاک در نظر گرفته شده است. غلتک‌های ایستگاه صفر کاملاً در جای خود ثابت هستند و فقط وظیفه‌ی نگهداری ورق را دارند. اما برای غلتک‌های ایستگاه‌های اول به بعد، رفتار اصطکاکی با مدل کولمب و ضریب اصطکاک همگن و ثابت $\mu=0.2$ منظور شده است.

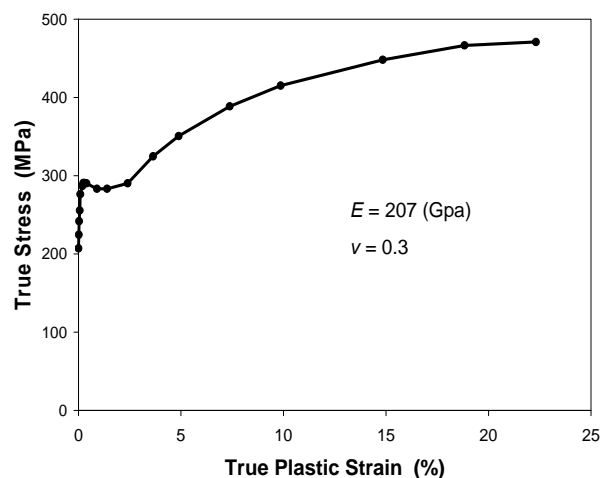
۳-۵- قدم‌های تحلیل

شبیه‌سازی‌های اجزای محدود شامل دو قدم از نوع دینامیک صریح (Explicit Dynamics) می‌شوند. قدم اول بسته شدن غلتک‌های ایستگاه اول و قدم دوم دوران غلتک‌های ایستگاه اول. به گونه‌ای که در انتهای قدم دوم، سر جلویی نوار ورق به اندازه‌ی فاصله‌ی یک ایستگاه به جلو حرکت داده شده باشد.

فاصله‌ی بین ایستگاه‌ها و عرض نصف عرض نوار ورق واقعی، مدل شده است. بر اساس تجربه‌ی به دست آمده از شبیه‌سازی‌های انجام شده، حداقل طول مستطیل مدل، دو برابر فاصله‌ی ایستگاه‌ها پیشنهاد می‌شود.

۳-۲- رفتار مادی

در شرح مدل تحلیلی اشاره شد که رفتار ورق به صورت صلب-پلاستیک کامل فرض شده است. اما با توجه به وارون‌ناپذیری تانسور نرمی (Compliance tensor) در مدل صلب-پلاستیک کامل [۳۱]، استفاده از این مدل در تحلیل اجزای محدود امکان‌پذیر نیست. از این رو رفتار مادی ورق در شبیه‌سازی‌ها به صورت الاستیک-پلاستیک منظور شده است. پژوهش‌های پیشین [۳۰] نیز نشان داده است که مدل باتاچاریا که برای ورق با رفتار صلب-پلاستیک کامل ارائه شده، برای ورق با رفتار الاستیک-پلاستیک نیز با تقریب خوبی معتبر است. با توجه به مشخصات فرایند انتخابی به عنوان مثال عددی، که در بخش چهارم به آن اشاره خواهد شد، مشخصات رفتار مکانیکی فولاد SAE 1020 برای ورق به کار گرفته شده است. شکل (۴) نمودار تنش حقیقی-کرنش پلاستیک حقیقی را به همراه مدول یانگ و ضریب پواسون را برای این فولاد نشان می‌دهد.

