

## تخمین عمر رشد ترک زیرسطحی در چرخ واگن مسافری سامانه ریلی ایران

رحمت‌ا... قاجار<sup>۱</sup>، جواد علیزاده کاکلر<sup>۲</sup>

J\_alizadeh@dena.kntu.ac.ir

پذیرش مقاله: ۰۶/۰۹/۸۹

دریافت مقاله: ۰۳/۰۹/۸۹

### چکیده

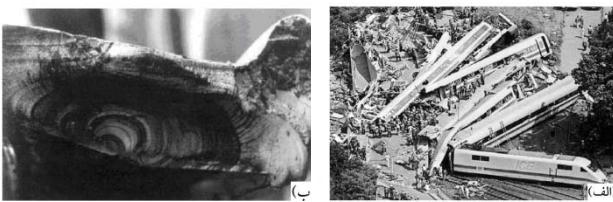
در دهه اخیر، کاهش نرخ سایش، افزایش بار محوری چرخها و سرعت سیر قطارها، مکانیزم اصلی آسیب چرخ‌های فولادی را از سایش به خستگی تماس غلتی تغییر داده است. خستگی تماس غلتی باعث ایجاد ترک‌های سطحی و زیرسطحی می‌شود. ترک‌های سطحی در مقابل با سایش عمدتاً از بین می‌روند اما ترک‌های زیرسطحی رشد کرده و منتج به شکست‌های عمیق‌تر و سانحه‌خیزتر می‌شوند. در این مطالعه، عمر یک چرخ فولادی در سامانه ریلی ایران با فرض دارا بودن یک ترک زیرسطحی بیضوی با استفاده از روش اجزا محدود تحت شرایط خستگی تماس غلتی تخمین زده است. برای این منظور از مدل سازی سه‌بعدی و تحلیل اجزا محدود چرخ ترک‌دار با قطر ۹۲۰ میلیمتر و جنس R7T و ریل UIC60 در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. پس از استخراج تاریخچه ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی طی یک دور غلتی چرخ روی ریل، با استفاده از دو مدل تاتاکا و لیو - ماهادون ضرب شدت تنش معادل محاسبه شده و نهایتاً به کمک رابطه والکر عمر چرخ تخمین زده شده است. این مقاله معیاری از طول بحرانی ترک و عمر رشد ترک زیرسطحی به صورت بومی را به عنوان الزامات بازدیدهای چرخ در حال سیر، به دست می‌دهد.

### کلید واژه:

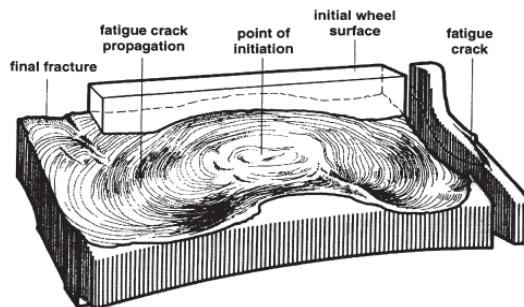
خستگی تماس غلتی - ترک زیرسطحی - عمر رشد - سایش - عمر چرخ

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

۲- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



شکل (۱): (الف) سانحه قطار آلمانی در سال ۱۹۹۸ (ب) سطح شکست بانداز چرخ عامل سانحه در اثر RCF [۳].



شکل (۲): نمایش چگونگی رشد واقعی یک ترک خستگی ایجاد شده در عمق ۴ میلیمتری. رشد محيطی ترک حدود ۳۰۰ میلیمتر و بیشترین عمق آن زیر سطح غلتچ ۱۴ میلیمتر است [۵].

در سال‌های اخیر تلاش‌های زیادی برای بررسی رشد ترک‌های زیرسطحی در سامانه ریلی انجام شده است. در سال ۲۰۰۰، گلوز و رن [۸] یک مدل محاسباتی عمومی، برای مدل‌سازی رشد خستگی ترک زیرسطحی تحت بارهای تماسی سیکلی در اجزاء مکانیکی ارائه نمودند. مدل مذکور با اطمینان رشد ترک خستگی زیرسطحی را تحت شرایط بارگذاری تماسی شبیه‌سازی نمود. گاگلیانو و ورگانی [۹] در سال ۲۰۰۳ یک رهیافت چندمنظوره برای تحلیل ترک‌های داخلی موجود در چرخ تحت بارگذاری هرتزی ارائه دادند. اساس این رهیافت، محاسبات تحلیلی میدان جابه‌جایی در چرخ و اعمال آن به عنوان شرایط مرزی در یک تحلیل اجزا محدود ناحیه‌ی نزدیک ترک چرخ بود. در ادامه لانسلر و کابو [۱۰] در سال ۲۰۰۴ به بررسی تغییرشکل ترک‌های زیرسطحی در چرخ‌های فولادی، تحت شرایط تماس غلتچی پرداختند. در این مطالعه آن‌ها یک مدل اجزا محدود دو بعدی از چرخ فولادی حاوی ترک زیرسطحی را تحت بارهای تماسی هرتزی ارائه داده و در آن مشخصات الاستوپلاستیک ماده را همراه با سختشوندگی غیرخطی به کار گرفتند. نتایج عددی مطالعه‌ی آن‌ها نشان داد که تغییرشکل‌های مود I قابل صرف‌نظر هستند. علاوه بر این دامنه بار و هندسه تماس نقش حیاتی در جابه‌جایی‌های مماسی سطح ترک ایفا می‌کنند. بوگدانسکی و تراجر [۱۱] در سال ۲۰۰۴ به ارائه مفهومی یک مدل اجزاء محدود چند اندازه‌ای بدون بعد پرداختند که بتواند تعداد مدل‌های مورد نیاز برای

## ۱- مقدمه

تمامی اشکال و اماندگی فلاتات که مربوط به سیکل‌های تنفس تماشی تکرار شونده است، خستگی تماس غلتچی<sup>۱</sup> (RCF) نامیده می‌شود [۱]. خستگی تماس غلتچی جزء دسته‌ای از آسیب‌هاست که در سطح چرخ (ویا ریل) و یا زیر سطح آن ظاهر می‌شود. در هر دو مورد، این پدیده نتیجه تکرار اعمال تنفس بیش از حد بر سطح ماده یا زیر آن توسط صدها، هزاران یا میلیون‌ها سیکل تماس شدید چرخ و ریل می‌باشد.

مشکل RCF در راه‌آهن از سال ۱۹۹۰ رشد کرده و در سال ۲۰۰۰ با افزایش موارد خروج از خط مورد توجه جهانی قرار گرفت. بر طبق آمارهای مدیریت فدرال راه‌آهن آمریکا (FRA<sup>۲</sup>)، ظرف هشت سال یعنی از سال ۱۹۹۵ تا ۲۰۰۲، RCF عامل اصلی ۱۲۲ مورد خروج از خط بوده و در بیش از ۱۶۰ مورد به خروج از خط کمک کرده است [۲]. شکل (۱) تصویری از سانحه مربوط به قطار سرعت بالای مسیر مونیخ - هامبورگ که در سال ۱۹۹۸ به وقوع پیوست را نشان می‌دهد. علت این سانحه شکست بانداز یک چرخ در اثر رشد ترک زیرسطحی تحت شرایط RCF تشخیص داده شد.

علاوه بر بحث اینمی، هزینه‌های مالی RCF قابل توجه است. یک مطالعه انجام گرفته در اروپا نشان می‌دهد، هزینه‌های مربوط به پدیده‌ی RCF در شبکه ریلی اروپا شامل بازرسی، تأخیر قطارها، جایگزینی ریل، تعمیرات و خروج از خط واگن‌ها حدود ۳۰۰ میلیون یورو در سال است [۲].

دو فرآیند اصلی حاکم بر RCF هستند: جوانه‌زنی ترک و رشد آن. این دو فرآیند به وسیله‌ی برخی از عوامل مانند: شرایط محیطی، پروفیل‌های چرخ و ریل، قوس ریل‌ها، جنس چرخ و ریل، نحوه روانکاری، مشخصات واگن و غیره تحت تأثیر قرار می‌گیرند. رشد ترک‌های RCF به دو شکل سطحی و زیرسطحی مطرح است. ترک‌های سطحی در تقابل با سایش عمدتاً از بین می‌رونده اما ترک‌های زیرسطحی رشد کرده و منتج به شکستهای عمیق‌تر و سانحه‌خیزتر می‌شوند. خط‌ناک‌ترین نوع و اماندگی خستگی چرخ‌های راه‌آهن ناشی از رشد ترک‌های ایجاد شده در زیر سطح است. ترک‌های زیرسطحی در چرخ‌های فولادی می‌توانند از ۴ تا بعضاً ۲۰ میلیمتر زیر سطح ایجاد شوند. علت ایجاد ترک‌های زیرسطحی در کنار ترک‌های سطحی، بیشتر بودن سختشوندگی ماده در سطح، وجود تنش‌های پسماند فشاری در سطح و وجود عیوب مادی زیرسطحی است [۴]. چگونگی رشد یک ترک زیرسطحی در شکل (۲) نشان داده شده است. مبسوط مباحثه مربوط به خستگی تماس غلتچی به صورت جداگانه در مورد چرخ و ریل در [۶ و ۷] قابل دسترسی است.

## ۲- مدل‌سازی اجزا محدود و حل مسئله در نرم‌افزار آباکوس<sup>۳</sup>

مراحل مختلف مدل‌سازی و حل مسئله تماس چرخ دارای ترک زیرسطحی با ریل در نرم‌افزار اجزا محدود آباکوس نسخه 6.7 صورت گرفته است. برای مدل‌سازی هندسی چرخ، از پروفیل ORE-S1002 که در حال حاضر پروفیل مورد استفاده در تراش چرخ‌های سامانه ریلی ایران است، استفاده گردید. این پروفیل در استاندارد UIC-2-5101 [۱۴] تعریف شده است. سایر قسمت‌های هندسه سطح مقطع چرخ نیز با استفاده از استاندارد 515-1 UIC [۱۵] (شکل (۳) (الف)) مدل شد. نوع چرخ انتخابی برای این مطالعه، منبولاک با قطر ۹۲۰ میلیمتر است که قطر چرخ نو مورد استفاده در سامانه ریلی ایران می‌باشد. مبدأ دستگاه مختصات مرجع، روی محور چرخ و در محل سطح داخلی قرار داده شده است. موقعیت محورهای مختصات در شکل (۴) نشان داده شده است.

