

تأثیر مرتبه المان در جنبه‌های مختلف روش بهینه سازی تکاملی سازه‌ها

علی قدوسیان^۱، سیف الله سعدالدین^۲ و عباس طیبی^۳
Tabasi.abbas@yahoo.com

چکیده

در سال‌های اخیر روش بهینه سازی تکاملی سازه‌ها موسوم به ESO (Evolutionary Structural Optimization) به عنوان یک ابزار موثر در طراحی سازه‌ها مورد استفاده قرار گرفته است. مبنای روش ESO استفاده از نتایج تحلیل المان محدود مسئله در هر مرحله از فرآیند و حذف تدریجی مواد زائد بر مبنای این نتایج می‌باشد. در روش مذکور برخی از پارامترهای تجربی از قبیل نرخ حذف مواد و نرخ تکاملی وجود دارد که در نتایج بدست آمده موثر می‌باشند. در مقاله ارائه شده تأثیر مرتبه المان مورد ارزیابی قرار گرفته و در این راستا از المان مربعی با هشت گره استفاده شده است و ضمن مقایسه نتایج آن با المان مربعی چهار گره‌ای، تأثیر آن در مقادیر تنش، کاهش حجم و برخی از پارامترهای روش ESO از قبیل نرخ تکاملی و نرخ حذف مواد مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که برخی از مقادیر محاسبه شده جهت المان‌های مرتبه پایین برای استفاده در مسائل با المان‌های مرتبه بالاتر مناسب نیستند و در این راستا مقادیر مناسب جهت این پارامترها ارائه گردیده است. در ادامه چندین مثال با شرایط مرزی مختلف بیان شده است.

کلید واژه:

بهینه سازی - بهینه سازی تکاملی سازه‌ها - المان محدود - مرتبه المان

۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان

۳- کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان

۱- مقدمه

تلاش جهت یافتن طرحی که دارای مناسبترین ویژگی باشد، سالهای متمادی ذهن محققین را به خود مشغول کرده است. بهینه سازی توپولوژیکی را می توان به عنوان روشی جهت توزیع بهینه جرم در فضای طراحی تعریف کرد که در نهایت ضمن در نظر گرفتن قیود حاکم بر مسئله، به ساختار مناسب دست می یابد.

بهینه سازی توپولوژیکی با مطالعات مایکل^۱ بر روی انواع خرپاها آغاز شد [۱] و در سالهای بعد با ارائه روشهای بر پایه ریاضیات این نوع بهینه سازی به شکل گستردهتری مورد استفاده قرار گرفت [۲] هر چند که این روشها برای مسائل بزرگ با ابعاد واقعی چندان کارآمد نبودند. اما در مقابل سایر روشهای دیگر مانند معیار بهینگی^۲ که به صورت غیرمستقیم به حل یک مسئله بهینه سازی می پرداختند، توانایی خود را در زمینه حل مسائل بهینه سازی توپولوژی با ابعاد واقعی و قیود زیاد اثبات نمودند [۳].

به طور کلی، روشهای بهینه سازی توپولوژیکی را می توان به دو گروه عمده تقسیم نمود. گروه اول روشهای بر پایه ریاضیات بوده و گروه دوم، روشهای تکاملی و شهودی می باشد. از انواع روشهای مطرح بر پایه ریاضیات می توان به روشهای همگن سازی^۳ [۴] و روش SIMP^۴ [۵] اشاره نمود. در روش همگن سازی، فضای طراحی به تعداد معینی سلول تقسیم شده که هر یک از آنها به عنوان یک ریز سازه محسوب می شوند و می توانند خصوصیات مربوط به خود را داشته باشند. این روش ضمن اینکه نتایج قابل توجهی را ارائه می نماید اما دارای نقاط ضعفی از قبیل همگرا شدن به جوابهای بهینه محلی، روابط نسبتاً پیچیده ریاضی و پیدایش نواقصی از قبیل چکربوردها و نواحی خاکستری در نتایج آن می باشد هر چند که در سالهای بعد فیلترهای مختلف جهت حداقل کردن این مشکلات ارائه گردید [۶]. روش ریزسازههای ایزوتروپیک جامد با تابع جرمی که به روش SIMP موسوم است به طور گستردهایی در حل مسائل مختلف مورد استفاده قرار گرفت. یکی از مزیتهای این روش حداقل شدن پوشش ناقص مواد در ریز سازهها و حداقل شدن پیدایش نواحی خاکستری در نتایج بود، هر چند نتایج بدست آمده از این روش نیز تا حدودی به مقدار توان مورد استفاده در تابع جرمی وابسته می باشد [۷].

پیچیدگی روابط ریاضی و برخی دیگر از مشکلات فوق منجر به ارائه روشهای تکاملی گردید. روشهای تکاملی با حذف تدریجی مواد زائد از فضای طراحی به جواب مورد نظر دست می یابند. از جمله روشهای تکاملی می توان به مواردی از قبیل حداکثر تنش طراحی^۵

[۸]، مرگ نرم^۶ [۹]، افزایش معکوس^۷ [۱۰] و بهینه سازی تکاملی سازهها^۸ [۱۱] اشاره کرد.

روشهای تکاملی دارای مزایایی از قبیل سهولت نسبی در برنامه نویسی و درگیر نشدن با روابط پیچیده ریاضی، عدم پیدایش نواحی خاکستری و نزدیک بودن قابل توجه نتایج بدست آمده با نتایج تحلیلی می باشد.

روش بهینه سازی تکاملی سازهها که موسوم به روش ESO می باشد، یکی از روشهای مطرح در زمینه بهینه سازی توپولوژیکی می باشد که با توجه به مزایا و نتایج آن در سالهای اخیر مورد توجه قرار گرفته است. روش ESO دارای پارامترهای مختلفی می باشد که در نتیجه نهایی تاثیر گذار هستند و تغییر برخی از آنها، موجب تغییرات قابل توجهی در نتایج نهایی می گردد و در سالهای اخیر، تلاشهایی جهت شناخت بهتر تاثیر این پارامترها صورت گرفته است [۱۲].

در مقاله ارائه شده، از روش ESO با دو المان مربعی چهار گرهی و هشت گرهی استفاده شده و نتایج آن با یکدیگر مقایسه گردیده است و تاثیر مرتبه المان در زمینههای میزان کاهش حجم، تغییرات تنش، نرخ حذف مواد و نرخ تکاملی مورد بررسی قرار گرفته و در این راستا چندین مثال با شرایط مرزی مختلف ارائه شده است.

۲- روش بهینه سازی تکاملی سازهها

روش بهینه سازی تکاملی سازهها یا ESO اولین بار توسط پرفسور استیون^۹ و زی^{۱۰} ارائه گردید [۱۱]. این روش با در نظر گرفتن یک معیار طراحی، که با توجه به نوع مسئله و نظر طراح تعیین می گردد به حذف تدریجی مواد زائد از فضای طراحی اقدام می نماید و برای این منظور، در پایان هر مرحله از فرآیند، از نتایج تحلیل المان محدود مسئله استفاده می کند. از نکات قابل توجه دیگر این روش، در تحلیل المان محدود مسئله بوده که علی رغم تکرار در هر مرحله، نیاز به المان بندی مجدد فضای طراحی نمی باشد.