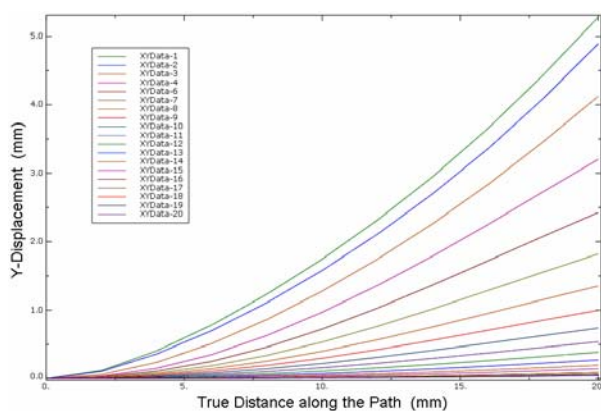


شکل (۴): نمودار تنش-کرنش و مشخصات مکانیکی فولاد SAE 1020 که به عنوان رفتار مکانیکی ورق در شبیه‌سازی‌های اجزای محدود به کار رفته است

۳-۳- آرایش اولیه در مدل سوار شده

در این مقاله شبیه‌سازی فرایند از ابتدای فرایند مورد توجه قرار گرفته است. در آرایش اولیه، سر نوار ورق در ایستگاه اول قرار دارد. غلتک‌های بالایی و پایینی ایستگاه صفر که استوانه‌ای شکل هستند، به ترتیب با سطوح بالایی و پایینی ورق در تماس هستند. غلتک بالایی ایستگاه اول نیز مماس بر سطح بالایی نوار ورق مستقر

رسم شد. محور y در شکل‌های (۳) و (۵) نشان داده شده است. به این ترتیب با مقایسه‌ی این منحنی‌ها می‌توان مسیری را پیدا کرد که تغییر مکان y در امتداد آن به‌صورت قابل توجهی با مسیرهای عرضی پیش از آن تفاوت می‌کند. فاصله‌ی این مسیر عرضی تا ایستگاه اول، طول تغییر شکل در نظر گرفته شده است. شکل (۶) منحنی‌های حاصل از تغییر شکل مسیرهای عرضی بین ایستگاه صفر تا ایستگاه اول را برای یکی از شبیه‌سازی‌های انجام شده را نشان می‌دهد.



شکل (۶): نمودار تغییر مکان در راستای محور y که در شکل (۳) نشان داده شده، در امتداد مسیرهای عرضی بین ایستگاه صفر و ایستگاه اول، برای یکی از شبیه‌سازی‌های انجام شده

۴- بررسی و مقایسه‌ی نتایج به‌دست آمده از حل عددی و تحلیلی

هدف اصلی در این قسمت، بررسی اعتبار مدل تحلیلی ارائه شده است. بر اساس جستجوی نگارندگان، هیچ‌گونه پژوهش قبلی در زمینه‌ی طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی لوله‌ی گرد، در میان قبلی [۳۰] نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود برای طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی کانال متقارن با نتایج تحلیلی و تجربی باتاچاریا [۷] مقایسه و اعتبار آن نشان داده شده است. بر این اساس، برای اعتبارسنجی مدل تحلیلی ارائه شده، نتایج مدل تحلیلی با نتایج مشابه از شبیه‌سازی اجزای محدود ABAQUS مقایسه می‌شود. برای این منظور یک مثال عددی خاص انتخاب شده است. مشخصات فرایند نمونه‌ی انتخابی، بر اساس آزمایش باتاچاریا در شکل‌دهی کانال متقارن [۷] انتخاب شده‌اند. به این معنی که مشخصات هندسی و مکانیکی فرایند، همانند آزمایش باتاچاریا [۷] انتخاب شده‌اند. با این تفاوت که پروفیل غلتک در ایستگاه اول، به‌صورت کمان دایره‌ای در نظر گرفته شده است. جدول (۲) مشخصات آزمایش باتاچاریا [۷] را نشان می‌دهد.

۳-۶- شرایط مرزی و بارگذاری

در شبیه‌سازی‌های این پایان‌نامه، اعمال تغییر شکل از طریق اعمال تغییر مکان مناسب به غلتک‌ها انجام شده است. در ABAQUS نیز مانند دیگر نرم‌افزارها، برای تعریف و کنترل درجه‌های آزادی اجسام صلب، یک نقطه به‌عنوان نقطه‌ی مرجع (Reference point) به جسم صلب منتسب می‌شود. آن‌گاه با تعیین هر یک از شش درجه‌ی آزادی نقطه‌ی مرجع، حرکت جسم صلب تعریف می‌شود.