با توجه به غیرخطی بودن تحلیل تماس، لازم است تا برای بدست آوردن جواب‌های دقیق‌تر، در ناحیه تماس چرخ و ریل و نیز اطراف ترک از المان‌های ریز (اندازه حدودی ۳ میلیمتر) استفاده شود. بنابراین در قسمت مدل‌سازی هندسی، قطاعی از سطح چرخ و حول ناحیه تماس با اندازه محیطی ۱۰ درجه، اندازه شعاعی ۲۰ میلیمتر و اندازه محوری ۵۰ میلیمتر (از  $y = 0$  تا  $y = 90\text{ mm}$ ) به عنوان یک جزء<sup>۴</sup> جدید تعریف شده است. با این تعریف می‌توان در این ناحیه از المان ریز و در سایر قسمت‌های چرخ که به دلیل دوری از منطقه تماس و صفر بودن تقریبی تنش در آن نواحی، تأثیری بر جواب‌ها نخواهد داشت از المان‌های درشت‌تر استفاده نمود. برای بالا بردن دقت جواب‌های همراه با مناسب بودن زمان حل مسئله، از قطاع ۱۰ درجه‌ای جدا شده نیز قطاعی متقابل نسبت به خط تماس چرخ و به اندازه ۳ درجه جدا شد تا به عنوان ناحیه اطراف ترک در این ناحیه از اندازه المان ریزتری با اندازه ۸/۰ میلیمتر استفاده شود. این نواحی در شکل (۴) نشان داده شده‌اند.

ترک مدل شده در این مطالعه بیضوی و زیرسطحی است. اقطار ترک بیضوی مورد مطالعه  $15 \times 10$  میلیمتر انتخاب شده است. انتخاب این ابعاد با توجه به عدم وجود مستندات مشاهدات میدانی در سامانه ریلی ایران، به این دلیل بوده که نتایج حاصل قابل مقایسه با نتایج کارهای ارائه شده در مقالات علمی باشد. محور اصلی ترک در امتداد خط ریل و محور فرعی آن عمود بر خط ریل است. مطابق با داده‌های میدانی جمع‌آوری شده سامانه ریلی آمریکای جنوبی، ترک‌های زیرسطحی عموماً در عمق ۵-۱۰ میلیمتری و با شیب ۲۰ درجه ایجاد می‌شوند [۱۶]. بنابراین مرکز ترک مورد نظر، شش میلیمتر زیر سطح غلتان چرخ و درست زیر نقطه غلتان منظور شده

تحلیل یک مسئله‌ی RCF را کاهش دهد. مفهوم ارائه شده در حالت دو بعدی تشریح شد که در آن اندازه‌ی ترک تنها توسط طول آن و بار تماسی واقعی به شکل فشار عبوری تئوری هرتز نشان داده شده است. چنین مدلی امکان استفاده از تنها یک شبکه اجزا محدود برای تحلیل تعدادی طول ترک تحت بار تماسی عبوری را فراهم کرد. لی‌بیو، استراتمن و ماهادوان [۱۲] در سال ۲۰۰۵ یک مدل چندمحوره جدید برای پیش‌بینی عمر ایجاد ترک خستگی پرچرخه در چرخ‌های فولادی راه‌آهن ارائه دادند. آن‌ها یک روش تحلیلی عمومی آسیب خستگی را برای اجزاء مکانیکی پیچیده توسعه داده و برای مسئله‌ی RCF چرخ و ریل بکار گرفتند. همچنین برای تحلیل تنش از یک مدل اجزا محدود سه‌بعدی الاستوپلاستیک استفاده نمودند. گالگلیانو، ورگانی و ویمرکاتی [۱۳] در سال ۲۰۰۶ یک ابزار عددی برای محاسبه‌ی ضرایب شدت تنش مود I، II و III در طول پیشانی هر ترک زیرسطحی موجود در دندانه چرخ‌دنده‌های هیپونئیدی و اسپیرال را (که مشابه شرایط کاری چرخ‌های فولادی است)، با درنظر گرفتن شرایط بحرانی ترک ارائه دادند. رهیافت آن‌ها بر مبنای دو مرحله بود: ابتدا فشارهای تماسی را در دندانه‌های بدون ترک به وسیله‌ی یک تحلیل گر تماسی پیش‌رفته محاسبه نموده؛ سپس میدان جایه‌جایی ناشی از این فشارهای را به عنوان شرایط مرزی به مدل اجزا محدود ناحیه ترک اعمال کرده و ضرایب شدت تنش را محاسبه کردند. این اطلاعات به همراه دانستن مقدار ضریب شدت تنش آستانه ماده، تصمیم‌گیری قابل قبول بودن عیوب و ارزیابی رشد ترک را ممکن می‌سازد.

داشتن فهم درست در مورد رشد ترک، از جمله ترک‌های زیرسطحی، مدل‌های پیش‌بینی نرخ رشد ترک و نهایتاً معیاری در مورد طول ترک بحرانی و عمر رشد ترک منطبق با شرایط کاری هر سامانه ریلی، امری حیاتی در طراحی فرایند نگهداری و تعمیرات چرخ‌ها و فواصل بازبینی آن‌هاست. با توجه به فقدان فعالیت‌های پژوهشی صورت گرفته در این زمینه، به نظر می‌رسد رسیدن به این معیار از طریق شبیه‌سازی عددی یا از طریق آزمایشات تجربی و مطالعات میدانی از ضروریات حال حاضر بخش تحقیقات راه‌آهن جمهوری اسلامی ایران باشد. در این مقاله با اعمال شرایط کاری سامانه ریلی ایران، ابتدا تماس غلتشی چرخ دارای ترک زیرسطحی با ریل به صورت سه‌بعدی و با استفاده از روش اجزا محدود شبیه‌سازی شده است. سپس با استخراج تاریخچه ضرایب شدت تنش ترک زیرسطحی طی یک دور غلتش کامل چرخ روی ریل، ضریب شدت تنش معادل به کمک دو مدل تاناکا و لیو-ماهادوان محاسبه شده و نهایتاً به کمک رابطه والکر عمر رشد ترک زیرسطحی تخمین زده است.

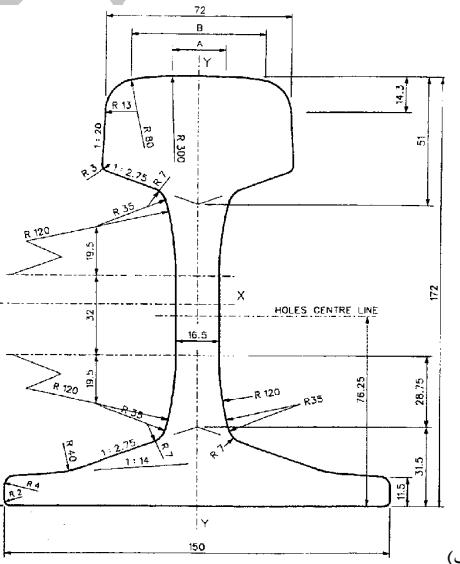
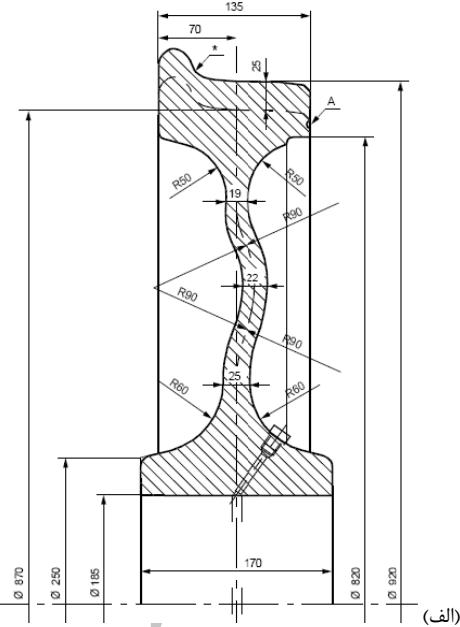
## تخمین عمر رشد ترک زیرسطحی در چرخ واگن مسافری سامانه ریلی ایران

است. به عبارت دیگر، مختصات مرکز ترک نقطه (۴۵۴,۷۰,۰) می‌باشد. همچنین ترک به گونه‌ای در چرخ مدل شده است که بردار عمود بر سطح ترک با محور  $\alpha$ ها (محور عمود بر سطح زمین) زاویه ۲۰ درجه می‌سازد. به منظور بومی نمودن این مطالعه نیاز است تا در آینده، جهت‌گیری ترک در این مطالعه با توجه به مشاهدات میدانی در سامانه ریلی ایران تعیین گردد. مدل ترک و موقعیت آن در شکل‌های (۴) و (۵) نشان داده است. در اینجا تمرکز برای تخمین عمر خستگی بر چهار راس ترک واقع در انتهای محور اصلی و فرعی ترک بیضوی است که در شکل (۵) نشان داده شده و شماره‌گذاری شده است.

برای مدل‌سازی هندسی ریل، پروفیل UIC60 مورد استفاده قرار گرفت که پروفیل غالب ریل‌های سامانه ریلی ایران به حساب می‌آید. نقشه سطح مقطع این ریل در شکل (۳ب) آورده شده است. طول ریل مدل شده، طولی از ریل است که بین دو تراورس قرار دارد که برابر ۶۰۰ میلیمتر می‌باشد. مدل چرخ و ریل هر دو از نوع سه‌بعدی شکل‌پذیر انتخاب شدند.

برای مطالعه حاضر، جنس چرخ از فولاد گرید R7T درنظر گرفته شده است چراکه در حال حاضر عمده خریدهای چرخ در سامانه ریلی ایران از این جنس صورت می‌گیرد. منحنی تنش-کرنش، ترکیب شیمیایی و خواص مکانیکی این گرید فولاد به ترتیب در شکل (۶) و جداول (۱) و (۲) نشان داده شده است. جنس ریل نیز از فولاد گرید UIC60 بوده که خواص مکانیکی آن در جدول (۳) ارائه گردیده است. مدل مادی چرخ و ریل استوپلاستیک با سخت‌شوندگی سینماتیک خطی انتخاب شد. سخت‌شوندگی سینماتیک در واقع بیانگر انتقال سطح تسیلیم در فضای تنش بوده که اثرات باشینگر و تعدیل پلاستیک<sup>۵</sup> را لاحاظ می‌نماید. همچنین جنس چرخ و ریل، همگن و ایزوتروپیک تعریف شده است. جدول (۴) مقادیر وارد شده در نرم‌افزار را برای تعیین خواص مکانیکی ماده نشان می‌دهد.