از جمله کاربردهای روش ESO در زمینههای مختلف بهینه سازی توپولوژیکی، می توان به مواردی از قبیل مسائل کمانش [۱۳]، مسائل فرکانس طبیعی [۱۴] و مسائل با قید جابجایی [۱۵] اشاره نمود. روش ESO توانایی خود را در بهینه سازی توپولوژیکی مسائل حرارتی نیز بخوبی اثبات کرده است [۱۶] و حتی، در سایر زمینههای دیگر بهینه سازی، از جمله بهینه سازی شکل نیز با موفقیت بکار گرفته شده است. [۱۷] کاربردهای گسترده این روش و توجه پژوهشگران به روش مذکور موجب پیشرفت هایی در زمینه تکامل این روش گردید که از مهمترین موارد قابل ذکر می توان به

6 - Softkill

7 - Reverse Adaptivity

8 - Evolutionary Structural Optimization

9 - G.P.Steven

10 - Y.M.Xie

1- Michell

2 - Optimality Criteria

3 - Homogenization Method

4 - Solid Isotropic Microstructures whit Penalty

5 - Fully Stress Design

روش ESO المان هایی را که در آنها نسبت تنش ون مایز σ_{el} به تنش ون مایز حداکثر σ_{max} پایین تر از حد معین RR_i باشند را به عنوان مواد زائد شناخته و آنها را حذف می نماید که این حذف از طریق کشتن المان ها و از بین بردن تاثیر آنها صورت می گیرد. مقدار RR باید بگونه ای باشد که در یک مرحله المان های زیادی از جسم حذف نگردد و حذف مواد به صورت تدریجی صورت گیرد. چرخه حذف مواد تا زمانی که هیچ المانی وجود نداشته باشد که در شرط مسئله صدق کند ادامه می یابد. در صورتی که هیچ المانی حذف نگردد، حالتی موسوم به حالت پایدار بوجود می آید که در این زمان پارامتری به نام نرخ تکاملی به نرخ حذف مواد اضافه می گردد.

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad (3)$$

RR_{i+1} نرخ حذف مواد جدید در مرحله $i+1$ ام می باشد. RR_i نیز نرخ حذف مواد در حالت پایدار و ER بیانگر نرخ تکاملی می باشد. بعد از این افزایش، چرخه المان محدود و حذف مواد تا زمان رسیدن به حالت پایدار جدید ادامه می یابد و این فرآیند تا زمان دست یابی به حالت بهینه تکرار می گردد. در مقاله ارائه شده، جهت تحلیل المان محدود مسئله از نرم افزار ANSYS استفاده شده است و برنامه ESO نیز در محیط APDL این نرم افزار نوشته شده است.

۴- اعمال روش ESO در سازه های دو بعدی پیوسته

با توجه به اینکه هدف از این مقاله بیان تاثیر مرتبه المان در تعیین پارامترهای روش ESO همچنین مقایسه نتایج بدست آمده از آن می باشد، ابتدا نسبت به بدست آوردن مقادیر مناسب جهت تعیین نرخ حذف اولیه مواد RR_0 و نرخ تکاملی ER اقدام نموده و سپس در ادامه از سه مثال با شرایط مرزی مختلف استفاده گردیده است و جهت تایید صحت عملکرد برنامه نوشته شده از مقایسه نتایج بدست آمده با سایر نتایج معتبر که توسط پژوهشگران ارائه گردیده، استفاده شده است [۲۰] و [۱۱] که بیانگر انطباق قابل قبولی بین این نتایج می باشد.

۴-۱- تاثیر مرتبه المان در انتخاب نرخ حذف اولیه و نرخ تکاملی

نرخ حذف اولیه و نرخ تکاملی از پارامترهای تاثیر گذار در روش ESO می باشند. با توجه به تحقیقات انجام شده جهت بررسی پارامترهای مختلف روش ESO، در صورت استفاده از المان مربعی با چهار گره، مقدار نرخ تکاملی $ER=0.5\%$ و نرخ حذف اولیه $RR_0=1\%$ مقادیری مناسب می باشند [۱۲].

در این بخش از مقاله ضمن استفاده از المان مربعی با هشت گره، تاثیر این دو پارامتر و همچنین تعیین مقدار مناسب آن مورد ارزیابی قرار گرفته است و در این راستا از سازه مایکل با دو تکیه گاه ثابت

ارائه روش بهینه سازی تکاملی افزایشده در سازه ها^{۱۱} موسوم به AESO [۱۸] و بهینه سازی تکاملی دو سویه در سازه ها^{۱۲} که موسوم به روش BESO می باشد [۱۹] اشاره نمود. روش AESO بر خلاف روش ESO بوده که از یک حداقل سازه اولیه که امکان تحلیل المان محدود آن وجود داشته باشد، آغاز شده و در هر مرحله در نقاط مورد نظر سازه نسبت به اضافه کردن مواد اقدام می نماید و این امر در حالی است که هیچ گونه حذف مواد صورت نمی گیرد. روش BESO را می توان به صورت ترکیبی از دو روش ESO و AESO در نظر گرفت که هم زمان با اضافه کردن مواد در نقاط بحرانی قادر به حذف مواد زائد نیز می باشد که این امر موجب افزایش سرعت دست یابی به جواب مورد نظر بویژه در سازه های سه بعدی می گردد.

۳- مبنا حذف مواد با قید تنش

جهت اعمال روش ESO، ابتدا فضای طراحی را به تعداد معینی از المان ها تقسیم شده و پس از تعیین شرایط مرزی و بارگذاری، مسئله را به صورت المان محدود تحلیل می گردد. سپس مقدار معیار مورد نظر، که با توجه به نوع مسئله توسط طراح تعیین می گردد، برای هر یک از المان ها محاسبه می شود. در این مقاله از تنش ون مایز^{۱۳} که یک معیار مناسب جهت مسائل با قید تنش می باشد استفاده گردیده است.

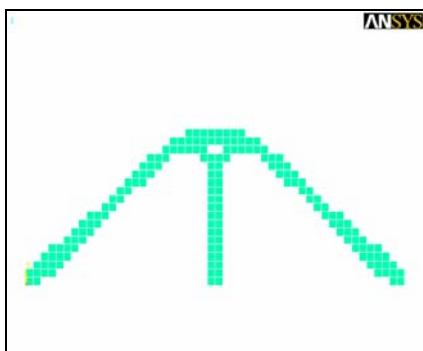
$$\sigma_{vm} = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \quad (1)$$

که در رابطه فوق، σ_{vm} بیانگر تنش ون مایز و σ_1 و σ_2 و σ_3 تنش های اصلی هستند. در بیان ریاضی مسئله بهینه سازی، وزن سازه به عنوان تابع هدف جهت کمینه کردن در نظر گرفته شده است که با توجه به ثابت بودن ضخامت و جنس مواد در تمام فضای طراحی، این امر از طریق حذف مواد زائد و کاهش حجم محقق می گردد و قید حاکم بر مسئله نیز به صورت تعیین کمترین سطح تنش، بر مبنای درصدی از تنش ماکزیمم می باشد که توسط طراح تعیین می گردد.

