

## تحلیل کمانش پیچشی میل‌گاردان کامپوزیتی خودرو براساس تئوری مرتبه بالا با در نظر گرفتن تغییر شکل اولیه

مهدي حسيني<sup>۱</sup>، محمد شریات<sup>۲</sup>

(تاریخ دریافت: ۱۷/۸/۲۵ - تاریخ پذیرش: ۱۷/۱۰/۲۲)

**چکیده:** در پژوهش کنونی با استفاده از روش اجزاء محدود، به تحلیل عددی مسئله پایداری میل‌گاردانهای کامپوزیتی خودرو تحت بار پیچشی، پرداخته می‌شود. بدین منظور، ابتدا معادلات حاکم با بکارگیری اصل انرژی پتانسیل کمینه، بدست می‌آیند، سپس با بهره‌گیری از روش اجزاء محدود، تحلیل مسئله انجام می‌گیرد. در فرمول‌بندی، اثر تغییر شکل هندسی اولیه که معمولاً به فرم انحراف اولیه شعاعی می‌باشد، در نظر گرفته می‌شود و میدان جابجایی براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم پوسته‌ها بیان می‌گردد. در پایان بار کمانش میل‌گاردان، با استفاده از معیار بودیانسکی بدست می‌آید و تاثیر پارامترهای مختلف روی بار کمانش بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که شکل لایه‌چینی تاثیر زیادی روی گشتاور کمانش دارد. همچنین هر چه دامنه نقص اولیه کمتر باشد، گشتاور کمانش بیشتر خواهد بود.

**واژه‌های کلیدی:** میل‌گاردان کامپوزیتی، تحلیل عددی، کمانش پیچشی

## Torsional Buckling Analysis of a Vehicle Composite Drive Shaft Based on a High Order Theory with Considering Initial Imperfection

Mehdi Hosseini, Mohammad Shariyat

**Abstract:** In this paper, the finite element analysis of stability problem of vehicle composite drive shafts subjected to torsional loading is studied. First, using the minimum total potential energy principle, the governing equations are derived and then they are solved by finite element method. The initial geometrical imperfection which is usually in the form of radial displacement, is taken into consideration in the formulation and the displacement field is expressed according to the third order shear deformation theory. Finally, Budyanski's criterion is employed for determination of the critical buckling load and the effect of different parameters on the buckling behavior is studied. The results show that the stacking sequence, has a significant effect on the buckling torque. Furthermore, the buckling torque increases as the initial imperfection amplitude decreases.

**Keywords:** Composite Drive Shaft, Numerical Analysis, Torsional Buckling

۱. کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی (hosseini.kntu@gmail.com)

۲. دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی (m\_shariyat@yahoo.com)

## ۱. مقدمه

مولفه‌های کرنش و بکارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم، دقت کار حاضر را در مقایسه با تحقیقات دیگران، افزایش می‌دهد.

## ۲. تعریف مسئله

میل‌گردان مورد بررسی به صورت یک استوانه توخالی در نظر گرفته می‌شود. شکل (۱)، بیانگر دستگاه مختصات و پارامترهای هندسی مربوط به میل‌گردان می‌باشد. همانطور که در شکل (۱) دیده می‌شود، میل‌گردان در یک انتها  $x = L$  مقید و در انتهای دیگر  $x = 0$  در جهت شعاعی مقید و تحت گشتاور خارجی (T) می‌باشد. اگر گشتاور پیچشی اعمالی از یک حد معینی بیشتر شود، پدیده کمانش رخ می‌دهد. تعیین مقدار بار کمانش پیچشی در سازه‌های پوسته‌ای دارای اهمیت بالایی می‌باشد. با اعمال بار پیچشی به پوسته‌های ایزوتروپیک، تنها تنش‌های برشی بوجود می‌آید، در حالیکه در مورد پوسته‌های کامپوزیتی بارگذاری پیچشی می‌تواند باعث ایجاد همه مولفه‌های تنش گردد، لذا پوسته‌های کامپوزیتی می‌توانند تحت بار پیچشی کمانش کنند.