پس از وارد نمودن خواص و مدل مادی، چرخ و ریل مدل شده در موقعیت مناسبی نسبت به هم قرار داده شدند. فرض بر این است که محل تماس چرخ روی ریل نقطه‌ای به فاصله ۷۰ میلیمتر از لبه داخلی فلنچ باشد. همچنین قطاع حاوی ترک و جزء مربوط به سایر قسمت چرخ از سطوح مربوطه روی هم مونتاژ شده و جابه‌جایی این سطوح با هم مقید شده‌اند. این کار باعث می‌شود تا بتوان در دو جزء هم‌جوار دو المان‌بندی مختلف اعمال نمود و در نهایت گره‌های واقع بر این سطوح از دو جز هم‌جوار جابه‌جایی‌های یکسانی خواهند داشت. یعنی امکان تبدیل المان‌بندی ریز به درشت فراهم می‌شود. یکی از مسائل مهم به هنگام نصب ریل، شیبی است که به زیر ریل و به سمت مرکز دو ریل داده می‌شود. این شیب معمولاً دو مقدار



جدول (۲): خواص مکانیکی فولاد R7T [۱۹].

تش نهایی برینل (HB)	مینیمم درصد کشیدگی (%)	مینیمم مقدار انرژی ضربه شارپی در $20^{\circ}\text{C}$ (J)	محدوده سختی (MPa)
۲۷۷ تا ۲۴۱	۱۵	۱۴	۹۴۰ تا ۸۲۰

جدول (۳): خواص مکانیکی فولاد ریل UIC60 در دمای  $24^{\circ}\text{C}$  [۲۰].

تش تسلیم (GPa)	مدول پلاستیک (GPa)	ضریب پواسون (MPa)
۰/۲۹۵	۲۲/۷	۲۰۶/۹
		۴۸۳

جدول (۴): خواص مکانیکی وارد شده در نرمافزار آباکوس برای چرخ و ریل.

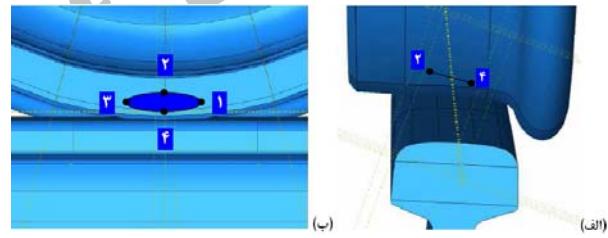
الاستیک پلاستیک (سخت‌شوندگی سینماتیک خطی)	مدول یانگ ضربه مریبته (MPa)	تش تسلیم پواسون (MPa)	کرنش پلاستیک پواسون (MPa)
چرخ (R7T)	۹۱۵	۵۶۷	۰/۳ ۲۰۵۰۰۰
ریل(UIC60)	۹۸۳	۴۸۳	۰/۲۹۵ ۲۰۶۹۰۰

روش حل مسئله به صورت استاتیکی انتخاب شد. در این روش از اثرات اینرسی و نیز تغییرات مادی متغیر با زمان (مانند خرزش و ویسکوالاستیسیته) صرف نظر می‌شود. اندرکنش چرخ و ریل، از نوع تماس سطح به سطح تعریف شده است. سطح طوفه چرخ با توجه به المان بندی ریزتر به عنوان سطح اصلی<sup>۷</sup> سطح تاج ریل، سطح فرعی<sup>۸</sup> انتخاب گردید. برای تحلیل اصطکاک تماس چرخ و ریل از روش تابع جریمه استفاده شده و ضریب اصطکاک ماده در تمام جهات برابر  $۰/۳$  تعریف شده است [۱۹]. بارگذاری و شرایط مرزی چرخ، از طریق تعریف یک نقطه مرجع به مختصات (0,70,0) و اتصال صلب آن با سطح داخلی چرخ یعنی جایی که محل اتصال با محور است، صورت پذیرفت.

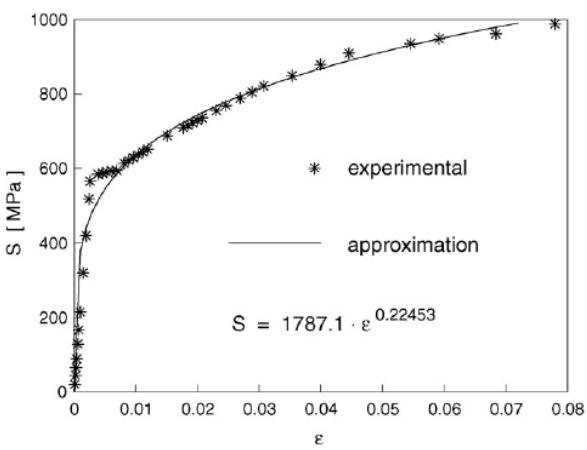
وagnet های ساخت آلمان شرقی به عنوان نمونه وagnet مورد نظر در این مطالعه از سری وagnet های موجود در سامانه مسافری ایران، در حالت مسافرگیری شده دارای وزنی معادل با ۵۱ تن می‌باشد [۲۱]. لذا با فرض مساوی بودن بار تحمل شده توسط هر یک از چرخها، بار اعمالی به هر چرخ در حالت استاتیکی  $S = 6/375 = 51 \div 8$  تن می‌باشد. نیروهای وارد به چرخ در حال حرکت شامل وزن وagnet، نیروی اینرسی و گشتاور محرک وارد به محور چرخ است. به جای احتساب نیروی اینرسی به طور مستقیم، از ضریب  $1/5$  توصیه شده توسط مرجع [۲۲] برای وزن وagnet استفاده شده است. بنابراین، نهایتاً باری که در حالت دینامیکی توسط هر چرخ تحمل می‌شود  $9/5625$  تن با معادل  $۹۳/۸۰۸$  کیلونیوتون خواهد بود. این بار در مدل حاضر به نقطه مرجع تعریف شده و در جهت منفی محور  $x$  اعمال شده است. همچنین گشتاور محرک وارد به محور چرخ نیز

۱:۲۰ یا  $1:40$  را دارد است که در ایران از شیب ۱:۲۰ استفاده می‌شود. لذا برای قرار گرفتن چرخ و ریل در موقعیت نسبی مناسب، ابتدا به میزان  $= 2.86^{\circ}$  (1/20) Arctan ریل را حول محور  $z$  دوران داده و سپس نقطه وسط تاج ریل را در امتداد نقطه غلتان چرخ قرار داده و نهایتاً ریل در راستای  $x$  به اندازه‌ای جابه‌جا شده که در تماس با چرخ قرار گیرد. نقطه تماس چرخ و ریل در وسط طول ریل یعنی به فاصله ۳۰۰ میلیمتر از دو سر ریل است.

نشان داده شده که در ترک‌های زیرسطحی چرخ، اصطکاک بین سطوح ترک تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر نتایج ندارد [۱۶]. لذا برای تعییف سطح بیضی مدل شده به عنوان سطح ترک، روش تعیین شکاف<sup>۹</sup> که در نرمافزار آباکوس برای تعییف ترک تعییه شده است مورد استفاده قرار گرفت. در واقع، با این تعییف نرمافزار روی سطح مورد نظر یک جفت گره روی هم می‌ریزد و به آن‌ها امکان دور و جدا شدن از هم را می‌دهد.



شکل (۵): موقعیت ترک بیضوی نسبت به چرخ و ریس آن، نمایش از (الف) جانب و (ب) رویرو.

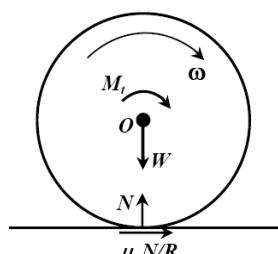


شکل (۶): نمودار تنش واقعی- کرنش واقعی فولاد R7T در دمای محیط [۱۸].

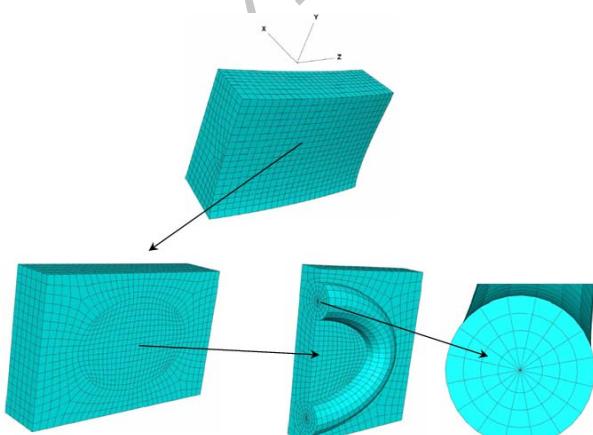
جدول (۱): ترکیب شیمیایی فولاد R7T (بر حسب ماقزیم درصد وزنی) [۱۹].

C	0.52%	Si	0.40%	Mn	0.80%
P	0.040%	S	0.040%	Cr	0.30%
Cu	0.30%	Mo	0.08%	Ni	0.30%
V	0.05%	Cr+Mo+Ni	0.60		

جبهه ترک در مدل‌سازی انجام شده با استفاده از المان‌های منفرد رفع گردیده است. علم مکانیک شکست دارای دو رهیافت اصلی است: مکانیک شکست الاستیک خطی<sup>۱۰</sup> (LEFM) و مکانیک شکست الاستوپلاستیک<sup>۱۱</sup> (EPFM). در مکانیک شکست الاستیک خطی، تنش‌های محلی در نزدیکی نوک ترک براساس تئوری الاستیسیته تحلیل شده و مطالعه ترک و رشد آن به وسیله ضرایب شدت تنش، K صورت می‌گیرد. این رهیافت تا زمانی قادر به تعیین حالت تنش در نزدیکی نوک ترک است که ناحیه پلاستیک در نوک ترک به اندازه کافی در مقایسه با ابعاد مشخصه ترک کوچک باشد. در غیر این صورت، رهیافت مکانیک شکست الاستوپلاستیک ترک و رشد آن را مورد مطالعه قرار داده و به جای ضریب شدت تنش، از معیارهای دیگری همانند انتگرال J استفاده می‌شود. بنابراین تعیین رهیافت مناسب برای مطالعه رشد ترک دارای اهمیت زیادی است. بدین منظور، در ابتدا برای بررسی شرایط و امکان استفاده از LEFM در تحلیل ترک، مسئله با تعریف مدل مادی الاستوپلاستیک با سخت‌شوندگی سینماتیک برای چرخ حل شد تا اندازه ناحیه پلاستیک جبهه ترک تعیین شود. در این تحلیل، نودهای واقع بر شعاع المان‌های منفرد لبه‌ای حول جبهه ترک در فاصله  $1/5$  از جبهه ترک حفظ شدند. این در حالی است که در تحلیل LEFM، این گره‌ها به فاصله  $1/25$  منتقل



شکل (۷): نمایش نیروی‌های واردہ به چرخ.