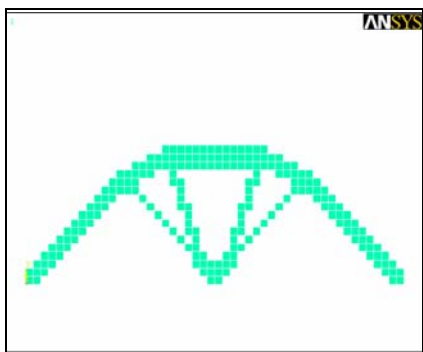
$$\begin{aligned} \text{Min} : f(x) &= W \\ \text{S to} : \sigma_{el} &< RR_i \sigma_{max} \end{aligned} \quad (2)$$

که در رابطه فوق، W بیانگر وزن سازه و σ_{el} و σ_{max} به ترتیب تنش ون مایز در المان و تنش ون مایز حداکثر در مرحله جاری می باشد. RR_i نیز نرخ حذف مواد در مرحله i ام را بیان می کند.

11 - Adaptive Evolutionary Structural Optimization
12 - Bi-directional Evolutionary Structural Optimization
13 - Von Mises



(ب)

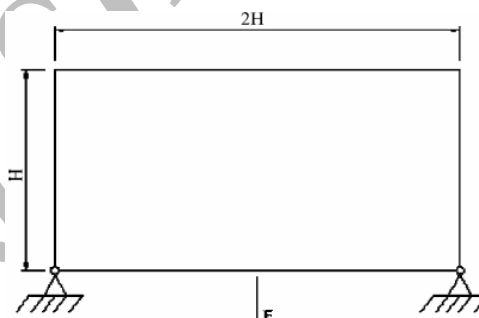


(ج)

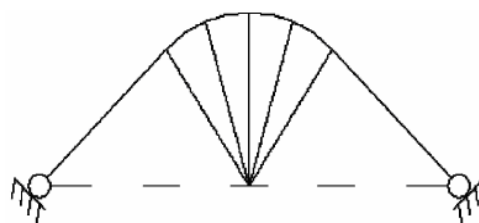
شکل (۳): جواب‌های روش ESO برای شکل (۱) در حالت پایدار با نرخ حذف مواد $RR_0=1\%$ و نرخ حذف اولیه $RR=20\%$.
الف) $ER=0/0.25$ ب) $ER=0/0.05$ ج) $ER=0/0.1$

همان گونه که نتایج نشان می‌دهند، روند تغییرات تنش و تغییرات حجم در حالت (الف) و (ب) تفاوت چندانی با یکدیگر ندارند، اما شکل نتایج بدست آمده با یکدیگر متفاوت می‌باشد. در حالت (ج) و نرخ تکاملی $ER=1\%$ نیز شاهد تغییر قابل ملاحظه تنش در $RR=17\%$ هستیم و با توجه به نتایج حاصل شده و همچنین حداکثر شباهت سازه های بدست آمده نسبت به سازه مایکل و نتایج ارائه شده در سایر مقالات معتبر [۱] و [۱۱]، حالت نخست یعنی $ER=0/0.25$ بهترین حالت بوده و در مراحل بعدی از این مقدار جهت نرخ تکاملی استفاده گردیده است. در گام بعدی مقدار نرخ تکاملی ER برابر مقدار ثابت $0/25\%$ در نظر گرفته شده و نرخ حذف اولیه مواد RR_0 را برابر سه مقدار مختلف 1% ، 5% و 8% در نظر می‌گیریم. شکل (۵) نتایج بدست آمده در حالت پایدار با نرخ حذف مواد $RR=15\%$ را نمایش می‌دهد. نحوه تغییرات تنش ون مایزز و همچنین میزان کاهش حجم سازه در نمودار، شکل (۶) نمایش داده شده است و همانگونه که از نتایج مشخص است، در دو حالت اول یعنی $RR_0=1\%$ و $RR_0=5\%$ شکل بهینه به یکدیگر نزدیک بوده و رفتار سازه در حجم نهایی بدست آمده و میزان تغییرات تنش، تقریباً یکسان می‌باشد اما در حالت سوم روند تغییرات تنش ماکزیمم تا حدودی متفاوت بوده و شکل سازه بدست آمده نیز از

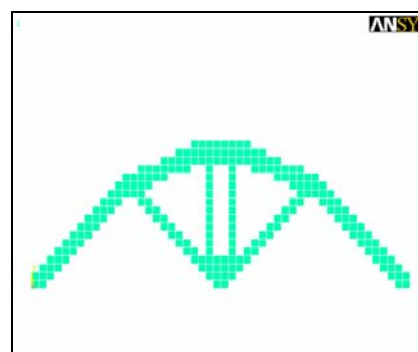
استفاده شده است. همان گونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، محیط طراحی به اندازه $2H \times H$ ، $H=5m$ بوده و ضخامت صفحه برابر $0/1m$ می‌باشد. مدول یانگ $E=100GPa$ و نسبت پواسون $\nu=0/3$ در نظر گرفته شده است و دو گوشه پایین صفحه در برابر هر گونه جابجایی مقید شده است. نیرو عمودی $F=1000N$ نیز مطابق شکل به سازه وارد می‌گردد. محیط طراحی با 25×50 المان مربعی با هشت گره تقسیم گردیده است. در ابتدا نرخ حذف اولیه RR_0 ثابت و برابر 1% در نظر گرفته شده و برای نرخ تکاملی سه مقدار متفاوت $0/25\%$ ، $0/5\%$ ، 1% در نظر گرفته شده است که نتایج آن در شکل (۳) در حالت پایدار با نرخ حذف مواد $RR=20\%$ نشان داده شده است. شکل (۴) نیز بیانگر تغییرات تنش ون مایزز و کاهش حجم صورت گرفته در این سه حالت می‌باشد.



شکل (۱): محیط طراحی شامل یک صفحه تحت بارگذاری با دو تکیه‌گاه ثابت

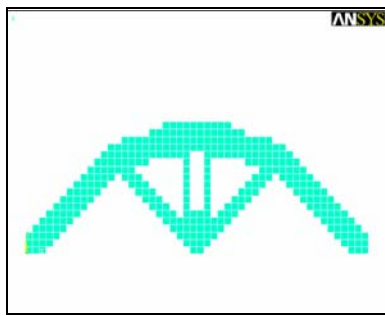


شکل (۲): سازه نوع مایکل

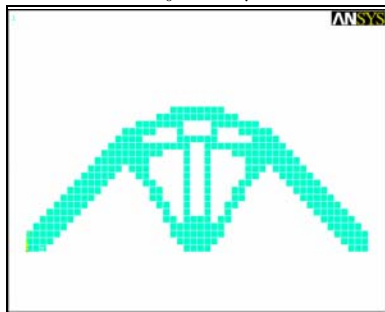


(الف)

نوع سازه مایکل دور شده است. همچنین طبق نمودار نحوه کاهش حجم، در حالت $RR_0=0/0.5$ و $RR_0=0/0.8$ تنها در مرحله اول حجم قابل توجهی از مواد از سازه حذف می‌گردد که این امر مسئله را به سمت ناپایدار شدن سوق می‌دهد و بنابراین مقادیری مناسب جهت نرخ حذف اولیه مواد نمی‌باشند.