## ۳. روابط کرنش-جابجایی

در فرمول‌بندی مسئله، از روابط غیرخطی کرنش جابجایی Von Karman استفاده شده است [۸] که به صورت روابط (۱) می‌باشند:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{R} \left( \frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right) + \frac{1}{2R^2} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{\alpha x} &= \frac{1}{R} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} - v \right) + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $u$ ،  $v$  و  $w$  بیانگر مولفه‌های جابجایی مربوط به یک نقطه دلخواه در جهت‌های به ترتیب  $x$ ،  $\theta$  و  $z$  (شکل ۱) می‌باشد. با بکارگیری تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم، میدان جابجایی به صورت زیر برحسب مولفه‌های جابجایی صفحه میانی بیان می‌گردد. در این رابطه  $u_0$ ،  $v_0$  و  $w_0$  مولفه‌های جابجایی صفحه میانی و  $\beta_x$  و  $\beta_\theta$ ، مقدار چرخش نرمال‌های صفحه میانی حول محورهای به ترتیب  $x$  و  $\theta$  می‌باشند.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + z \beta_x - \frac{4z^3}{3h^2} \left( \beta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) \\ v &= \left( 1 + \frac{z}{R} \right) v_0 + z \beta_\theta - \frac{4z^3}{3h^2} \left( \beta_\theta + \frac{1}{R} \frac{\partial w_0}{\partial \theta} \right) \\ w &= w_0(x, \theta) \end{aligned} \quad (2)$$

وجود نقص‌های هندسی اولیه بر بار کمانش تاثیرگذار می‌باشد. نقایص هندسی اصولاً ناشی از فرآیند ساخت می‌باشد و معمولاً به فرم جابجاییهای شعاعی هستند و در مطالعه کنونی به صورت زیر بیان می‌شوند:

محورهای توخالی استوانه‌ای از جنس کامپوزیت‌های لایه‌ای، به عنوان سازه‌های انتقال بار در بارگذاری‌های مختلف، به طور گسترده‌ای به کار می‌روند. مواد کامپوزیتی، گزینه مناسبی برای ساخت محورهای انتقال قدرت طولی، به حساب می‌آیند. کاربرد این نوع محورهای انتقال قدرت، در موارد مختلفی همچون خودروها، هلی‌کوپترها و برج‌های خنک کننده در حال گسترش است. از نقطه نظر طراحی، ناپایداری پیچشی محورهای انتقال قدرت قابلیت انتقال گشتاور آنها را محدود می‌کند. مسئله ناپایداری میل‌گردانهای کامپوزیتی تحت بار پیچشی، توسط محققان زیادی بررسی شده است. در سال ۱۹۸۸، Bauchau و Krafchack بار کمانش پیچشی میل‌گردانهای کامپوزیتی از جنس الیاف کربن/اپوکسی را با استفاده از تئوری پوسته‌ها و با در نظر گرفتن اثرات کوپلینگ الاستیک و تغییر شکل برشی عرضی، محاسبه نمودند [۱].

در سال ۱۹۹۵، Bert و Kim مسئله کمانش پیچشی میل‌گردانهای کامپوزیتی را با روشی تحلیلی انجام دادند. آنها با در نظر گرفتن اثر سفتی خارج از محور<sup>۱</sup> و گشتاور خمشی، بار کمانش پیچشی میل‌گردانهای کامپوزیتی با لایه‌چینی‌های مختلف را با دقت خوبی پیش‌بینی کردند. روش آنها می‌تواند بار کمانش پیچشی میل‌گردانهای کامپوزیتی تحت بارگذاری پیچشی خالص و یا ترکیب پیچشی و خمشی را تعیین کند [۲].

در سال ۲۰۰۳، قادری دهکردی و خلیلی، به طراحی یک میل‌گردان کامپوزیتی هیبریدی یک تکه مرکب از جنس آلومینیم و کامپوزیت الیاف شیشه/اپوکسی پرداختند. آنها با استفاده از نرم‌افزار ANSYS 5.7، کمانش پیچشی میل‌گردان طراحی شده را تحلیل کردند [۳].

در سال ۲۰۰۴، شکرپه و همکارانش پایداری پیچشی میل‌گردانهای کامپوزیتی را با تحلیل اجزا محدود به وسیله نرم‌افزار ANSYS انجام دادند و نتایج بدست آمده را با نتایج تحلیلی و تجربی مقایسه نمودند [۴].

در سال ۲۰۰۶، Badie و همکارانش با استفاده از نرم‌افزار LUSAS (version 13.5-7)، به تحلیل اجزا محدود میل‌گردان کامپوزیتی خودرو پرداختند و اثرات زاویه الیاف و ترتیب چیدمان لایه‌ها را روی گشتاور بحرانی کمانش بررسی نمودند. نتایج نشان داد که با تغییر از بهترین حالت لایه‌چینی به بدترین حالت، استحکام کمانشی میل‌گردان به اندازه ۴۶/۰۷٪ کاهش پیدا می‌کند [۵].