جدول (۱): شرایط مرزی برای مدل اجزای محدود نشان داده شده در شکل (۵)

شرایط مرزی		
هندسه	قدم اول	قدم دوم
لبه‌ی تقارن نوار ورق	(تقارن نسبت به صفحه‌ی ۲-۳) $U_1, UR_2, UR_3=0$	
T_0 (نقطه‌ی مرجع غلتک بالایی ایستگاه صفر)	(همه‌ی درجات آزادی مقید) $U_1, U_2, U_3, UR_1, UR_2, UR_3=0$	
B_0 (نقطه‌ی مرجع غلتک پایینی ایستگاه صفر)	(همه‌ی درجات آزادی مقید) $U_1, U_2, U_3, UR_1, UR_2, UR_3=0$	
T_1 (نقطه‌ی مرجع غلتک بالایی ایستگاه اول)	(همه‌ی درجات آزادی مقید)	(دیگر درجات آزادی مقید) $UR_1=\theta_{TOP}$
B_1 (نقطه‌ی مرجع غلتک پایینی ایستگاه اول)	(دیگر درجات آزادی مقید) $U_2=d$	(دیگر درجات آزادی مقید) $UR_1=\theta_{BOT}$

۳-۷- المان انتخابی و شبکه‌بندی

در مدل‌های اجزای محدود در این مقاله، غلتک‌ها به‌صورت صلب تحلیلی مدل شده‌اند. به‌همین دلیل تنها نوار ورق است که باید شبکه‌بندی شود. برای شبکه‌بندی نوار ورق از المان پوسته‌ی متداول (Conventional Shell) با نام S4R استفاده شده است. در شبکه بندی ورق از یک شبکه‌ی منظم با ۱۵۰ المان در جهت طولی و ۲۰ المان در جهت عرضی استفاده شده است. مدل شبکه‌بندی شده یکی از شبیه‌سازی‌های انجام شده در شکل (۵) نشان داده شده است.

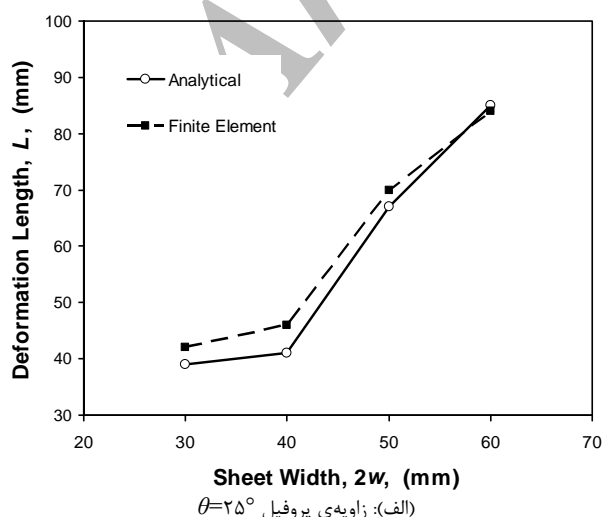
۳-۸- چگونگی تعیین طول تغییر شکل با استفاده از نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود

برای تعیین طول تغییر شکل، چگونگی تغییر شکل باریکه‌های عرضی نوار ورق، در فاصله‌ی بین ایستگاه صفر تا ایستگاه اول، به‌عنوان معیار اصلی، انتخاب شده است. برای این کار، پس از پایان شبیه‌سازی و در "واحد مشاهده‌ی نتایج" (Visualization module)، تعدادی مسیر عرضی از گره‌های المانی، با فاصله‌های مساوی، بین ایستگاه صفر و ایستگاه اول تعریف شد. آن‌گاه با رسم تغییر مکان در راستای محور y ، منحنی‌های حاصل از تغییر شکل مسیرهای عرضی،

بر روی طول تغییر شکل به مراتب کمتر از اثر افزایش عرض ورق است. به عبارت دیگر با افزایش زاویه پروفیل و به ازای عرض ورق ثابت، طول تغییر شکل کمی افزایش می‌یابد. در مدل تحلیلی باتاچاریا [۱] برای کانال متقارن، طول تغییر شکل با عرض به توان $1/5$ و با زاویه پروفیل به توان $0/5$ متناسب است. در نتیجه روند تغییرات در نمودارهای شکل‌های (۷) و (۸)، با مدل تحلیلی باتاچاریا برای کانال متقارن [۱] نیز هم‌خوانی دارند.