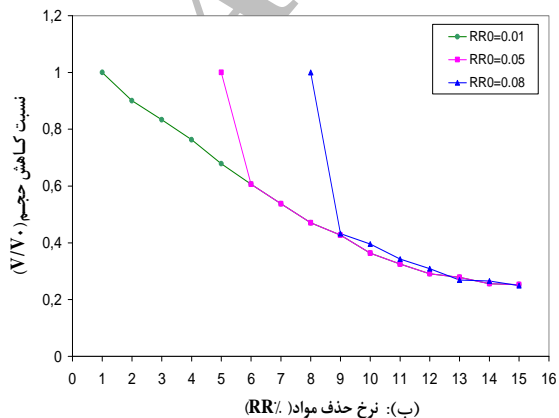
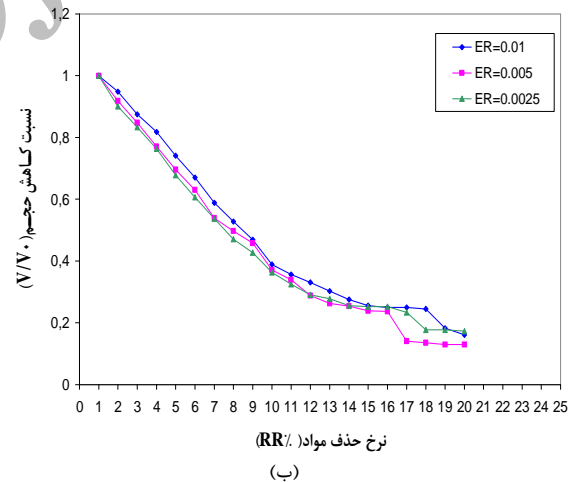
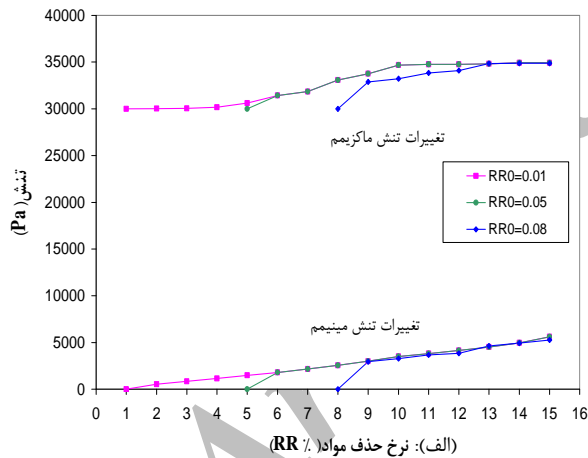
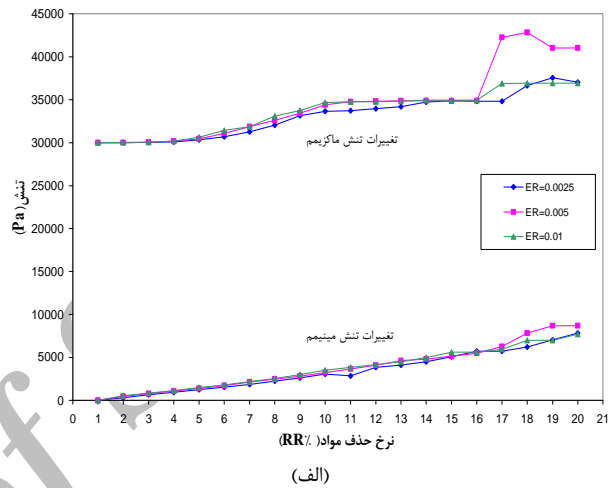


RR₀=0/0.5: (ب)

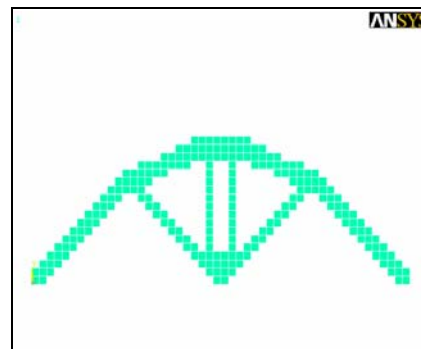


RR₀=0/0.8: (ج)

شکل (۵): جواب‌های روش ESO برای شکل (۱) در حالت پایدار با نرخ حذف مواد $ER=0/2.5\%$ و $RR=1.5\%$.

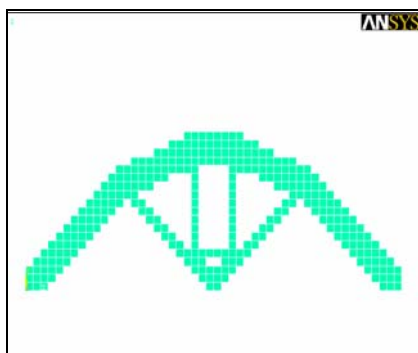


شکل (۴): (الف) روند تغییرات تنش ون مایز ب) روند تغییرات کاهش حجم

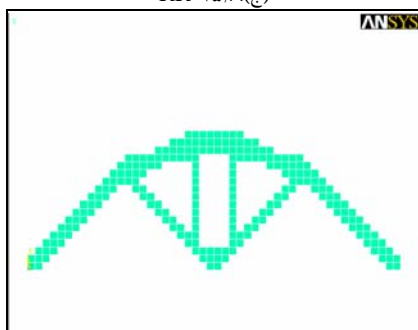


RR₀=0/0.1: (الف)

شکل (۶): (الف) روند تغییرات تنش ون مایز ب) روند تغییرات کاهش حجم

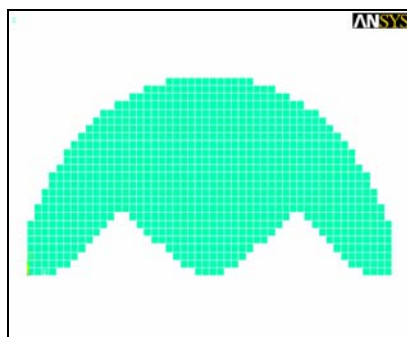


RR=۱۵٪: (ج)

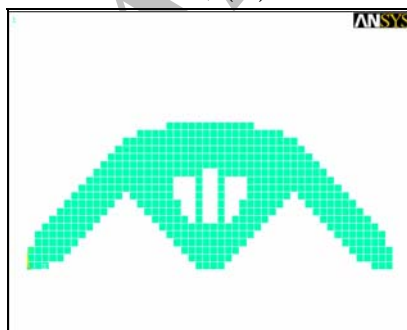


RR=۲۰٪: (د)

شکل (۷): جوابهای روش ESO با المان چهار گره ای در حالت پایدار



RR=۵٪: (الف)



RR=۱۰٪: (ب)

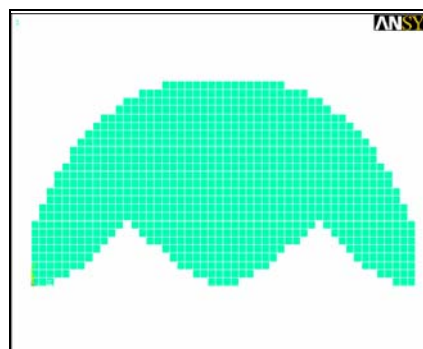
بنا به نتایج بدست آمده، مقدار نرخ تکاملی $ER=0/25\%$ و نرخ حذف اولیه $RR_0=1\%$ جهت مسائل با المان های مربعی با هشت گره مناسب بود و در ادامه از این مقادیر استفاده گردیده است.