شکل (۸): نمایش چگونگی المان‌بندی قطاع حاوی ترک و جبهه ترک.

با استفاده از قانون نیوتون قابل محاسبه است. این گشتاور به مرکز چرخ و محل نقطه مرجع در جهت محور y (محور چرخ) اعمال می‌شود. درجه‌ی آزادی چرخ در دو راستای x و z کاملاً مقید شده و راستای y آزاد گذاشته شده تا بتواند در اثر وزن واگن پایین بیاید. در دو طرف ریل نیز شرایط مرزی کاملاً گیردار اعمال گردیده است. برای تعیین حداکثر میزان گشتاور محرک با توجه به شکل (۷) و قانون دوم نیوتون و نیز فرض سرعت زاویه‌ای (۵) ثابت داریم:

$$N = W$$

$$\sum M_o = M_t - \mu_r \frac{N}{R} \cdot R = 0 \quad (1)$$

$$\therefore M_t = \mu_r N = \mu_r W$$

که در آن  $M_t$  و  $F_r$  به ترتیب گشتاور محرک چرخ، وزن واردہ از واگن به یک چرخ و نیروی اصطکاک غلتشی می‌باشد. همچنین R شعاع چرخ، N نیروی عمود بر سطح واردہ بر چرخ و  $\mu_r$  ضریب اصطکاک غلتشی چرخ است. جاگذاری وزن واردہ به چرخ  $m = 0.001$  [۲۳]، میزان گشتاور محرک اعمالی را به دست می‌دهد:

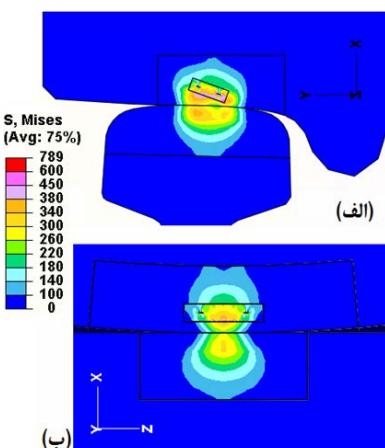
$$W = 93808 \text{ N} \quad (2)$$

$$\mu_r = 0.001 \text{ m} = 1 \text{ mm}$$

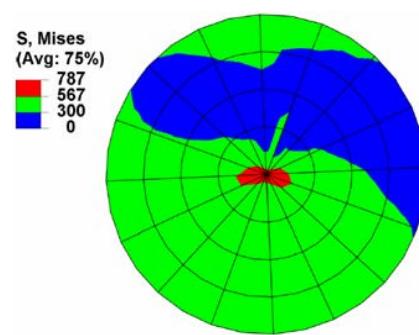
$$\therefore M_t = 93808 \text{ N.mm}$$

مهمترین مرحله مدل‌سازی اجزا محدود المان‌بندی است. با تقسیم‌بندی مناسب، چهار ردیف المان هدفمند حول جبهه ترک برای محاسبه چهار انتگرال کانتوری ایجاد شد (شکل (۸)).

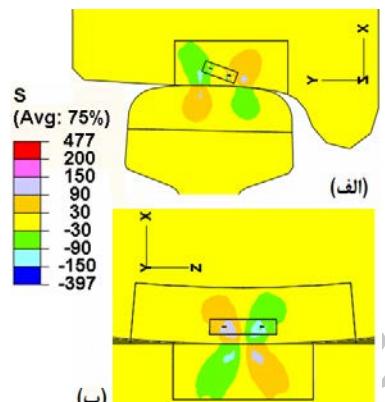
اندازه شعاعی المان‌های ردیف اول، دوم، سوم و چهارم به ترتیب  $1/45$ ،  $1/15$  و  $1/5$  میلیمتر و تعداد المان‌ها در جهت محیطی ۱۶ المان می‌باشد. در راستای جبهه ترک، ۷۲ المان تعییه شده است. نهایتاً، المان‌های قطاع محل تماس چرخ دارای ابعاد تقریبی ۳ میلیمتر بوده و در سایر نقاط چرخ نیز اندازه عمومی المان‌ها ۱۰ میلیمتر انتخاب شده است که در جهت محیطی دارای ضریب رشد نیز می‌باشد. ریل نیز در محل تماس با چرخ با اندازه دانه ۳ میلیمتر و در سایر نقاط با اندازه دانه ۱۰ میلیمتر دانه‌های ریزی و المان‌بندی شده است. تعداد المان‌های قطاع حاوی ترک، چرخ و ریل به ترتیب ۲۲۱۶۶، ۱۳۴۷۸، ۱۸۰۹۸ و ۱۵۰۰۰ می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، تعداد المان‌های ناحیه دارای ترک حدود یک چهارم کل المان‌هاست. برای المان‌بندی کانتور اول حول جبهه ترک از المان سه‌بعدی گوهای<sup>۹</sup> ۱۵ گره‌ای مرتبه ۲ (C3D15)، برای سایر کانتورها از المان سه‌بعدی شش‌وجهی ۲۰ گره‌ای مرتبه ۲ (C3D20R) و برای سایر قسمت‌های مدل چرخ و ریل از المان سه‌بعدی شش‌وجهی ۸ گره‌ای خطی (C3D8R) استفاده شده است. ناکرآندازی تنش در



شکل (۱۰): توزیع تنش فون میزز (MPa) در ناحیه تماس چرخ حاوی ترک  
(الف) صفحه xy (ب) صفحه xz



شکل (۱۱): نمایش ماکریم منطقه پلاستیک جبهه ترک در راس شماره ۲.



شکل (۱۲): توزیع تنش برشی (MPa) در ناحیه تماس چرخ حاوی ترک  
(الف)  $\tau_{xy}$  (ب)  $\tau_{xz}$

تاریخچه ضرایب شدت تنش چهار راس ترک که در شکل (۵) نشان داده شده و نام‌گذاری شده است با فرض LEFM و تعریف ماده الاستیک استخراج گردید. این کار با غلتش چرخ روی ریل انجام شد. یعنی ابتدا ضرایب شدت تنش چهار راس ترک در حالتی که ترک دقیقاً زیر ناحیه تماس چرخ با ریل قرار دارد محاسبه شد. سپس چرخ روی ریل و حول محور  $u_z$ ، به اندازه  $-0.5$ ،  $-1$ ،  $-1.5$ ،  $-2$ ،  $-2.5$ ،  $-3$ ،  $-4$ ، و نیز  $0.5$ ،  $1$ ،  $1.5$ ،  $2$ ،  $2.5$  درجه دوران داده شد و در هر مورد ضرایب شدت تنش چهار راس ترک محاسبه و ثبت شد. با توجه به این که عملاً پس از دوران حدود ۴ درجه‌ای چرخ چه در جهت مثبت و چه در جهت منفی، ترک به اندازه‌ای کافی از میدان تنش تماسی چرخ دور شده و ضرایب شدت تنش عملاً به مقدار صفر می‌رسند، لذا محاسبات نهایتاً تا زاویه دوران  $-4$  و  $4$  درجه ادامه داده شد. یعنی، طی یک سیکل غلتش کامل چرخ روی ریل، هر نقطه از چرخ تنها در بازه‌ای  $8$  درجه‌ای از کل  $360$  درجه تحت بارگذاری بوده و در مابقی بازه تنشی را تجربه نمی‌کند.

می‌شوند. همان‌طور که نتایج این تحلیل نشان می‌دهد (شکل (۹)), حداکثر شعاع منطقه پلاستیک جبهه ترک  $0.3$  میلیمتر می‌باشد که در راس شماره  $4$  ترک (با توجه به شکل (۵)) حادث شده است. به عنوان تقریبی از حداکثر مقدار شعاع ناحیه پلاستیک حول نوک ترک در بارگذاری تک‌جهته برای استفاده از LEFM، یک هشتمنج طول ترک مطرح شده است [۲۴]. بنابراین در مقایسه حداقل طول ترک ( $5$  میلیمتر)، ماکریم شعاع ناحیه پلاستیک در این LEFM مسئله در محدوده مجاز بوده و لذا می‌توان از رهیافت انتگرال J صورت می‌گیرد. در آباکوس محاسبه ضرایب شدت تنش با استفاده از انتگرال J مستقل از مسیر است اما اگر کانتور انتگرال G برای در ناحیه پلاستیک حول جبهه ترک تعریف شود، مقدار انتگرال J کمتر از مقدار واقعی خواهد بود. به عبارت دیگر با استی اطمینان داشت که کانتورهای انتگرال G برای شعاع کانتورهای تعریف شده حول جبهه ترک بیشتر از  $0.3$  میلیمتر باشد که این موضوع در المان‌بندی جبهه ترک لحاظ گردیده است. تحلیل‌های انجام شده در این مقاله با استفاده از کامپیوتر شخصی با مشخصات CPU با سرعت پردازش  $2.4$  گیگاهرتز، حافظه  $2$  RAM مگابایت صورت گرفته است. زمان تحلیل الاستوپلاستیک چرخ دارای ترک معادل  $7$  ساعت بوده است.

شکل (۱۰) توزیع تنش فون میزز را از دو نمای مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ماکریم تنش فون میزز  $798$  مگاپاسکال است که به دلیل تمرکز تنش در راس شماره  $4$  ترک حادث می‌گردد. تقریباً بعد از  $20$  میلیمتری زیر سطح تماس تنش فون میزز صفر است. شکل (۱۱) نیز دو تنش برشی درون صفحه‌ای را ( $\tau_{xy}$  و  $\tau_{xz}$ ) را در ناحیه تماس چرخ با ریل نشان می‌دهد. ماکریم مقدار این دو تنش به ترتیب  $476$  و  $220$  مگاپاسکال برای  $\tau_{xy}$  و  $\tau_{xz}$  بوده و در جبهه ترک رخ می‌دهد. در این مورد نیز تنش‌های قابل توجه تنها در ناحیه کوچکی از محل تماس رخ داده و تنش در سایر قسمت‌های مدل تقریباً صفر است. پس از تحلیل تنش

جدول (۵): مقایسه مقادیر محاسبه شده ضرایب شدت تنش برای کانتورهای ۳ و ۴.