۵- نتیجه‌گیری

طول تغییر شکل یکی از پارامترهای مهم در فرایند شکل‌دهی غلتکی سرد است. زیرا فاصله بین ایستگاه‌ها و نیز آهنگ تغییر شکل، بر اساس آن تعیین می‌شوند. باتاچاریا [۱] برای نخستین بار ضمن معرفی طول تغییر شکل، رابطه‌ی بسته‌ای برای این طول، در شکل‌دهی کانال متقارن به دست آورد. در این مقاله یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی طول تغییر شکل در شکل‌دهی غلتکی لوله‌ی گرد ارائه شد. بر اساس جستجوی نگارندگان، ارائه‌ی مدل تحلیلی برای تعیین طول تغییر شکل در شکل‌دهی لوله‌ی گرد، تازگی دارد. مقایسه‌ی نتایج مدل تحلیلی ارائه شده با نتایج مشابه شبیه‌سازی اجزای محدود، اعتبار مدل تحلیلی ارائه شده را نشان می‌دهد. به علاوه نتایج بررسی پارامتری نشان می‌دهند افزایش عرض ورق و زاویه پروفیل، سبب افزایش طول تغییر شکل می‌شود. اما اثر افزایش عرض ورق به مراتب بیشتر از اثر افزایش زاویه پروفیل است. همچنین در بیشتر موارد، طول تغییر شکل به دست آمده از شبیه‌سازی اجزای محدود، بیشتر از نتیجه‌ی مشابه از مدل تحلیلی است. این موضوع می‌تواند ناشی از چشم‌پوشی از تغییر شکل الاستیک در مدل تحلیلی باشد.



(الف): زاویه پروفیل $\theta = 25^\circ$

جدول (۲): مشخصات آزمایش باتاچاریا [۷]

هندسی				مکانیکی
عرض ورق	ضخامت ورق	فاصله ایستگاه‌ها	شعاع پایه‌ی غلتک‌ها	جنس ورق
۴۰ (mm)	۰/۶ (mm)	۱۴۵ (mm)	۵۳ (mm)	فولاد نرم

در مقاله‌ی باتاچاریا [۷]، نوار ورق‌ی از جنس فولاد نرم (Mild steel) برای انجام آزمایش‌ها انتخاب شده است. اما در این گزارش، نام دقیق یا خصوصیات مادی فولاد تصریح نشده است. به عنوان نماینده‌ای از خصوصیات مادی فولاد نرم، بر اساس پیشنهاد مرجع [۱۸]، داده‌های مادی فولاد SAE 1020 انتخاب شده است. مشخصه‌های مکانیکی فولاد SAE 1020 که از مرجع [۱۸] برگرفته شده است، در شکل (۴) آمده است.