۲-۴- مقایسه تأثیر المان در روند بهینه سازی

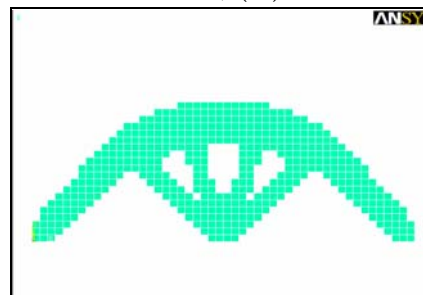
در این بخش المان مربعی با چهار گره و المان مربعی با هشت گره جهت انجام بهینه سازی توپولوژیکی در سه مثال مختلف مورد استفاده قرار گرفته است و تأثیر مرتبه المان با مقایسه نتایج بدست آمده در زمینه تغییرات تنش، روند کاهش حجم و شکل سازه بدست آمده مورد بررسی قرار گرفته است.

۲-۴-۱- سازه مایکل با دو تکیه گاه ثابت

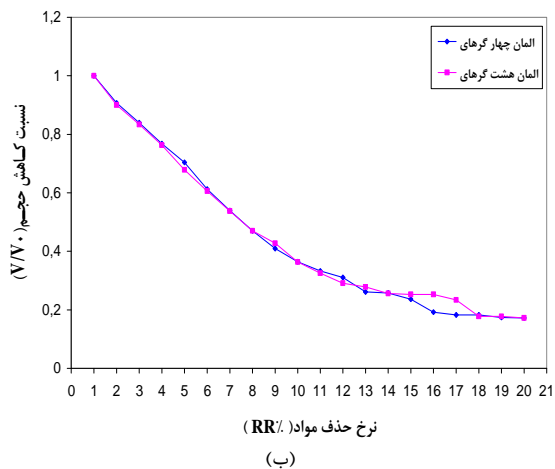
در اولین مثال مجدداً از سازه مایکل با دو تکیه گاه ثابت استفاده شده است. محیط طراحی مطابق شکل (۱) به اندازه $2H \times H$ ، $(H=5m)$ با ضخامت $0/1m$ می باشد. مدول یانگ برابر $E=100GPa$ و ضریب پواسون $\nu=0/3$ می باشد. نیروی $F=1000N$ مطابق شکل به سازه اعمال شده و دو تکیه گاه ثابت در دو گوشه پایین صفحه قرار گرفته است. این مسئله با 25×50 المان تقسیم بندی شده است که یک بار از المان مربعی چهار گره ای و بار دیگر از المان مربعی هشت گره ایی استفاده گردیده است. در حالت نخست که المان مربعی چهار گره ایی استفاده شده، مقدار نرخ تکامل $ER=0/5\%$ و نرخ حذف اولیه $RR_0=1\%$ در نظر گرفته و برای حالت استفاده از المان مربعی هشت گره ایی مطابق نتایج بدست آمده از نرخ تکاملی $ER=0/25\%$ و نرخ حذف اولیه $RR_0=1\%$ استفاده گردیده است. شکل (۷) و (۸) به ترتیب نتایج حاصل از بهینه سازی این دو المان را در حالت پایدار و با نرخ حذف مواد $RR=20\%$ نمایش می دهد.



RR=۵٪: (الف)

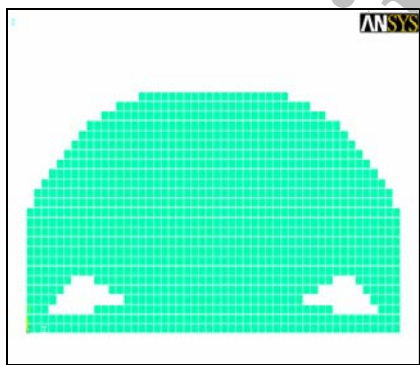


RR=۱۰٪: (ب)

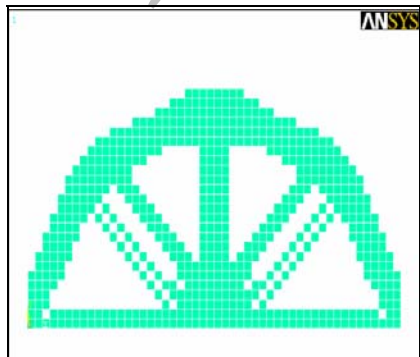


شکل (۹): الف) روند تغییرات تنش ون مایز و ب) روند تغییرات کاهش حجم

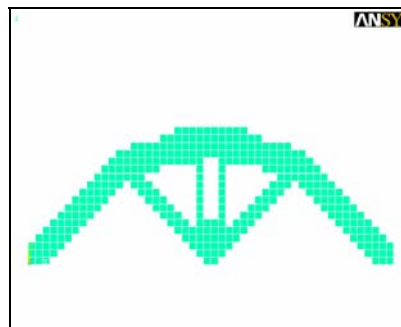
۴-۲-۲- سازه مایکل با یک تکیه گاه ثابت و یک تکیه گاه غلطکی دومین سازه که مورد تحلیل و مقایسه قرار گرفته است مشابه سازه قبل بوده و تنها شرایط مرزی آن تغییر کرده است و تکیه گاه سمت راست آن، فقط سازه را در راستای عمودی مقید ساخته است و سایر پارامترهای دیگر مشابه حالت قبل می‌باشد. روند انجام بهینه سازی با المان مربعی چهار گره‌ای و هشت گره‌ایی به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) نمایش داده شده است و همان گونه که مشاهده می‌گردد شکل‌های سازه بدست آمده تا حدودی متفاوت می‌باشد.



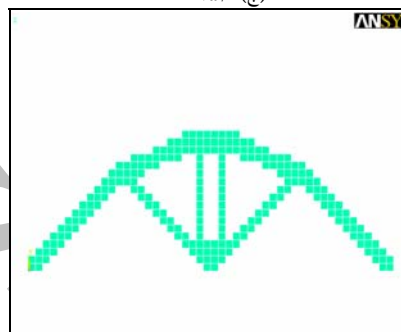
(الف)



(ب)