در سال ۲۰۰۸، Shen و Xiang به تحلیل کمانش و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای چندلایه‌ای غیرایزوتروپیک تحت بارگذاری ترکیبی فشار محوری و پیچشی پرداختند. آنها با استفاده از یک تکنیک اغتشاشی منفرد، بارهای کمانش و مسیرهای تعادل پس کمانش متناظر با هم را تعیین نمودند. نتایج نشان داد که در حالت بارگذاری ترکیبی، مسیر تعادل پس کمانش ناپایدار و سازه نسبت به نقص اولیه، حساس می‌شود [۶].

در پژوهش کنونی، با کمک روش اجزا محدود به تحلیل عددی کمانش پیچشی میل‌گردان خودرو از جنس کامپوزیت الیاف شیشه/اپوکسی پرداخته می‌شود. در تحلیل حاضر اثرات نقص هندسی اولیه نیز منظور گردیده است. برای انجام تحلیل، یک کد کامپیوتری با استفاده از نرم‌افزار MATLAB نوشته شده است [۷]. در نظر گرفتن ترمهای غیرخطی در

$$[\mathbf{B}^0] = \begin{bmatrix} N_{k,x} & 0 & N_{k,x} \left( \frac{1}{2} w_{0,x} + \bar{w}_x \right) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} N_{k,\theta} \left( \frac{1}{2} w_{0,\theta} + \bar{w}_\theta \right) \frac{1}{R^2} N_{k,\theta} + \frac{N_k}{R} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & \frac{1}{R} N_{k,\theta} & 0 & N_k & \dots \\ 0 & 0 & N_{k,x} & N_k & 0 & 0 \\ \frac{1}{R} N_{k,\theta} & N_{k,x} & \frac{1}{R} \left( \left( \frac{1}{2} w_{0,\theta} + \bar{w}_\theta \right) N_{k,x} + \left( \frac{1}{2} w_{0,x} + \bar{w}_x \right) N_{k,\theta} \right) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{B}^1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N_{k,x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R^2} N_{k,\theta} & 0 & 0 & \frac{1}{R} N_{k,\theta} \\ \dots & 0 & -\frac{N_k}{R^2} & 0 & 0 & -\frac{N_k}{R} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R} N_{k,x} & 0 & \frac{1}{R} N_{k,\theta} & N_{k,x} \end{bmatrix}$$

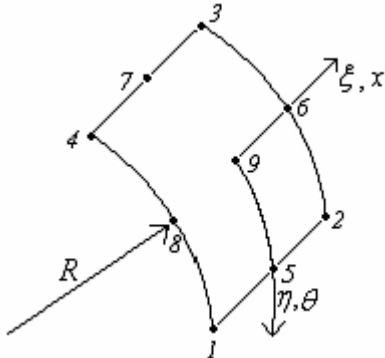
$$[\mathbf{B}^2] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & -\frac{4}{h^2 R} N_{k,\theta} & 0 & -\frac{4}{h^2} N_k & \dots \\ 0 & 0 & -\frac{4}{h^2} N_{k,x} & -\frac{4}{h^2} N_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{B}^3] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{4}{3h^2} N_{k,xx} & -\frac{4}{3h^2} N_{k,x} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{4}{3h^2 R^2} N_{k,\theta\theta} & 0 & -\frac{4}{3h^2 R} N_{k,\theta} \\ \dots & 0 & 0 & \frac{4}{3h^2 R^2} N_{k,\theta} & 0 & \frac{4}{3h^2 R} N_k & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8}{3h^2 R} N_{k,x\theta} & -\frac{4}{3h^2 R} N_{k,\theta} & -\frac{4}{3h^2} N_{k,xx} \end{bmatrix}$$

**۵. معادلات حاکم و روش حل**

برای یافتن معادلات حاکم از اصل انرژی پتانسیل کل کمینه استفاده شده است. فانکشنال انرژی پتانسیل کل المان  $(\pi_e)$ ، عبارت است از [۱۰]:

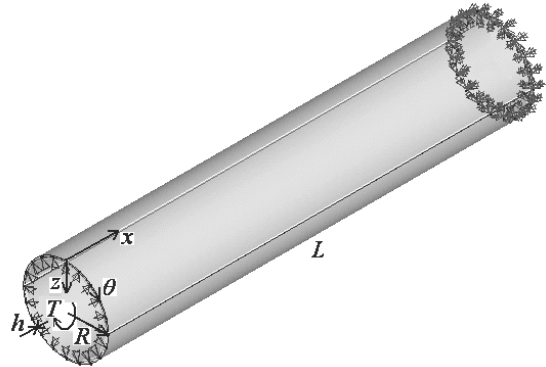
$$\pi_e = \iiint_V \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \sum_p \mathbf{U}^T \Big|_{x=x_p} \mathbf{F}_p \quad (۸)$$



شکل ۲. هندسه المان

$$\bar{w} = \bar{w}_a \sin\left(\frac{2\pi z_1 x}{l}\right) \cos(z_2 \theta) \quad (۳)$$

که در آن  $\bar{w}_a$  دامنه نقص اولیه و  $z_1$  و  $z_2$  مقادیری ثابت می‌باشند. در روابط کرنش-جابجایی باید اثر نقایص اولیه نیز در نظر گرفته شود.



شکل ۱. هندسه میل‌گردان مورد بررسی

مقدار کرنشهای خالص از رابطه (۴) بدست می‌آید:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{ij} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} - \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} \quad (۴)$$

در رابطه فوق،  $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}(u, v, w + \bar{w})$  نشان‌دهنده کرنشهای کل و  $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ij}(0, 0, \bar{w})$  کرنشهای ناشی از نقایص اولیه می‌باشند. از ترکیب روابط (۱)، (۲) و (۴)، بردار کرنشهای خالص به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \left( [\mathbf{L}^0] + z[\mathbf{L}^1] + z^2[\mathbf{L}^2] + z^3[\mathbf{L}^3] \right) \{\mathbf{U}\} \quad (۵)$$

که  $\{\mathbf{U}\} = \langle u_0, v_0, w_0, \beta_x, \beta_\theta \rangle^T$  بردار جابجاییهای صفحه میانی و  $[\mathbf{L}^i]$ ، ماتریسهای اپراتورهای خطی می‌باشند.  $(i = 0, 1, 2, 3)$

**۴. فرمول‌بندی اجزاء محدود مسئله**

المان مورد استفاده در تحلیل اجزاء محدود مسئله در شکل (۲) نشان داده شده است. این المان از نوع ایزوپارامتریک با ۹ نقطه گره بوده که هر نقطه گره دارای ۵ درجه آزادی  $\{u_0, v_0, w_0, \beta_x, \beta_\theta\}$  می‌باشد. بنابراین هر المان شامل ۴۵ درجه آزادی خواهد بود. توابع شکل مورد استفاده  $N_i$  از نوع لاگرانژی مرتبه دوم می‌باشند [۹]. ماتریس توابع شکل با ابعاد  $(۵ \times ۴۵)$  به صورت رابطه (۶) مشخص می‌گردد:

$$\mathbf{U} = \mathbf{N} \mathbf{U}_e = \begin{bmatrix} N_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_k & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & N_k & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & N_k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_k \end{bmatrix} \mathbf{U}_e \quad (۶)$$

در رابطه فوق،  $\mathbf{U}_e = \{(u_0, v_0, w_0, \beta_x, \beta_\theta)_i\}_{i=1,2,\dots,9}$  بردار مقادیر گرهی می‌باشد. از ترکیب معادلات (۵) و (۶)، روابط کرنش-جابجایی به فرم ماتریسی زیر بیان می‌گردند:

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}\} = \left( [\mathbf{L}^0] + z[\mathbf{L}^1] + z^2[\mathbf{L}^2] + z^3[\mathbf{L}^3] \right) \mathbf{N} \mathbf{U}_e \quad (۷)$$

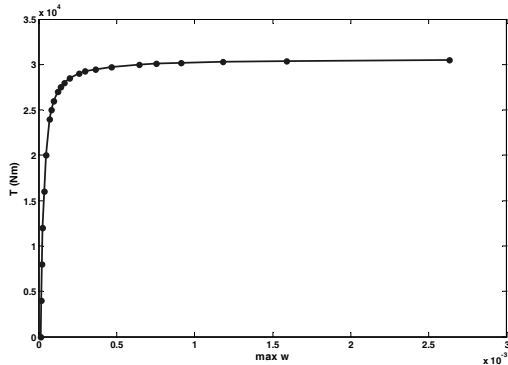
$$= \left( [\mathbf{B}^0] + z[\mathbf{B}^1] + z^2[\mathbf{B}^2] + z^3[\mathbf{B}^3] \right) \mathbf{U}_e$$

که در آن

در کار حاضر بدست آمده. مقایسه شده است. ملاحظه می‌شود که تحلیل حاضر نسبت به نرم‌افزار ANSYS دارای جواب بهتری می‌باشد و اختلاف میان نتیجه تحلیل کنونی با مرجع [۱۲] در حدود ۱/۲٪ است که نشان‌دهنده توافق خوبی میان نتایج می‌باشد.