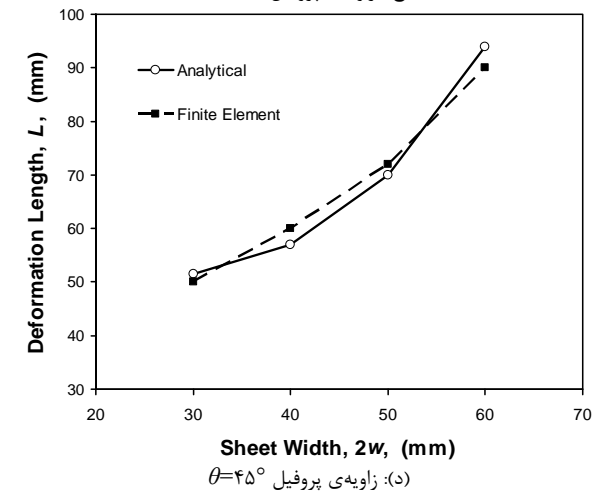
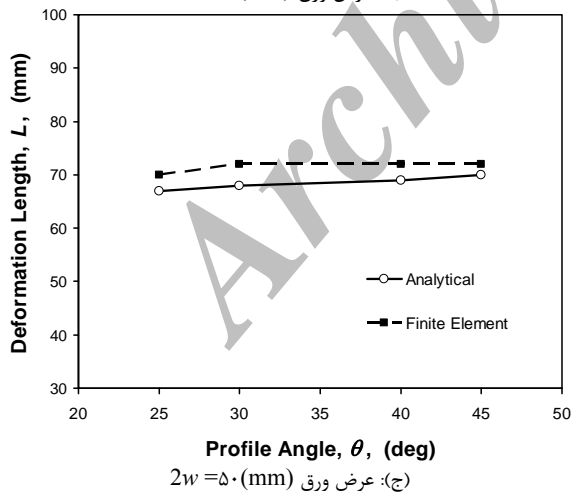
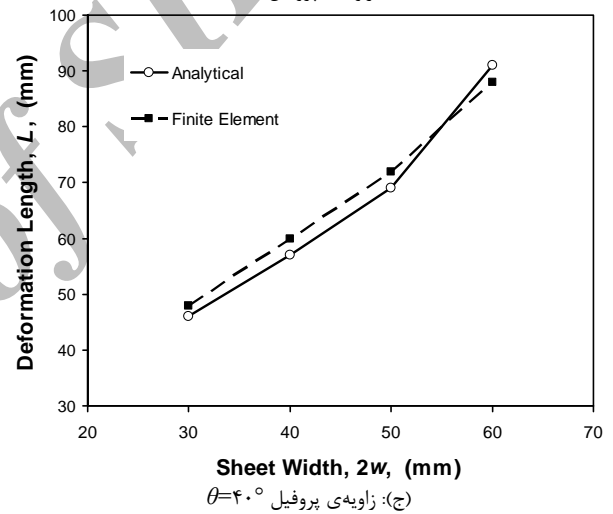
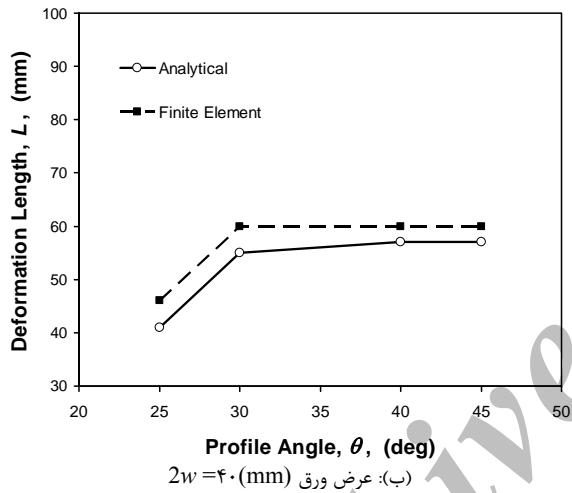
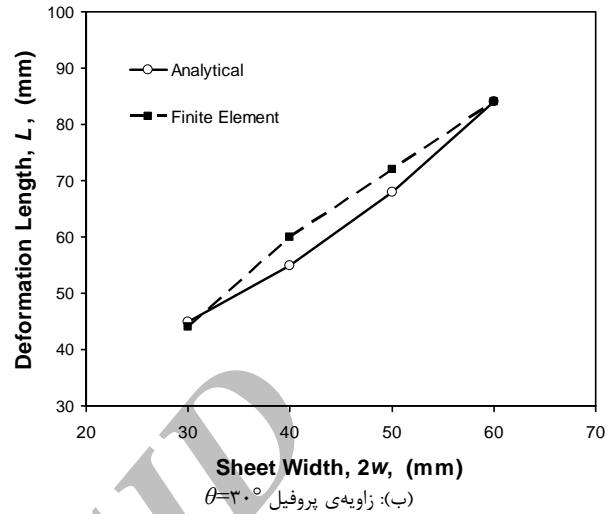
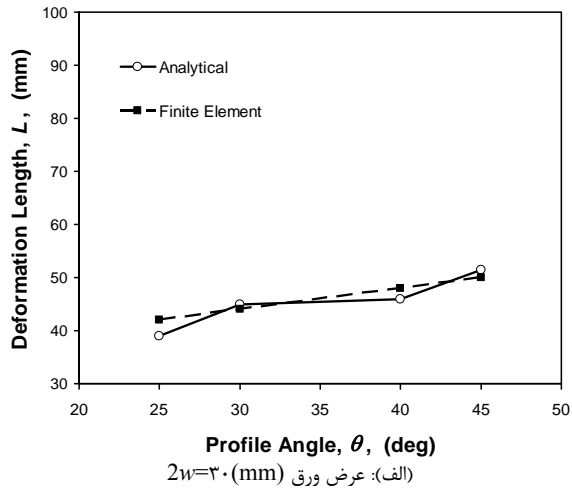
در بررسی اعتبار نتایج مدل تحلیلی، هم‌زمان یک مطالعه‌ی پارامتری نیز بر روی طول تغییر شکل انجام شده است. به این معنی که با تغییر دو پارامتر "عرض ورق"، $2w$ و "زاویه پروفیل"، θ ، مطابق جدول (۳)، طول تغییر شکل برای ۱۶ حالت از دو روش تحلیلی و شبیه‌سازی اجزای محدود تعیین و مقایسه شده است. یادآوری می‌شود که در هر یک از این ۱۶ حالت، به جز پارامترهای w و θ ، پارامترهای دیگر به همان صورتی که در بالا شرح داده شد، بر اساس آزمایش باتاچاریا انتخاب شده است.