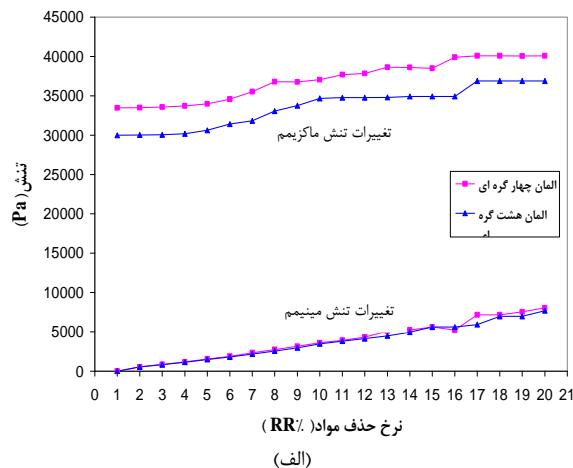
(ج): RR=۱۵%

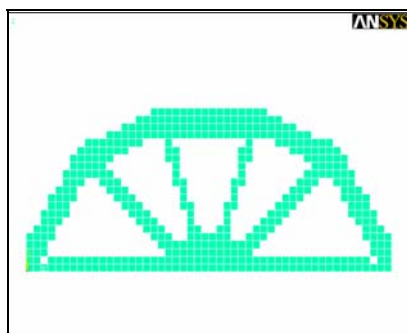


(د): RR=۲۰%

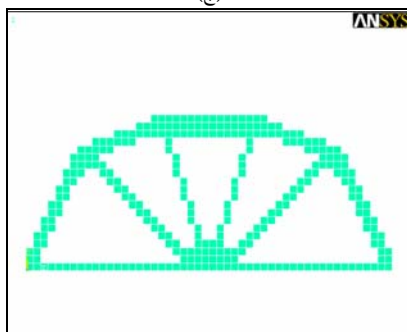
شکل (۸): جواب‌های روش ESO با المان هشت گره‌ای در حالت پایدار

روند تغییرات تنش ون مایز و روند کاهش حجم در دو حالت مذکور نیز در نمودارهای شکل (۹) نمایش داده شده است. همان گونه که از نتایج بدست آمده مشخص است، میزان کاهش حجم در هر دو المان تفاوت چندانی نداشته اما با توجه به دقت بالاتر المان های ۸ گره ای، تغییرات تنش ماکزیمم با یکدیگر متفاوت بوده و سطح تنش ماکزیمم در المان مربعی ۸ گره‌ایی پایین‌تر از المان چهار گره‌ایی می‌باشد و این در حالی است که هر دو گروه از نتایج از نظر شکل بهینه و انطباق آن با سازه مایکل جواب‌های قابل قبولی را ارائه می‌دهند.



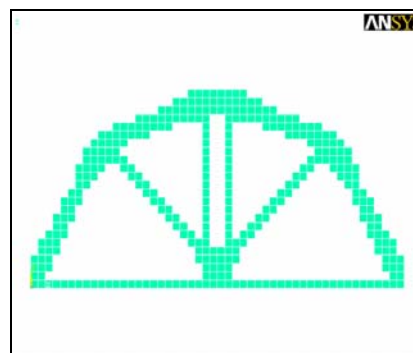


(ج)

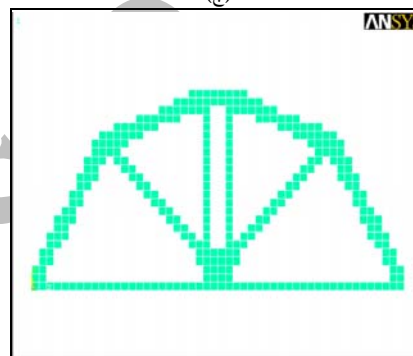


(د)

شکل (۱۱): جواب های روش ESO با المان هشت گره ای در حالت پایدار الف
 RR=۵٪ (ب) RR=۱۰٪ (ج) RR=۱۵٪ (د) RR=۲۰٪



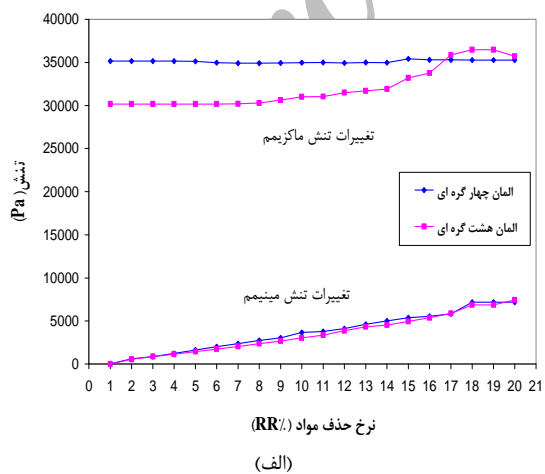
(ج)



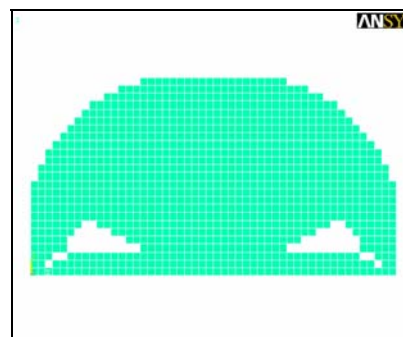
(د)

شکل (۱۰): جواب های روش ESO با المان چهار گره ای در حالت پایدار الف
 RR=۵٪ (ب) RR=۱۰٪ (ج) RR=۱۵٪ (د) RR=۲۰٪

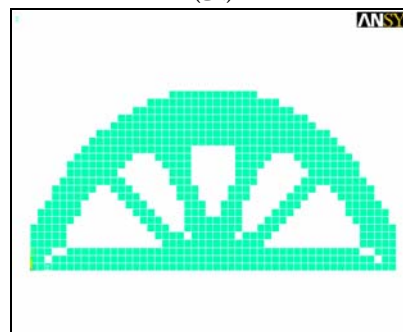
روند تغییرات تنش و کاهش حجم مسئله در نمودارهای شکل (۱۲) بیان گردیده است. در صورت استفاده از المان مرتبه بالاتر سطح تنش محاسبه شده در جسم پایین تر می باشد اما حجم نهایی بدست آمده در یک حالت پایدار یکسان مانند RR=۲۰٪، اندکی کمتر از حجم نهایی بدست آمده در سازه با المان چهار گره ای می باشد.



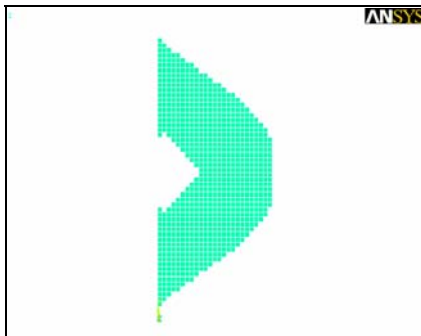
نرخ حذف مواد (RR%)
 (الف)



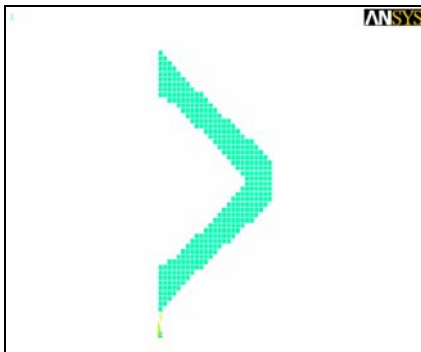
(الف)



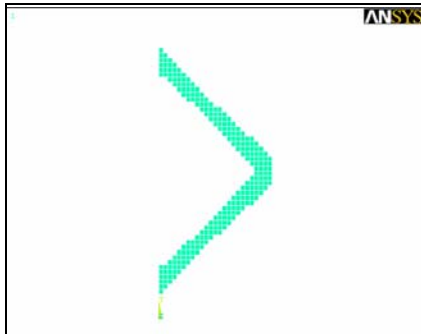
(ب)