جدول ۱. گشتاور کماتش بدست آمده برای میل‌گاردان کامپوزیتی

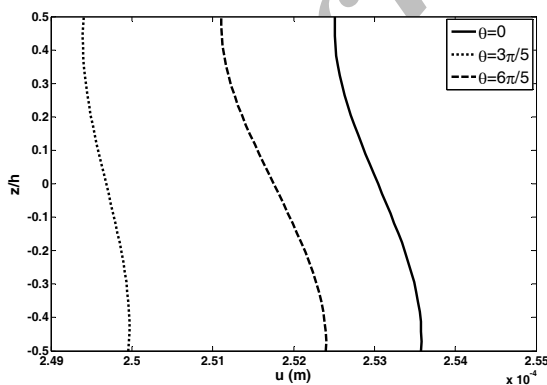
روش حاضر	ANSYS	مرجع [۱۲]
29500	28900	29856
1.2	3.2	-
اختلاف %		



شکل ۳. منحنی بیشینه جابجایی شعاعی میل‌گاردان برحسب گشتاور اعمالی

### ۱-۶. نتایج تحلیل پیش کماتش

میل‌گاردان کامپوزیتی مورد بررسی از جنس کامپوزیت الیاف شیشه/اپوکسی بوده که مشخصات هندسی و مکانیکی آن در جدول (۲) بیان شده است. در این قسمت، نتایج مربوط به تحلیل مسئله در حالت پیش کماتش ارائه می‌شود. در شکل (۴) تغییرات جابجایی طولی ( $u$ ) در امتداد ضخامت بی‌بعد شده در  $x/L = 0.5$  نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، تغییرات  $u$  در راستای ضخامت، مطابق با تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم پوسته‌ها و به صورت یک تابع درجه ۳ می‌باشد.



شکل ۴. منحنی جابجایی طولی در امتداد ضخامت بی‌بعد شده

در شکل (۵) تغییرات تنش برشی عرضی  $\tau_{xz}$  در امتداد ضخامت بی‌بعد شده در  $x = 0.1L, 0.3L, 0.5L$  نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که تنش برشی عرضی، در راستای ضخامت، توزیعی سهمی‌وار دارد. همچنین منحنی  $\tau_{xz}$  در امتداد ضخامت دارای جهش‌هایی است که این مسئله به خاطر تغییر زاویه الیاف از یک لایه به لایه دیگر می‌باشد.

در رابطه فوق،  $\epsilon$  بردار کرنش،  $\sigma$  بردار تنش،  $U$  بردار جابجایی و  $F$  بردار بار خارجی اعمالی می‌باشد. رابطه میان بردارهای تنش و کرنش به صورت رابطه (۹) می‌باشد:

$$\{\sigma\} = [c]\{\epsilon\} \quad (9)$$

که در آن  $[c]$  ماتریس سختی می‌باشد. با استفاده از اصل انرژی پتانسیل کل کمینه، داریم:

$$\delta\pi_e = \iiint_V \delta\epsilon^T \sigma dv - \sum_p \delta U^T \Big|_{x=x_p} F_p = 0 \quad (10)$$

با استفاده از روابط (۶)، (۷)، (۹) و (۱۰) معادلات حاکم بر المان به فرم خلاصه زیر حاصل می‌شوند:

$$[k_e]\{U_e\} = \{F_e\} \quad (11)$$

که  $[k_e]$  و  $\{F_e\}$ ، به ترتیب ماتریس سختی المان و بردار نیروی المان بوده و عبارتند از:

$$k_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \{B^0\}^T (c_0 B^0 + c_1 B^1 + c_2 B^2 + c_3 B^3) + B^1\}^T (c_1 B^0 + c_2 B^1 + c_3 B^2 + c_4 B^3) + B^2\}^T (c_2 B^0 + c_3 B^1 + c_4 B^2 + c_5 B^3) + B^3\}^T (c_3 B^0 + c_4 B^1 + c_5 B^2 + c_6 B^3) \} \det(J) d\xi d\eta \quad (12)$$

که

$$[c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6] = \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^{NL} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{ [c]_k [1, z, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6] \} dz$$