$\Delta K_{III}$	$\Delta K_{II}$	شماره ۳ و ۴ با مقدار کانتور ۴		
		مکریم خطا میانگین کانتور	میانگین کانتور ۳	راس ترک
		III	II	مود
۲/۸	۲/۱	٪۱۵	٪۱۴	۱
۲/۸	۲/۱	٪۱۵	٪۱۳	۲
۴/۲	۲/۲	٪۱۴	٪۱۳	۳
۲/۹	۲/۰	٪۱۵	٪۱۴	۴

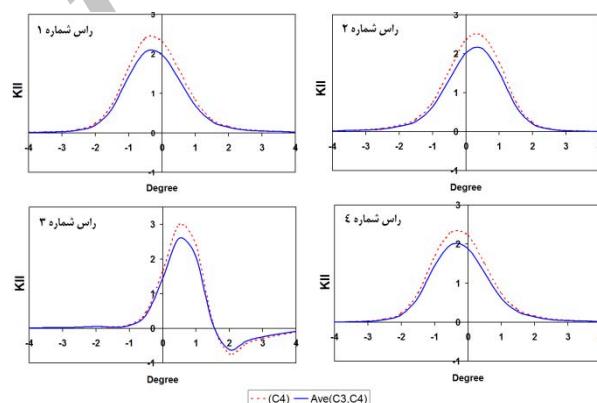
تأثیر گشتاور اعمالی برای رئوس ۱ و ۳ قابل ملاحظه بوده ولی برای رئوس ۲ و ۴ با اثر شرایط هندسی خنثی شده است. تأخیر رسیدن به قله تاریخچه در رأس ۱ نسبت به ۳ کاملاً مشهود می‌باشد.

صفر بودن  $K_I$  حین غلتش چرخ روی ریل تحت مود کششی قرار زیرسطحی در طول غلتش چرخ روی ریل تحت مود کششی قرار نمی‌گیرد و به جای بازشدن جبهه ترک و دور شدن سطوح آن از یکدیگر، همواره این سطوح در شرایط RCF به هم فشرده می‌شوند. به عبارت دیگر، تحت شرایط RCF ترک زیرسطحی رشد مود I نداشته و مود رشد ترک مودهای برشی II و III می‌باشند. این باقته منطبق با نتایج حاصله در مرجع [۱۰] نیز می‌باشد. همچنین موجب بارگذاری نامتناسب ترک زیرسطحی می‌شود، یعنی همان‌طور که در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) مشاهده می‌شود، مود II و III هم‌زمان به مقادیر مکریم خود نمی‌رسند. در مود II و III، ضریب شدت تنش منفی تنها نشان‌دهنده عوض شدن جهت تنش برشی اعمالی بوده و اثر آن همانند مقدار مثبت مخرب می‌باشد. با توجه به شکل‌های (۱۲) و (۱۳)، مقدار مکریم  $K_{III}$  و  $K_{II}$  به ترتیب در زوایای منفی و مثبت رخ می‌دهد.

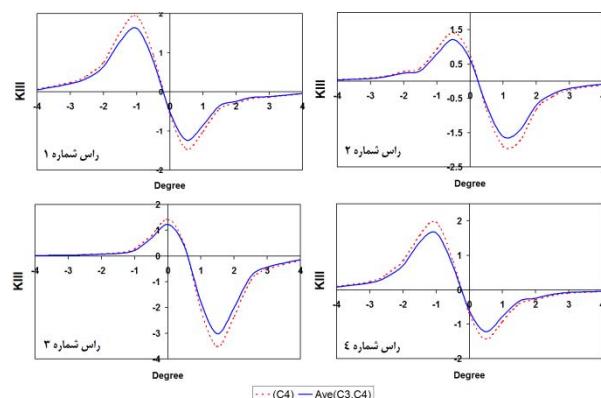
### ۳- ضریب شدت تنش معادل

بررسی رفتار ترک خستگی با استفاده از مکانیک شکست، عمدها روی بارگذاری مود I متتمرکز بوده در حالی که قطعات یا سازه‌های مهندسی اغلب تحت هر دو بارگذاری عمودی و برشی (مود II و مود III) قرار دارند. این دسته از مسائل خستگی در تحلیل خستگی کلاسیک به عنوان مسائل خستگی چندمحوره و در بحث مکانیک شکست به عنوان مسائل ترک خستگی مود ترکیبی مطرح می‌شوند. مدل‌های بسیاری برای تحلیل رشد ترک خستگی مود ترکیبی ارائه شده‌اند [۲۶ و ۲۷]. اغلب این مدل‌ها، ابتدا ترکیبی از ضرایب شدت تنش مودهای I، II و III را به صورت ضریب شدت تنش معادل تعريف نموده و از آن برای محاسبه عمر رشد ترک به کمک رابطه پاریس یا والکر استفاده می‌نمایند. در این قسمت، از دو مدل برای تخمین عمر رشد ترک زیرسطحی مود ترکیبی در چرخ قطار استفاده شده و نتایج آن‌ها مورد مقایسه قرار خواهد گرفت.

در این مسئله با توجه به محدودیت هندسی، نهایتاً از تعریف ۴ کانتور استفاده شده است. برای بررسی این موضوع که آیا تعریف یا نه، میانگین مقادیر کانتورهای ۳ و ۴ با مقادیر کانتور ۴ محاسبه مقایسه شده است. این مقایسه برای چهار راس ترک در اشکال (۱۲) تا (۱۳) نشان داده است. برای قسمت‌های بعدی این مطالعه بنابرای توصیه مستندات نرم‌افزار آباکوس [۲۵] از مقدار میانگین محاسبه شده برای کانتورهای ۳ و ۴ استفاده خواهد شد. مقادیر میانگین ضرایب شدت تنش به همراه اختلاف محاسبه شده بین مقادیر میانگین کانتورهای ۳ و ۴ و کانتور ۴ در جدول (۵) ارائه شده است. اختلاف نمودارهای تاریخچه ضریب شدت تنش برای رئوس ۱ و ۳، با توجه به تقارن هندسی چرخ تنها ناشی از گشتاور اعمالی به مرکز چرخ است. درحالی که علاوه بر گشتاور اعمالی به مرکز چرخ، عدم تقارن هندسی نیز عامل اختلافات نتایج ضرایب شدت تنش مربوط به رئوس شماره ۲ و ۴ می‌باشد. در مجموع می‌توان نتیجه گرفت که



شکل (۱۲): تاریخچه ضریب شدت تنش مود II در خلال غلتش چرخ روی ریل بر حسب  $(MPa.m^{1/2})$  برای چهار راس ترک، مقدار میانگین کانتور ۳ و ۴ با مقدار کانتور ۴ مقایسه شده است.



شکل (۱۳): تاریخچه ضریب شدت تنش مود III در خلال غلتش چرخ روی ریل بر حسب  $(MPa.m^{1/2})$  برای چهار راس ترک، مقدار میانگین کانتور ۳ و ۴ با مقدار کانتور ۴ مقایسه شده است.

$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{\Delta K_I}{2}(1 + \cos 2\alpha) + \Delta K_{II} \sin 2\alpha \\ k_2 &= -\frac{\Delta K_I}{2} \sin 2\alpha + \Delta K_{II} \cos 2\alpha \\ k_3 &= -\frac{\Delta K_I}{2} \sin 2\alpha + \Delta K_{III} \cos 2\alpha \\ k^H &= \frac{\Delta K_I}{3} \end{aligned} \quad (6)$$

که  $\alpha$  نشان‌دهنده موقعیت صفحه بحرانی بوده و برابر است با:

$$\alpha = \beta + \gamma, \quad \beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\Delta K_{II}}{\Delta K_I} \right) \quad (7)$$

$\beta$  جهت صفحه‌ای است در دور دست که دامنه تنش عمودی روی آن ماقزیم است.  $\gamma$  و  $A$  نیز پارامترهای مربوط به ماده می‌باشند که تعریف آن‌ها در جدول (۶) آمده است.

برای فولاد چرخ که جز دسته مواد شکل‌پذیر به حساب می‌آید، به دلیل موجود نبودن مقادیر ضرایب شدت تنش آستانه، نسبت  $s$  را که بیانگر رفتار ماده از جهت تردی یا نرمی است (دهای بزرگتر از ۱) مربوط به مواد ترد و دهای کوچکتر از ۱ مربوط به مواد شکل‌پذیر) ۰/۰ درنظر می‌گیریم [۱۶]. با این فرض خواهیم داشت:

$$s = 0.6, \gamma = 42^\circ, A = 0, B = 0.996 \quad (8)$$

با توجه به رابطه (۷) و صفر بودن  $\Delta K_I$  مقدار زاویه  $\beta$  برابر ۴۵ درجه محاسبه شده و نهایتاً زاویه  $\alpha$  برابر ۸۷ درجه خواهد بود. بنابراین با داشتن تمام پارامترهای روابط (۴) و (۶)، دامنه ضریب شدت تنش معادل برای ترک زیرسطحی قابل محاسبه خواهد بود. به عنوان مثال برای راس شماره ۱ ترک خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} k_1 &= 0 + 2 \sin 174 \cong 0.21 \\ k_2 &= 0 + 2 \cos 174 \cong -1.99 \\ k_3 &= 0 + 2.9 \cos 174 \cong -2.88 \\ k^H &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{0.996} \sqrt{(0.21)^2 + \left( \frac{-1.99}{0.6} \right)^2 + \left( \frac{-2.88}{0.6} \right)^2} + 0 = 5.82 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

همچنین به طور مشابه مقادیر دامنه ضریب شدت تنش معادل رئوس ۲، ۳ و ۴ به ترتیب برابر  $5.82, 8.78$  و  $5.86 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  بودند. مقادیر ضرایب شدت تنش معادل رئوس ترک به همراه درصد اختلاف آن‌ها در جدول (۷) گردآوری شده است. مقایسه نتایج حاصل از دو مدل تاناکا و لیو-ماهادوان، انطباق قابل قبول آن‌ها را نشان می‌دهد. این دو روش ضرایب شدت تنش معادلی با حدакثر ۹٪ خطای نسبی را تقریب زده‌اند. نزدیکی نتایج در کنار سادگی مدل تاناکا و نیاز آن تنها به ثابت  $s$ ، توانایی قابل ملاحظه و

### ۱-۳- مدل تاناکا<sup>۱۲</sup>

مدل تاناکا [۲۸] از دامنه ضریب شدت تنش هر سه مود استفاده کرده و به تعریف دامنه ضریب شدت تنش معادل می‌پردازد. این مدل تنها به ضریب پواسون ماده برای بدست آوردن ضریب شدت تنش معادل نیازمند بوده و از این نظر ساده و استفاده از آن راحت می‌باشد. رابطه ضریب شدت تنش معادل تاناکا به صورت زیر است:

$$\Delta K_{eq} = \left[ \Delta K_I^4 + 8\Delta K_{II}^4 + \frac{8\Delta K_{III}^4}{(1-s)} \right]^{0.25} \quad (3)$$

براساس این مدل، دامنه ضریب شدت تنش معادل برای رئوس ترک زیرسطحی مورد مطالعه با توجه به مقادیر بدست آمده برای دامنه ضریب شدت تنش مود II و III (جدول (۵)) و نیز قرار دادن  $\Delta K_I = 0$  و  $s = 0.3$  قابل محاسبه خواهد بود. مدل تاناکا، دامنه ضریب شدت تنش معادل رئوس ۱، ۲ و ۴ را تقریباً برابر ۵.۵ و رأس ۳ را برابر  $8.1 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$  نتیجه می‌دهد. مقایسه این مقادیر نشان می‌دهد که تأثیر عدم تقارن بارگذاری در قالب اعمال گشتاور محرک (مربوط به رأس ۳) حائز اهمیت است.