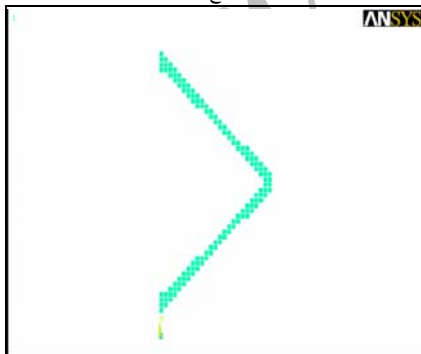
(الف)



(ب)

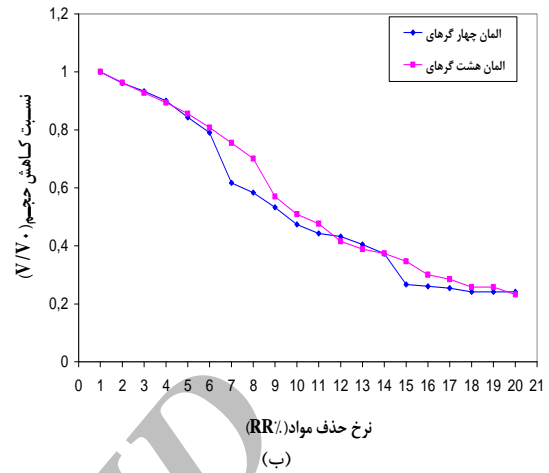


(ج)



(د)

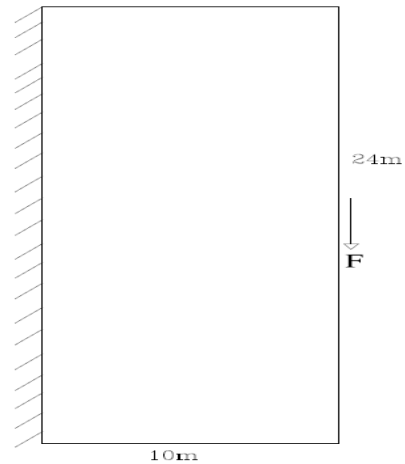
شکل (۱۴): جواب‌های روش ESO با المان چهار گره‌ای در حالت پایدار (الف) RR=۵٪ (ب) RR=۱۰٪ (ج) RR=۱۵٪ (د) RR=۲۰٪



شکل (۱۲): الف) روند تغییرات تنش و ب) روند کاهش حجم

۴-۲-۳- قاب دو عضوی

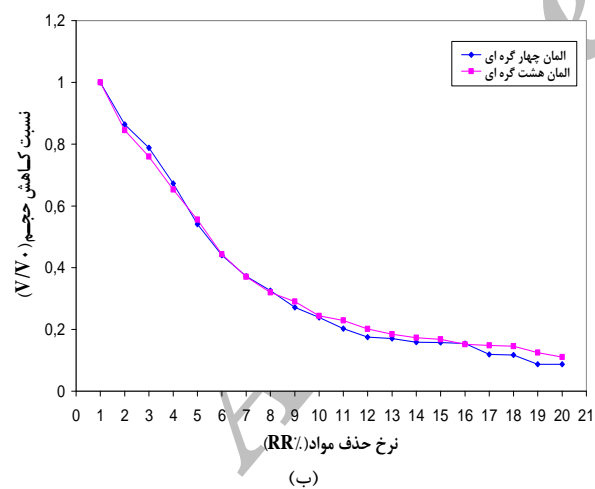
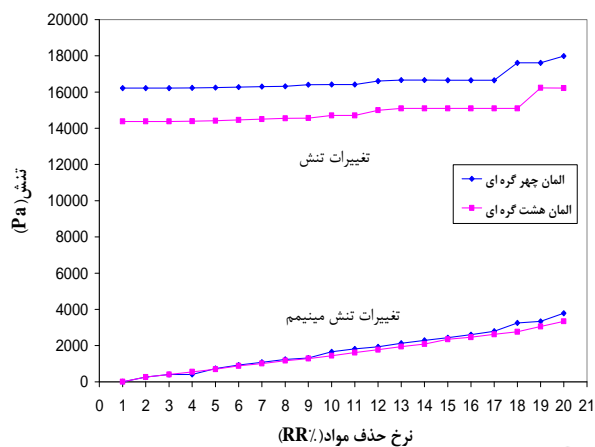
آخرین مثال ارائه شده در این بخش مربوط به یک مسئله به شکل صفحه عمودی می‌باشد که در حالت بهینه به صورت یک قاب دو عضوی خواهد بود و از جمله مثال‌های کلاسیک در زمینه بهینه سازی توپولوژی می‌باشد.



شکل (۱۳): محیط طراحی قاب دو عضوی تحت بارگذاری

همان گونه که در شکل (۱۳) مشخص است فضای طراحی با ابعاد ۱۰×۲۴m می‌باشد و فضای طراحی با ۲۵×۶۰ المان تقسیم بندی شده است و سایر پارامترها مشابه مثال‌های قبل بوده و نیروی $F=1000N$ مطابق شکل به میانه لبه سمت راست وارد می‌شود. در این مثال نیز یک بار مسئله با المان مربعی چهار گره‌ای و در مرحله بعد با المان‌های مربعی با هشت گره تحلیل و بهینه سازی شده است که نتایج بدست آمده در روند حل مسئله مطابق شکل (۱۴) و (۱۵) می‌باشد.

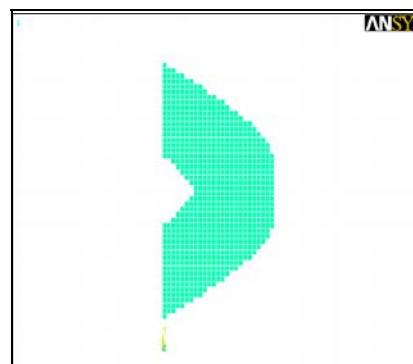
همان گونه که از نتایج مشخص است، هر دو حالت به جواب مورد نظر همگرا شده‌اند اما در حالت پایدار یکسان و نرخ حذف مواد $RR=20\%$ برای هر دو حالت، میزان کاهش حجم در صورت استفاده از المان مرتبه پایین چهار گره‌ای، به میزان 20% بیشتر است و با توجه به اینکه سطح تنش در نتایج حاصل از المان هشت گره‌ای مقدار کمتری بوده و از طرفی، معیار حذف مواد نیز بر مبنای درصدی از حداکثر تنش ماکزیمم در سازه می‌باشد، این افزایش حجم نهایی منطقی به نظر می‌رسد.