و  $J$  ماتریس ژاکوبین مربوط به نگاشت  $\xi = \xi(x, \theta), \eta = \eta(x, \theta)$  می‌باشد.

$$F_e = \sum_p N^T \Big|_{x=x_p} F_p \quad (14)$$

برای رسیدن به روابط نهایی اجزا محدود مساله، کافیتست که ماتریسهای سختی و نیروی تمام المانها در ماتریسهای نهایی ترکیب شوند که در نهایت رابطه زیر حاصل خواهد شد.

$$[k_t]\{U_t\} = \{F_t\} \quad (15)$$

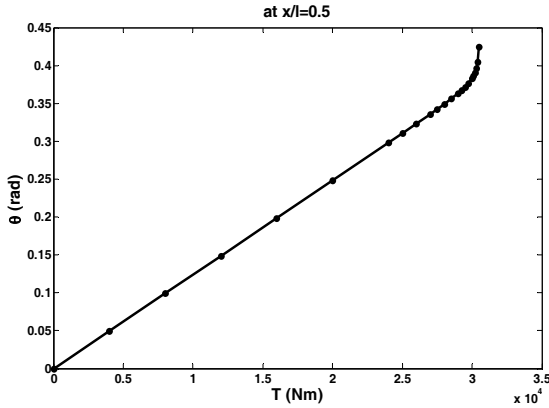
که در آن،  $[k_t]$ ،  $\{F_t\}$  و  $\{U_t\}$  به ترتیب نشان‌دهنده ماتریس سختی، بردار نیرو و بردار جابجایی مربوط به کل سیستم می‌باشند. معادله (۱۵)، یک دستگاه معادلات غیرخطی است که با استفاده از روش تکرار حل می‌شود. به منظور تعیین بار کماتش، از معیار پیشنهادی بودیانسکی استفاده می‌شود [۱۱]. برای استفاده از این معیار، ابتدا منحنی حداکثر جابجایی شعاعی برحسب مقدار بار اعمالی ترسیم شده، سپس هر جا که شیب منحنی مذکور به صورت ناگهانی تغییر پیدا کرد، نشان‌دهنده نقطه کماتش است.

### ۶. صحت روش تحلیل

به منظور بررسی صحت روش تحلیل حاضر، میل‌گاردان مورد نظر، تحلیل شده و بار کماتش آن براساس معیار بودیانسکی تعیین می‌شود. در شکل (۳) منحنی بیشینه جابجایی شعاعی میل‌گاردان برحسب گشتاور اعمالی نشان داده می‌شود و در جدول (۱) گشتاور کماتش بدست آمده، با نتیجه مرجع [۱۲] و همچنین با نتیجه‌ای که از تحلیل به کمک نرم افزار

جدول ۲. مشخصات هندسی و مکانیکی میل‌گردان کامپوزیتی

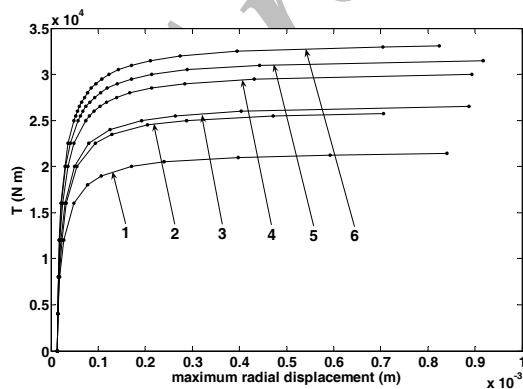
طول (mm)	شعاع (mm)	$\bar{w}_a/h$	چیدمان لایه‌ها	ضخامت تک لایه (mm)	تعداد لایه‌ها	$E_1$ (Gpa)	$E_2$ (Gpa)	$G_{12}$ (Gpa)	$\nu_{12}$
1250	45	1/500	[46, -64, -15, -13, 39, -84, -28, 20, -27] <sub>s</sub>	0.4	17	50	12	5.6	0.3



شکل ۷. منحنی زاویه پیچش میل‌گردان برحسب گشتاور اعمالی

همانطور که مشاهده می‌شود، از بین لایه‌چینی‌های مورد بررسی، بیشترین گشتاور کمانش (29600 Nm) برای لایه‌چینی  $[\pm 15/0/90/-45/\mp 15/45/0]_s$  و کمترین گشتاور کمانش (18700 Nm) برای لایه‌چینی  $[(\pm 45)_4/0]_s$  حاصل شده است. بنابراین نتیجه می‌شود که شکل لایه‌چینی، تاثیر قابل ملاحظه‌ای در گشتاور کمانش دارد و با بکارگیری یک لایه‌چینی مناسب می‌توان گشتاور کمانش را به مقدار قابل توجهی افزایش داد.