### ۲-۳- مدل لیو-ماهادوان<sup>۱۳</sup>

مدل لیو-ماهادوان [۲۹] که در سال ۲۰۰۷ ارائه شده است نسبت به مدل تاناکا پیچیده‌تر بوده و نیاز به اطلاعات بیشتری دارد. این در حالی است که در کنار پیچیدگی ادعا شده که برای بازه وسیعی از مواد ترد تا شکل‌پذیر قابل استفاده بوده و قابلیت انطباق با نوع ماده را دارد. رابطه مربوط به این مدل به صورت زیر است:

$$\Delta K_{eq} = \frac{1}{B} \sqrt{\left( k_1 \right)^2 + \left( \frac{k_2}{s} \right)^2 + \left( \frac{k_3}{s} \right)^2 + A \left( \frac{k^H}{s} \right)^2} \quad (4)$$

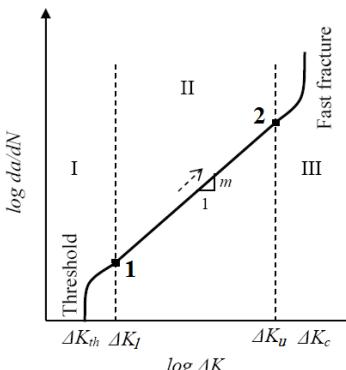
که در آن پارامتر  $s$  به صورت نسبت ضریب شدت تنش آستانه مود II به مود I ترک خستگی است، یعنی:

$$s = \frac{K_{II,th}}{K_{I,th}} \quad (5)$$

و از طریق همین پارامتر است که مکانیزم‌های مختلف رشد ترک خستگی (کشن غالب یا برش غالب) وارد فرمولاسیون این مدل می‌شود. همچنین  $k_1, k_2$  و  $k^H$  پارامترهای بارگذاری با همان واحد دامنه ضریب شدت تنش بوده و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

جدول (۶): تعریف ثوابت مادی مدل لیو-ماهادوان [۲۹].

$s > 1$	$s \leq 1$	ثبت ماده
$\gamma = 0$	$\cos(2\gamma) = \frac{-2 + \sqrt{4 - 4(1/s^2 - 3)(5 - 1/s^2 - 4s^2)}}{2(5 - 1/s^2 - 4s^2)}$	$\gamma$
$A = 9(s^2 - 1)$	$A = 0$	$A$
$B = s$	$B = [\cos^2(2\gamma)s^2 + \sin^2(2\gamma)]^{1/2}$	$B$



شکل (۱۴): شماتیک نمودار لگاریتمی نرخ رشد ترک خستگی بر حسب دامنه ضرب شدت تنش [۳۰].

تا کنون ثوابت پاریس برای فولاد R7T به روش تجربی تعیین نشده است. فرهمند و نیکبین در سال ۲۰۰۸ [۳۲] موضوع تخمین تقریبی این ثوابت را مورد بررسی قرار داده و روابطی را ارائه نمودند. بررسی آن‌ها روی مقادیر چقمرمگی آستانه بیش از صد آرمايش مربوط به آلیاژهای مختلف نشان می‌دهد که مقدار  $K_{th}$  نسبت مستقیمی با چقمرمگی شکست کرنش صفحه‌ای دارد، یعنی:

$$K_{Ic} = \chi K_{th} \quad (12)$$

که در آن مقدار ثابت  $\chi$  به صورت تابعی از درصد کشامد ماده (ε) قابل بیان است:

$$\chi = 16.348 - 0.0685\epsilon \quad (13)$$

با جایگزینی درصد کشامد و چقمرمگی شکست مربوط به فولاد R7T با جایگزینی خواهیم داشت:

$$\epsilon = 9.6\%, K_{Ic} = 85 \text{ MPa}\sqrt{m} \quad (14)$$

$$\chi|_{R7T} = 16.348 - 0.0685 \times 9.6 = 15.69$$

$$K_{th} = \frac{85}{15.69} = 5.4 \text{ MPa}\sqrt{m}$$

با داشتن مختصات دو نقطه ابتدا و انتهای ناحیه پاریس در شکل (۱۴)، ثوابت پاریس قابل محاسبه خواهد بود. فرهمند و نیکبین [۳۲] مختصات تقریبی این دو نقطه را به صورت زیر ارائه دادند:

$$1: (\Delta K_l = 1.125 \Delta K_{th}, 2.54 \times 10^{-9} \frac{m}{cycle}) \quad (15)$$

$$2: (\Delta K_u = 0.9 \Delta K_{th}, 1.27 \times 10^{-4} \frac{m}{cycle})$$

با جایگزینی مقادیر چقمرمگی شکست و آستانه مربوط به فولاد R7T مختصات این نقاط خواهد بود:

$$1: (6.075, 2.54 \times 10^{-6}) \quad (16)$$

$$2: (76.5, 0.127)$$

کارایی این مدل که ۳۵ سال پیش پیشنهاد شده است را بیان می‌دارد. مدل لیو-ماهادوان در عین پیچیدگی و نیاز به روابط متعدد برای رسیدن به ضریب شدت تنش معادل عملاً در این زمینه کارایی مناسبی را از خود ارائه نداده است. این موضوع به خصوص با محافظه‌کارانه بودن نتایج مدل تاناکا نسبت به مدل لیو-ماهادوان بیش از پیش نمایان می‌گردد.

جدول (۷): دامنه ضرب شدت تنش معادل رؤوس ترک  
برحسب مدل‌های تاناکا و لیو-ماهادوان.

دامنه ضرب شدت تنش معادل، $(\text{MPa}\cdot\text{m}^{1/2}) \Delta K_{eq}$			
راس شماره ۱	راس شماره ۲	راس شماره ۳	راس شماره ۴
مدل تاناکا	۵/۵	۵/۵	۵/۵
مدل لیو - ماهادوان	۸/۸	۵/۸	۵/۸
درصد اختلاف نسبی	۸/۶	۵/۴	۵/۴

#### ۴- تخمین عمر چرخ

همان‌طورکه در شکل (۱۴) نشان داده شده است، نمودار نرخ رشد ترک خستگی برحسب دامنه ضرب شدت تنش مود I شامل سه ناحیه می‌باشد: ناحیه I یا ناحیه رشد ترک حد آستانه، ناحیه II یا ناحیه رشد ترک پایدار و ناحیه III که ناحیه رشد ترک ناپایدار نامیده می‌شود. برای مقادیر بزرگ  $\Delta K_I$  ( $6-10 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{1/2}$ )، که محدوده ناحیه دوم می‌باشد، نرخ رشد ترک برحسب دامنه ضرب شدت تنش در مختصات لگاریتمی خطی بوده و توسط معادله پاریس <sup>۱۴</sup> قابل بیان است [۳۰]:

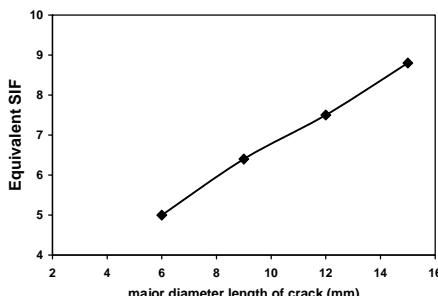
$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (10)$$

که در آن  $da/dN$  نرخ رشد ترک،  $\Delta K$  ضرب شدت تنش مود I و یا در حالت مود ترکیبی ضرب شدت تنش معادل و  $C$  عرض از مبدأ خط مستقیم ناحیه (II) و  $m$  (شیب خط ناحیه (II) ثوابت ماده می‌باشند. در معادله پاریس فرض بر این است که نسبت تنش که به پاریس، والکر <sup>۱۵</sup> [۳۱] رابطه مشابهی برای ناحیه دوم رشد ترک خستگی ارائه داد. تفاوت رابطه والکر و پاریس در لحاظ کردن اثر R بوده و اگر  $R > 0$  باشد، استفاده از رابطه والکر مناسب‌تر می‌نماید:

$$\frac{da}{dN} = C \left( \frac{\Delta K}{(1-R)^\xi} \right)^m \quad (11)$$

که در آن R نسبت تنش و  $\xi$  ثابت ماده می‌باشند. با توجه به اشکال (۱۲) و (۱۳)، مقدار R برای رؤوس ۱ تا ۴ ترک بین صفر و ۰/۷۶ تغییر می‌کند. بنابراین به عنوان حد وسط، در این مطالعه مقدار  $R = 0.5$  درنظر گرفته شده است [۲۴].

$$N(a) = 7.3 \times 10^7 [(830a_i + 2.5)^{-3.27} - (830a + 2.5)^{-3.27}] \quad (21)$$



شکل (۱۵): تغییرات ضریب شدت تنش معادل راس شماره ۳ بر حسب اندازه قطر اصلی ترک.