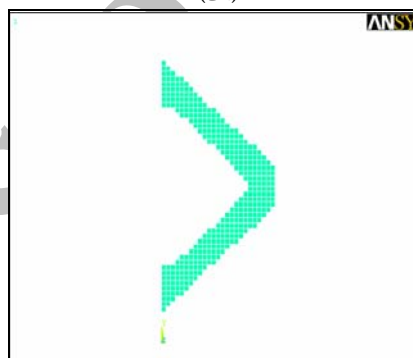
شکل (۱۶): روند تغییرات تنش ون مایز ب (ب) روند کاهش حجم

۵- نتیجه گیری

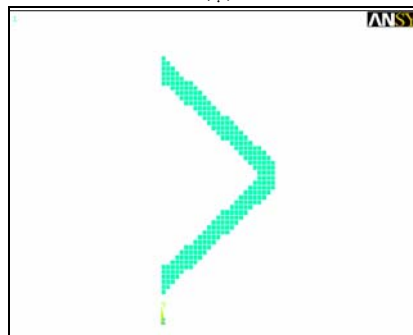
بهینه سازی تکاملی سازه‌ها (ESO) در حل مسائل بهینه سازی توپولوژیکی با موفقیت بکار گرفته شده و با توجه به اینکه روش مذکور پیچیدگی‌های ریاضی برخی از روش‌های مطرح را نداشته و در هر یک از جواب‌های بهینه محلی بدست آمده در روند حل مسئله، فرصت انتخاب مناسبی را برای طراح ایجاد می‌کند که این امر از دیدگاه مهندسی حائز اهمیت می‌باشد.



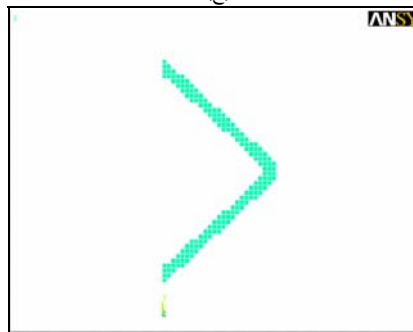
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل (۱۵): جواب‌های روش ESO با المان هشت گره‌ای در حالت پایدار (الف) $RR=5\%$ (ب) $RR=10\%$ (ج) $RR=15\%$ (د) $RR=20\%$

- [8] Hinton, E., Sienz, J., "Fully stressed topological design of structures using an evolutionary approach", Engineering Computations, Vol. 12, No. 3, 1995, pp. 229-234.
- [9] Baumgartner, A., Harzheim, I. and Mattek, C., "SOK soft kill option: the biological way to find an optimum structure topology", Int J Fatigue, Vol. 14, No. 6, 1992, pp. 387-393.
- [10] Reynolds, D., Mcconnachie, J. and Bettes, P., "Christie WC, Bull JW. Reverse adaptivity a new evolutionary tool for structural optimization", Int J Number Meth Eng, Vol. 45, No. 5, 1999, pp. 529-552.
- [11] Xie, M., Steven, GP., "A simple evolutionary procedure for structural optimization", Comput Struct, Vol. 49, No. 5, 1993, 885-896.
- [12] Abolbashari, M., Keshavarzmanesh, S., "On various aspects of application of the evolutionary structural optimization method for 2D and 3D continuum structures", Finite Element Anal, Vol. 42, No. 6, Des. 2005, pp. 478-491.
- [13] Manickarajah, D., Xie, M. and Steven, G., "Optimization of columns and frames against buckling", Computers & Structures, Vol. 75, No. 1, March 2000, pp. 45-54.
- [14] Xie, M., Steven, G., "Evolutionary structural optimization for dynamic problems", Comput. Struct, Vol. 58, No. 6, 1996, pp. 1067-1073.
- [15] Liang, Q., Xie, M. and Steven, G., "Optimal topology selection of continuum structures with displacement constraints", Comput Struct, Vol. 77, No. 6, 1999, pp. 885-896.
- [16] Li, Q., Steven, G., Querin, O. and Xie, M., "Topology design of structures subjected to thermal load by evolutionary optimization procedure", ASME Design Engineering technical conferences, DETC97-DAC3974, Sacramento, USA, 1997, pp. 175-212.
- [17] Li, Q., Steven, G., Querin, O. and Xie, M., "Evolutionary shape optimization for stress minimization", Mech Res Commun, Vol. 26, No. 6, 1999, pp. 657-664.
- [18] Querin, O., Steven, G. and Xie, M., "Evolutionary structural optimization using an adaptive algorithm", Finite Element Anal, Vol. 34, No. 3, Des. 2000, pp. 291-308.
- [19] Querin, O., Steven, G. and Xie, M., "Evolutionary structural optimization (ESO) using bi-directional algorithm", Engineering Computations, Vol. 15, No. 8, 1998, pp. 1031-1048.
- [20] Xie, M., Steven, G., "Evolutionary structural optimization", Springer-verlag, London, 1997.
- در این مقاله اثر مرتبه المان در پارامترهای نرخ حذف اولیه RR_0 و نرخ تکاملی ER بررسی گردید و مقدار مناسب جهت استفاده در المان‌های مرتبه بالا پیشنهاد شده است و چندین مثال با شرایط مرزی مختلف با المان‌های مربعی چهار گره‌ای و هشت گره‌ای، تحلیل و بهینه سازی شده و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه گردید. نتایج نشان داد که، تغییر نرخ تکاملی ER علی رغم اینکه تغییر چندانی در سطح تنش و کاهش حجم ایجاد نمی‌کند اما در شکل نهایی بدست آمده تاثیر قابل توجهی خواهد داشت و حساسیت روش نسب به تغییرات این پارامتر بیشتر می‌باشد.
- مقایسه روند تغییرات تنش برای المان‌های مربعی چهار گره‌ای و هشت گره‌ای نشان می‌دهد که در صورت استفاده از المان‌های با مرتبه بالاتر، سطح تنش ماکزیمم محاسبه شده در اغلب زمان حل مسئله پایین‌تر بوده و با توجه به اینکه معیار حذف مواد در این روش بر مبنای مقایسه تنش هر المان با درصدی از حداکثر تنش ون مایز می‌باشد، بنابراین در شرایط یکسان، مقدار کمتری از مواد در مقایسه با المان مرتبه پایین‌تر حذف می‌گردد.

۶-مراجع

- [1] Michell, AGM., "The limits of economy of material in frame-structures", Philos mag, Vol. 8, No. 47, 1904, pp. 589-597.
- [2] Dorn, W. C., Gomory, R. E. and Grenberg, H., "Automatic design of optimal structures", JMech, Vol. 3, No. 1, 1964, pp. 25-52.
- [3] Rozvany, GIN., Zhou, M. and Gollub, W., "continuum-type optimality criteria methods for larg finite-lement systems whit a displacement constraint", Struct Opti, Vol. 2, 1990, pp. 77-104.
- [4] Bendsoe, MP., Kikuchi, N., "Generating optimal topologies in structural design using homogenization method", Comput Methods Appl Mech Engrg, Vol. 71, No. 2, 1988, pp. 197-224.
- [5] Bendsoe, MP., "Optimal shape design as a material distribution probem. Struct Optim", Vol. 1, No. 4, 1989, pp. 193-202.
- [6] Hassani, B., Hinton, E., "Homogenization and structural topology optimization: Theory, practice and software", Springer-verlag, London, 1999, Chaps. 8, pp. 190-199.
- [7] Bendsoe, MP., Sigmund, O., "Topology optimization. Theory, methods and applications", Springer-verlag, berlin, 2003, Chaps. 1, pp. 4-8.