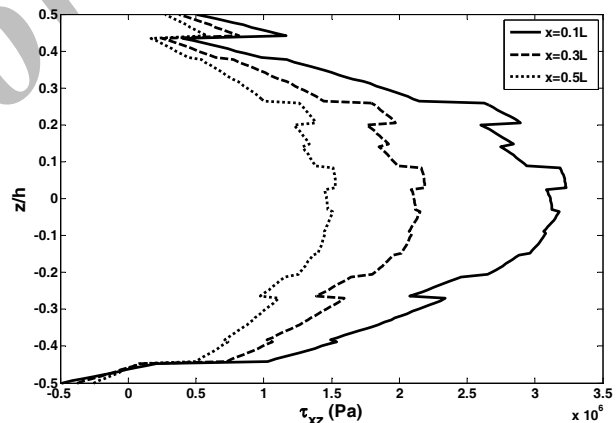
یکی دیگر از عوامل موثر بر بار کمانش، میزان نقص اولیه می‌باشد. بدین منظور مقادیر مختلفی برای دامنه نقص اولیه میل‌گردان در نظر گرفته شد و تحلیل کمانشی در مورد آنها انجام گرفت. نتایج بدست آمده به صورت منحنی گشتاور کمانش بر حسب پارامتر بی بعد دامنه نقص اولیه در شکل (۹) ارائه شده است. مشاهده می‌شود که کاهش دامنه نقص اولیه باعث افزایش گشتاور کمانش میل‌گردان می‌شود.



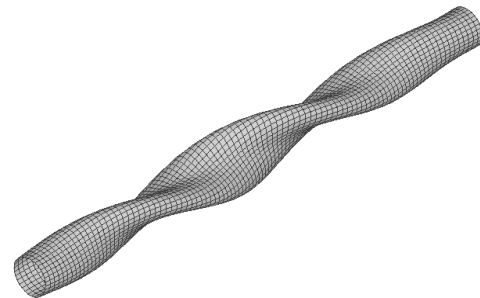
شکل ۸. منحنی بیشینه جابجایی شعاعی - گشتاور برای لایه‌چینی‌های مختلف

## ۲-۶. نتایج تحلیل کمانش

نتایج تحلیل کمانش مسئله در این قسمت ارائه و بحث می‌شود. در شکل (۶) مود اول کمانش پیچشی میل‌گردان مورد بررسی ارائه شده است. شکل (۷) منحنی زاویه پیچش میل‌گردان برحسب گشتاور اعمالی در  $x/l = 0.5$  را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود، با افزایش گشتاور مقدار زاویه پیچش زیاد شده و در محدوده گشتاور کمانش، جهشی ناگهانی در افزایش زاویه پیچش دیده می‌شود که علت آن کاهش سختی پیچشی سازه به خاطر ناپایداری در مرحله کمانش می‌باشد. برای بررسی تاثیر چیدمان لایه‌ها در بار کمانش میل‌گردان، لایه‌چینی‌هایی مطابق جدول (۳) انتخاب شد و برای هر کدام از این لایه‌چینی‌ها تحلیل کمانشی صورت پذیرفت. نتایج حاصله به صورت منحنی بیشینه جابجایی شعاعی برحسب گشتاور اعمالی در شکل (۸) ارائه شده است و مقادیر گشتاور کمانش بدست آمده برای آنها در جدول (۴) با هم مقایسه شده است.



شکل ۵. تغییرات  $\tau_{xz}$  در امتداد ضخامت بی بعد شده



شکل ۶. مود اول کمانش پیچشی میل‌گردان

یک لایه چینی مناسب، می‌توان گشتاور کماتش را به اندازه قابل ملاحظه‌ای افزایش داد. همچنین نقص اولیه، گشتاور کماتش را تحت تاثیر قرار می‌دهد و هر چه دامنه نقص اولیه کمتر باشد، گشتاور کماتش بیشتر خواهد بود.

### مراجع

[1] Bauchau O. A., Krafchack T. M., and Hayes J. F., "Torsional buckling analysis and damage tolerance of graphite/epoxy shaft", J Compos Mater, 22, 258-70, 1988.  
 [2] Bert C. W., and Kim C. D., 1995, "Analysis of buckling hollow laminated composite drive shafts", Compos Sci Technol, 53, 343-51.