جدول (۳): مقادیر انتخابی برای دو پارامتر w و θ .

در بررسی پارامتری طول تغییر شکل					
نیم‌عرض ورق	w (mm)	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
زاویه پروفیل	θ (°)	۲۵	۳۰	۴۰	۴۵

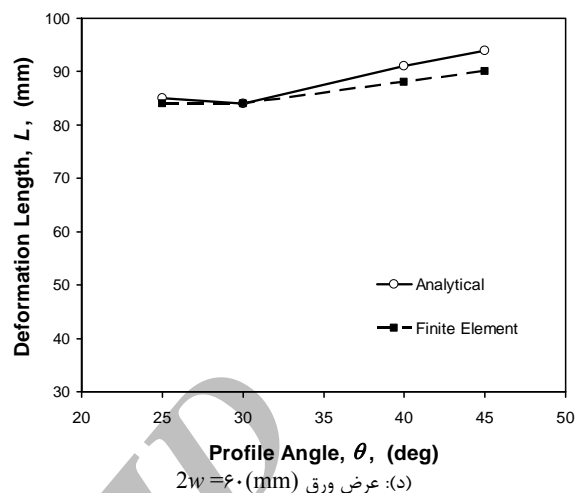
نتایج این بررسی‌ها در نمودارهای شکل‌های (۷) و (۸) نشان داده شده است. نمودارهای شکل (۷)، اثر افزایش عرض ورق بر روی طول تغییر شکل را به ازای زاویه پروفیل ثابت نشان می‌دهد. نمودارها نزدیکی خوبی بین نتایج مدل تحلیلی و نتایج شبیه‌سازی اجزای محدود نشان می‌دهند. این موضوع نشان‌گر اعتبار مدل تحلیلی ارائه شده است. به علاوه مشاهده می‌شود که با افزایش عرض ورق و به ازای زاویه پروفیل ثابت، طول تغییر شکل افزایش می‌یابد. این نتیجه با آن‌چه از فرایند انتظار می‌رود، مطابقت دارد. زیرا به ازای زاویه پروفیل ثابت، هر چه عرض ورق افزایش یابد، فاصله‌ی بیشتری برای ورق نیاز است تا از حالت تخت ابتدایی به کمان دایره‌ای مورد نظر در ایستگاه، تغییر شکل دهد.