که در آن  $N$  تعداد سیکل لازم برای رشد ترک از طول اولیه  $a_i$  به طول  $a$  می‌باشد. همان‌طور که از رابطه (۲۱) مشاهده می‌شود برای تخمین عمر رشد ترک، دو مجھوّل داریم: (۱) طول ترک آستانه و (۲) طول بحرانی ترک. با داشتن طول ترک و ضریب شدت تنش معادل برای هر راس ترک، می‌توان با توجه به رابطه (۱۹)، حاصلضرب ضریب شکل در دامنه تنش اعمالی را تعیین نمود. این مقدار برای رئوس مختلف بر حسب دامنه ضریب شدت تنش معادل

دو مدل تاناکا و لیو-ماهادوان در جدول (۸) ارائه شده است. طول ترک آستانه با توجه به رابطه (۱۹)، از رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود [۲۴]:

$$a_{th} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta S_{th} Y} \right)^2 \quad (22)$$

که با قرار دادن  $\Delta K_{th}=5.4$  MPa.m<sup>1/2</sup> و حداقل مقدار  $Y.S$  از جدول (۸)، حداقل طول ترک آستانه مشخص می‌شود:

$$a_{th} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{5.4}{57.3} \right)^2 = 2.8 \text{ mm} \quad (23)$$

سیه [۳۳] در سال ۱۹۶۷، رابطه زیر را برای ترک مود ترکیبی ارائه داد:

$$U_c = \frac{f^2(\theta) \sigma^2 a_c}{4G} \quad (24)$$

که در آن  $G$  مدول الاستیسیته برشی،  $U_c$  چگالی انرژی کرنشی بحرانی،  $\theta$  زاویه بین راستای عمود بر سطح ترک و تنش اعمالی است.  $f(\theta)$  و رابطه  $U_c$  با چرمگی شکست به صورت زیر تعریف می‌شود:

بنابراین نهایتاً ثوابت پاریس بدست می‌آیند:

$$C \cong 1.15 \times 10^{-12} \text{ m/cycle} \quad (25)$$

$$m \cong 4.27$$

در مورد پارامتر  $C$  نیز بنابراین توصیه مرجع [۲۴] در صورت موجود نبودن این ثابت ماده مناسب است مقدار  $0.5/0.05$  درنظر گرفته شود. بنابراین نهایتاً رابطه والکر به صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\frac{da}{dN} = 5.05 \times 10^{-12} (\Delta K)^{4.27} \quad (26)$$

انتگرال گیری از فرمول والکر عمر رشد ترک را نتیجه خواهد داد. با توجه به ناچیز بودن عمر رشد ترک در ناحیه سوم نسبت به عمر کل، تأثیر بروون یا بی فرمول والکر (یا پاریس) در ناحیه سوم برای تخمین عمر کل رشد ترک بسیار ناچیز خواهد بود. برای انتگرال گیری از فرمول والکر ابتدا لازم است معادل  $\Delta K$  به صورت تابعی از طول ترک در فرمول والکر جایگزین شود، چراکه حین رشد ترک و افزایش طول آن، مقدار  $\Delta K$  نیز تغییر خواهد کرد، دامنه ضریب شدت تنش اعمالی،  $\Delta K$  به صورت تابعی از دامنه تنش اعمالی،  $\Delta S$  و طول ترک،  $a$  قابل بیان است [۲۴]:

$$\Delta K = \Delta S \sqrt{\pi a} Y \quad (27)$$

که در آن  $Y$  ضریب شکل می‌باشد. با توجه به تغییرات زیاد طول ترک حین رشد آن، فرض مستقل بودن ضریب شکل از طول ترک می‌تواند منشا وارد شدن خطای قابل ملاحظه‌ای باشد. لذا برای لحاظ نمودن تابعیت ضریب شکل بر حسب طول ترک، ضریب شدت تنش معادل رأس شماره ۳ برای ترک‌هایی به اقطار  $4 \times 6$ ،  $6 \times 9$  و  $8 \times 12$  در کنار ترک  $10 \times 15$  میلیمتری محاسبه و در شکل (۱۵) آورده شده است. با توجه به خارج شدن رئوس واقع بر قطر کوچک ترک در اثر رشد از میدان تنش هرتز و توقف نسبی رشد در امتداد این قطر، قطر بحرانی و تعیین کننده برای تخمین عمر قطر بزرگ ترک می‌باشد. بنابراین با توجه به شکل (۱۵) و با فرض ثابت بودن دامنه تنش (بسیار نزدیک به واقعیت)، برای ضریب شکل بر حسب طول ترک خواهیم داشت:

$$\Delta K_{eq} = \Delta S_{eq} \sqrt{\pi a} Y = 830a + 2.5 \quad (28)$$

$$\therefore Y = \frac{830a + 2.5}{\Delta S_{eq} \sqrt{\pi a}} \quad (29)$$

جایگزینی رابطه (۲۰) در (۱۸) و سپس انتگرال گیری از آن نتیجه می‌دهد:

کاهش می‌یابد. اما در امتداد قطر اصلی با توجه به حرکت غلتشی چرخ، رشد ترک تأثیری بر میدان تنش حول جبهه آن نداشته و نرخ رشد ترک تغییری نخواهد داشت. مشاهدات تجربی (شکل ۱۶) نیز این مطلب را تأیید می‌نماید. بنابراین رشد ترک در امتداد قطر اصلی آن است که عمر چرخ را تعیین می‌نماید. با فرض شناسایی ترکی زیرسطحی به طول ۲/۸ میلیمتر در چرخ، عمر آن تا واماندگی در اثر رشد ترک زیرسطحی با توجه به رابطه (۲۱) خواهد بود:

$$a_i = 2.8 \text{ mm}, a = a_f = 73 \text{ mm} \quad (26)$$

$$\therefore N_f = 425050 \text{ cycles}$$

که معادل ۱۲۲۸ کیلومتر سیر قطار است. یعنی در صورت مشاهده ترکی به طول ۲/۸ میلیمتر در چرخ در ناحیه زیر سطح غلتان، امکان واماندگی چرخ و بروز سانحه پس از ۱۲۲۸ کیلومتر سیر وجود دارد. از آن جا که در طول شبیه‌سازی بارگذاری دامنه ثابت فرض شد، عمر به دست آمده کمتر از واقعیت است. چرخ تحت بارهای دامنه متغیر قرار می‌گیرد که به دلیل شتاب منفی رشد ناشی از آن تعداد سیکل‌های رشد ترک بیشتر از مقدار محاسبه شده می‌شود. این مسئله در سطح شکست نیز قابل مشاهده است (شکل ۱۶)) که علامات مشخصی از رشد ناپیوسته ترک را نشان می‌دهد.

## ۵- صحه‌گذاری نتایج

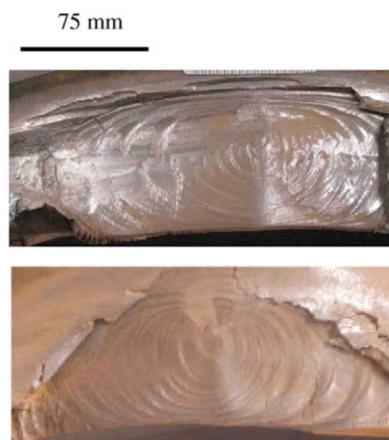
شکل (۱۷) نمودار ضریب شدت تنش معادل راس شماره ۱ ترکی با همان شکل، اندازه و جهت ترک مدل شده در این مطالعه را برای چرخ و ریل مدل شده متنطبق با سامانه ریلی آمریکای جنوبی نشان می‌دهد. هدف بر این است تا مقدار ضریب شدت تنش معادل محاسبه شده در این مطالعه با این نمودار مقایسه شود. برای این که مقایسه قابل انجام باشد، ابتدا بایستی دو سامانه معادل‌سازی شوند. معیار معادل‌سازی، ماکریم تنش عمودی فشاری در ناحیه تماس چرخ با ریل انتخاب شده است [۹]. این مقدار برای سامانه ریلی ایران از تحلیل تماس چرخ و ریل بدون ترک ۷۰۰ مگاپاسکال و برای سامانه ریلی آمریکای جنوبی، ۸۰۰ مگاپاسکال محاسبه شده است [۲۴]. لذا کافیست مقدار بار وارده بر چرخ جهت ایجاد ماکریم تنش عمودی فشاری برابر ۷۰۰ مگاپاسکال در سامانه ریلی آمریکای جنوبی را به دست آورد تا این دو سامانه قابل قیاس شوند. صحت این موضوع با توجه به یکسان بودن پارامترهای هندسی ترک مدل شده در دو سامانه ریلی قابل تأیید است.

براساس تئوری هرتز، با ثابت ماندن سایر پارامترها، رابطه بین ماکریم تنش عمودی فشاری و بار چرخ به صورت زیر است [۲]:

$$P_0 \propto F^{1/3} \quad (27)$$

جدول (۸): مقادیر حاصلضرب دامنه تنش در ضریب شکل برای رئوس ترک زیرسطحی (MPa).

مدل تاناکا	راس شماره ۱	راس شماره ۲	راس شماره ۳	راس شماره ۴
۴۳/۹	۵۲/۷	۴۳/۹	۳۵/۸	
۴۶/۳	۵۷/۳	۴۶/۳	۳۷/۸	



شکل (۱۶): دو نمونه از چرخ‌های وامانده در اثر رشد ترک زیرسطحی [۱۶]

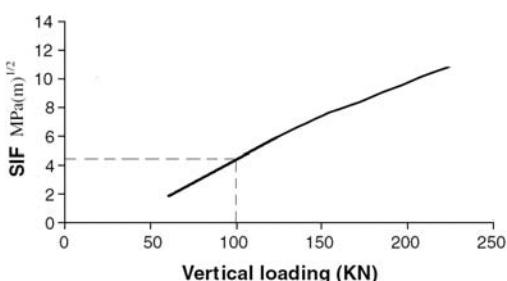
$$f(\theta) = \sin \theta (1 - 2\nu \sin^2 \theta)^{1/2} \quad (25)$$

$$U_c = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} K_{lc}^2$$

با جاگذاری روابط (۲۵) در (۲۴) و قرار دادن  $v=0.3$ ,  $E=205$  GPa,  $\theta=90^\circ$ ,  $K_{lc}=85$  MPa.m<sup>1/2</sup> و  $\sigma=61$  MPa از تحلیل نمونه چرخ بدون ترک، طول ترک بحرانی ترک برای این مسئله به شرایط می‌شود که طول بحرانی ترک به دست آمده کمتر از رشد ناشی از شرایط حاکم بر آن مقدار قابل توجهی بوده و ترک قبل از رسیدن به طول بحرانی خود به اندازه کافی امکان رشد را دارا خواهد بود. مشاهدات تجربی (شکل ۱۶) نیز نشان می‌دهد که ترک‌های زیرسطحی بیش از این که با محدودیت طول بحرانی روپرو باشند با محدودیت هندسی روپرو هستند. بدین معنی که قبل از این که ترک به طول بحرانی خود رسیده و چرخ دچار شکست شود، رسیدن محدودیت جبهه ترک به سطح یا لبه چرخ باعث شکست چرخ می‌گردد. در صورتی که ترکی زیرسطحی در ۶ میلیمتری زیر نقطه غلتان با زاویه ۲۰ درجه نسبت به محور چرخ ایجاد شود (شرایط ترک مدل شده)، محدوده مجاز آن برای رشد از نظر هندسی در راستای محور چرخ (رئوس ۲ و ۴) حداقل ۲۲/۹ میلیمتر و در راستای عمود بر محور چرخ حداقل ۷۳ میلیمتر می‌باشد. این مطلب نشان می‌دهد که عملأً ترک مهلتی برای رسیدن به طول بحرانی خود را ندارد. لذا در تخمین عمر، این موضوع بایستی لحاظ شود.