[۳] قادری دهکردی ی، "طراحی و تحلیل میل‌گاردان کامپوزیتی هیبریدی خودرو سواری به روش المان محدود"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۲.

[4] Shokrieh M. M., Hasani A., Lessard L. B., "Shear Buckling of a Composite Drive Shaft Under Torsion", Composite Structures, Vol. 64, pp. 63-69, 2004.

[5] Badie M. A., Mahdi A., Abutalib A. R., Abdullah E. J., Yonus R., "Automotive Composite Driveshafts: Investigation of the Design Variables Effects", International Journal of Engineering and Technology, Vol. 3, pp. 227-237, 2006.

[6] Shen H. S., and Xiang Y., "Buckling and postbuckling of anisotropic laminated cylindrical shells under combined axial compression and torsion", Composite Structures, 84(4), 375-386, 2008.

[۷] حسینی م، "بررسی کماتش پیچشی میل‌گاردان کامپوزیتی خودرو با در نظر گرفتن تغییر شکل اولیه، بر پایه تئوری مرتبه بالا"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۶.

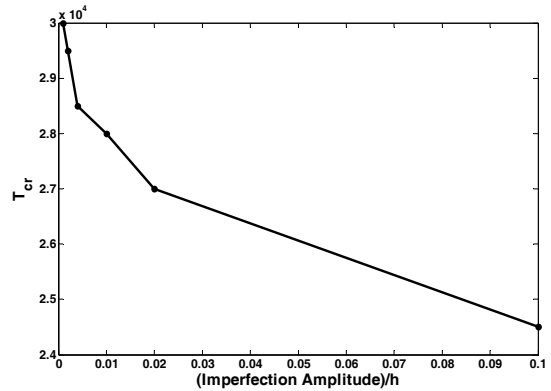
[8] Barbero E. J., Reddy J. N., and Teply J. L., "General Two-Dimensional Theory of Laminated Cylindrical Shells", AIAA Journal, 28(3), 544-553, 1988.

[9] Krishnamoorthy C. S., "Finite Element Analysis: Theory and Programming", McGraw-Hill, ISBN: 0-07-462210-2, 1994.

[10] Shariyat M., and Hosseini M., "Using Variational Calculus and FEM in Analysis of a Loaded Shell", 38th Iranian International Conference on Mathematics, Iran, 2007.

[11] Budiansky B., "Theory of buckling and post-buckling behavior of elastic structures", Adv. Appl. Mech., 14, 1-65, 1974.

[12] Rangaswamy T., and Vijayarangan S., "Design optimization of composite drive shafts using genetic algorithm", Academic Open Internet Journal, Vol. 15, 2005.



شکل ۹. منحنی تغییرات گشتاور کماتش نسبت به دامنه نقص اولیه بی بعد شده

جدول ۳. انتخاب لایه چینی‌های مختلف برای میل‌گاردان کامپوزیتی

شماره لایه چینی	لایه چینی
۱	$[(\pm 45)_4 / 0]_s$
۲	$[\pm 45 / 0 / 90 / \pm 30 / \pm 60 / 0]_s$
۳	$[0_2 / (\pm 45)_2 / \pm 60 / 0]_s$
۴	$[(\pm 30)_4 / 0 / (\pm 30)_4]_T$
۵	$[(0 / 90)_8 / 0]_T$
۶	$[\pm 15 / 0 / 90 / -45 / \mp 15 / 45 / 0]_s$

جدول ۴. گشتاور کماتش میل‌گاردان کامپوزیتی برای لایه چینی‌های مختلف

شماره لایه-چینی	1	2	3	4	5	6
T <sub>cr</sub> (Nm)	18700	23500	24200	26800	28200	29600

### ۷. نتیجه گیری

در پژوهش کنونی، مسئله کماتش پیچشی یک میل‌گاردان کامپوزیتی دارای نقص هندسی اولیه بررسی شد. میدان جابجایی براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم بیان گردید و روش اجزاء محدود برای تحلیل مسئله بکار گرفته شد. برای اجرای فرایند تحلیل، یک کد کامپیوتری در نرم افزار MATLAB نوشته و مورد استفاده واقع شد.

از پژوهش حاضر نتیجه گرفته می‌شود که شکل لایه چینی تاثیر زیادی روی گشتاور کماتش میل‌گاردان کامپوزیتی دارد به طوری که با بکارگیری