در نمودارهای شکل (۸)، اثر افزایش زاویه پروفیل بر روی طول تغییر شکل و به ازای عرض ورق ثابت، نمایش داده شده است. آن‌گونه که این نمودارها نشان می‌دهند، اثر افزایش زاویه پروفیل



شکل (۷): اثر افزایش عرض ورق بر روی طول تغییر شکل، به‌ازای زاویه‌ی پروفیل ثابت، برای فرایند نمونه‌ی مورد بررسی

- [10] Kiuchi, M., Koudabashi, T. and Sato, T., "Automated Design System of Optimal Roll Profiles for Roll Forming of Welded Pipe and Tube", Proceeding of the 3th International Conference of Steel Rolling, Tokyo, 2-6 Sep. 1985, pp. 335-342.
- [11] Panton, S. M., "Computer Aided for Roll Forming Design", Ph.D. Thesis, University of Aston in Birmingham, 1987.
- [12] Nefussi, G., and Gilormini, P., "A Simplified Method for the Simulation of Cold Roll Forming", International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 35, No. 10, 1993, pp. 867-878.
- [13] Nefussi, G., and Gilormini, P., "A kinematical Method for the Simulation of Cold-Roll Forming Process", ECCOMAS, Barcelona, 2000.
- [14] Toyooka, T., "Computer Simulation for Tube- Making by the Cold Roll-Forming Process", Ph.D. Thesis, The University of Aston in Birmingham, 1999.
- [15] Moslemi Naeini, H., Salmani Tehrani, M., and Safdarian, R., "Investigating the Weight of Longitudinal out-of-Plane Bending Energy in Predicting "Deformation Length" in Roll-Forming of Symmetric Channel Section", Proceedings of the 12th MetalForming Conference, 21-24 Sept., 2008, pp. 141-144, Krakow, Poland.
- [16] Brunet, M., "Numerical Analysis of Cold-Forming Residual Stresses in Thin-Walled Structures", NUMIFORM Conference, Balkema, Rotterdam, 1992.
- [17] Rebelo, N., Nagtegaal, J. C., Taylor, L. M. and Passman, R. "Comparison of Implicit and Explicit Finite Element Methods in the Simulation of Metal Forming Processes", ABAQUS Users Conf., Newport, RI, 1992.
- [18] McClure, C. K., and Li, H., "Roll Forming Simulation using Finite Element Analysis", Manufacturing Review, Vol. 8, 1995, pp. 114-122.
- [19] B., Wen and R. J., Pick, "Modeling of Skelp Edge Instabilities in the Roll Forming of ERW Pipe", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 41, pp. 425-446, 1994.
- [20] Senanayake, R. S., Cole, I. M., and Thiruvarduchelvan, S., "The Application of Computational and Experimental to Metal Deformation in Cold Roll Forming", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 45, 1994, pp. 155-163.
- [21] Heislitz, F., Livatyali, H., Ahmetoglu, M. A., Kinzel, G. L., and Altan, T., "Simulation of Roll Forming Process With 3-D Code PAM-STAMP", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 59, 1996, pp. 59-67.
- [22] Dong, C., Onipede, D., "Deformation Mechanics in Cold-Roll-Formed Wide Profiles", Proceedings of the 5th International LS-DYNA Conference, Southfield, USA, 21-22 Sep 1998.
- [23] Kiuchi, M., Nakata, I., and Wang, F., "FEM Simulation of Roll-Forming Process of ERW Pipe by Flexible Forming Mill", 4th Joint Workshop on Production Technology, Japan, 1998.
- [24] Alsamhan, A., Hartley, P., and Pillinger, I., "The Computer Simulation of Cold-Roll-Forming Using FE Methods and Applied Real Time Re-meshing Techniques", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 142, 2003, pp. 102-111.
- [25] Alsamhan, A., Pillinger, I., and Hartley, P., "The Development of Real Time Re-meshing Technique for Simulating Cold-Roll-Forming Using FE Methods", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 147, 2004, pp. 1-9.
- [26]



شکل (۸): اثر افزایش زاویه پروفیل بر روی طول تغییر شکل، به ازای عرض ورق $2W=60$ (mm).
 (د): عرض ورق
 ثابت، برای فرایند نمونه‌ی مورد بررسی.