همان‌طور که بیان شد، جبهه ترک اولیه با رشد در جهت قطر فرعی به تدریج از میدان تنش هرتز فاصله گرفته و نرخ رشد آن به شدت

در رابطه با چرخ‌های خود نیازمند بهینه‌سازی فرایند نگهداری و تعمیرات آن‌هاست. جلوگیری از واماندگی چرخ‌ها در کار بهینه‌سازی فرایند نگهداری و تعمیرات آن‌ها تحقیقات مفصل در زمینه خستگی تماس غلتی منطبق با سامانه ریلی ایران را می‌طلبد.



شکل (۱۷): نمودار ضریب شدت تنش معادل راس شماره ۱ ترک بر حسب بار عمودی وارد بر چرخ [۱۶].

## ۷- مراجع

- [1] Zerbst, U., Madler, K., and Hintze, H., "Fracture Mechanics in Railway Applications-An Overview", Engng Fract Mech, Vol. 72, 2005, pp. 163-194.
- [2] Magel, E., Sroba, P., Sawley, K., and Kalousek, J., "Control of Rolling Contact Fatigue of Rails", Center for Surface Transportation Technology, National Research Council Canada, 2005.
- [3] Richard, H. A., Fulland, M., Sunder, M., and Kullmer, G., "Fracture in a Rubber-sprung Railway Wheel", Engng Failure Analysis, Vol. 12, 2005, pp. 986-999.
- [4] Ekberg, A., and Kabo, E., "Fatigue of Railway Wheels and Rails Under Rolling Contact and Thermal Loading-an Overview", Wear, Vol. 258, 2005, pp. 1288-300.
- [5] Ekberg, A., and Sotkovszki, P., "Anisotropy and Rolling Contact Fatigue of Railway Wheels", Int J Fatigue, Vol. 23, 2001, pp. 29-43.
- [6] علیزاده کاکلر، ج.، و فرهنگیان، ا.، "بررسی پدیده خستگی تماس غلتی در چرخ‌های فولادی راه‌آهن"، مجله فنی و تخصصی رجاء، سال ۸، شماره ۲۴، اسفند ۱۳۸۶، ص ۸-۱۲.
- [7] قاجار، ر.، و علیزاده کاکلر، ج.، "بررسی پدیده خستگی تماس غلتی در ریل‌های راه‌آهن"، فصلنامه علمی ترویجی جاده، شماره ۶۲، تابستان ۱۳۸۷، ص ۸۷-۹۶.
- [8] Glodez, S., and Ren, Z., "Modelling of crack growth under cyclic contact loading", Theor Appl Fract Mech, Vol. 30, 1998, pp. 159-73.
- [9] Guagliano, M., and Vergani, L., "Experimental and Numerical Analysis of Sub-Surface Cracks in Railway Wheels", Engng Fract Mech, Vol. 72, 2005, pp. 255-69.
- [10] Lansler, E., and Kabo, E., "Subsurface Crack Face

که در آن  $P_0$  ماکزیمم تنش عمودی فشاری و  $F$  بار عمودی وارد بر چرخ است. تحلیل انجام شده در [۱۶]، از بار وارد ۱۴۶/۲ کیلونیوتون مقدار تنش عمودی ماکزیمم ۸۰۰ مگاپاسکال را نتیجه گرفته است. بنابراین برای این‌که تنش عمودی ماکزیمم ۷۰۰ مگاپاسکال شود، بار وارد بایستی برابر باشد با:

$$\frac{800}{700} = \left( \frac{146.2}{F} \right)^{1/3} \quad (28)$$

$$\therefore F = 98 \text{ kN}$$

يعنی درصورتی که بار عمودی ۹۸ کیلونیوتون به چرخ در تحلیل سامانه ریلی آمریکای جنوبی اعمال شود، تئوری هرتز ماکزیمم تنش عمودی ۷۰۰ مگاپاسکال را پیش‌بینی می‌کند که برابر با تنش ماکزیمم ناشی شده از مشخصات هندسی، مادی و بارگذاری چرخ و ریل سامانه ریلی ایران است. بنابراین نهایتاً با اعمال ۹۸ کیلونیوتون بار عمودی به چرخ، نمودار شکل (۱۷) ضریب شدت تنش معادل محاسبه شده برای راس شماره ۱ ترک زیرسطحی را  $4.5 \text{ MPa.m}^{1/2}$  نشان می‌دهد. این مقدار برای مطالعه حاضر براساس مدل لیو-ماهادوان که مدل مورد استفاده در مرجع [۱۶] نیز می‌باشد، برابر  $5/8$  می‌باشد که حدود  $22\%$  اختلاف نسبی را نشان می‌دهد. این اختلاف می‌تواند عمدتاً ناشی از فرضات تئوری هرتز (به خصوص فرض الاستیک بودن مواد که می‌تواند تا  $30^\circ$  درصد خطای تحلیل تنش را درپی داشته باشد)، فرض ثابت بودن سایر پارامترها در تئوری هرتز برای رابطه (۲۷) و یا خطای محاسبه ضریب شدت تنش از طریق اجزا محدود باشد.

## ۶- نتیجه‌گیری

مدل سازی سه بعدی و تحلیل ترک زیرسطحی در چرخ با شرایط کاری منطبق با سامانه ریلی ایران، عمر رشد ترکی به طول  $2/8$  میلیمتر در زیر نقطه غلتان چرخ را حدود  $425$  هزار سیکل، معادل  $1228$  کیلومتر تخمین زد. این عمر نشان از حساسیت بالای بحث استفاده از تست‌های غیرمخرب در بازدیدهای چرخ به منظور شناسایی ترک‌های زیرسطحی دارد. همچنین طول بحرانی ترک زیرسطحی  $618$  میلیمتر محاسبه شد که عملأً محدودیت‌های هندسی چرخ اجازه رسیدن به این طول را نداده و چرخ قبل از رسیدن ترک به طول بحرانی، دچار شکست می‌شود. علاوه بر این مود رشد ترک زیرسطحی، مود ترکیبی برشی II و III گزارش شده و رشد مود I در مورد آن اتفاق نمی‌افتد. همچنین مدل‌های تاناکا و لیو-ماهادوان نیز در تخمین ضریب شدت تنش معادل نزدیکی بسیار زیادی را در این مسئله نشان دادند. نهایتاً به عنوان نتیجه‌گیری کلی می‌توان بیان نمود که کاهش هزینه‌های هنگفت سامانه ریلی ایران

- [24] Stephens, R. I., Fatemi, A., Stephens, R. R., and Fuchs, H. O., Metal Fatigue in Engineering, John Wiley & Sons; Canada, 2001.
- [25] Abaqus 6.7 Help Documentations.
- [26] Reddy, S. C., and Fatemi, A., "Small Crack Growth In Multiaxial Fatigue", ASTM STP, Vol. 1122, pp. 276-298, 1992.
- [27] Chao, Y. J., and Liu, S., "On the Failure Of Cracks Under Mixed-Mode Loads", International Journal of Fracture, Vol. 87, 1997, pp. 201-223.
- [28] Tanaka, K., "Fatigue propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis", Engng Fract Mech, Vol. 6, 1974, pp. 493-507.
- [29] Liu, Y., and Mahadevan, S., "Threshold Intensity Factor and Crack Growth Rate Prediction under Mixed-Mode Loading", Engng Fract Mech, Vol. 74, 2007, pp. 332-45.
- [30] Barsoum, Z., "Residual Stress Analysis and Fatigue Assessment of Welded Steel Structures", Ph.D. Thesis, KTH School of Engineering Science, Stockholm, Sweden, 2008.
- [31] Walker, E., "The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7076-T6 aluminum. In: Effect of Environment and Complex Load history on Fatigue Life", ASTM STP, Vol. 462, 1970, pp. 1-14.
- [32] Farahmand, B., and Nikbin, K., "Predicting Fracture and Fatigue Crack Growth Properties Using Tensile Properties", Engng Fract Mech, Vol. 75, 2008, pp. 2144-2155.
- [33] Sih, G. C., "The Role of Fracture Mechanics in Design Technology", ASME J. Eng, pp. 76-DET-58, 1976.
- [11] Bogdanski, S., and Trajer, M., "A Dimensionless Multi-Size Finite Element Model of A Rolling Contact Fatigue Crack", Wear, Vol. 258, 2005, pp. 1038-47.
- [12] Liu, Y., Stratman, B., and Mahadevan, S., "Fatigue Crack Initiation Life Prediction of Railroad Wheels", Int J Fatigue, Vol. 28, 2006, pp. 747-56.
- [13] Guagliano, M., Vergani, L., and Vimercati, M., "Determination of Stress Intensity Factors for Three-Dimensional Subsurface Cracks in Hypoid Gears", Engng Fract Mech, Vol. 73, 2006, pp. 1947-58.
- [14] UIC 510-2 Leaflet, International Union of Railways, 4th ed., 2004.
- [15] UIC 515-1 Leaflet, International Union of Railways, 2nd ed., 2003.
- [16] Liu, Y., Liu, L., and Mahadevan, S., "Analysis of subsurface crack propagation under rolling contact loading in railroad wheels using FEM", Engng Fract Mech, Vol. 74, 2007, pp. 2659-2674.
- [17] UIC 861-3 Leaflet, International Union of Railways, 3rd ed., 1991.
- [18] Strnadel, B., and Hausild, P., "Statistical Scatter in the Fracture Toughness and Charpy Impact Energy of Pearlitic Steel", Material science and engineering A, Vol. 486, 2008, pp. 208-214.
- [19] BS 5892, Railway rolling stock materials, Specification for monobloc wheels for traction and trailing stock, BRITISH STANDARD, Part 3, 1992.
- [20] Gordon, B., and Perlman, A. B., "Finite Element Estimation of the Residual Stresses in Roller-Straightened Rail Uic60 Proper", Proceedings of the IMECE04, Anaheim, CA USA, 2004.

[۲۱] جدول مشخصات و اگن‌های مسافری راه‌آهن ایران، شرکت قطارهای مسافری راه‌آهن ایران، ۱۳۸۷

- پانویس
1. Rolling contact fatigue (RCF)
  2. Federal Railroad Administration
  3. Abaqus
  4. Part
  5. Plastic shakedown
  6. Seem
  7. Master
  8. Slave
  9. Wedge
  10. Linear elastic fracture mechanic
  11. Elastic plastic fracture mechanic
  12. Tanaka
  13. Liu and Mahadevan
  14. Paris
  15. Walker

- [22] UIC 505-2 Leaflet, International Union of Railways, 2nd ed., 2007.
- [23] Kurtus, R., "Rolling Friction and Automobile Tires", School for champion educational website, 2005.