۶- مراجع

- [1] Bhattacharyya, D., Smith, P., Yee, C. H., and Collins, I. F., "The Prediction of Deformation Length in Cold Roll Forming", J. of Mech. Working Technol. 9, 1984, pp. 181-191.
- [2] Angel, R. T., "Designing Tools for Cold Roll Forming. The Iron Age", Vol. 16, No. 3, 1949, pp. 83-88.
- [3] Ona, H., Jimma, T., and Fukaya, N., "Experiments on the Forming of Straight Asymmetrical Channels - Research on the High Accuracy Cold Roll Forming Process of Channels Type Cross Section", Journal of JSTP, Vol. 22, Dec. 1981, pp. 1244-1251.
- [4] Ona, H., Jimma, T., Shimada, M., and Morimoto, H., "Research on High Accuracy Col Roll Forming Process. Experiment on the Pocket Wave of Wide Profiles", Journal of JSTP, Vol. 23, Jul. 1982, pp. 664-671.
- [5] Ona, H., Jimma, T., Kozono, H., and Nakako, T., "Development in CAD for Cold Roll Forming", Proceeding of the 26th international M.T.D.R. Conference, Manchester, 1986, pp. 49-54.
- [6] Kiuchi, M., "Overall Study on Roll Forming Process of Square and Rectangular Pipes", Proceeding of the 2nd international Conference on Rotary Metalworking Processes, 1982, pp.213-226.
- [7] Bhattacharyya, D., Maltby, T. C., Martin, T. A., and Panton, S. M., "Prediction of Strain Development while Roll Forming Fundamentals Sections", Advanced Technology of Plasticity, Vol. 2, 1990, pp. 871-876.
- [8] Fewtrell, J., "An Experimental Analysis of Operating Conditions in Cold Roll Forming", Ph.D. Thesis, University of Aston in Birmingham, 1990.
- Kiuchi, M., Koudabashi, T., "Roll Forming of Circular Tube- Automated Design System of Optimal Roll Profiles", International Conference 'Tubes and Energy', Eurogress-Aachen, West Germany, Oct. 1983, pp. 1/4/1-1/4/15, 11-12.

- forming of circular tube section", Journal of Materials Processing Technology, Vol. 177, 2006, pp. 617-620.
- [۳۱] سلمانی تهرانی، م.، "تحلیل و پیش‌بینی عیوب در فرایند شکل‌دهی غلتکی سرد مقاطع متقارن پایه، با استفاده از شبیه‌سازی اجزای محدود"، پایان‌نامه‌ی دکترای مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۵.
- [27] Bui., Q. V., Papeleux, L., Boman, R., Ponthot, J. P., Wouters, P., Kergen, R. and Daolio, G. "Numerical Simulation of Cold Roll Forming Process", Proceedings of the 8th ESAFORM Conference on Material Forming, 27-29 Apr. 2005, pp. 141-144, Cluj, Romania.
- [28] Salmani Tehrani, M., Hartley, P., Moslemi Naeini, H. and Farzin, M., "Localised Bending Defect in Circular Tube Roll-Forming", Proceedings of the 8th ESAFORM Conference on Material Forming, Cluj, Romania, 2005, pp. 313-316.
- [32] Chen, W. F. and Han, D. J., "Plasticity for Structural Engineers", Springer-Verlag, 1988.
- [29] Salmani Tehrani, M. Hartley, P., Moslemi Naeini, H. and Khademizadeh, H., "Localized edge buckling in cold roll-forming of symmetric channel section", Thin-Walled Structures, No. 44, 2006, pp.184-196.
- [33] Hibbitt, D., Karlsson, B., and Sorensen, P., "Getting Started with ABAQUS/Explicit – Interactive Version", Hibbitt, Karlsson and Sorensen Inc., Rhode Island, 2002.
- [30] Salmani Tehrani, M. Moslemi Naeini, H. Hartley, P. and Khademizadeh, H. "Localized edge buckling in cold roll-

Archive of SID